

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ
TECHNICAL SCIENCESУДК 621.396.96
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2025-69-1-64-75>Поступило в редакцию 17.06.2024
Received 17.06.2024**Член-корреспондент С. М. Костромицкий¹, Д. С. Нефёдов², А. А. Дятко³**¹*Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*²*Военная академия Республики Беларусь, Минск, Республика Беларусь*³*Белорусский государственный технологический университет, Минск, Республика Беларусь***МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ БЕСПИЛОТНЫХ
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ПРИ НЕГАУССОВСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ
КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД**

Аннотация. Разработана структура и алгоритмы функционирования имитатора радиолокационных сигналов, отраженных от малоразмерных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Особенностью имитатора является возможность формирования произвольно коррелированных реализаций входного воздействия радиолокационной станции для случаев, когда случайная амплитуда отраженного сигнала (ОС) имеет распределение Рэлея, Накагами, Вейбулла или логнормальное распределение. Представлены аналитические выражения для расчета параметров плотности распределения вероятности, а также формирования отсчетов случайной амплитуды ОС с заданным законом распределения из отсчетов исходных реализаций гауссовского процесса. Предусмотрена нормировка средней мощности ОС к среднему значению эффективной поверхности рассеяния моделируемой цели и обеспечение заданного времени корреляции флуктуаций комплексных амплитуд ОС. Параметры формируемых реализаций ОС соответствуют значениям реальных радиолокационных характеристик малоразмерных БПЛА, полученных экспериментально. Применением предложенного имитатора является анализ эффективности вновь разрабатываемых и известных алгоритмов обнаружения БПЛА методом математического моделирования.

Ключевые слова: радиолокационная станция, малоразмерный беспилотный летательный аппарат, отраженный сигнал, случайная амплитуда, плотность распределения вероятности, математическое моделирование, время корреляции флуктуаций

Для цитирования. Костромицкий, С. М. Моделирование радиолокационных сигналов беспилотных летательных аппаратов при негауссовских распределениях комплексных амплитуд / С. М. Костромицкий, Д. С. Нефёдов, А. А. Дятко // Доклады Национальной академии наук Беларуси. – 2025. – Т. 69, № 1. – С. 64–75. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2025-69-1-64-75>

Corresponding Member Sergey M. Kostromitsky¹, Denis S. Nefedov², Aleksandr A. Dyatko³¹*Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*²*Military Academy of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*³*Belarusian State Technological University, Minsk, Republic of Belarus***SIMULATING RADAR SIGNALS OF UNMANNED AERIAL VEHICLES
FOR NON-GAUSSIAN DISTRIBUTIONS OF COMPLEX AMPLITUDES**

Abstract. The structure and functioning algorithms of the simulator of radar signals reflected from small-sized unmanned aerial vehicles (UAVs) have been developed. A specific feature of the simulator is the ability to generate arbitrarily correlated signal implementations of the radar input influence for the cases where the random amplitude of the reflected signal (RS) has a Rayleigh, Nakagami, Weibull or lognormal distribution. Analytical expressions are presented for calculating the parameters of the probability density function, as well as generating samples of the random amplitude of the RS with a given distribution law from the samples of the initial implementations of the Gaussian process. Provision is made for normalizing the RS average power to the average value of the modeled target RCS and a specified correlation time for fluctuations of RS

complex amplitudes is ensured. The parameters of the generated RS implementations correspond to the values of real radar characteristics of small-sized UAVs obtained experimentally. The application of the proposed simulator is to analyze the effectiveness of newly developed and known UAV detection algorithms using the mathematical modeling method.

Keywords: radar, small-sized unmanned aerial vehicle, reflected signal, random amplitude, probability density function, mathematical modeling, fluctuation correlation time

For citation. Kostromitsky S. M., Nefedov D. S., Dyatko A. A. Simulating of radar signals of unmanned aerial vehicles for non-Gaussian distributions of complex amplitudes. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2025, vol. 69, no. 1, pp. 64–75 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2025-69-1-64-75>

Введение. Для анализа показателей эффективности алгоритмов функционирования устройств первичной обработки радиолокационных сигналов широко применяется метод имитационного моделирования, который предполагает генерирование входного воздействия радиолокационной станции (РЛС) в виде аддитивной смеси сигнала, отраженного от цели, шума и помех. Требования к частотно-временной структуре и статистическим характеристикам составляющих входного воздействия определяются необходимостью как можно более точного воспроизведения свойств реальных сигналов, с учетом возможных вариаций их отдельных параметров.

Моделирование отраженного сигнала (ОС) осуществляется на основании представления цели совокупностью «блестящих точек» (БТ), распределенных по поверхности цели заданным или случайным образом [1–3]. Как правило, полагается, что БТ обладают примерно одинаковыми значениями средней эффективной поверхности рассеяния (ЭПР), а их относительные фазы – взаимно независимы и распределены равномерно на интервале от 0 до 2π . Такой подход оправдан для многих реальных радиолокационных целей, позволяет воспроизводить статистические свойства ОС, в том числе с учетом перемещения цели по заданной траектории. Формируемые при этом отражения от цели соответствуют модели Сверлинга 1 или 2 вида, а ОС представляет собой гауссовский случайный процесс (СП).

Использование гауссовского распределения ОС представляется исследователям довольно практичным, поскольку позволяет относительно просто аналитически описывать нелинейные преобразования гауссовских случайных процессов в устройствах тракта обработки, генерировать реализацию входного воздействия РЛС с заданными корреляционными свойствами.

Вместе с тем в практике радиолокационного наблюдения встречаются случаи, когда распределение ЭПР цели не является экспоненциальным, а распределение случайной фазы ОС – равномерным. При этом распределение входного воздействия РЛС будет отличаться от гауссовского, что повлечет изменение показателей эффективности алгоритмов обработки, а также может потребовать корректировки традиционных алгоритмов обнаружения, синтезированных при условии гауссовских входных воздействий.

Примером радиолокационных целей, для которых могут проявляться указанные отличия, являются малоразмерные беспилотные летательные аппараты (БПЛА). Экспериментальные исследования показывают, что распределение ЭПР данного класса целей практически всегда отличается от экспоненциального и довольно точно аппроксимируется одним из трех распределений: логнормальным, гамма или Вейбулла [4–9].

Проблемы, возникающие при радиолокационном обнаружении малоразмерных БПЛА, придают необходимости точного учета отличий радиолокационных характеристик первостепенное значение. Эффективная обработка сигналов, отраженных от БПЛА, и связанный с этим энергетический выигрыш при их обнаружении обеспечивается точным учетом статистических свойств ОС, что определяет практическую потребность оценки законов распределения значений ЭПР БПЛА и их влияния на эффективность алгоритмов обнаружения.

