ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

УДК 535.36; 535.4
https://doi.org/10.29235/1561-8323-2026-70-5-370-382

Поступило в редакцию 25.09.2026
Received 25.09.2026

А. А. Мискевич, Н. А. Лойко, В. А. Лойко

Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь
пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь

УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ДВУМЕРНЫМ МАССИВОМ СФЕРИЧЕСКИХ НАНОЧАСТИЦ СЕРЕБРА В ПОГЛОЩАЮЩЕЙ МАТРИЦЕ

(Представлено академиком С. В. Гапоненко)

Аннотация. Получено решение задачи определения плотностей энергий электрического и магнитного полей, формируемых двумерным массивом сферических частиц, находящихся в светопоглощающей среде, в окрестности их поверхности при падении плоской электромагнитной волны по нормали. Оно основано на статистическом описании пространственного распределения частиц в массиве с использованием радиальных функций распределения, квазикристаллическом приближении теории многократного рассеяния волн и мультипольном разложении полей и тензорной функции Грина по векторным сферическим волновым функциям. Рассмотрено усиление полей в такой системе относительно их величин в среде без введения в нее массива частиц. Исследовано влияние на данный эффект показателя поглощения среды и типа пространственной упорядоченности массива. Результаты расчетов отлично согласуются с данными численного моделирования методом конечных элементов.

Ключевые слова: ближнее поле, двумерный массив сферических частиц, многократное рассеяние волн, светопоглощающая среда

Для цитирования. Мискевич, А. А. Усиление электромагнитного поля двумерным массивом сферических наночастиц серебра в поглощающей матрице / А. А. Мискевич, Н. А. Лойко, В. А. Лойко // Доклады Национальной академии наук Беларуси. – 2026. – Т. 70, № 5. – С. 370–382. https://doi.org/10.29235/1561-8323-2026-70-5-370-382

Alexander A. Miskevich, Natalia A. Loiko, Valery A. Loiko

B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus
68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus

ENHANCEMENT OF ELECTROMAGNETIC FIELD BY A TWO-DIMENSIONAL ARRAY OF SPHERICAL SILVER NANOPARTICLES IN AN ABSORBING MATRIX

(Communicated by Academician Sergey V. Gaponenko)

Abstract. The solution is obtained for determining electric and magnetic field energy densities formed by a two-dimensional array of spherical particles located in a light-absorbing medium near their surface, at normal incidence of a plane electromagnetic wave. It is based on the statistical description of spatial distribution of particles in an array using the radial distribution functions, quasi-crystalline approximation of the theory of multiple scattering of waves, and multipole expansion of fields and tensor Green's function in terms of vector spherical wave functions. The amplification of fields in such a system is considered relative to their values in the medium without introducing an array of particles. The influence of the absorption index of the medium and the type of spatial ordering of the array on this effect was investigated. The calculation results are in excellent agreement with the data from numerical simulation using the finite element method.

Keywords: near field, two-dimensional array of spherical particles, multiple scattering of waves, light-absorbing medium

For citation. Miskevich A. A., Loiko N. A., Loiko V. A. Enhancement of electromagnetic field by a two-dimensional array of spherical silver nanoparticles in an absorbing matrix. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2026, vol. 70, no. 5, pp. 370–382 (in Russian). https://doi.org/10.29235/1561-8323-2026-70-5-370-382

Введение. В последние десятилетия наблюдается возрастающий интерес к созданию и оптимизации оптических, оптоэлектронных, фотонных и фотохимических устройств на основе слоев микро- и наночастиц [1], которые имеют улучшенные, по сравнению с существующими,

© Мискевич А. А., Лойко Н. А., Лойко В. А., 2026

характеристики. К таким устройствам относятся оптические покрытия и фильтры, светодиоды, солнечные элементы, фотохимические микрореакторы и др. Моделирование оптических, электрических, фотохимических и других характеристик таких устройств является важным этапом их оптимизации.

В данной работе получено решение задачи определения плотностей энергий электрического и магнитного полей, формируемых двумерным массивом сферических частиц, находящихся в светопоглощающей среде, вблизи их поверхности при падении плоской электромагнитной (ЭМ) волны по нормали. Оно основано на статистическом описании пространственного распределения частиц в массиве с использованием радиальных функций распределения, квазикристаллическом приближении теории многократного рассеяния волн и мультипольном разложении полей и функции Грина по векторным сферическим волновым функциям (ВСВФ). Решение не имеет ограничений на размер частиц, показатели преломления частиц и среды. Проведено сопоставление результатов расчетов в рамках разработанного подхода для сильно упорядоченной решетки частиц с данными численного метода конечных элементов (МКЭ) для идеальной решетки и получено их отличное согласие. Рассмотрено усиление полей, вызванное введением в поглощающую матрицу массивов наноразмерных частиц с ближним и дальним порядком.

Разработанный подход позволяет целенаправленно оптимизировать оптические характеристики устройств на основе двумерных массивов (монослоев) сферических частиц и может быть использован для моделирования и оптимизации оптических свойств солнечных элементов, фотохимических микрореакторов и других устройств, для которых решается задача увеличения поглощения падающего излучения матрицей.

Основные соотношения. Рассмотрим бесконечный двумерный массив одинаковых (монодисперсных) однородных сферических частиц с диаметром D и комплексным показателем преломления $m_p = n_p + i\kappa_p$, находящихся в общем случае в однородной светопоглощающей среде с комплексным показателем преломления $m_h = n_h + i\kappa_h$ (рис. 1). Считаем, что частицы массива распределены однородно. Они могут образовывать частично упорядоченный монослой (рис. 1, *a*) или неидеальную двумерную решетку (рис. 1, *b*). В первом случае в слое реализуется ближний пространственный порядок, во втором – неидеальный дальний порядок. В данной работе рассматривается только позиционная неидеальность решеток (отклонение центров частиц от узлов идеальной решетки, рис. 1, *b*).

Пусть на массив падает плоская ЭМ волна с электрическим вектором $\mathbf{E}_0$:

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = E_0\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 e^{ik_h\hat{\mathbf{r}}_0\mathbf{r}}e^{-i\omega t}. \tag{1}$$

Здесь E_0 – амплитуда падающей волны в начале координат, находящемся в центре произвольно выбранной частицы; $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 = \varepsilon_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 + i\varepsilon_\varphi\hat{\boldsymbol{\varphi}}_0$ – единичный вектор ее поляризации; $\hat{\mathbf{r}}_0, \hat{\boldsymbol{\theta}}_0, \hat{\boldsymbol{\varphi}}_0$ – единичные векторы, определяемые направлением волнового вектора падающей волны $(\hat{\mathbf{r}}_0 = \hat{\boldsymbol{\theta}}_0 \times \hat{\boldsymbol{\varphi}}_0)$; $k_h\hat{\mathbf{r}}_0$ – волновой вектор; $k_h = k_0 m_h$ – комплексное волновое число в среде, $k_0 = 2\pi / \lambda$, λ – длина падающей волны в вакууме; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения. Ниже мы опускаем временной множитель $e^{-i\omega t}$, предполагая, что все рассматриваемые поля являются монохроматическими. Центры частиц находятся в плоскости (x, y) (которая совпадает с плоскостью рис. 1) декартовой системы координат (x, y, z). Направление оси x выбрано так, что азимутальный угол вектора $\hat{\mathbf{r}}_0$ равен нулю.

