

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ
TECHNICAL SCIENCES

УДК 621.396.96

<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2024-68-6-504-512>

Поступило в редакцию 31.05.2024

Received 31.05.2024

Член-корреспондент В. М. Артемьев¹,
член-корреспондент С. М. Костромицкий², А. О. Наумов¹

¹*Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

²*Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

**АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ РАДИОЛОКАЦИОННОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ
НЕРАЗРЕШЕННЫХ ПО КООРДИНАТАМ ЦЕЛЕЙ**

Аннотация. При радиолокационном сопровождении часто возникает ситуация, когда две цели оказываются неразрешенными по одной или нескольким координатам. Целью работы является разработка аналитической методики анализа точности сопровождения неразрешенных целей с использованием методов статистической линеаризации и интегрирования уравнений вероятностных моментов. Первоначально решается задача анализа точности сопровождения одиночной цели, а затем – двух целей, неразрешенных по одной из координат. Предложена методика анализа точности радиолокационного сопровождения двух неразрешенных целей, сигналы которых находятся в пределах ширины дискриминационной характеристики. Нелинейный характер задачи обусловлен необходимостью учета формы этой дискриминационной характеристики. При разработке методики использован метод статистической линеаризации нелинейных функций и метод интегрирования уравнений вероятностных моментов. Проведено математическое моделирование системы сопровождения одиночной цели и системы сопровождения двух неразрешенных целей. Точность методики оценивалась путем сопоставления результатов вычисления математических ожиданий и дисперсий ошибок сопровождения методом статистических испытаний с результатами аналитических расчетов. Полученные результаты можно использовать при решении таких задач, как сопровождение парной цели, сопровождение при пересечении траекторий, сопровождение в условиях уводящей помехи и др.

Ключевые слова: радиолокационная станция, радиолокационное сопровождение, дискриминационная характеристика, статистическая линеаризация, математическое моделирование, метод статистических испытаний

Для цитирования. Артемьев, В. М. Анализ точности радиолокационного сопровождения неразрешенных по координатам целей / В. М. Артемьев, С. М. Костромицкий, А. О. Наумов // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2024. – Т. 68, № 6. – С. 504–512. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2024-68-6-504-512>

Corresponding Member Valentin M. Artemiev¹,
Corresponding Member Sergey M. Kostromitsky², Alexander O. Naumov¹

¹*Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

²*Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

**ANALYSIS OF THE ACCURACY OF RADAR TRACKING
OF UNRESOLVED BY COORDINATES TARGETS**

Abstract. During radar tracking often a situation arises when two targets are unresolved in one or more coordinates. The aim of this work is to develop an analytical technique for analyzing the accuracy of tracking of unresolved targets using methods of statistical linearization and integration of equations of probabilistic moments. Initially, the problem of analyzing the accuracy of tracking a single target is solved, and then the problem of tracking of two targets which are unresolved in one of the coordinates. A technique for analyzing the accuracy of radar tracking of two unresolved targets, the signals of which are within the width of the discriminatory characteristic is proposed. The nonlinear nature of the problem is caused by the need to take into account the form of this discriminatory characteristic. When developing the technique, the method of statistical linearization of nonlinear functions and the method of integrating equations of probabilistic moments were used.

Mathematical simulation of a single target tracking system and a tracking system for two unresolved targets was carried out. The accuracy of the technique was assessed by comparing the results of calculating means and variances of tracking errors using Monte Carlo method with the results of analytical calculations. The obtained results can be used to solve problems such as tracking a paired target, handling crossing trajectories, tracking in conditions of radar jamming, etc.

Keywords: radar, radar tracking, discriminatory characteristic, statistical linearization, mathematical simulation, Monte Carlo method

For citation. Artemiev V. M., Kostromitsky S. M., Naumov A. O. Analysis of the accuracy of radar tracking of unresolved by coordinates targets. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2024, vol. 68, no. 6, pp. 504–512 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2024-68-6-504-512>

Введение. При радиолокационном сопровождении цели возникает ситуация, когда соседняя цель оказывается неразрешенной по одной или нескольким координатам. Это приводит к тому, что в пределах ширины дискриминационной характеристики системы сопровождения появляются сигналы одновременно от двух целей. Такая ситуация в дальнейшем называется сопровождением неразрешенных целей, что приводит к увеличению ошибок сопровождения выбранной цели. Это характерно при сопровождении группы целей [1] или уводящей помехе [2]. В первом случае сопровождение может продолжаться длительное время в стационарном режиме, а во втором – кратковременно. При анализе точности сопровождения необходимо учитывать динамику поведения системы с учетом нелинейного характера дискриминатора, в общем случае при изменении разности координат целей.

