

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 532.516; 532.5; 629.9:662.92

В. Д. ТЮТЮМА

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛООБМЕНА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ
ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ВИХРЕВОЙ ТРУБЕ

(Представлено академиком А. А. Михалевичем)

Институт энергетики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
tvd@hmti.ac.by

На основе двух моделей движения вязкой сжимаемой среды в приближении плоского закрученного течения проведено теоретический анализ влияния тепловых процессов на эффективность энергоразделения в вихревой трубе Ранка. Показано, что наблюдаемый эффект охлаждения в вихревой трубе обусловлен, как минимум, тремя факторами: направленным к центру радиальным течением в периферийной зоне вихря, диссипацией механической энергии и локальной неравновесностью течения.

Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными дает основание заключить, что теоретическое описание термогидродинамических процессов в вихревой трубе должно строиться на основе теории локально-неравновесного течения, учитывающей изэнтропичность переноса импульса в сдвиговом потоке вязкой среды.

Ключевые слова: эффект Ранка–Хилша, математическая модель закрученного течения, поле скоростей, распределение термодинамических параметров.

V. D. TYUTYUMA

INFLUENCE OF HEAT TRANSFER ON THE DISTRIBUTION
OF THERMODYNAMIC PARAMETERS IN A VORTEX TUBEInstitute of Power of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
tvd@hmti.ac.by

The theoretical analysis of the influence of thermal processes on the energy separation efficiency in a Ranque vortex tube has been performed using two models of motion of a viscous incompressible medium in the approximation of a plane twisted flow. It is shown that the observed cooling effect in the vortex tube is caused, as a minimum, by three factors, viz., a radial flow in the vortex periphery zone, which is directed to the center; mechanical energy dissipation, and local flow local nonequilibrium.

A comparison of the calculated and experimental data allows one to draw a conclusion that a theoretical description of thermohydrodynamic processes occurring in a vortex tube should be based on the theory of a locally nonequilibrium flow, which takes into account the isentropic character of momentum transfer in a shear flow of a viscous medium.

Keywords: effect of Rank–Hilsch, mathematical model of swirling flow, the velocity field, distribution of thermodynamic parameter.

Введение. В работах [1; 2] для изэнтропического случая движения вязкой среды в рамках чисто механического взаимодействия было показано, что эффект энергоразделения в вихревой трубе Ранка, заключающийся в том, что при подаче сжатого газа внутрь вихревой трубы он разделяется на две составляющие, отличающиеся друг от друга по величине полной энтальпии, обусловлен радиальным течением в периферийной зоне вихря и связан с изменением внутренней энергии радиального потока за счет выполнения им механической работы. Представляет интерес оценить влияние на эффективность энергоразделения и распределение термодинамических параметров в вихревой трубе процессов теплообмена.

Кроме того, исследования, проведенные в работах [3; 4], дают основания заключить, что при больших напряжениях сдвига распределение термодинамических параметров в потоке вязкой жидкости более точно описывается моделью локально-неравновесного течения, в которой учи-

тывается изэнтропичность переноса импульса. В связи с этим немаловажно установить, насколько разнятся результаты расчетов распределения термодинамических параметров в вихревой трубе на основе теории Навье–Стокса и модели локально-неравновесного течения.

Постановка задачи и исходные уравнения. Выделим плоскость, перпендикулярную оси трубы, и рассмотрим в ней осесимметричное движение вязкого сжимаемого газа, подчиняющегося уравнению состояния Менделеева–Клапейрона. В этом случае полная система уравнений Навье–Стокса, неразрывности и энергии принимает вид [5]

$$\rho \left(V_r \frac{dV_r}{dr} - \frac{V_\phi^2}{r} \right) = -\frac{dp}{dr} + \frac{4}{3} \eta \left(\frac{d^2 V_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV_r}{dr} - \frac{V_r}{r^2} \right), \quad (1)$$

$$\rho \left(V_r \frac{dV_\phi}{dr} + \frac{V_r V_\phi}{r} \right) = \eta \left(\frac{d^2 V_\phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV_\phi}{dr} - \frac{V_\phi}{r^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{d(r\rho V_r)}{dr} = 0, \quad (3)$$

$$\rho c_p V_r \frac{dT}{dr} = \lambda \left(\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \right) + V_r \frac{dp}{dr} + \eta \Phi, \quad (4)$$