Полное поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ в произвольной точке с радиус-вектором $\mathbf{r}$ (внутри и вне массива) определяется как сумма поля падающей волны и полей волн, рассеянных частицами. Оно может быть найдено из решения объемного интегрального уравнения [2]. Очевидно, что поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ зависит от свойств частиц и их положений. Для нахождения полей, усредненных по всем возможным конфигурациям ансамбля частиц (по возможным пространственным положениям частиц в массиве), $\langle\mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle$, будем использовать полуаналитический статистический метод (ПСМ), разработанный нами в [3–5]. Он основан на использовании квазикристаллического приближения [6] и предположении, что корреляция в расположении частиц зависит только от модуля расстояния между ними. При этом вместо двумерных двухчастичных функций распределения вероятностей достаточно использовать одномерную радиальную функцию распределения $g(R)$, характеризующую

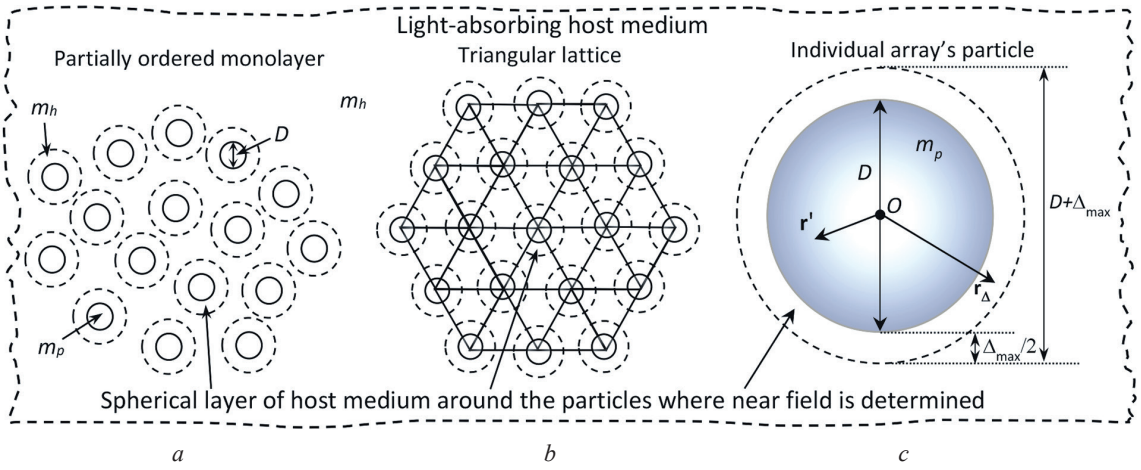


Рис. 1. Схематические изображения фрагментов частично упорядоченного монослоя (*a*), неидеальной треугольной решетки (*b*) сферических частиц, находящихся в однородной светопоглощающей среде, (вид сверху) и отдельной частицы массива (*c*). D – диаметр частиц, m_h и m_p – комплексные показатели преломления среды и частиц соответственно, $\mathbf{r}'$ – радиус-вектор элементарного объема внутри частицы, центр которой находится в начале координат O, $\mathbf{r}_\Delta$ – радиус-вектор элементарного объема в сферическом слое среды толщины Δ_{max} / 2, окружающем частицу. Штриховыми окружностями вокруг частиц обозначены сферические слои среды, в которых определяется ближнее поле, формируемое монослоем

Fig. 1. Schematic representations of fragments of partially ordered monolayer (*a*), imperfect triangular lattice (*b*) of spherical particles located in a homogeneous light-absorbing medium (top view) and individual array's particle (*c*). D is the particle diameter, m_h and m_p are complex refractive indices of medium and particles, respectively, $\mathbf{r}'$ is the radius vector of elementary volume inside the particle centered at the coordinate origin O, $\mathbf{r}_\Delta$ is the radius vector of the elementary volume in the spherical layer of medium with thickness Δ_{max} / 2 surrounding the particle. The dashed circumferences around the particles indicate spherical layers of the medium in which the near field formed by the monolayer is determined

вероятность определения центра частицы на расстоянии R относительно начала координат, находящегося в центре произвольно выбранной частицы. Полагаем, что усредненные поля во всех частицах отличаются только экспоненциальным множителем $e^{ik_h\hat{\mathbf{r}}_0\mathbf{R}}$, зависящим от положения центров частиц в плоскости массива, определяемых радиус-вектором $\mathbf{R}$ (при падении волны по нормали этот множитель равен единице). В [5; 7] этот метод использовался для описания плотностей энергий электрического и магнитного полей на поверхности частиц массива.

В данной работе, цель которой – нахождение в рамках ПСМ ближнего поля вне частиц, мы полагаем, что их центры не могут сблизиться на минимально возможное расстояние, равное их диаметру, а могут находиться на минимальном расстоянии, равном $D + \Delta_{max}$, которое больше D. Для этого введем понятие «виртуальных» сферических «твердых» (т. е. не пересекающихся друг с другом) частиц с диаметром $D + \Delta_{max}$, которые состоят из «ядра» (реальной частицы с диаметром D) и «оболочки» (сферического слоя среды с толщиной Δ_{max} / 2, окружающего реальную частицу (рис. 1, *c*)). Отметим, что этот сферический слой имеет только одну реальную сферическую границу (внутреннюю) между средой и частицей и не имеет реальной внешней границы с остальной частью среды, т. е. внешняя сферическая граница радиуса $(D + \Delta_{max}) / 2$ вводится только для удобства математического описания и расчетов.

В рассматриваемом нами случае однородного распределения частиц выражение для усредненного поля $\langle \mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}') \rangle$ в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}'$ внутри частиц (рис. 1, *c*) может быть записано в виде интегрального уравнения [3]:

$$\begin{aligned} \left\langle \mathbf{E}_{\text{in}}(\mathbf{r}') \right\rangle &= \mathbf{E}_0(\mathbf{r}') + \frac{(k_p^2 - k_h^2)}{4\pi} \int\limits_{V_p} d\mathbf{r}'' \vec{\mathrm{G}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \left\langle \mathbf{E}_{\text{in}}(\mathbf{r}'') \right\rangle + \\ &+ \frac{(k_p^2 - k_h^2)}{4\pi} \rho_0 \int \mathrm{d}\mathbf{R} \mathrm{g}(R) \int\limits_{V_p} d\mathbf{r}'' \vec{\mathrm{G}}(\mathbf{r}', \mathbf{R} + \mathbf{r}'') \left\langle \mathbf{E}_{\text{in}}(\mathbf{r}'') \right\rangle e^{ik_h\hat{\mathbf{r}}_0\mathbf{R}}. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\ddot{\mathrm{G}}$ – диадная (тензорная) функция Грина свободного пространства:

$$\ddot{\mathrm{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0)=\left[\ddot{\mathrm{I}}+\frac{1}{k_h^2}\nabla\otimes\nabla\right]\frac{e^{ik_h|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|},$$

где $\ddot{\mathrm{I}}$ – единичная диада; $k_p=\dfrac{2\pi}{\lambda}m_p$ – комплексное волновое число в частице с объемом V_p, $0\le|\mathbf{r}'|\le D/2$; ρ_0 – средняя числовая плотность (концентрация) частиц; $g(R)$ – радиальная функция распределения (РФР); $R=|\mathbf{R}|$ [8]. Для частично упорядоченного массива она рассчитывается в приближении Перкуса–Йевика [9], для неидеальной решетки – в рамках разработанного нами метода [10]. В обоих методах используется модель твердых сфер (шаров). Мы предполагаем, что РФР (т. е. статистика распределения) реальных частиц определяется с учетом «оболочки», т. е. диаметрами $D+\Delta_{\max}$ виртуальных частиц. Формирование такой области может определяться силами отталкивания между частицами, химическими процессами формирования частиц, не позволяющими им соприкасаться, техникой или технологическими особенностями создания массива.

Первый интеграл в правой части формулы (2) описывает вклад в поле $\langle\mathbf{E}_{\mathrm{in}}(\mathbf{r}')\rangle$ от элементарных объемов частицы, центр которой находится в начале координат. Второй – от остальных частиц. Уравнение (2) решается с использованием разложения всех входящих в него полей и функции Грина по ВСВФ [3]. В результате такого разложения, после громоздких преобразований, решение уравнения (2) сводится к решению двух независимых систем алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов, описывающих вклады магнитных и электрических мультиполей в результирующее поле [11]. В случае падения волны по нормали эти системы сводятся к одной для соответствующих коэффициентов d_{lM} и d_{lE}, которая имеет относительно простой вид

$$\begin{cases} d_{lM}=c_{lM}\left[1+8\eta_{\Delta_{\max}}\sum\limits_{l'=1}^{\infty}[A_{ll'}d_{l'M}+B_{ll'}d_{l'E}]\right] \\ d_{lE}=c_{lE}\left[1+8\eta_{\Delta_{\max}}\sum\limits_{l'=1}^{\infty}[B_{ll'}d_{l'M}+A_{ll'}d_{l'E}]\right] \end{cases}. \tag{3}$$