Цель работы – разработка аналитической методики анализа точности сопровождения неразрешенных целей с использованием методов статистической линеаризации и интегрирования уравнений вероятностных моментов [3]. Первоначально решается задача анализа точности сопровождения одиночной цели [4], а затем – двух целей, неразрешенных по одной из координат.

Точность сопровождения одиночной цели. Функциональная схема системы сопровождения радиолокационной станции (РЛС) изображена на рис. 1.

На рис. 1 отображены: координата цели x_k в дискретные моменты времени $k = 0, 1, 2, \dots$; \hat{x}_k – оценка координаты; \tilde{x}_k – экстраполяция координаты на момент времени k по результатам оценок в предыдущие моменты времени. Дискриминатор измеряет ошибки экстраполяции $\varepsilon_k = x_k - \tilde{x}_k$ в виде функции $k_d f_d(\varepsilon_k)$. Здесь k_d называется коэффициентом преобразования дискриминатора (КД), зависящим от отношения сигнала к шумам в конкретных дискриминаторах, а функция $f_d(\varepsilon_k)$ – дискриминационной характеристикой (ДХ) со свойством $\partial f_d(\varepsilon_k) / \partial \varepsilon_k |_{\varepsilon_k=0} = 1$. Одним из вариантов аппроксимации ДХ может служить линейно-гауссова функция

$$f_d(\varepsilon_k) = \varepsilon_k e^{-\frac{\varepsilon_k^2}{\Delta^2}}, \tag{1}$$

где Δ – полуширина ДХ. График этой функции приведен на рис. 2.

Дискриминатор производит измерения с ошибкой w_k , которая полагается случайным процессом с нулевым математическим ожиданием. В результате выходной сигнал дискриминатора можно представить в виде

$$z_k = k_d f_d(\varepsilon_k) + w_k. \tag{2}$$

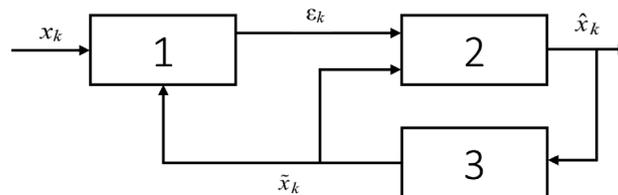


Рис. 1. Функциональная схема системы сопровождения РЛС: 1 – дискриминатор; 2 – сглаживающий фильтр; 3 – экстраполятор

Fig. 1. Functional diagram of the radar tracking system: 1 – discriminator; 2 – smoothing filter; 3 – extrapolator

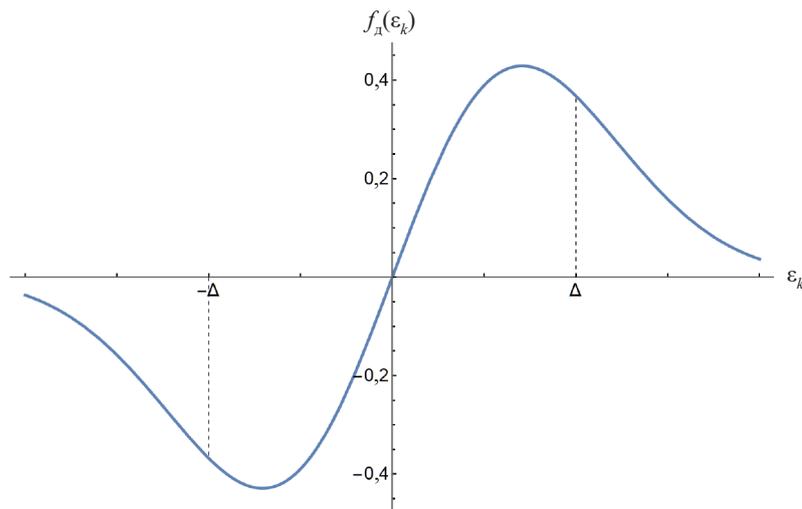


Рис. 2. Линейно-гауссова дискриминационная характеристика

Fig. 2. Linear-Gaussian discrimination characteristic

Сглаживающий фильтр служит для преобразования сигнала дискриминатора в оценку \hat{x}_k , с учетом экстраполяции \tilde{x}_k .