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{dV_r}{dr} \right)^2 + \left(\frac{V_r}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{dV_\phi}{dr} - \frac{V_\phi}{r} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{dV_r}{dr} + \frac{V_r}{r} \right)^2, \quad p = \rho RT. \quad (5)$$

Из уравнения неразрывности (3) следует, что радиальное течение в этом случае возможно только при наличии подвода или отвода массы на некотором удалении от оси. В связи с этим было предложено реальный вихрь заменить вихревым образованием, состоящим из вихрестока на периферии и вынужденного вихря в центральной части с отбором массы на линии сопряжения вихрей [1; 2]. При этом распределение вращательной составляющей скорости по радиусу в каждой зоне вихря определялось на основе совместного решения уравнений (2) и (3) с граничным условием на внешней границе вихря и шивки на линии сопряжения вихрей, обеспечивающей непрерывность не только тангенциальной составляющей скорости, но и касательного напряжения во всей области течения. В результате интегрирования для распределения вращательной составляющей скорости в периферийном вихре было получено выражение

$$\frac{V_\phi}{V_{\phi 1}} = \left(1 + \frac{R}{2} \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{R+2} \right)^{-1} \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^{R+1} + \frac{R}{2} \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{R+2} \frac{r_1}{r} \right], \quad r_2 \leq r \leq r_1,$$

где $R = \frac{V_{r1} \text{Re}}{|V_{r1}|}$ – алгебраическая величина, принимающая как положительные, так и отрицательные значения в зависимости от знака радиальной составляющей скорости; $\text{Re} = \frac{r_1 \rho_1 |V_{r1}|}{\eta}$ – число Рейнольдса радиального течения; $V_{\phi 1}$, V_{r1} – тангенциальная и радиальная составляющие скорости на внешней границе вихря; η – динамическая вязкость.

Математическая модель локально-неравновесного течения отличается от системы уравнений (1)–(5) тем, что вместо уравнения (1) в силу изэнтропического характера переноса импульса используется уравнение

$$\rho \left(V_r \frac{dV_r}{dr} - \frac{V_\phi^2}{r} \right) = -c^2 \frac{d\rho}{dr} + \frac{4}{3} \eta \left(\frac{d^2 V_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV_r}{dr} - \frac{V_r}{r^2} \right), \quad (6)$$

а в уравнении энергии (4) с помощью уравнения состояния (5) исключено давление.

Интегрирование записанных уравнений в общей постановке связано с решением краевой задачи. Однако для течения в вихревой трубе в силу выполнения условия $V_{r1} \ll V_{\phi 1}$, без потери точности можно опустить в уравнениях (1) и (6) члены с V_r . В этом случае решение значительно упрощается.

Если пренебречь теплопроводностью и теплом диссипации, то (1) и (6) переходят в одно и то же уравнение, и различие в описании между системой уравнений Навье–Стокса и локально-неравновесной моделью течения исчезает. В этом особом случае обе системы описывают упомянутое выше изэнтропическое движение вязкого газа. Этот случай течения в дальнейшем не рассматривается. Для сравнения приводятся только результаты расчетов по этой теории.