Здесь c_{lM} и c_{lE} – коэффициенты Ми для изолированной частицы в поглощающей среде

$$c_{lM}=\frac{\tilde{\psi}_l\psi'_l-n\beta\psi_l\tilde{\psi}'_l}{\tilde{\psi}_l\chi'_l-n\beta\psi\chi_l\tilde{\psi}'_l},\ c_{lE}=\frac{n\beta\tilde{\psi}_l\psi'_l-\psi_l\tilde{\psi}'_l}{n\beta\tilde{\psi}_l\chi'_l-\chi_l\tilde{\psi}'_l},$$

$\psi_l=x(1+i\beta_h)\,\mathrm{j}_l(x(1+i\beta_h))$, $\tilde{\psi}_l=nx(1+i\beta_p)\,\mathrm{j}_l(nx(1+i\beta_h))$, $\chi_l=x(1+i\beta_h)\,\mathrm{h}_l^{(1)}(x(1+i\beta_h))$ – функции Риккати–Бесселя; $\mathrm{h}_l^{(1)}$ – сферическая функция Ханкеля первого рода, нижний индекс l обозначает порядок функций, $n=n_p/n_h$, $\beta_p=\kappa_p/n_p$, $\beta_h=\kappa_h/n_h$, $\beta=(1+i\beta_p)/(1+i\beta_h)$, $x=\pi Dn_h/\lambda$ – параметр дифракции частицы; $\eta_{\Delta_{\max}}=\rho_0\pi(D+\Delta_{\max})^2/4$ – фактор заполнения массива виртуальных частиц (отношение площади проекций виртуальных частиц с радиусом $(D+\Delta_{\max})/2$ на плоскость массива к площади, на которой они распределены). Фактор заполнения η массива реальных частиц на той же площади: $\eta=\rho_0\pi D^2/4=\eta_{\Delta_{\max}}/(1+\Delta_{\max}/D)^2$. Максимальная толщина $\Delta_{\max}/2$ «оболочки» (сферического слоя среды вокруг частицы), в которой могут быть определены плотности энергий, зависит от максимального фактора заполнения η_m для рассматриваемого типа пространственной организации массива: $\Delta_{\max}\le D\sqrt{\eta_m/\eta}-1$. Для треугольной решетки $\eta_m^{\mathrm{tri}}=\dfrac{\pi}{2\sqrt{3}}\approx 0{,}9069$, для квадратной $\eta_m^{\mathrm{sq}}=\pi/4\approx 0{,}7854$, для гексагональной $\eta_m^{\mathrm{hex}}=\dfrac{\pi}{3\sqrt{3}}\approx 0{,}6046$. Максимальная плотность псевдослучайной упаковки дисков [12] $\eta_m^{po}\approx 0{,}85$, для псевдослучайной рыхлой упаковки $\eta_m^{po}\approx 0{,}67$.

Входящие в систему уравнений (3) коэффициенты $A_{ll'}$ и $B_{ll'}$ рассчитываются по формулам

$$A_{ll'} = \frac{2l'+1}{2}[l(l+1)l'(l'+1)]^{-\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \sum_{p=0,2,\ldots} i^{-p}(2p+1)[l(l+1)+l'(l'+1)-p(p+1)]P_p(0)\times$$

$$\times\begin{pmatrix} l & l' & p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} l & l' & p \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}H_p,$$

$$B_{ll'} = \frac{2l'+1}{2}[l(l+1)l'(l'+1)]^{-\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \sum_{p=0,2,\ldots} i^{-p}(2p+1)[(p+l-l')(p-l+l')(l+l'+1+p)(l+l'+1-p)]^{\frac{1}{2}}P_p(0)\times$$

$$\times\begin{pmatrix} l & l' & p-1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} l & l' & p \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}H_p,$$

где

$$H_p = \int_1^\infty \mathrm{g}(u)\,\mathrm{h}_p^{(1)}(2x_{\Delta_{\max}}(1+i\beta_h)u)u\,du,$$

$x_{\max} = x(1+\Delta_{\max}/D)$ – параметр дифракции виртуальных частиц; u – безразмерное расстояние в плоскости массива, выраженное в диаметрах виртуальных частиц.

Суммы в системе уравнений (3) являются результатом интегрирования второго интеграла в уравнении (2), описывающего вклад многократного рассеяния волн всеми частицами массива в усредненное внутреннее поле частицы, находящейся в начале координат. Обозначим их как $S_{lM,E}$ с нижними индексами, соответствующими коэффициентам $d_{lM,E}$ из левой части этих уравнений. В приближении однократного рассеяния суммы $S_{lM,E}$ равны нулю, и система уравнений (3) значительно упрощается: коэффициенты разложения d_{lM}, d_{lE} становятся равными соответствующим коэффициентам Ми: $d_{lM} = c_{lM}$, $d_{lE} = c_{lE}$.

Аналогично уравнению (2) можно записать формулу для усредненного по конфигурациям ансамбля ближнего поля $\langle \mathbf{E}_{NF}(\mathbf{r}_\Delta)\rangle$ в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}_\Delta$ в окрестности частицы, находящейся в начале координат:

$$\begin{aligned}\left\langle \mathbf{E}_{NF}(\mathbf{r}_\Delta)\right\rangle &= \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_\Delta) + \frac{(k_p^2-k_h^2)}{4\pi}\int_{V_p} d\mathbf{r}'\ddot{\mathrm{G}}(\mathbf{r}_\Delta,\mathbf{r}')\left\langle \mathbf{E}_{\mathrm{in}}(\mathbf{r}')\right\rangle + \\ &+\frac{(k_p^2-k_h^2)}{4\pi}\rho_0\int d\mathbf{R}\,\mathrm{g}(R)\int_{V_p} d\mathbf{r}'\ddot{\mathrm{G}}(\mathbf{r}_\Delta,\mathbf{R}+\mathbf{r}')\left\langle \mathbf{E}_{\mathrm{in}}(\mathbf{r}')\right\rangle e^{ik_h\hat{\mathbf{r}}_0\mathbf{R}},\end{aligned} \tag{4}$$

где радиус $r_\Delta = |\mathbf{r}_\Delta| = (D + \Delta)/2$, а величина Δ изменяется от нуля до значения $\Delta_{\max}$, зависящего от плотности упаковки массива (рис. 1, *c*). Первые интегралы в правых частях уравнений (2) и (4), описывающие вклад в $\langle \mathbf{E}_{NF}(\mathbf{r}_\Delta)\rangle$ центральной частицы, отличаются точкой наблюдения $\mathbf{r}_\Delta$ относительно этой частицы и, соответственно, способом интегрирования. Вторые интегралы одинаковы. Их интегрирование дает решение, в которое входят суммы $S_{lM,E}$. Это позволяет использовать систему уравнений (3) для решения уравнения (4) и записи выражения для $\langle \mathbf{E}_{NF}\rangle$ на основе коэффициентов разложения d_{lM}, d_{lE}, найденных из решения этой системы. В результате, используя коэффициенты d_{lM}, d_{lE}, уравнение для плотности энергии электрического $\left\langle w_{NF}^E(\mathbf{r}_\Delta)\right\rangle$ поля в элементарном объеме «оболочки» с радиус-вектором $\mathbf{r}_\Delta$ при падении внешнего излучения по нормали к монослою можно записать в виде

$$\left\langle w_{NF}^E(\mathbf{r}_\Delta)\right\rangle = \frac{E_0^2\,\mathrm{Re}[\varepsilon_h]}{2x_\Delta^2(1+\beta_h^2)}\left[\left|\sum_{l=1}^\infty i^{l+1}\frac{(2l+1)}{l(l+1)}E_{rl}\right|^2 + \left|\sum_{l=1}^\infty i^{l+1}\frac{(2l+1)}{l(l+1)}E_{\theta l}\right|^2 + \left|\sum_{l=1}^\infty i^{l+1}\frac{(2l+1)}{l(l+1)}E_{\varphi l}\right|^2\right].$$