Нахождение алгоритма сопровождения рассматривается на основе метода наименьших квадратов, позволяющего учесть нелинейные характеристики дискриминатора, со следующим квадратичным критерием:

$$J_k(\hat{x}_k) = \alpha[z_k - k_d(\hat{x}_k - \tilde{x}_k)]^2 + (\hat{x}_k - \tilde{x}_k)^2, \quad 0 < \alpha < \infty.$$

Первое слагаемое согласует величину оценки с результатом измерений на выходе дискриминатора z_k , второе – с ее экстраполированным значением \tilde{x}_k , коэффициент α задает вес первого слагаемого. Алгоритм находится из условия минимума достаточных условий оптимальности, которое имеет вид

$$\partial J_k(\hat{x}_k) / \partial \hat{x}_k = -\alpha k_d [z_k - k_d(\hat{x}_k - \tilde{x}_k)] + (\hat{x}_k - \tilde{x}_k) = 0.$$

Из этого уравнения получается следующий алгоритм сопровождения:

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + C z_k = \tilde{x}_k + C k_d z_k f_d(\varepsilon_k) + C w_k, \quad (3)$$

где коэффициент усиления фильтра $C = \frac{\alpha k_d}{1 + \alpha k_d^2}$. Структурная схема системы сопровождения приведена на рис. 3.

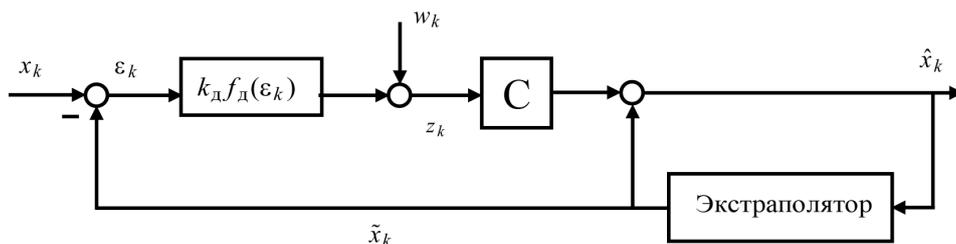


Рис. 3. Структурная схема системы сопровождения

Fig. 3. Block diagram of the tracking system

Разность $\varepsilon_k = x_k - \tilde{x}_k$ является ошибкой экстраполяции, а $e_k = x_k - \hat{x}_k$ – ошибкой сопровождения. Исходя из формул (2) и (3) получается соотношение между этими ошибками в виде нелинейного стохастического уравнения

$$e_k = \varepsilon_k - Ck_{\Delta}f_{\Delta}(\varepsilon_k) - Cw_k. \tag{4}$$

Пусть входной процесс задается посредством разностного линейного стохастического уравнения первого порядка

$$x_k = ax_{k-1} + u_k + v_k, \quad 0 < a < 1, \tag{5}$$

где v_k есть случайное приращение координаты за один период и является гауссовым белым шумом с дисперсией $\sigma_{v_k}^2$, а u_k – регулярная составляющая приращения. Уравнение для математического ожидания этого процесса $\langle x_k \rangle = m_{x_k}$ и имеет вид

$$m_{x_k} = am_{x_{k-1}} + u_k, \tag{6}$$

а уравнение для дисперсии $\langle (x_k - m_{x_k})^2 \rangle = \sigma_{x_k}^2$ выглядит следующим образом:

$$\sigma_{x_k}^2 = a^2\sigma_{x_{k-1}}^2 + \sigma_v^2. \tag{7}$$

При такой модели входного процесса в качестве экстраполирующей функции \tilde{x}_k целесообразно выбрать соотношение

$$\tilde{x}_k = a\hat{x}_{k-1}.$$

В этом случае ошибка экстраполяции выражается через ошибку сопровождения следующим образом:

$$\varepsilon_k = a(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + u_k + v_k = ae_{k-1} + u_k + v_k. \tag{8}$$