В отечественной и зарубежной литературе имеется множество публикаций, посвященных анализу показателей эффективности обнаружения негауссовских сигналов, например [10; 11]. Как правило, данные публикации содержат результаты аналитических преобразований одномерных плотностей распределения вероятности (ПРВ) линейными и нелинейными устройствами тракта обработки с целью получения закона распределения статистики на входе пороговых устройств и построения характеристик обнаружения. Вместе с тем очевидной является необхо-

димось учета всей реализации ОС, как правило коррелированной, которая описывается многомерной ПРВ. Обобщить полученные результаты на случай произвольно коррелированных последовательностей, а тем более выполнить синтез устройств первичной обработки радиолокационных сигналов для многомерных негауссовских распределений весьма затруднительно. Основной причиной таких ограничений является отсутствие аналитического описания произвольно коррелированных последовательностей при многомерных негауссовских ПРВ. Имеющиеся в литературе попытки таких описаний, например [12], являются громоздкими и фактически трудно применимы на практике.

Одним из возможных решений указанных проблем является применение имитационного моделирования, которое позволяет не только оценивать показатели эффективности устройств обнаружения при произвольных входных воздействиях, но и осуществить поиск (путем многократных модельных экспериментов) оптимальных (квазиоптимальных) алгоритмов обнаружения и распознавания малоразмерных БПЛА.

Цель исследования – разработка структуры и алгоритмов функционирования имитатора ОС на входе РЛС при условии возможного отличия закона распределения ЭПР цели от экспоненциального. В качестве объекта радиолокационного наблюдения рассматривается БПЛА как относительно новый класс цели, характеризующийся высокой сложностью обнаружения. Исходные данные для построения имитатора – законы распределения ЭПР и время корреляции флуктуаций комплексных амплитуд ОС, выбраны применительно к рассматриваемому классу.

Существенное внимание в сообщении уделено особенностям моделирования, к которым относится выполнение требования по нормировке мощности входной реализации ОС и формирование ее при заданном времени корреляции флуктуаций комплексных амплитуд с учетом реальных значений радиолокационных характеристик малоразмерных БПЛА.

Структура и алгоритмы функционирования имитатора сигнала, отраженного от малоразмерного БПЛА. Модель ОС на входе РЛС в виде временного процесса может быть представлена произведением комплексной огибающей ОС и комплексного закона модуляции зондирующего сигнала. В дискретном времени выражение для отсчетов ОС имеет вид [13]

$$m_i = E_{c_i} e^{j\varphi_{c_i}} U_L(t_i - t_r) e^{j2\pi(f_0 + F_{dc})t_i}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где E_{c_i} – i -й отсчет случайной амплитуды ОС; φ_{c_i} – i -й отсчет случайной фазы ОС; $U_L(t_i - t_r)$ – отсчет комплексного закона модуляции зондирующего сигнала для дискретного момента времени t_i ; t_r – время запаздывания ОС, обусловленное дальностью до цели; f_0 – несущая частота РЛС; F_{dc} – доплеровское смещение частоты ОС; N – количество отсчетов на интервале наблюдения.

Вектор отсчетов $\mathbf{m}^T = \{m_1, m_2, \dots, m_N\}$ представляет собой реализацию случайного процесса. Полагается, что случайный процесс является стационарным и эргодическим. Реализация случайного процесса должна соответствовать двум требованиям: средняя мощность ОС $\sigma_c^2 = k_{\text{РЛС}} \bar{\sigma}_c$, где $k_{\text{РЛС}}$ – энергетический коэффициент; $\bar{\sigma}_c$ – средняя ЭПР БПЛА; время корреляции флуктуаций случайного процесса, полученное усреднением по множеству реализаций, соответствует требуемому времени корреляции флуктуаций комплексной огибающей ОС τ_c . Диапазоны значений $\bar{\sigma}_c = 0,001\text{--}0,1 \text{ м}^2$, $\tau_c = 30\text{--}250 \text{ мс}$, что соответствует реальным малоразмерным БПЛА различных типов в различных режимах полета [14].

Структурная схема, реализующая формирование вектора отсчетов ОС в соответствии с (1), представлена на рис. 1.

Исходными данными для формирования входной реализации ОС являются:

параметры РЛС: закон модуляции; $T_{\text{п}}$ – период повторения импульсов зондирующего сигнала; T_0 – длительность импульса; f_0 ; P_0 – импульсная мощность передатчика; $G_{\text{РПУ}}$, $G_{\text{РПРУ}}$ – коэффициенты направленного действия передающей и приемной антенны РЛС;

параметры цели: вид ПРВ значений ЭПР; $\bar{\sigma}_c$; V_c , r_c – радиальная скорость и наклонная дальность цели; τ_c .

Блок формирования отсчетов комплексного закона модуляции зондирующего сигнала формирует дискретные отсчеты в моменты времени t_i , поступающие от генератора с интервалом



Рис. 1. Структурная схема имитатора отраженного сигнала

Fig. 1. Block diagram of the RS simulator

дискретизации Δt , равным удвоенной ширине спектра зондирующего сигнала. В качестве законов модуляции используются последовательности простых прямоугольных, линейно-частотно-модулированных и кодофазоманипулированных радиоимпульсов.

На интервале времени, равном длительности импульса, случайная амплитуда и фаза комплексной огибающей ОС считаются постоянными, что позволяет ограничить размер формируемой выборки комплексной огибающей с $N = T_n / \Delta t$ до $L = T_n / T_n$. Таким образом, на интервале $\{t_{1+(k-1)T_n}; t_{1+T_n/\Delta t+(k-1)T_n}\}$, $k = 1, L$, выходные отсчеты блока формирования комплексной огибающей одинаковы.

Особенностью рассматриваемого имитатора является возможность выбора вида ПРВ значений ЭПР цели, которая реализована в блоке формирования отсчетов комплексной огибающей ОС. Набор возможных распределений значений ЭПР включает: экспоненциальное распределение; гамма распределение; распределение Вейбулла и логнормальное распределение.

В основу алгоритма функционирования блока формирования отсчетов комплексной огибающей ОС положен известный метод формирования реализаций случайного процесса с произвольным законом распределения и корреляционной функцией [15, с. 111; 16, с. 326; 17]. Метод основан на нелинейном преобразовании случайной реализации коррелированного случайного процесса с гауссовской многомерной ПРВ. Блок-схема алгоритма функционирования блока формирования отсчетов комплексной огибающей ОС изображена на рис. 2.