Здесь

$$E_{rl} = \frac{l(l+1)}{x_\Delta(1+i\beta_h)}\pi_l^{(1)}(\mu)\sin(\theta)(c_{lE}\,\mathrm{X}_l - \Psi_l)\frac{d_{lE}}{c_{lE}}(\varepsilon_\theta\cos(\varphi) + i\varepsilon_\varphi\sin(\varphi)), \tag{5}$$

$$E_{\theta l} = \left[\tau_l^{(1)}(\mu)(c_{lE}\,\mathrm{X}_l' - \Psi_l')\frac{d_{lE}}{c_{lE}} + i\pi_l^{(1)}(\mu)(c_{lM}\,\mathrm{X}_l - \Psi_l)\frac{d_{lM}}{c_{lM}}\right](\varepsilon_\theta\cos(\varphi) + i\varepsilon_\varphi\sin(\varphi)), \tag{6}$$

$$E_{\varphi l} = \left[i\pi_l^{(1)}(\mu)(c_{lE}\,\mathrm{X}_l' - \Psi')\frac{d_{lE}}{c_{lE}} - \tau_l^{(1)}(\mu)(c_{lM}\,\mathrm{X}_l - \Psi_l)\frac{d_{lM}}{c_{lM}}\right](\varepsilon_\varphi\cos(\varphi) + i\varepsilon_\theta\sin(\varphi)). \tag{7}$$

Плотность энергии магнитного поля $\left\langle w_{NF}^M(\mathbf{r}_\Delta)\right\rangle$ равна

$$\left\langle w_{NF}^M(\mathbf{r}_\Delta)\right\rangle = \frac{E_0^2|\varepsilon_h|}{2x_\Delta^2(1+\beta_h^2)}\left[\left|\sum_{l=1}^{\infty} i^{l+1}\frac{(2l+1)}{l(l+1)}H_{rl}\right|^2 + \left|\sum_{l=1}^{\infty} i^{l+1}\frac{(2l+1)}{l(l+1)}H_{\theta l}\right|^2 + \left|\sum_{l=1}^{\infty} i^{l+1}\frac{(2l+1)}{l(l+1)}H_{\varphi l}\right|^2\right],$$

где

$$H_{rl} = \frac{l(l+1)}{x_\Delta(1+i\beta_h)}\pi_l^{(1)}(\mu)\sin(\theta)(c_{lM}\,\mathrm{X}_l - \Psi_l)\frac{d_{lM}}{c_{lM}}(\varepsilon_\theta\sin(\varphi) - i\varepsilon_\varphi\cos(\varphi)), \tag{8}$$

$$H_{\theta l} = \left[\tau_l^{(1)}(\mu)(c_{lM}\,\mathrm{X}_l' - \Psi_l')\frac{d_{lM}}{c_{lM}} + i\pi_l^{(1)}(\mu)(c_{lE}\,\mathrm{X}_l - \Psi_l)\frac{d_{lE}}{c_{lE}}\right](\varepsilon_\theta\sin(\varphi) - i\varepsilon_\varphi\cos(\varphi)), \tag{9}$$

$$H_{\varphi l} = \left[i\pi_l^{(1)}(\mu)(c_{lM}\,\mathrm{X}_l' - \Psi_l')\frac{d_{lM}}{c_{lM}} - \tau_l^{(1)}(\mu)(c_{lE}\,\mathrm{X}_l - \Psi_l)\frac{d_{lE}}{c_{lE}}\right](\varepsilon_\varphi\sin(\varphi) - i\varepsilon_\theta\cos(\varphi)). \tag{10}$$

В формулах (5)–(10) $\pi_l^{(1)}(\mu)$, $\tau_l^{(1)}(\mu)$ – угловые функции [13], $\mu = \cos(\theta)$, θ, φ – полярный и азимутальный углы точки с радиус-вектором $\mathbf{r}_\Delta$.

Средние по полному телесному углу 4π плотности энергий электрического, $\left\langle w_{NF}^E(r_\Delta)\right\rangle$, и магнитного, $\left\langle w_{NF}^M(r_\Delta)\right\rangle$, полей на сферической поверхности радиуса r_Δ:

$$\left\langle w_{NF}^E(r_\Delta)\right\rangle = \frac{E_0^2\,\mathrm{Re}[\varepsilon_h]}{4x_\Delta^2(1+\beta_h^2)}\sum_{l=1}^{\infty}(2l+1)\left[\left|\frac{d_{lM}}{c_{lM}}\right|^2 A_{lM} + \left|\frac{d_{lE}}{c_{lE}}\right|^2 (B_{lE} + C_{lE})\right], \tag{11}$$

$$\left\langle w_{NF}^M(r_\Delta)\right\rangle = \frac{E_0^2|\varepsilon_h|}{4x_\Delta^2(1+\beta_h^2)}\sum_{l=1}^{\infty}(2l+1)\left[\left|\frac{d_{lM}}{c_{lM}}\right|^2 (B_{lM} + C_{lM}) + \left|\frac{d_{lE}}{c_{lE}}\right|^2 A_{lE}\right]. \tag{12}$$

Коэффициенты A_{lE}, A_{lM}, B_{lE}, B_{lM}, C_{lE}, C_{lM}, входящие в формулы (11) и (12), определяются по формулам

$$\begin{aligned}
A_{lM} &= |c_{lM}\,\mathrm{X}_l|^2 - 2\,\mathrm{Re}[c_{lM}\,\mathrm{X}_l\,\Psi_l^*] + |\Psi_l|^2,\\
B_{lE} &= \frac{l(l+1)}{x_\Delta^2(1+\beta_h^2)}(|c_{lE}\,\mathrm{X}_l|^2 - 2\,\mathrm{Re}[c_{lE}\,\mathrm{X}_l\,\Psi_l^*] + |\Psi_l|^2),\\
C_{lE} &= |c_{lE}\,\mathrm{X}_l'|^2 - 2\,\mathrm{Re}[c_{lE}\,\mathrm{X}_l'\,\Psi_l'^*] + |\Psi_l'|^2,
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
A_{lE} &= |c_{lE}\,\mathrm{X}_l|^2 - 2\,\mathrm{Re}[c_{lE}\,\mathrm{X}_l\,\Psi_l^*] + |\Psi_l|^2,\\
B_{lM} &= \frac{l(l+1)}{x_\Delta^2(1+\beta_h^2)}(|c_{lM}\,\mathrm{X}_l|^2 - 2\,\mathrm{Re}[c_{lM}\,\mathrm{X}_l\,\Psi_l^*] + |\Psi_l|^2),\\
C_{lM} &= |c_{lM}\,\mathrm{X}_l'|^2 - 2\,\mathrm{Re}[c_{lM}\,\mathrm{X}_l'\,\Psi_l'^*] + |\Psi_l'|^2\,.
\end{aligned} \tag{14}$$

Входящие в уравнения (5)–(10), (13), (14) функции Риккати–Бесселя $X_l = x_\Delta(1 + i\beta_h) \times \times h_l^{(1)}(x_\Delta(1+i\beta_h))$, $\Psi_l = x_\Delta(1+i\beta_h)\, j_l(x_\Delta(1+i\beta_h))$ определяются величиной $x_\Delta = x(1 + \Delta / D)$, т. е. радиусом r_Δ рассматриваемой сферической поверхности среды вокруг частицы, находящейся в начале координат.

Отметим, что формулы для коэффициентов разложения и плотностей энергий получены для случая падения плоской волны вдоль положительного направления оси z декартовой системы координат.

Результаты расчетов. С использованием полученных в предыдущем разделе уравнений нами рассчитаны и проанализированы плотности энергий электрического и магнитного полей, формируемых массивом сферических наночастиц серебра на разных расстояниях от их поверхности при разных значениях показателя поглощения матрицы, в которой они находятся. Мы приводим результаты для отношения плотностей энергий электрического и магнитного полей на сферической поверхности, центр которой совпадает с центром частицы при ее наличии, к плотностям энергий на этой поверхности при отсутствии частиц, определяемых только падающим на эту поверхность излучением $w_{\text{inc}}^{E,M}(\mathbf{r}_\Delta)$. Они находятся следующим образом:

$$w_{\text{rel}}^{E,M}(\mathbf{r}_\Delta) = \frac{\left\langle w_{NF}^{E,M}(\mathbf{r}_\Delta)\right\rangle}{w_{\text{inc}}^{E,M}(\mathbf{r}_\Delta)}.$$

Для средних по сферической поверхности радиуса r_Δ значений плотностей энергий:

$$w_{\text{rel}}^{E,M}(r_\Delta) = \frac{\left\langle w_{NF}^{E,M}(r_\Delta)\right\rangle}{\left\langle w_{\text{inc}}^{E,M}(r_\Delta)\right\rangle}.$$