Для приближенного анализа нелинейного уравнения (4) и линейного (8) можно воспользоваться методом статистической линеаризации нелинейных функций [3]. Рассмотрим нелинейную функцию $f_{\Delta}(\varepsilon_k)$, где случайная величина ε_k имеет плотность распределения вероятностей (ПРВ) $\varphi_{\varepsilon_k}(\varepsilon_k)$ с математическим ожиданием m_{ε_k} и дисперсией $\sigma_{\varepsilon_k}^2$. Нелинейную зависимость приближенно заменяем линейной $f_{\Delta}(\varepsilon_k) \approx \varepsilon_k F_k$ таким образом, чтобы второй вероятностный момент на выходе нелинейности совпадал с аналогичным на выходе линеаризованного соотношения, что приводит к равенству

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_{\Delta}^2(\varepsilon_k)\varphi_{\varepsilon_k}(\varepsilon_k)d\varepsilon_k = F_k^2 \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_k^2\varphi_{\varepsilon_k}(\varepsilon_k)d\varepsilon_k.$$

Отсюда получаем следующее выражение для коэффициента статистической линеаризации:

$$F_k = \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_{\Delta}^2(\varepsilon_k)\varphi_{\varepsilon_k}(\varepsilon_k)d\varepsilon_k / (m_{\varepsilon_k}^2 + \sigma_{\varepsilon_k}^2) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Поскольку функция ПРВ $\varphi_{\varepsilon_k}(\varepsilon_k)$ неизвестна, она аппроксимируется гауссовой с обозначением $N(\varepsilon_k, m_{\varepsilon_k}, \sigma_{\varepsilon_k}^2)$. В результате коэффициент линеаризации становится функцией двух вероятностных моментов, т. е. $F_k = F_k(m_{\varepsilon_k}, \sigma_{\varepsilon_k}^2)$. Например, для линейно-гауссовой дискриминационной характеристики (1) она имеет вид

$$F_k(m_{\varepsilon_k}, \sigma_{\varepsilon_k}^2) = \left[\Delta^3 \frac{4\sigma_{\varepsilon_k}^4 + (m_{\varepsilon_k}^2 + \sigma_{\varepsilon_k}^2)\Delta^2}{(4\sigma_{\varepsilon_k}^2 + \Delta^2)^{\frac{5}{2}}(m_{\varepsilon_k}^2 + \sigma_{\varepsilon_k}^2)} e^{-\frac{2m_{\varepsilon_k}^2}{(4\sigma_{\varepsilon_k}^2 + \Delta^2)}} \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{9}$$

В результате уравнение ошибки сопровождения (4) линеаризуется и выглядит следующим образом:

$$e_k = D_k(m_{\varepsilon_k}, \sigma_{\varepsilon_k}^2)\varepsilon_k - Cw_k; \quad D_k(m_{\varepsilon_k}, \sigma_{\varepsilon_k}^2) = 1 - Ck_d F_k(m_{\varepsilon_k}, \sigma_{\varepsilon_k}^2).$$

Математическое ожидание ошибки сопровождения $\langle e_k \rangle = m_{e_k}$ находится из уравнения

$$m_{e_k} = D_k(m_{\varepsilon_k}, \sigma_{\varepsilon_k}^2)m_{\varepsilon_k}. \quad (10)$$

Уравнение для дисперсии ошибки сопровождения $\langle (e_k - m_{e_k})^2 \rangle = \sigma_{e_k}^2$ равно

$$\sigma_{e_k}^2 = D_k^2(m_{\varepsilon_k}, \sigma_{\varepsilon_k}^2)\sigma_{\varepsilon_k}^2 + C^2\sigma_{w_k}^2. \quad (11)$$

Исходя из уравнения (8), математическое ожидание ошибки экстраполяции $\langle \varepsilon_k \rangle = m_{\varepsilon_k}$ имеет вид

$$m_{\varepsilon_k} = am_{\varepsilon_{k-1}} + u_k, \quad (12)$$

а уравнение дисперсии ошибки экстраполяции $\langle (\varepsilon_k - m_{\varepsilon_k})^2 \rangle = \sigma_{\varepsilon_k}^2$ определяется выражением

$$\sigma_{\varepsilon_k}^2 = a^2\sigma_{\varepsilon_{k-1}}^2 + \sigma_{v_k}^2. \quad (13)$$

Уравнения (9)–(13) образуют замкнутую систему нелинейных уравнений, что позволяет оценить математическое ожидание и дисперсию как ошибок экстраполяции, так и ошибок сопровождения с учетом коэффициента статистической линеаризации. При этом функция ПРВ ошибок экстраполяции аппроксимируется гауссовой функцией $N(\varepsilon_k, m_{\varepsilon_k}, \sigma_{\varepsilon_k}^2)$, а ошибок сопровождения – функцией $N(e_k, m_{e_k}, \sigma_{e_k}^2)$. Эти уравнения позволяют оценивать точность сопровождения одиночной цели.