Перед рассмотрением предложенного алгоритма необходимо сделать вводное замечание. Известно [15], что всегда существует такое нелинейное преобразование гауссовского случайного

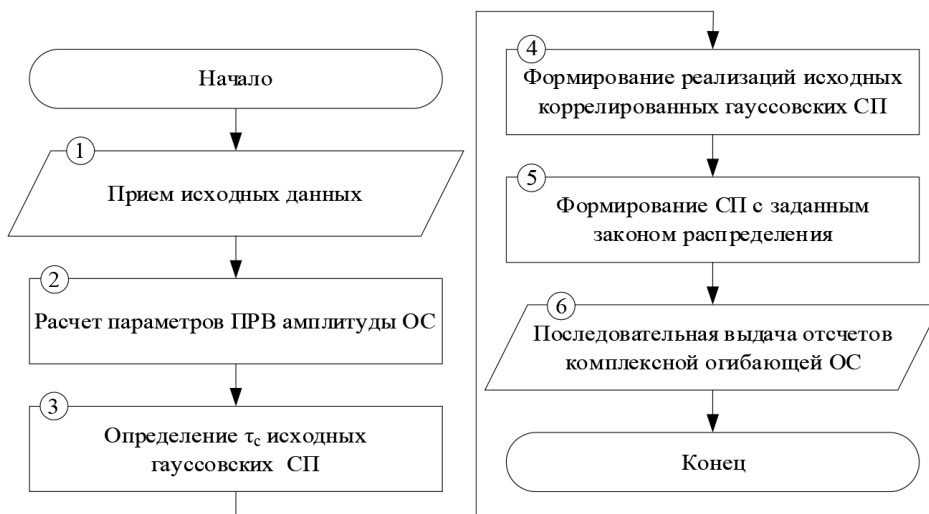


Рис. 2. Блок-схема алгоритма функционирования блока формирования отсчетов комплексной огибающей ОС

Fig. 2. Block diagram of the functioning algorithm of the block for sample formation of the RS complex envelope

процесса, которое позволяет получить случайный процесс с заданной ПРВ. Во многих случаях получить аналитическую запись данного нелинейного преобразования затруднительно, что приводит к необходимости использования численных методов. Особенностью рассматриваемых распределений значений ЭПР БПЛА является возможность получения выборки с заданным распределением на основании известного аналитического нелинейного преобразования совокупности реализаций независимых гауссовских процессов с одинаковыми статистическими свойствами. В случае каждого распределения ЭПР количество исходных реализаций гауссовских процессов будет различным. Например, для получения реализации случайного процесса с распределением Рэлея достаточно двух гауссовских реализаций, а для логнормального – одной.

Рассмотрим содержание этапов предложенного алгоритма с учетом особенностей их реализации.

1. *Прием исходных данных.* Исходными данными для алгоритма являются вид ПРВ, значение средней ЭПР, наклонная дальность до цели, время корреляции флуктуаций комплексных амплитуд, а также параметры РЛС, необходимые для определения количества отсчетов реализации комплексной огибающей L и энергетического коэффициента РЛС [13]:

$$k_{\text{РЛС}} = \frac{P_0 G_{\text{РПУ}} G_{\text{РПР}} \lambda^2}{(4\pi)^3 r_{\text{ц}}^4}, \quad (2)$$

где λ – длина волны РЛС.

В соответствии с заданным ПРВ значений ЭПР, учитывая, что E_c пропорционально $\sqrt{\sigma_{\text{ц}}}$, определяется ПРВ амплитуды ОС в соответствии с табл. 1 [18; 19].

Т а б л и ц а 1. Переход от распределений ЭПР к распределению амплитуды ОС

Table 1. Transition from RCS to RS amplitude distribution

ПРВ мгновенного значения ЭПР	ПРВ мгновенного значения амплитуды ОС
<p>Экспоненциальное распределение</p> $p(\sigma_{\text{ц}}) = \frac{1}{a_e} e^{-\frac{\sigma_{\text{ц}}}{a_e}}, \sigma_{\text{ц}} \geq 0;$ <p>a_e – параметр формы</p>	<p>Распределение Рэлея</p> $p(E_c) = \frac{E_c}{a_r^2} e^{-\frac{E_c^2}{2a_r^2}}, E_c \geq 0;$ <p>a_r – параметр формы</p>
<p>Гамма распределение</p> $p(\sigma_{\text{ц}}) = \frac{1}{b_\gamma^{a_\gamma} \Gamma(a_\gamma)} \sigma_{\text{ц}}^{a_\gamma-1} e^{-\frac{\sigma_{\text{ц}}}{b_\gamma}}, \sigma_{\text{ц}} \geq 0;$ <p>a_γ – параметр масштаба; b_γ – параметр формы; $\Gamma(a_\gamma)$ – гамма функция</p>	<p>Распределение Накагами</p> $p(E_c) = \frac{2}{\Gamma(\alpha) \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\alpha} E_c^{2\alpha-1} e^{-\frac{\alpha E_c^2}{\beta}}, E_c \geq 0;$ <p>α – параметр формы; β – параметр масштаба</p>
<p>Распределение Вейбулла</p> $p(\sigma_{\text{ц}}) = \frac{b_{w\sigma}}{a_{w\sigma}} \left(\frac{\sigma_{\text{ц}}}{a_{w\sigma}}\right)^{b_{w\sigma}-1} e^{-\left(\frac{\sigma_{\text{ц}}}{a_{w\sigma}}\right)^{b_{w\sigma}}}, \sigma_{\text{ц}} \geq 0;$ <p>$a_{w\sigma}$ – параметр масштаба; $b_{w\sigma}$ – параметр формы</p>	<p>Распределение Вейбулла</p> $p(E_c) = \frac{b_{wE}}{a_{wE}} \left(\frac{E_c}{a_{wE}}\right)^{b_{wE}-1} e^{-\left(\frac{E_c}{a_{wE}}\right)^{b_{wE}}}, E_c \geq 0;$ <p>a_{wE} – параметр масштаба; b_{wE} – параметр формы</p>
<p>Логнормальное распределение</p> $p(\sigma_{\text{ц}}) = \frac{1}{\sigma_{\text{ц}} s_\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln \sigma_{\text{ц}} - \mu_\sigma)^2}{2s_\sigma^2}}, \sigma_{\text{ц}} \geq 0;$ <p>μ_σ – параметр масштаба; s_σ – параметр формы</p>	<p>Логнормальное распределение</p> $p(E_c) = \frac{1}{E_c s_E \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln E_c - \mu_E)^2}{2s_E^2}}, E_c \geq 0;$ <p>μ_E – параметр масштаба; s_E – параметр формы</p>

2. *Расчет параметров плотности распределения вероятности амплитуды отраженного сигнала.* Одним из требований, предъявляемых к формируемой реализации ОС, является нормировка по мощности. Нормировка осуществляется относительно среднего значения ЭПР цели, т. е. средняя мощность ОС равняется $k_{\text{РЛС}} \bar{\sigma}_{\text{ц}}$. Для выполнения условия нормировки по мощности осуществляется расчет значений параметров заданной ПРВ.