Величины $w_{\text{inc}}^{E,M}(\mathbf{r}_\Delta)$ и $\left\langle w_{\text{inc}}^{E,M}(r_\Delta)\right\rangle$ рассчитываются по формулам, которые легко записать, рассматривая прохождение плоской волны (1) в поглощающей среде:

$$w_{\text{inc}}^{E,M}(\mathbf{r}_\Delta) = w_0^{(E,M)} \exp\left(-\frac{4\pi\kappa_h r_\Delta \cos(\theta)}{\lambda}\right), \tag{15}$$

$$\left\langle w_{\text{inc}}^{E,M}(r_\Delta)\right\rangle = w_0^{(E,M)} \frac{\sinh\left(\dfrac{4\pi\kappa_h r_\Delta}{\lambda}\right)}{\dfrac{4\pi\kappa_h r_\Delta}{\lambda}}. \tag{16}$$

Здесь $r_\Delta = |\mathbf{r}_\Delta|$, θ – полярный угол радиус-вектора $\mathbf{r}_\Delta$, $w_0^E = E_0^2\,\text{Re}[\varepsilon_h]/2$ и $w_0^M = E_0^2|\varepsilon_h|/2$ – плотности энергий электрического и магнитного полей падающей волны в начале координат. Величины $w_{\text{rel}}^{E,M}(\mathbf{r}_\Delta)$ характеризуют изменение полей в точке среды с радиус-вектором $\mathbf{r}_\Delta$ при введении в нее частиц (относительная плотность энергии). Величины $w_{\text{rel}}^{E,M}(r_\Delta)$ характеризуют изменения средних по сферической поверхности радиуса r_Δ полей при введении частиц. Для непоглощающей среды ($\kappa_h = 0$) уравнения (15) и (16) упрощаются: $w_{\text{inc}}^{E,M}(\mathbf{r}_\Delta) = \left\langle w_{\text{inc}}^{E,M}(r_\Delta)\right\rangle = w_0^{E,M}$.

На рис. 2 сплошными линиями показаны спектральные зависимости $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ при разных Δ, рассчитанные в рамках разработанного подхода (ПСМ, на англ. яз. SASM – Semi-Analytical Statistical Method), для разреженных ($\eta = 0{,}015$) массивов наночастиц ($D = 50$ нм) серебра (Ag), находящихся в среде с показателем преломления $n_h = 1{,}3442$ (характерного, в частности, для реакционных сред фотохимических микрореакторов) при разных значениях ее показателя поглощения κ_h. Из анализа полученных результатов и данных рис. 2, *a*, *b* следует, что при малых κ_h ($\kappa_h \leq \sim 0{,}05$) на зависимостях $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ имеет место два выраженных максимума: плазмонного резонанса отдельных наночастиц (0,38 мкм $< \lambda <$ 0,44 мкм) и решеточного резонанса (0,45 мкм $< \lambda <$ 0,5 мкм), обусловленного периодичностью структуры массива. С ростом показателя поглощения среды они уменьшаются, при этом скорость уменьшения

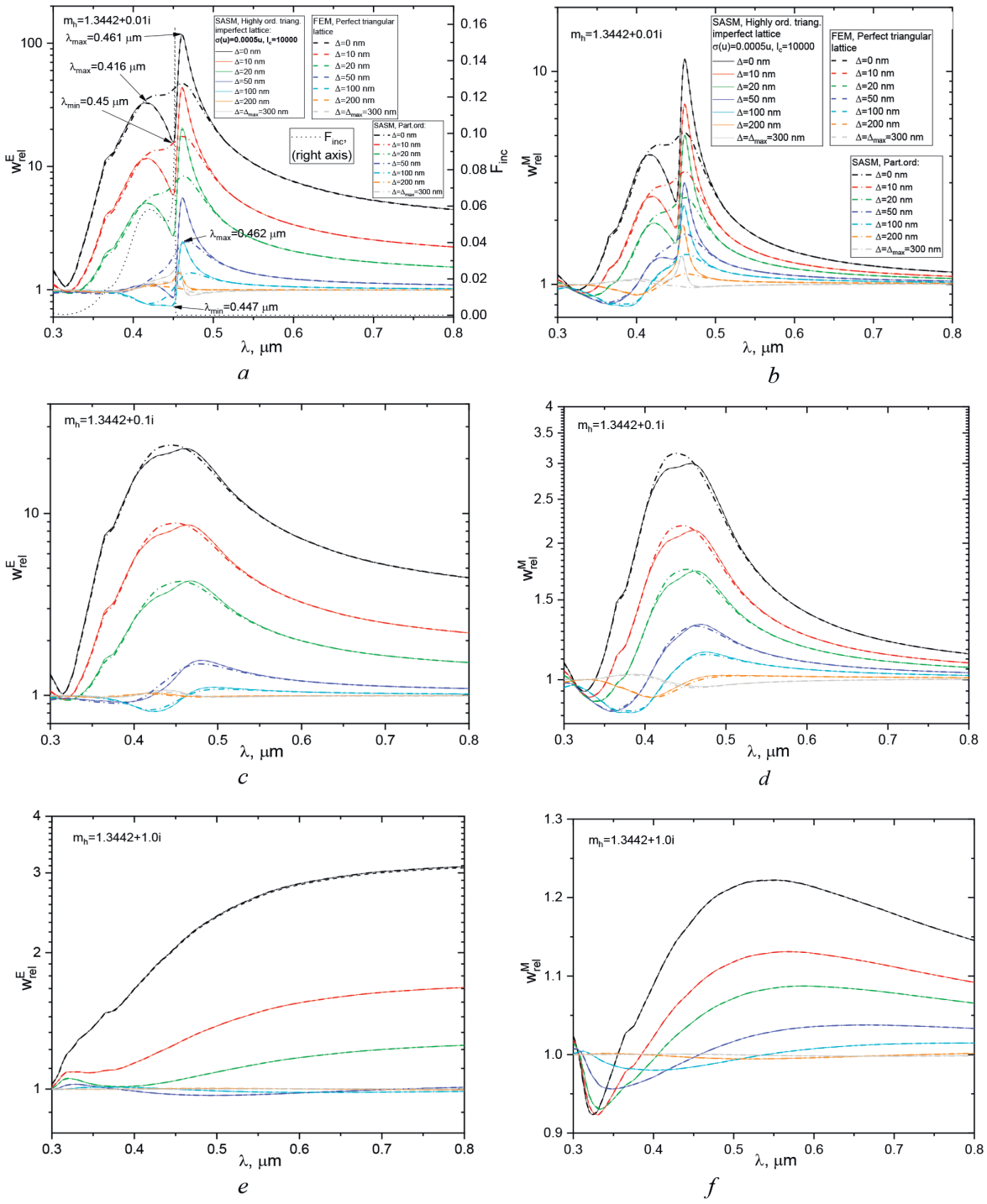


Рис. 2. Спектры $w^{E}_{\mathrm{rel}}(r_{\Delta})$ и $w^{M}_{\mathrm{rel}}(r_{\Delta})$, рассчитанные в рамках полуаналитического статистического метода для сильно упорядоченной треугольной решетки ($\sigma(u) = 0{,}0005u$, сплошные линии), частично упорядоченного массива (штрихпунктирные линии) и методом конечных элементов для идеальной решетки (штриховые линии) сферических частиц Ag: *a* – спектр F_{inc} для рассмотренной треугольной решетки (пунктирная линия, правая ось). $D = 50$ нм, $\eta = 0{,}015$, $n_h = 1{,}3442$, $\kappa_h = 0{,}01, 0{,}1, 1{,}0$, $\Delta_{\max} = 300$ нм, $\eta_{\Delta_{\max}} = 0{,}735$. Спектр показателя преломления серебра взят из [14]

Fig. 2. Spectra of $w^{E}_{\mathrm{rel}}(r_{\Delta})$ and $w^{M}_{\mathrm{rel}}(r_{\Delta})$ calculated in the framework of semi-analytical statistical method for highly ordered triangular lattice ($\sigma(u) = 0.0005u$, solid lines), partially ordered array (dash-dotted lines) and under the finite element method for perfect lattice (dashed lines) of Ag spherical particles: *a* – spectrum of F_{inc} for considered triangular lattice (dotted line, right axis). $D = 50$ nm, $\eta = 0.015$, $n_h = 1.3442$, $\kappa_h = 0.01, 0.1, 1.0$, $\Delta_{\max} = 300$ nm, $\eta_{\Delta_{\max}} = 0.735$. Spectrum of the refractive index of silver is taken from [14]

максимума решеточного резонанса выше, чем у плазмонного. Первый обусловлен многократным рассеянием волн всеми частицами массива, а второй определяется рассеянием на отдельной его частице. Очевидно, что межчастичное оптическое взаимодействие гораздо чувствительнее к изменению показателя поглощения среды, чем коллективные колебания электронов в отдельных плазмонных частицах. При больших κ_h большая часть падающего излучения поглощается средой, и только малая его часть достигает частиц, что, как показывают результаты проведенных расчетов, приводит к уменьшению и исчезновению пика плазмонного резонанса.