Результаты моделирования системы сопровождения одиночной цели. Цель моделирования состояла в сравнительной оценке ошибок сопровождения одиночной цели, полученных методами статистических испытаний и статистической линеаризации для различных параметров системы. При статистических испытаниях использовались уравнения ошибок (4) и (8), а для метода статистической линеаризации – уравнения (9)–(13). Моделирование осуществлялось в стационарном режиме, а для переменных использовался относительный масштаб с единицей измерения, равной полуширине дискриминационной характеристики Δ (рис. 2). Уравнения вероятностных моментов входного процесса (6) и (7) в стационарном режиме имеют вид

$$u = (1-a)m_x; \quad \sigma_w^2 = (1-a^2)\sigma_x^2.$$

Результаты моделирования приведены в таблицах. В табл. 1 показано влияние дисперсии ошибок измерений σ_w^2 на дисперсию ошибок сопровождения σ_e^2 при следующих параметрах: $\alpha = 1$, $\Delta = 1$, $k_d = 1$, $u = 0$, $\sigma_v^2 = 0$. Для сравнения с аналитическими результатами в табл. 1 приведены данные статистических испытаний по 10^5 реализациям.

Т а б л и ц а 1. Влияние дисперсии ошибок измерений σ_w^2 на дисперсию ошибок сопровождения σ_e^2

T a b l e 1. The impact of the variance of measurements errors σ_w^2 on the variance of tracking errors σ_e^2

σ_w^2	0,1	0,15	0,2	0,25	0,5
σ_e^2 (стат. исп.)	0,0325	0,0502	0,0682	0,0884	0,207
σ_e^2	0,0326	0,0498	0,0678	0,0864	0,190
Ошибка σ_e^2 , %	0,3	0,8	0,6	2,3	8,2

Влияние дисперсии σ_v^2 случайной составляющей процесса изменения координаты цели на дисперсию ошибок сопровождения σ_e^2 показано в табл. 2 при значениях параметров: $\alpha = 1, \Delta = 1, k_d = 1, u = 0, \sigma_w^2 = 0$.

Таблица 2. Влияние дисперсии σ_v^2 на дисперсию ошибок сопровождения σ_e^2
Table 2. The impact of the variance σ_v^2 on the variance of tracking errors σ_e^2

σ_v^2	0,01	0,025	0,05	0,075	0,1
σ_e^2 (стат. исп.)	0,0034	0,0099	0,0249	0,0477	0,0815
σ_e^2	0,0034	0,0097	0,0235	0,0415	0,0642
Ошибка σ_e^2 , %	0,0	2,0	5,6	13,0	21,2

Влияние математического ожидания координат цели m_x на величину математического ожидания m_e и дисперсии σ_e^2 ошибки сопровождения показано в табл. 3 при следующих параметрах: $\alpha = 1, \Delta = 1, k_d = 1, u = 0, \sigma_v^2 = 0,05, \sigma_w^2 = 0,2$.

Таблица 3. Влияние значений m_x на математическое ожидание m_e и дисперсию σ_e^2 ошибки сопровождения
Table 3. The impact of the values m_x on the mean value m_e the variance σ_e^2 of tracking errors

m_x	0,02	0,046	0,09	0,14	0,18
m_e (стат. исп.)	0,0163	0,0437	0,0907	0,141	0,202
σ_e^2 (стат. исп.)	0,117	0,120	0,127	0,141	0,173
m_e	0,0150	0,0379	0,0782	0,123	0,175
σ_e^2	0,105	0,106	0,108	0,112	0,117
Ошибка m_e , %	8,0	13,3	13,8	12,8	13,4
Ошибка σ_e^2 , %	10,3	11,7	15,0	20,6	32,4

Результаты позволяют выделить область параметров, где метод статистической линеаризации обеспечивает точность порядка 20 % по сравнению с результатами статистических испытаний.