Учитывая, что ОС считается стационарным и эргодическим случайным процессом, его средняя мощность равна среднему по времени любой реализации или сумме квадрата момента распределения первого порядка и центрального момента второго порядка [20, с. 93]:

$$\sigma_c^2 = k_{\text{РЛС}} \bar{\sigma}_c = (m_1 \{ \mathbf{E}_c \})^2 + \mu_2 \{ \mathbf{E}_c \}, \quad (3)$$

где $m_1 \{ \mathbf{E}_c \}$ – момент распределения первого порядка амплитуды ОС (математическое ожидание); $\mu_2 \{ \mathbf{E}_c \}$ – центральный момент распределения второго порядка амплитуды ОС (дисперсия); $\mathbf{E}_c^T = \{ E_{c1}, E_{c2}, \dots, E_{cL} \}$.

На основании условия (3), а также известных выражений, связывающих параметры рассматриваемых распределений с их центральными моментами первого и второго порядка [19], получены выражения для определения параметров различных ПРВ, учитывающие среднее значение ЭПР цели. Выражения для расчета параметров распределений приведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2. Параметры моделируемых распределений с учетом нормировки мощности ОС
 T a b l e 2. Parameters of the simulated distributions considering the normalization of the RS power

Закон распределения	Математическое ожидание и дисперсия	Параметр формы и масштаба	
Распределение Рэлея	$m_1 = a_r \sqrt{\frac{\pi}{2}}; \mu_2 = a_r^2 \left(2 - \frac{\pi}{2} \right)$	$a_r = \sqrt{\frac{k_{\text{РЛС}} \bar{\sigma}_c}{2}}$	(4)
Распределение Накагами	$m_1 = \frac{\Gamma(\alpha + 0,5)}{\Gamma(\alpha)} \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}; \mu_2 = \beta \left[1 - \frac{\Gamma^2(\alpha + 0,5)}{\alpha \Gamma^2(\alpha)} \right]$	$\alpha = 0,4-2,2;$ $\beta = k_{\text{РЛС}} \bar{\sigma}_c$	(5)
Распределение Вейбулла	$m_1 = a_{wE} \Gamma \left(\frac{1}{b_{wE}} + 1 \right);$ $\mu_2 = a_{wE}^2 \left[\Gamma \left(\frac{2}{b_{wE}} + 1 \right) - \Gamma^2 \left(\frac{1}{b_{wE}} + 1 \right) \right]$	$b_{wE} = 1,2-2,6;$ $a_{wE} = \sqrt{\frac{k_{\text{РЛС}} \bar{\sigma}_c}{\Gamma \left(\frac{2}{b_{wE}} + 1 \right)}}$	(6)
Логнормальное распределение	$m_1 = e^{\left(\frac{\mu_E + \frac{s_E^2}{2}}{2} \right)}; \mu_2 = \mu_E^2 e^{\frac{s_E^2}{2}} \left(e^{\frac{s_E^2}{2}} - 1 \right)$	$\mu_E = \frac{\ln(k_{\text{РЛС}} \bar{\sigma}_c) - 2s_E^2}{2};$ $s_E = 0,1-1,05$	(7)

Как видно из табл. 2, параметр масштаба распределений однозначно определяется произведением $k_{\text{РЛС}} \bar{\sigma}_c$ на основании выражений (4)–(7). При этом на параметр масштаба двухпараметрических распределений Вейбулла и логнормального влияет также и параметр формы. Диапазоны значений параметров формы распределений в табл. 2 соответствуют типовым значениям параметров формы распределений амплитуды ОС БПЛА, полученным в ходе экспериментальных исследований [4–9].

3. *Определение времени корреляции флуктуаций для исходного (исходных) гауссовских процессов.* Вторым требованием, предъявляемым к формируемой реализации ОС, является заданное время корреляции флуктуаций комплексных амплитуд. Для получения выходной реализации ОС с заданными корреляционными свойствами исходные реализации гауссовских процессов должны быть коррелированы. При этом, ввиду нелинейности преобразования исходных реализаций, форма корреляционной функции и время корреляции флуктуаций выходного процесса могут изменяться. Для упрощения работы алгоритма к форме корреляционной функции выходного процесса требований не предъявляется. Такое допущение является оправданным, поскольку форма междупериодной корреляционной функции ОС практически не влияет на структуру и эффективность устройств накопления [13, с. 209]. Для определенности форма корреляционной функции исходного гауссовского процесса является экспоненциальной.

Найти взаимосвязь между значениями τ_c и временем корреляции входного гауссовского процесса $\tau_{c,\text{вх}}$ весьма проблематично. Во-первых, для этого требуется решение нелинейного интегрального уравнения, связывающего входную и выходную корреляционную функцию [15]:

$$R(\tau_c) = \varphi[R_0(\tau_c)], \quad (8)$$

где $R_0(\tau_c)$, $R(\tau_c)$ – корреляционная функция исходного гауссовского процесса и реализации ОС; $\varphi[R_0(\tau_c)]$ – функция преобразования корреляционной функции, однозначно определяемая нелинейным преобразованием входного случайного процесса.

Во-вторых, на основании имеющегося аналитического решения (8), потребуется получение и решение уравнения $\tau_c = f(\tau_{c, \text{BX}})$, которое, как правило, является трансцендентным. В связи с этим более практичным представляется применение метода имитационного моделирования, позволяющего получить эмпирический вид зависимости $\tau_c = f(\tau_{c, \text{BX}})$.

Оценка применимости имитационного моделирования осуществлена на примере рэлеевской ПРВ амплитуды ОС, поскольку в этом случае известным является приближенный вид нелинейного преобразования корреляционной функции [15]:

$$R(\tau_c) \approx [R_0(\tau_c)]^2. \quad (9)$$

На основании выражения (9) для случайного процесса с экспоненциальной корреляционной функцией зависимость $\tau_c = f(\tau_{c, \text{BX}})$ является линейной функцией вида $\tau_c \approx 0,5\tau_{c, \text{BX}}$ с постоянным коэффициентом преобразования $k_{\text{пр}} \approx 0,5$.