Из рис. 2 видно, что в целом, при малых и умеренных κ_h значения $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ уменьшаются с увеличением радиуса рассматриваемой сферической поверхности вокруг частиц (с ростом Δ). Однако при больших r_Δ на зависимостях w_{rel}^{E} и w_{rel}^{M} от r_Δ в определенных спектральных диапазонах может иметь место минимум. С ростом r_Δ уменьшаются пики как плазмонного, так и решеточного резонансов. При этом при определенных значениях r_Δ в спектральной области плазмонного резонанса может образовываться провал. При малых и умеренных κ_h минимумы $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ достигаются, когда $\Delta = 2D = 100$ нм (рис. 2, *a*–*d*).

Из рис. 2, *e*, *f* можно видеть, что при больших κ_h в целом $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ уменьшаются по сравнению с их значениями при малых и умеренных κ_h, что обусловлено уменьшением влияния массива частиц на формирование полей в сильно поглощающей среде. Это особенно характерно для больших r_Δ, при которых $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ стремятся к единице.

Нами проведено сопоставление результатов, полученных в рамках ПСМ для сильно упорядоченной неидеальной решетки, с данными численного МКЭ для идеальной решетки, рассчитанными в COMSOL. На рис. 2 результаты расчетов МКЭ показаны штриховыми линиями. Видно отличное согласие результатов ПСМ и МКЭ для всех рассмотренных параметров.

В рамках разработанного подхода мы провели анализ влияния типа пространственной упорядоченности частиц на формирование ближнего поля массива. На рис. 2 штрихпунктирными линиями показаны спектральные зависимости $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ частично упорядоченного монослоя (рис. 1, *a*) тех же частиц с тем же фактором заполнения, что и у рассмотренной решетки. При малых κ_h значения $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ для такого монослоя сильно отличаются от соответствующих значений для сильно упорядоченной решетки в области решеточного резонанса, и незначительно в остальных спектральных областях (рис. 2, *a*, *b*). В области пика этого резонанса значения $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ больше у решетки, а в области провала – у частично упорядоченного массива. Этот результат наглядно показывает, что изменяя тип пространственной упорядоченности массива можно эффективно управлять оптическим откликом системы в узких спектральных диапазонах решеточного резонанса. С ростом κ_h межчастичное оптическое взаимодействие ослабевает, и, соответственно, уменьшается влияние типа пространственной упорядоченности на поля, формируемые массивом. Это наглядно проиллюстрировано на рис. 2, *c*–*f*: при $\kappa_h = 0{,}1$ спектры $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ для решетки заметно отличаются от соответствующих спектров частично упорядоченного массива только в области резонанса, а при $\kappa_h = 1{,}0$ они практически совпадают во всем рассмотренном диапазоне.

Провалы на зависимостях для сильно упорядоченной решетки в области коротковолнового крыла решеточного резонанса ($\lambda \approx 0{,}45$ мкм, рис. 2, *a*, *b*) обусловлены появлением в этом спектральном интервале первого дифракционного порядка. На рис. 2, *a* пунктирной линией показана зависимость коэффициента некогерентного рассеяния F_{inc} рассматриваемой решетки. При $\lambda > \sim 0{,}455$ мкм F_{inc} равен нулю, в этой спектральной области отсутствует некогерентное рассеяние (существует только когерентная компонента или нулевой порядок дифракции) [15]. При $\lambda < \sim 0{,}455$ мкм $F_{\text{inc}} > 0$, появляется угловое распределение (некогерентная компонента) рассеянного излучения, т. е. возникает первый и, при уменьшении длины волны, более высокие порядки дифракции. В отличие от интенсивности углового распределения дальнего поля решетки [15], плотности энергий ближнего поля в общем случае не равны нулю при любых параметрах дифракции частиц.

На рис. 3 показаны рассчитанные в рамках полученного решения угловые распределения относительных плотностей энергий электрического, $w_{\text{rel}}^{E}(\mathbf{r}_\Delta)$, и магнитного, $w_{\text{rel}}^{M}(\mathbf{r}_\Delta)$, полей для

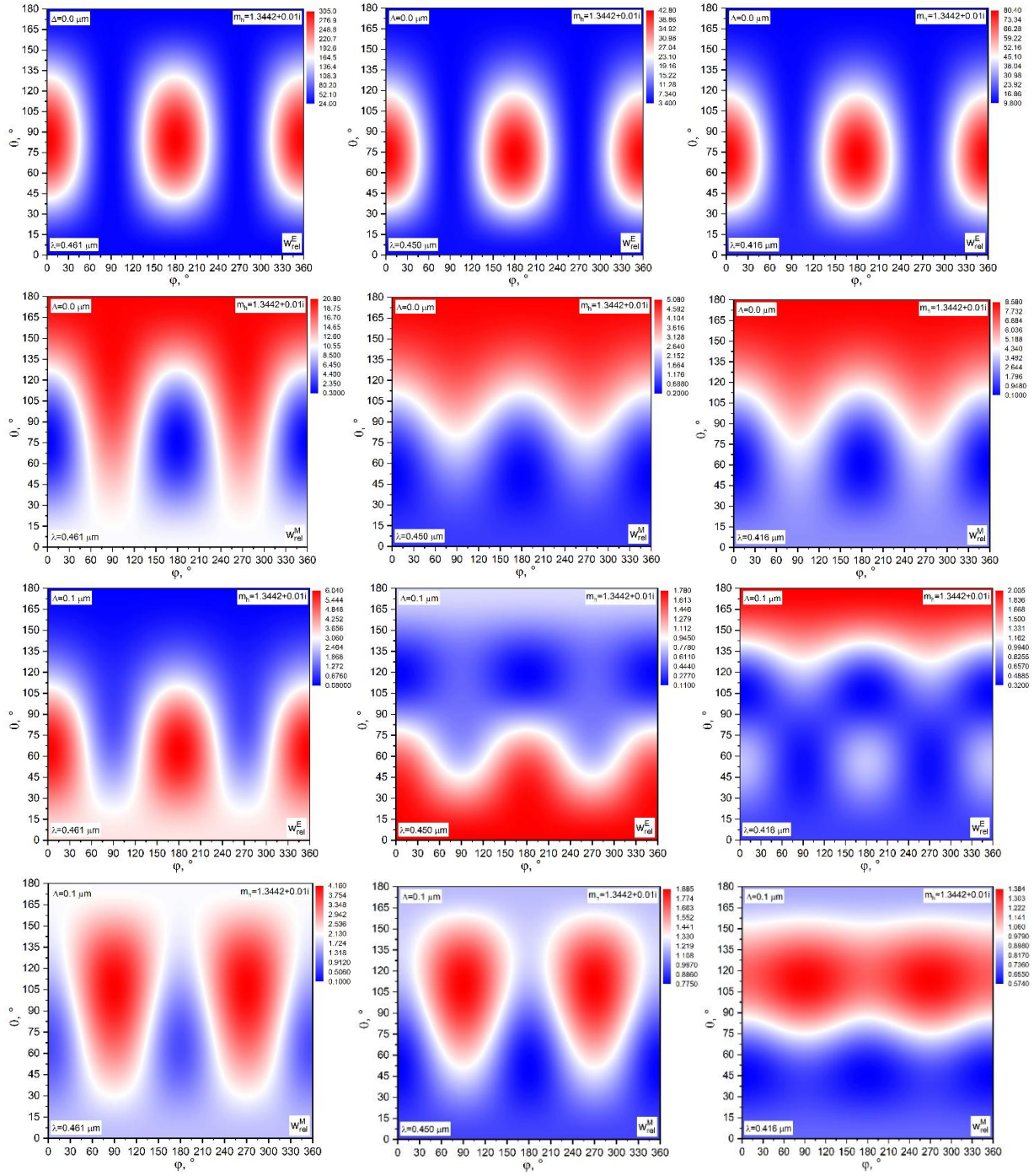


Рис. 3. Карты распределения относительных плотностей энергий электрического, $w_{\text{rel}}^{E}(\mathbf{r}_{\Delta})$, и магнитного, $w_{\text{rel}}^{M}(\mathbf{r}_{\Delta})$, полей для системы рис. 2, *a*, формируемых на сферических поверхностях при Δ = 0 нм и Δ = 100 нм на длинах волн максимумов и минимумов, указанных на рис. 2, *a*. Массив частиц Ag с D = 50 нм, η = 0,015 в среде с показателем преломления m_h = 1,3442 + 0,01i