Точность сопровождения двух неразрешенных целей. Полагается, что на входе дискриминатора в пределах ширины ДХ имеются сигналы от двух неразрешенных по координате целей с уравнениями статистически независимых координат $x_{1k} = \alpha x_{1k-1} + u_{1k} + v_{1k}$ и $x_{2k} = \alpha x_{2k-1} + u_{2k} + v_{2k}$, где u_{1k}, u_{2k} – регулярные составляющие, а v_{1k}, v_{2k} – белые шумы с дисперсиями σ_{1v}^2 и σ_{2v}^2 . Ошибки сопровождения целей равны $e_{1k} = x_{1k} - \hat{x}_k, e_{2k} = x_{2k} - \hat{x}_k$, а ошибки экстраполяции $\varepsilon_{1k} = x_{1k} - \tilde{x}_k, \varepsilon_{2k} = x_{2k} - \tilde{x}_k$, где \hat{x}_k – выходной процесс системы сопровождения, а \tilde{x}_k – экстраполяция координат. При линейных характеристиках антенной системы и приемника сигнал на выходе дискриминатора равен сумме сигналов от первой и второй целей. Параметры алгоритма сопровождения выбраны для первой цели, полагаемой основной. Структурная схема системы изображена на рис. 4, где коэффициент усиления фильтра $C = \alpha k_{1d} / (1 + \alpha k_{1d}^2)$, а экстраполяция координат $\tilde{x}_k = \alpha \hat{x}_{k-1}$.

Исходя из этой схемы, уравнение оценки \hat{x}_k выглядит следующим образом:

$$\hat{x}_k = \alpha \hat{x}_{k-1} + C[k_{1d}f_d(\varepsilon_{1k}) + k_{2d}f_d(\varepsilon_{2k})] + Cw_k, \tag{14}$$

где $w_k = w_{1k} + w_{2k}$ – ошибка измерений, состоящая из двух слагаемых. При использовании метода статистической линеаризации функции $f_d(\varepsilon_{1k})$ и $f_d(\varepsilon_{2k})$ заменяются на линейные вида $f_d(\varepsilon_{1k}) \approx \varepsilon_{1k}F_k(m_{1\varepsilon k}, \sigma_{1\varepsilon k}^2)$ и $f_d(\varepsilon_{2k}) \approx \varepsilon_{2k}F_k(m_{2\varepsilon k}, \sigma_{2\varepsilon k}^2)$, где коэффициенты статистической линеаризации зависят от вероятностных моментов ошибок экстраполяции первого и второго порядков $\langle \varepsilon_{ik} \rangle = m_{i\varepsilon k}, \langle (\varepsilon_{ik} - m_{i\varepsilon k})^2 \rangle = \sigma_{i\varepsilon k}^2, i = 1, 2$.

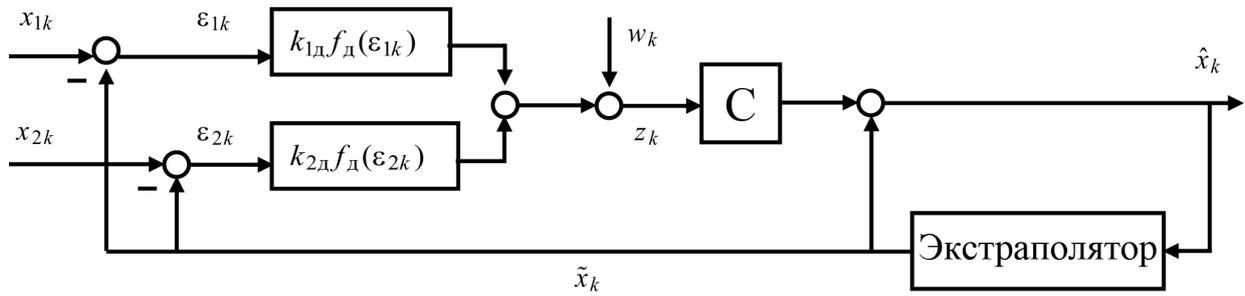


Рис. 4. Структурная схема системы сопровождения при наличии двух неразрешенных целей

Fig. 4. Block diagram of a tracking system in the presence of two unresolved targets

Уравнения ошибок сопровождения принимают вид

$$e_{ik} = D_{ik}\varepsilon_{ik} - B_{jk}\varepsilon_{jk} - Cw_k, \quad i = \overline{1, 2}, \quad j = \overline{2, 1}, \quad (15)$$

где $B_{jk} = Ck_{jд}F_k(m_{j\varepsilon_k}, \sigma_{j\varepsilon_k}^2)$, $D_{ik} = 1 - B_{ik}$.