На рис. 3 представлены графики зависимостей $\tau_c = f(\tau_{c, \text{BX}})$ для различных распределений амплитуды ОС. Зависимости получены путем усреднения оценок $\hat{\tau}_c$ для 1000 реализаций случайного процесса длительностью 100 с, что при значении $T_{\text{п}} = 50$ мкс соответствовало 200000 отсчетов.

Как видно из рис. 3, для рассматриваемых ПРВ амплитуды ОС зависимости носят линейный характер, что позволяет считать значение $k_{\text{пр}}$ на интервале рассматриваемых значений τ_c постоянным. Для случая рэлеевской ПРВ, расхождение между теоретической зависимостью $\tau_c \approx 0,5\tau_{c, \text{BX}}$ и экспериментальными результатами составляет 3–5 %, что во многих практических задачах является вполне допустимым. Предположительными причинами возникновения погрешности является приближенный характер выражения (9), а также погрешность оценки $\hat{\tau}_c$.

4. *Формирование реализаций исходных коррелированных гауссовских случайных процессов.* Формирование требуемого количества исходных реализаций гауссовского случайного процесса осуществлялось с использованием генератора случайных чисел. Для придания сформирован-

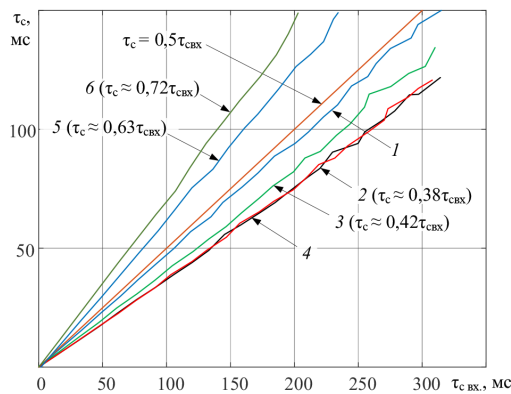


Рис. 3. Зависимости времени корреляции флуктуаций комплексных амплитуд ОС от времени корреляции флуктуаций исходных гауссовских процессов: 1, 2 – рэлеевское распределение амплитуды ОС (фаза не флуктуирующая (1), равномерное распределение фазы (2)); 3 – распределение Накагами амплитуды ОС (равномерное распределение фазы, $\alpha = 1,5$); 4, 5 – вейбулловское распределение амплитуды ОС (равномерное (4) и гауссовское (5) распределение фазы, $b_w = 2$); 6 – логнормальное распределение амплитуды ОС (нормальное распределение фазы, $s = 0,5$)

Fig. 3. The dependences of the fluctuations correlation time of RS complex amplitudes on the fluctuations correlation time of the initial Gaussian processes: 1, 2 – Rayleigh probability density function (PDF) of RS amplitude (no phase fluctuations (1), phase uniform fluctuations (2)); 3 – Nakagami PDF of RS amplitude (phase uniform fluctuations, $\alpha = 1.5$); 4, 5 – Weibull PDF of RS amplitude (uniform (4) and normal phase fluctuations (5), $b_w = 2$); 6 – lognormal PDF of RS (normal phase fluctuations, $s = 0.5$)

ным реализациям требуемых корреляционных свойств применялся известный алгоритм, описывающий работу рекурсивного фильтра [2; 15]:

$$x_{l,i+1} = e^{-\frac{T_{\Pi}}{\tau_{c, \text{ВХ}}}} x_{l,i} + \text{randn}(1) \sqrt{1 - e^{-\frac{2T_{\Pi}}{\tau_{c, \text{ВХ}}}}}, \quad (10)$$

где $x_{j,i}$ – i -й отсчет l -й коррелированной последовательности реализации гауссовского случайного процесса; $\text{randn}(1)$ – функция формирования отсчетов гауссовской случайной величины с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

5. *Формирование случайного процесса с заданным законом распределения.* На основании анализа рассматриваемых распределений и их взаимосвязи с другими распределениями, представленными в [19], получены аналитические выражения для расчета значений отсчетов амплитуды ОС из отсчетов исходных реализаций гауссовского процесса. Данные выражения имеют вид:

для распределения Рэлея: $E_{ci} = a_r \sqrt{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2}; \quad (11)$

для распределения Накагами: $E_{ci} = \sqrt{\frac{\beta}{2\alpha} \sum_{l=1}^{2\alpha} x_{l,i}^2}; \quad (12)$

для распределения Вейбулла: $E_{ci} = a_{wE} b_{wE} \sqrt{\frac{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2}{2}}; \quad (13)$

для логнормального распределения: $E_{ci} = \exp(\mu + sx_i). \quad (14)$

Необходимо заметить, что аналитическое выражение (12) для отсчетов амплитуды ОС, распределенных по закону Накагами, имеет место для фиксированных значений параметра формы равных 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5 и т. д. Это обусловлено тем, что случайная величина с распределением Накагами получается путем извлечения корня квадратного из случайной величины, имеющей гамма распределение с параметром формы $a_{\gamma} = \alpha$, которая для полуцелых значений параметра формы совпадает с распределением χ^2 с 2α степенями свободы.

На основании нелинейных преобразований (11)–(14) выборки (выборки) отсчетов $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_L\}$ формируется реализация E_c . Реализация отсчетов случайной фазы ОС формируется для двух вариантов: фаза с равномерным законом распределения; фаза с гауссовским законом распределения. Возможность рассмотрения указанных вариантов обосновывается следующим:

случай равномерного распределения фазы соответствует рэлеевским флуктуациям амплитуды ОС. Для остальных законов распределения амплитуды ОС равномерный закон распределения фазы является допущением, которое часто используется при оценке характеристик обнаружения по причине чрезвычайной чувствительной фазы к небольшим изменениям дальности до цели [18, р. 562];

случай нормального распределения фазы рассматривается как упрощенный формальный переход к неравномерным распределениям случайной фазы, характерным для целей, в составе которых можно выделить доминирующую (доминирующие) БТ, средняя ЭПР которой сравнима с суммой средних ЭПР недоминирующих БТ. Такой вариант имеет место для случая гауссовского распределения независимых квадратурных составляющих ОС с ненулевым математическим ожиданием. Как показано в [20, с. 58–60], амплитуда ОС в этом случае имеет распределение Рэлея–Райса, а распределение фазы ОС описывается выражением

$$p(\varphi_c) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{a_{rr}^2}{2\sigma_{rr}^2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{rr}} \cos(\varphi_c - \varphi_0) \Phi\left(\frac{a_{rr}}{2\sigma_{rr}} \cos(\varphi_c - \varphi_0)\right) e^{-\frac{a_{rr}^2}{2\sigma_{rr}^2} \sin^2(\varphi_c - \varphi_0)}, \quad |\varphi_c - \varphi_0| \leq \pi,$$

где a_{rr} / σ_{rr} – параметр масштаба и формы распределения Рэлея–Райса амплитуды ОС, характеризующие среднее значение ЭПР доминирующей БТ и разброс значений ЭПР относительно него; φ_0 – фаза среднего значения комплексной амплитуды ОС; $\Phi(x)$ – функция Лапласа.