Fig. 3. Maps of distributions of relative energy densities of electric, $w_{\text{rel}}^{E}(\mathbf{r}_{\Delta})$, and magnetic, $w_{\text{rel}}^{M}(\mathbf{r}_{\Delta})$, fields for the system of Fig. 2, *a* formed on the spherical surfaces at Δ = 0 nm and Δ = 100 nm on the wavelengths of maxima and minima indicated in Fig. 2, *a*. Array of Ag particles with D = 50 nm, η = 0.015 in the medium with the refractive index m_h = 1.3442 + 0.01i

упорядоченного массива, формируемых на сферических поверхностях при $\Delta = 0$ нм и $\Delta = 100$ нм на длинах волн максимумов и минимумов, указанных на рис. 2, *а*. Из рис. 3 следует, что максимальные значения угловых распределений $w_{\text{rel}}^{E}(\mathbf{r}_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(\mathbf{r}_\Delta)$ имеют место на длинах волн пиков соответствующих зависимостей $w_{\text{rel}}^{E}(r_\Delta)$ и $w_{\text{rel}}^{M}(r_\Delta)$ (рис. 2, *а*). Максимальное усиление локальных полей на рассматриваемых сферических поверхностях (по сравнению со значениями соответствующих компонент поля падающей волны в тех же точках сферической поверхности) может быть больше 300 для электрического и больше 20 для магнитного. Оно имеет место на поверхности реальных частиц (т. е. при $\Delta = 0$).

При $\Delta = 0$ пики $w_{\text{rel}}^{E}(\mathbf{r}_\Delta)$ «концентрируются» в областях $-30° < \varphi < 30°$, $150° < \varphi < 210°$ и $\sim 45° < \theta < \sim 130°$ для $\lambda = 0{,}461$ мкм, $\sim 40° < \theta < \sim 115°$ для $\lambda = 0{,}45$ мкм и $\sim 37° < \theta < \sim 110°$ для $\lambda = 0{,}416$ мкм, т. е. с уменьшением длины волны пики смещаются в область меньших θ. Зависимости $w_{\text{rel}}^{E}(\mathbf{r}_\Delta)$ более равномерно распределены по углу φ по сравнению с $w_{\text{rel}}^{E}(\mathbf{r}_\Delta)$, при этом для всех рассмотренных длин волн их максимумы сосредоточены в области полярных углов $\sim 90° < \theta < \sim 180°$ (в задней полусфере). При $\lambda = 0{,}461$ мкм значительная часть $w_{\text{rel}}^{M}(\mathbf{r}_\Delta)$ формируется и в передней полусфере в области азимутальных углов $\varphi = 90°$ и $\varphi = 270°$.

При $\Delta = 0{,}1$ мкм пики $w_{\text{rel}}^{E}(\mathbf{r}_\Delta)$ смещаются относительно их положений при $\Delta = 0$ мкм, а их распределения по углу φ становятся более «равномерными». На длинах волн $\lambda = 0{,}461$ мкм и $\lambda = 0{,}45$ мкм они смещаются в область меньших θ, а при $\lambda = 0{,}416$ мкм – в область больших θ: $\sim 150° < \theta < \sim 180°$. Пики $w_{\text{rel}}^{M}(\mathbf{r}_\Delta)$ образуются в двух областях азимутальных углов с максимумами при $\varphi = 90°$ и $270°$. При этом большая часть энергии магнитного поля сосредоточена в задней полусфере. При $\lambda = 0{,}416$ мкм эти пики менее выражены по сравнению с другими рассмотренными длинами волн.

Заключение. В рамках полуаналитического статистического метода получено решение задачи определения плотностей энергий электрического и магнитного полей в окрестности частиц двумерного массива при падении плоской электромагнитной волны по нормали. Оно учитывает многократное рассеяние волн в рамках квазикристаллического приближения, основано на мультипольном разложении ЭМ полей и функции Грина по векторным сферическим волновым функциям, и, как следствие, не имеет ограничений на размер частиц и показатели преломления частиц и среды. Пространственное распределение частиц в массиве описывается радиальными функциями распределения, позволяющими в рамках разработанного подхода моделировать оптические характеристики массивов с ближним и неидеальным дальним порядком и разной степенью упорядоченности частиц.

Полученное решение применено для расчета и анализа распределения относительных плотностей энергии ближнего поля, формируемого упорядоченным разреженным (фактор заполнения $\eta = 0{,}015$) массивом наночастиц серебра с диаметром $D = 50$ нм, в спектральных областях плазмонного и решеточного резонансов. Показано, что с ростом показателя поглощения κ_h среды пики обоих резонансов уменьшаются: уменьшается усиливающее действие частиц. При этом скорость уменьшения пика решеточного резонанса выше, чем у плазмонного, что обусловлено большей чувствительностью межчастичного оптического взаимодействия к изменению κ_h по сравнению с резонансным взаимодействием падающей волны с отдельными плазмонными наночастицами.

Проведено сопоставление результатов, полученных в рамках ПСМ для сильно упорядоченной неидеальной решетки, с данными численного метода конечных элементов для идеальной решетки и получено их отличное согласие.

В рамках разработанного подхода проанализировано влияние типа пространственной упорядоченности частиц на средние по сферическим поверхностям разных радиусов r_Δ относительные плотности энергий электрического и магнитного полей, формируемых сильно упорядоченной решеткой и частично упорядоченным массивом. Показано, что тип пространственной упорядоченности разреженного массива наиболее сильно влияет на плотности энергий при малых значениях κ_h ($\kappa_h \leq 0{,}01$) в спектральной области решеточного резонанса упорядоченного массива. С ростом κ_h это влияние уменьшается ($\kappa_h = 0{,}1$) и исчезает при больших значениях ($\kappa_h = 1{,}0$).

Угловые распределения относительных плотностей энергий электрического и магнитного полей показывают, что в общем случае значения этих плотностей, усредненные по сферической поверхности радиуса r_Δ, не равны нулю при любых параметрах дифракции частиц, в отличие от интегральных по полярному и азимутальному углам рассеяния значений интенсивности некогерентного дальнего поля [15]. Максимальные значения $w^E_{\text{rel}}(\mathbf{r}_\Delta)$ и $w^M_{\text{rel}}(\mathbf{r}_\Delta)$ имеют место на длинах волн пиков соответствующих средних по сферической поверхности зависимостей $w^E_{\text{rel}}(r_\Delta)$ и $w^M_{\text{rel}}(r_\Delta)$.

Максимальное усиление локальных полей на рассматриваемых сферических поверхностях (по сравнению со значениями соответствующих компонент поля падающей волны в тех же точках поверхности) может быть больше 300 для электрического и больше 20 для магнитного. Для рассмотренного массива оно имеет место на поверхности реальных частиц.

Полученные результаты показывают, что использование разреженных массивов плазмонных наночастиц для усиления электромагнитного поля целесообразно в средах с малыми и умеренными значениями показателя поглощения при сильной упорядоченности массивов.

Разработанный подход позволяет проводить быстрый анализ распределения полей на сферических поверхностях вокруг частиц двумерных массивов с разным типом и степенью упорядоченности, без необходимости многочисленных расчетов для конкретных конфигураций ансамбля с последующим усреднением полученных величин, как это требуется в существующих численных методах. Он может быть использован для создания и оптимизации оптических, оптоэлектронных, фотонных и фотохимических устройств: оптических покрытий, солнечных элементов, светодиодов, фотохимических микрореакторов и др.