Уравнения ошибок экстраполяции выглядят следующим образом:

$$\varepsilon_{ik} = a\varepsilon_{ik-1} + u_{ik} + v_{ik}, \quad i = \overline{1, 2}. \quad (16)$$

Уравнения (15) и (16) совместно с (9) образуют замкнутую систему стохастических разностных уравнений ошибок, линейных по координатам и нелинейных за счет коэффициентов статистической линеаризации. От стохастических уравнений ошибок можно перейти к уравнениям вероятностных моментов ошибок первого и второго порядков [4].

Для математических ожиданий ошибок экстраполяции $m_{i\varepsilon_k}$ уравнения моментов находятся исходя из уравнений (16) и имеют вид

$$m_{i\varepsilon_k} = am_{i\varepsilon_{k-1}} + u_{ik}. \quad (17)$$

Для математических ожиданий ошибок сопровождения m_{ie_k} на основе (15) находятся уравнения

$$m_{ie_k} = D_{ik}m_{i\varepsilon_k} - B_{jk}m_{j\varepsilon_k}, \quad i = \overline{1, 2}, \quad j = \overline{2, 1}. \quad (18)$$

Уравнения дисперсий ошибок экстраполяции $\sigma_{i\varepsilon_k}^2$, исходя из (16), равны

$$\sigma_{i\varepsilon_k}^2 = a^2\sigma_{i\varepsilon_{k-1}}^2 + \sigma_{iv_k}^2, \quad (19)$$

где учтено, что ошибка сопровождения e_{ik-1} статистически независима от v_{ik} . Уравнения дисперсии ошибок сопровождения $\sigma_{ie_k}^2$ находятся на основе (15) и имеют вид

$$\sigma_{ie_k}^2 = D_{ik}^2\sigma_{i\varepsilon_k}^2 + B_{jk}^2\sigma_{j\varepsilon_k}^2 + C^2\sigma_{iw_k}^2 - 2D_{ik}B_{jk}\langle(\varepsilon_{ik} - m_{i\varepsilon_k})(\varepsilon_{jk} - m_{j\varepsilon_k})\rangle, \quad i = \overline{1, 2}, \quad j = \overline{2, 1}. \quad (20)$$

Здесь учтено, что в момент k ошибки измерений w_{ik} статистически независимы от ошибок экстраполяции ε_{ik} . В дальнейшем при расчетах слагаемые с ковариационной функцией ошибок экстраполяции $\langle(\varepsilon_{ik} - m_{i\varepsilon_k})(\varepsilon_{jk} - m_{j\varepsilon_k})\rangle$ полагаем равными нулю, что при статистически независимых воздействиях x_{1k} и x_{2k} соответствует предположению о статистической независимости ошибок экстраполяции ε_{1k} и ε_{2k} .

Уравнения вероятностных моментов ошибок (17)–(20) совместно с функцией (9) образуют замкнутую систему нелинейных разностных уравнений, решение которой позволяет оценить математические ожидания m_{iek} и дисперсии σ_{iek}^2 ошибок сопровождения.

Результаты моделирования системы сопровождения двух неразрешенных целей. С целью проверки работоспособности методики анализа точности системы сопровождения проведено моделирование с использованием уравнений (9), (17)–(20) в стационарном режиме, с относительным масштабом значений переменных, равным Δ . В качестве модели траектории выбраны уравнения (5)–(7) для каждой из целей. Проведено сравнение аналитических результатов с соответствующими результатами статистических испытаний на основе уравнения (14) по 10^5 реализациям. В стационарном режиме параметры входных воздействий u_1 и u_2 полагались постоянными и исследовалось влияние разности математических ожиданий координат целей $\delta = m_{1x} - m_{2x} = (u_1 - u_2) / (1 - a)$ на математические ожидания m_{ie} и дисперсии σ_{ie}^2 ($i = \overline{1, 2}$) сопровождения каждой из них. Моделирование проводилось при следующих значениях параметров: $a = 0,9$, $\alpha = 1$, $\Delta = 1$, $u_1 = 0$, $k_{1д} = 1$, $k_{2д} = 2$, $\sigma_{1v}^2 = \sigma_{2v}^2 = 0,003$, $\sigma_w^2 = 0,03$. В качестве переменной рассматривалась разность математических ожиданий координат целей $\delta = -0,2; -0,4; -0,6; -0,8; -1$. Результаты моделирования и их сравнение с данными статистических испытаний приведены в табл. 4.