На рис. 4 представлены графики ПРВ амплитуды и фазы ОС для различных соотношений a_{rr} / σ_{rr} , а также кривые гауссовской ПРВ с математическим ожиданием φ_0 и дисперсией $(a_{rr} / \sigma_{rr})^2$ (штриховые линии на рис. 4, б).

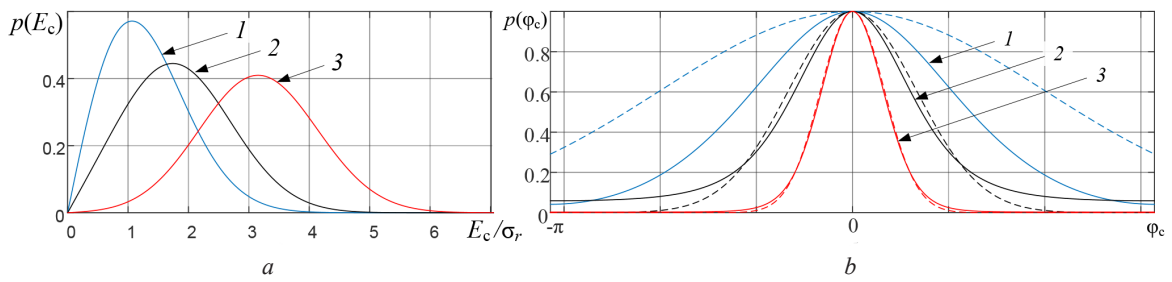


Рис. 4. Плотность распределения амплитуды (а) и фазы (б) ОС: 1 – $a_{rr} / \sigma_{rr} = 0,5$, 2 – $a_{rr} / \sigma_{rr} = 1,5$; 3 – $a_{rr} / \sigma_{rr} = 3$

Fig. 4. Probability density function of the amplitude (а) and phase of the RS (b): 1 – $a_{rr} / \sigma_{rr} = 0,5$, 2 – $a_{rr} / \sigma_{rr} = 1,5$; 3 – $a_{rr} / \sigma_{rr} = 3$

Анализ показал, что уже при значениях $a_{rr} / \sigma_{rr} \geq 1$ гауссовская ПРВ является довольно точной аппроксимацией распределения фазы ОС.

Необходимо учитывать, что рассматриваемые варианты распределений фазы ОС могут не соответствовать распределениям фазы отражений от реальных целей, для получения которых целесообразно проведение натурных измерений угловой зависимости фазы комплексного коэффициента отражения. Решение данного вопроса в сообщении не рассматривается и является одним из направлений дальнейших исследований.

6. *Последовательная выдача отсчетов комплексной огибающей.* Дискретные отсчеты реализации ОС, полученные после перемножения отсчетов комплексного закона модуляции, амплитуды и экспоненциальной функции фазы комплексной огибающей ОС по (1) накапливаются в буфере памяти. После формирования дискретной последовательности \mathbf{m} требуемого размера реализация ОС выдается на выход имитатора.

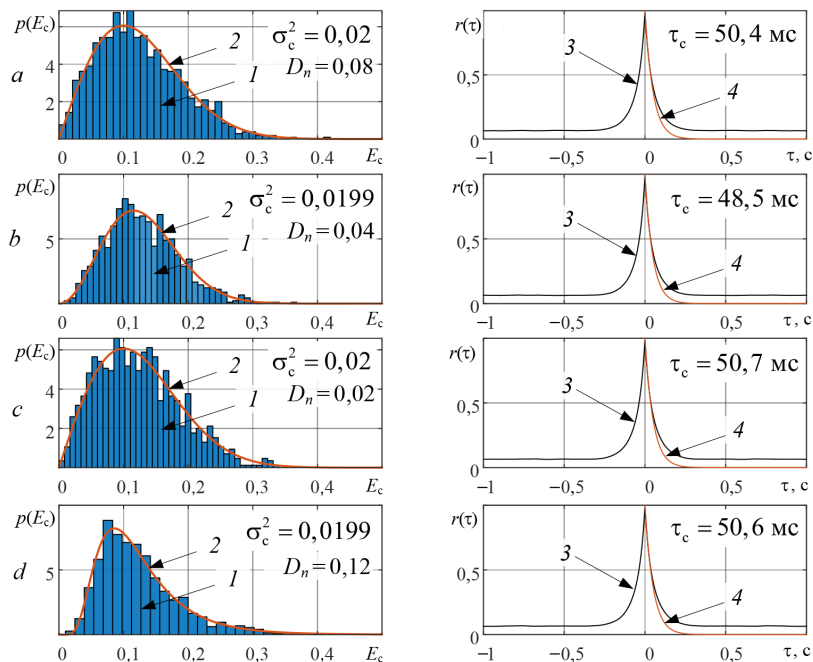


Рис. 5. Результаты моделирования: а – распределение Рэлея; б – распределение Накагами; с – распределение Вейбулла; д – логнормальное распределение; 1 – гистограмма отсчетов случайной амплитуды ОС; 2 – теоретическая ПРВ; 3 – модуль оценки корреляционной функции комплексной огибающей ОС; 4 – экспоненциальная корреляционная функция

Fig. 5. Simulation results: а – Rayleigh PDF; б – Nakagami PDF; с – Weibull PDF; д – lognormal PDF; 1 – random RS amplitude samples histogram; 2 – theoretical PDF; 3 – module for estimating the correlation function of the RS complex envelope; 4 – exponential function of correlation

Результаты моделирования. Для оценки работоспособности и корректности функционирования разработанного имитатора ОС проведено имитационное моделирование для различных условий. В качестве примера на рис. 5 представлены основные результаты моделирования в виде гистограмм отсчетов случайной амплитуды и модуля корреляционной функции комплексной огибающей ОС для следующих исходных данных: $\bar{\sigma}_{\text{ц}} = 0,02 \text{ м}^2$; $k_{\text{РЛС}} = 1$; параметры формы распределений $\alpha = 1,5$; $b_w = 2$; $s = 0,5$; $\tau_c = 50 \text{ мс}$.