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ «Фотоника и микроэлектроника».

Acknowledgements. The work has been performed within the framework of the State Program of Scientific Research “Photonics and microelectronics”.

Список использованных источников

1. Disordered optical metasurfaces: basics, properties, and applications / P. Lalanne, M. Chen, C. Rockstuhl [et al.] // Advances in Optics and Photonics. – 2025. – Vol. 17, N 1. – P. 45–112. https://doi.org/10.1364/aop.537175

2. Novotny, L. Principles of Nano-Optics / L. Novotny, B. Hecht. – Cambridge: University Press, 2012. – 564 p. https://doi.org/10.1017/cbo9780511794193

3. Loiko, N. A. Scattering and absorption of light by a monolayer of spherical particles under oblique illumination / N. A. Loiko, A. A. Miskevich, V. A. Loiko // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2020. – Vol. 131. – P. 227–243. https://doi.org/10.1134/s1063776120060060

4. Loiko, N. A. Optical characteristics of a monolayer of identical spherical particles in an absorbing host medium / N. A. Loiko, A. A. Miskevich, V. A. Loiko // Journal of the Optical Society of America A. – 2023. – Vol. 40, N 4. – P. 682–691. https://doi.org/10.1364/josaa.476765

5. Statistical method to describe the electromagnetic field on the surface of spherical particle of a 2D array / V. A. Loiko, A. A. Miskevich, A. Hubarevich, N. A. Loiko // Journal of the Optical Society of America A. – 2025. – Vol. 42, N 3. – P. 334–343. https://doi.org/10.1364/josaa.538231

6. Lax, M. Multiple scattering of waves. II. The effective field in dense systems / M. Lax // Physical Review. – 1952. – Vol. 85. – Art. 621. https://doi.org/10.1103/physrev.85.621

7. Loiko, V. A. Disorder effect in a 2D array of spherical particles on the electromagnetic field on their surface / V. A. Loiko, A. A. Miskevich, N. A. Loiko // Journal of the Optical Society of America A. – 2025. – Vol. 42, N 2. – P. 1890–1899. https://doi.org/10.1364/josaa.565216

8. Ziman, J. M. Models of Disorder: the theoretical physics of homogeneously disordered systems / J. M. Ziman. – Cambridge, 1979. – 525 p.

9. Иванов, А. П. Распространение света в плотно-упакованных дисперсных средах / А. П. Иванов, В. А. Лойко, В. П. Дик. – Мн., 1988. – 192 с.

10. Miskevich, A. A. Coherent transmission and reflection of a two-dimensional planar photonic crystal / A. A. Miskevich, V. A. Loiko // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2011. – Vol. 113. – P. 1–13. https://doi.org/10.1134/s1063776111050153

11. Loiko, N. A. Polarization of light scattered by a two-dimensional array of dielectric spherical particles / N. A. Loiko, A. A. Miskevich, V. A. Loiko // Journal of the Optical Society of America B. – 2021. – Vol. 38, N 9. – P. C22–C32. https://doi.org/10.1364/josab.424426

12. Jin, Y. Statistical theory of correlations in random packings of hard particles / Y. Jin, J. G. Puckett, H. A. Makse // Physical Review E. – 2014. – Vol. 89. – Art. 052207. https://doi.org/10.1103/physreve.89.052207

13. Babenko, V. A. Electromagnetic Scattering in Disperse Media: Inhomogeneous and Anisotropic Particles / V. A. Babenko, L. G. Astafyeva, V. N. Kuzmin. – Berlin, 2003. – 434 p.

14. Handbook of optical constants of solids: in 3 vol. / ed. E. D. Palik. – San Diego, 1985–1998. – Vol. 1. – 1985. – 804 p.

15. Loiko, N. A. Resonant absorption of light by a two-dimensional imperfect lattice of spherical particles / N. A. Loiko, A. A. Miskevich, V. A. Loiko // Journal of the Optical Society of America A. – 2022. – Vol. 39, N 12. – P. C36–C44. https://doi.org/10.1364/josaa.469733

References

1. Lalanne P., Chen M., Rockstuhl C., Sprafke A., Dmitriev A., Vynck K. Disordered optical metasurfaces: basics, properties, and applications. *Advances in Optics and Photonics*, 2025, vol. 17, no. 1, pp. 45–113. https://doi.org/10.1364/aop.537175

2. Novotny L., Hecht B. *Principles of Nano-Optics*. Cambridge, Cambridge University Press, 2012. 564 p. https://doi.org/10.1017/cbo9780511794193

3. Loiko N. A., Miskevich A. A., Loiko V. A. Scattering and absorption of light by a monolayer of spherical particles under oblique illumination. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2020, vol. 131, pp. 227–243. https://doi.org/10.1134/s1063776120060060

4. Loiko N. A., Miskevich A. A., Loiko V. A. Optical characteristics of a monolayer of identical spherical particles in an absorbing host medium. *Journal of the Optical Society of America A*, 2023, vol. 40, no. 4, pp. 682–691. https://doi.org/10.1364/josaa.476765

5. Loiko V. A., Miskevich A. A., Hubarevich A., Loiko N. A. Statistical method to describe the electromagnetic field on the surface of spherical particle of a 2D array. *Journal of the Optical Society of America A*, 2025, vol. 42, no. 3, pp. 334–343. https://doi.org/10.1364/josaa.538231

6. Lax M. Multiple scattering of waves. II. The effective field in dense systems. *Physical Review*, 1952, vol. 85, art. 621. https://doi.org/10.1103/physrev.85.621

7. Loiko V. A., Miskevich A. A., Loiko N. A. Disorder effect in a 2D array of spherical particles on the electromagnetic field on their surface. *Journal of the Optical Society of America A*, 2025, vol. 42, no. 12, pp. 1890–1899. https://doi.org/10.1364/josaa.565216

8. Ziman J. M. *Models of Disorder: the Theoretical Physics of Homogeneously Disordered Systems*. Cambridge, 1979. 525 p.

9. Ivanov A. P., Loiko V. A., Dick V. P. *Propagation of Light in Densely Packed Disperse Media*. Minsk, 1988. 191 p. (in Russian).

10. Miskevich A. A., Loiko V. A. Coherent transmission and reflection of a two-dimensional planar photonic crystal. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2011, vol. 113, pp. 1–13. https://doi.org/10.1134/s1063776111050153

11. Loiko N. A., Miskevich A. A., Loiko V. A. Polarization of light scattered by a two-dimensional array of dielectric spherical particles. *Journal of the Optical Society of America B*, 2021, vol. 38, no. 9, pp. C22–C32. https://doi.org/10.1364/josab.424426

12. Jin Y., Puckett J. G., Makse H. A. Statistical theory of correlations in random packings of hard particles. *Physical Review E*, 2014, vol. 89, art. 052207. https://doi.org/10.1103/physreve.89.052207

13. Babenko V. A., Astafyeva L. G., Kuzmin V. N. *Electromagnetic Scattering in Disperse Media: Inhomogeneous and Anisotropic Particles*. Berlin, 2003. 434 p.

14. Palik E. D., ed. *Handbook of Optical Constants of Solids*. San Diego, 1985, vol. 1. 804 p.

15. Loiko N. A., Miskevich A. A., Loiko V. A. Resonant absorption of light by a two-dimensional imperfect lattice of spherical particles. *Journal of the Optical Society of America A*, 2022, vol. 39, no. 12, pp. C36–C44. https://doi.org/10.1364/josaa.469733

Информация об авторах

Мискевич Александр Амуратович – канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник. E-mail: miskevic@ifanbel.bas-net.by.

Лойко Наталия Александровна – д-р физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник. E-mail: n.loiko@ifanbel.bas-net.by.

Лойко Валерий Александрович – д-р физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник. E-mail: loiko@ifanbel.bas-net.by.

Information about the authors

Miskevich Alexander A. – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Researcher. E-mail: miskevic@ifanbel.bas-net.by.

Loiko Natalia A. – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Chief Researcher. E-mail: n.loiko@ifanbel.bas-net.by.

Loiko Valery A. – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Chief Researcher. E-mail: loiko@ifanbel.bas-net.by.