Т а б л и ц а 4. Влияние разности координат целей δ на ошибки сопровождения

Table 4. The impact of the difference of the targets coordinates δ on the tracking errors

δ	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8	-1
m_{1e} (стат. исп.)	-0,138	-0,280	-0,431	-0,585	-0,759
σ_{1e}^2 (стат. исп.)	0,0240	0,0242	0,0255	0,0289	0,0366
m_{1e}	-0,139	-0,281	-0,429	-0,585	-0,758
σ_{1e}^2	0,0268	0,0266	0,0266	0,0273	0,0291
Ошибка m_{1e} , %	0,7	0,4	0,5	0,0	0,1
Ошибка σ_{1e}^2 , %	11,7	9,9	4,3	5,5	20,5
m_{2e} (стат. исп.)	0,0611	0,118	0,172	0,214	0,238
σ_{2e}^2 (стат. исп.)	0,0120	0,0110	0,0098	0,0089	0,0088
m_{2e}	0,0604	0,118	0,171	0,214	0,242
σ_{2e}^2	0,0126	0,0120	0,0114	0,0107	0,0099
Ошибка m_{2e} , %	1,1	0,0	0,6	0,0	1,7
Ошибка σ_{2e}^2 , %	5,0	9,1	16,3	20,2	12,5

При использованных параметрах модуль ошибки оценки математического ожидания не превышал 2 %, а дисперсии – 20 %.

Заключение. Методика оценки точности радиолокационного сопровождения неразрешенных целей основана на использовании известных методов статистической линеаризации нелинейных функций и интегрирования уравнений вероятностных моментов. Показателями точности являются математическое ожидание и дисперсия ошибки сопровождения. Сравнение ошибок сопровождения каждой из целей позволяет в среднем оценивать к какой из них ближе всего находится оцениваемая траектория. Методику можно использовать при решении таких задач, как сопровождение парной цели, сопровождение при пересечении траекторий, сопровождение в условиях уводящей помехи и др. Решение этих задач помимо оценок точности сопровождения требует нахождения вероятностей перехода с сопровождения одной цели на другую, что может быть направлением дальнейших исследований.

Список использованных источников

1. Mahler, R. Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion / R. Mahler. – Artech House Publishers, 2007. – 888 p.
2. Цветнов, В. В. Радиоэлектронная борьба: радиоразведка и радиопротиводействие / В. В. Цветнов, В. П. Дёмин, А. И. Куприянов. – М., 1998. – 220 с.

3. Казаков, И. Е. Анализ стохастических систем в пространстве состояний / И. Е. Казаков, С. В. Мальчиков. – М., 1983. – 384 с.
4. Артемьев, В. М. Справочное пособие по методам исследования радиоэлектронных следающих систем / В. М. Артемьев. – Минск, 1984. – 168 с.

References

1. Mahler R. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Artech House Publishers, 2007. 888 p.
2. Tsvetnov V. V., Demin V. P., Kupriyanov A. I. *Electronic warfare: radio intelligence and radio countermeasures*. Moscow, 1998. 220 p. (in Russian).
3. Kazakov I. E., Mal'chikov S. V. *Analysis of stochastic systems in state space*. Moscow, 1983. 384 p. (in Russian).
4. Artem'ev V. M. *Handbook on research methods for radio-electronic tracking systems*. Minsk, 1984. 168 p. (in Russian).

Информация об авторах

Артемьев Валентин Михайлович – член-корреспондент, д-р техн. наук, профессор, гл. науч. сотрудник. Институт прикладной физики НАН Беларуси (ул. Академическая, 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by.

Костромицкий Сергей Михайлович – член-корреспондент, д-р техн. наук, профессор, директор. Центр радиотехники НАН Беларуси (ул. П. Бровки, 15/5, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: info@radiotechnika.by.

Наумов Александр Олегович – канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией. Институт прикладной физики НАН Беларуси (ул. Академическая, 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: naumov@iaph.bas-net.by.

Information about the authors

Artemiev Valentin M. – Corresponding Member, D. Sc. (Engineering), Professor, Chief Researcher. Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by.

Kostromitsky Sergei M. – Corresponding Member, D. Sc. (Engineering), Professor, Director. Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus (15/5, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: info@radiotechnika.by.

Naumov Alexander O. – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of the Laboratory. Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: naumov@iaph.bas-net.by.