Для оценки корректности моделирования на рис. 5 также представлены кривые теоретических ПРВ (кривые 2) амплитуд ОС для заданных параметров, экспоненциальные корреляционные функции (кривые 4), оценки средней мощности ОС, времени корреляции флуктуаций комплексных амплитуд, а также значения статистики критерия согласия Колмогорова–Смирнова D_n , используемого для проверки гипотезы о принадлежности генерируемых реализаций заданным распределениям. Критическое значение статистики критерия согласия Колмогорова–Смирнова \tilde{D}_n на уровне значимости 0,1 составляло 0,19.

Из представленных результатов видно, что значение статистики критерия согласия Колмогорова–Смирнова меньше критического значения, а сформированные реализации случайной амплитуды ОС соответствуют заданным исходным распределениям. Вычисленные по выражениям (4)–(7), представленным в табл. 2, параметры ПРВ позволяют сформировать реализации с одинаковой средней мощностью, равной $k_{r,k}\bar{\sigma}_{\text{ц}}$. Оценка времени корреляции флуктуаций, усредненная по множеству реализаций, соответствует заданному значению при всех видах распределений. Примечательным является тот факт, что для рассматриваемых нелинейных преобразований (11)–(14) форма корреляционной функции ОС практически не отличается от экспоненциальной.

Заключение. В результате проведенных исследований разработана структурная схема и алгоритмы функционирования имитатора, позволяющего формировать реализации радиолокационных сигналов, отраженных от малоразмерных БПЛА. Отличиями предложенного имитатора является учет радиолокационных характеристик реальных БПЛА, возможность формирования ОС при негауссовских распределениях комплексных амплитуд.

Научная значимость полученных результатов заключается в разработанной методике формирования отсчетов комплексной огибающей ОС, которая позволяет формировать коррелированные последовательности случайной амплитуды ОС, имеющие распределения Рэля, Накагами, Вейбулла, а также логнормальное распределение при условии нормировки средней мощности ОС к среднему значению ЭПР моделируемой цели и соответствия заданному значению времени корреляции флуктуаций комплексных амплитуд ОС. Представлены аналитические выражения для расчета параметров ПРВ, а также для формирования отсчетов случайной величины с заданным законом распределения из отсчетов исходных реализаций гауссовского процесса. Реализована возможность моделирования фазы ОС с равномерным и гауссовским законами распределения.

Практическое применение разработанного имитатора и полученных результатов целесообразно для оценки показателей эффективности, а также поиска оптимальных (квазиоптимальных) алгоритмов обнаружения и распознавания малоразмерных БПЛА.

Направлением дальнейших исследований является изучение эффективности классического алгоритма обнаружения, синтезированного при условии гауссовского распределения комплексных амплитуд ОС, выявление вида трансформации закона распределения ОС на выходе устройств тракта обработки, выработка предложений по совершенствованию алгоритма обнаружения, применительно к классу «малоразмерный БПЛА».

В качестве направлений совершенствования разработанного имитатора представляется добавление блоков ввода данных телеметрии, а также диаграмм обратного вторичного излучения реальных БПЛА, что позволит осуществлять динамическое моделирование процесса радиолокационного наблюдения, проводить оценку эффективности и оптимизацию алгоритмов первичной и вторичной обработки радиолокационной информации для реальных сценариев применения БПЛА.

Список использованных источников

1. Computer simulation of aerial target radar scattering, recognition, detection, and tracking / ed. Y. D. Shirman. – London, 2002. – 294 p.

2. Моделирование и обработка радиолокационных сигналов в Matlab: учеб. пособие / К. Ю. Гаврилов, И. В. Каменский, В. В. Кирдяшкин, О. Н. Линников; под ред. К. Ю. Гаврилова. – М., 2020. – 264 с.
3. Конструктор объектов программного комплекса моделирования радиолокационных сигналов / А. С. Солонар, С. Н. Ярмолик, А. С. Храменков [и др.] // Доклады БГУИР. – 2014. – № 6 (84). – С. 60–66.
4. Статистические модели флуктуаций эффективной поверхности рассеяния малоразмерных беспилотных летательных аппаратов / С. М. Костромицкий, Д. С. Нефедов, А. С. Храменков, В. Г. Чигряй // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». – 2023. – № 3. – С. 24–36.
5. Radar cross section based statistical recognition of UAVs at microwave frequencies / M. Ezuma, C. K. Anjinappa, M. Funderburk, I. Guvenc // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2022. – Vol. 58, N 1. – P. 27–46. <https://doi.org/10.1109/taes.2021.3096875>
6. Guay, R. Measurement and modelling of the dynamic radar cross-section of an unmanned aerial vehicle / R. Guay, G. Drolet, J. R. Bray // IET Radar, Sonar and Navigation. – 2017. – Vol. 11, N 7. – P. 1155–1160. <https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0520>
7. Markow, J. Statistical analysis of in-flight drone signatures / J. Markow, A. Balleri, A. Catherall // IET Radar, Sonar and Navigation. – 2022. – Vol. 16, N 11. – P. 1737–1751. <https://doi.org/10.1049/rsn2.12293>
8. Pieraccini, M. RCS measurements and ISAR Images of small UAVs / M. Pieraccini, L. Miccinesi, N. Rojhani // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. – 2017. – Vol. 32, N 9. – P. 28–32. <https://doi.org/10.1109/maes.2017.160167>
9. RCS measurements of UAVs and their statistical analysis / M. Rosamila, A. Aubry, A. Ballery [et al.] // IEEE 9th International Workshop on Metrology for AeroSpace. – Pisa, 2022. – P. 179–184. <https://doi.org/10.1109/metroaerospace54187.2022.9856394>
10. Shnidman, D. A. Radar detection probabilities and their calculation / D. A. Shnidman // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 1995. – Vol. 31, N 3. – P. 928–950. <https://doi.org/10.1109/7.395246>
11. Theory of radar detection in coherent Weibull clutter / A. Farina, A. Russo, F. Scannapieco, S. Barbarossa // IEE Proceedings F (Communications, Radar and Signal Processing). – 1987. – Vol. 134, N 2. – P. 174–190. <https://doi.org/10.1049/ip-f-1.1987.0034>
12. Федорченко, В. А. Теория многомерных распределений / В. А. Федорченко. – М., 2003. – 576 с.
13. Охрименко, А. Е. Основы радиолокации и РЭБ / А. Е. Охрименко. – М., 1983. – 456 с.
14. Костромицкий, С. М. Радиолокационные характеристики микро-БПЛА / С. М. Костромицкий, Д. С. Нефедов // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». – 2023. – № 3. – С. 12–23.
15. Быков, В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В. В. Быков. – М., 1971. – 328 с.
16. Левин, Л. Методы решения технических задач с использованием аналоговых вычислительных машин / Л. Левин. – М., 1966. – 414 с.
17. Дятко, А. А. Моделирование стационарных случайных процессов с заданными характеристиками / А. А. Дятко, С. М. Костромицкий, П. Н. Шумский // Труды Белорусского государственного технологического университета. Серия VI. Физико-математические науки и информатика. – 2006. – Вып. XIV. – С. 144–146.
18. Richards, M. A. Principles of modern radar: basic principles / M. A. Richards, J. A. Scheer, W. A. Holm. – Edison, 2010. – 924 p. <https://doi.org/10.1049/sbra021e>
19. Вадзинский, Р. Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р. Н. Вадзинский. – СПб., 2001. – 295 с.
20. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. – М., 1989. – 656 с.

References

1. Shirman Y. D. *Computer simulation of aerial target radar scattering, recognition, detection, and tracking*. London, 2002. 294 p.
2. Gavrilov K. Yu., Kamensky I. V., Kirdyashkin V. V., Linnikov O. N. *Modeling and processing of radar signals in Matlab: textbook*. Moscow, 2020. 264 p. (in Russian).
3. Solonar A. S., Yarmolik S. N., Khramenkov A. S., Mikhalkovsky A. A., Khmarsky P. A. The object designer of program modelling complex of radar-tracking signals. *Doklady BGUIR*, 2014, no. 6 (84), pp. 60–66 (in Russian).
4. Kostromitsky S. M., Nefedov D. S., Khramenkov A. S., Chigryai V. G. Statistical models of radar cross section fluctuations of small-sized unmanned aerial vehicles. *Vestnik Koncerna VKO «Almaz – Antey» = Journal of «Almaz – Antey» Air and Space Defence Corporation*, 2023, no. 3, pp. 24–36 (in Russian).
5. Ezuma M., Anjinappa C. K., Funderburk M., Guvenc I. Radar cross section based statistical recognition of UAVs at microwave frequencies. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, vol. 58, no. 1, pp. 27–46. <https://doi.org/10.1109/taes.2021.3096875>
6. Guay R., Drolet G., Bray J. R. Measurement and modelling of the dynamic radar cross-section of an unmanned aerial vehicle. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2017, vol. 11, no. 7, pp. 1155–1160. <https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0520>
7. Markow J., Balleri A., Catherall A. Statistical analysis of in-flight drone signatures. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2022, vol. 16, no. 11, pp. 1737–1751. <https://doi.org/10.1049/rsn2.12293>
8. Pieraccini M., Miccinesi L., Rojhani N. RCS measurements and ISAR images of small UAVs. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2017, vol. 32, no. 9, pp. 28–32. <https://doi.org/10.1109/maes.2017.160167>
9. Rosamila M., Aubry A., Ballery A., Carotenuto V., De Maio A. RCS measurements of UAVs and their statistical analysis. *IEEE 9th International Workshop on Metrology for AeroSpace*. Pisa, 2022, pp. 179–184. <https://doi.org/10.1109/metroaerospace54187.2022.9856394>
10. Shnidman D. A. Radar detection probabilities and their calculation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1995, vol. 31, № 3, pp. 928–950. <https://doi.org/10.1109/7.395246>

11. Farina A., Russo A., Scannapieco F., Barbarossa S. Theory of radar detection in coherent Weibull clutter. *IEE Proceedings F (Communications, Radar and Signal Processing)*, 1987, vol. 134, no. 2, pp. 174–190. <https://doi.org/10.1049/ip-f-1.1987.0034>
12. Fedorchenko V. A. *Theory of multidimensional distributions*. Moscow, 2003. 576 p. (in Russian).
13. Okhrimenko A. E. *Fundamentals of radar and electronic warfare*. Moscow, 1983. 456 p. (in Russian).
14. Kostromitsky S. M., Nefedov D. S. Radar characteristics of micro-UAV. *Vestnik Koncerna VKO «Almaz – Antey» = Journal of «Almaz – Antey» Air and Space Defence Corporation*, 2023, no. 3. pp. 12–23 (in Russian).
15. Bykov V. V. *Digital modeling in statistical radio engineering*. Moscow, 1971. 328 p. (in Russian).
16. Levin L. *Methods of solving technical problems using analog computers*. Moscow, 1966. 414 p. (in Russian).
17. Dyatko A. A., Kostromitsky S. M., Shumsky P. N. Modeling of stationary random processes with given characteristics. *Trudy Belorusskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta. Seriya VI. Fiziko-matematicheskie nauki i informatika = Proceedings of the Belarusian State Technological University. Series VI. Physical and Mathematical Sciences and Computer Science*, 2006, iss. XIV, pp. 144–146 (in Russian).
18. Richards M. A., Scheer J. A., Holm W. A. *Principles of modern radar: basic principles*. Edison, 2010. 924 p. <https://doi.org/10.1049/sbra021e>
19. Vadzinsky R. N. *Handbook of probability distributions*. Saint Petersburg, 2001. 295 p. (in Russian).
20. Levin B. R. *Theoretical foundations of statistical radio engineering*. Moscow, 1989. 656 p. (in Russian).

Информация об авторах

Костромицкий Сергей Михайлович – член-корреспондент, д-р техн. наук, профессор, директор. Центр радиотехники НАН Беларуси (ул. П. Бровки, 15/5, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: info@radiotechnika.by.

Нефёдов Денис Сергеевич – канд. техн. наук, доцент, заместитель начальника научно-исследовательской части. Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь). E-mail: varb_nefedovds@tut.by.

Дятко Александр Аркадьевич – канд. техн. наук, доцент. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, Минск, Республика Беларусь). E-mail: dyatko_a@tut.by.

Information about the authors

Kostromitsky Sergey M. – Corresponding Member, D. Sc. (Engineering), Professor, Director. Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus (15/5, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: info@radiotechnika.by.

Nefedov Denis S. – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Deputy Head of the Scientific-Research Department. Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: varb_nefedovds@tut.by.

Dyatko Aleksandr A. – Ph. D. (Engineering), Associate Professor. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlov Str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: dyatko_a@tut.by.