Отнеся все искомые функции и переменные к их значениям на внешней границе вихря, а давление к удвоенной величине скоростного напора, систему уравнений Навье–Стокса (1), (3)–(5) в безразмерном виде можно записать следующим образом:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + (1 - \text{Pr} \cdot \text{Re}) \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + (\gamma - 1) M_1^2 \text{Pr} \cdot \text{Re} \frac{V_\phi^2}{r^2} + 2(\gamma - 1) M_1^2 \text{Pr} \left(\frac{dV_\phi}{dr} - V_\phi \right)^2 = 0, \quad (7)$$

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{V_\phi^2}{r}, \quad (8)$$

$$\gamma M_1^2 p = \rho T, \quad (9)$$

$$r \rho V_r = 1. \quad (10)$$

Соответственно систему уравнений локально-неравновесного течения можно представить в виде

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \left(1 - \frac{\text{Pr}}{\gamma} \cdot \text{Re} \right) \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + (\gamma - 1) M_1^2 \frac{\text{Pr}}{\gamma} \cdot \text{Re} \frac{V_\phi^2}{r^2} + 2(\gamma - 1) M_1^2 \text{Pr} \left(\frac{dV_\phi}{dr} - V_\phi \right)^2 = 0, \quad (11)$$

$$\frac{d\rho}{dr} = M_1^2 \frac{\rho}{T} \frac{V_\phi^2}{r}. \quad (12)$$

При этом уравнение состояния (9) и уравнение неразрывности (10) сохраняют свой прежний вид. Здесь $\text{Pr} = c_p \eta / \lambda$ – число Прандтля; $M_1 = V_{\phi 1} / c_1$ – число Маха; $c = \sqrt{\gamma R T_1}$ – скорость звука; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; λ – коэффициент теплопроводности; γ – показатель адиабаты.

На окружности $r = 1$ все искомые функции, кроме давления, принимают единичные значения, а давление в соответствии с уравнением состояния (9) равно $p(1) = 1 / \gamma M_1^2$.

Результаты расчетов. Система дифференциальных уравнений (7)–(10) и соответственно (9)–(12) допускают аналитические решения в замкнутом виде, которые из-за громоздкого вида выражений для коэффициентов в данной работе не приводятся. Одновременно эти уравнения решались численным методом. Сравнение аналитического и численного решения показали их хорошее совпадение. Результаты расчетов представлены на рис. 1–6. Расчеты проводились в диапазоне чисел Рейнольдса $0 \leq \text{Re} \leq 11$, а значения параметров r_2 и $V_{\phi 1}$ выбирались близкими к экспериментальным. На каждом из рисунков приведены графики распределения соответствующих термодинамических величин, рассчитанных на основе модели локально-неравновесного течения, теории Навье–Стокса и модели изэнтропического течения при одних и тех же значениях безразмерных параметров.

На рис. 1 и рис. 2 показаны графики зависимости плотности и радиальной составляющей скорости от радиуса. Основная особенность распределения этих величин состоит в том, что во всем диапазоне рассмотренных чисел Re расчетные значения для локально-неравновесной модели и модели изэнтропического течения практически совпадают, в то время как кривые, рассчитанные на основе теории Навье–Стокса, незначительно отклоняются.

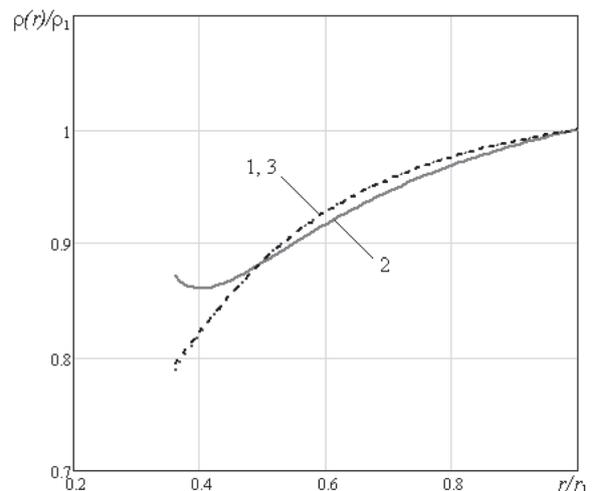


Рис. 1. Распределение плотности в периферийной зоне вихря ($\text{Re} = 5,6$; $r_2 = 0,36$; $V_{\phi 1} = 103,3$ м/с; $T_1 = 298$ К): 1 – локально-неравновесное течение; 2 – теория Навье–Стокса; 3 – изэнтропическое течение вязкой жидкости

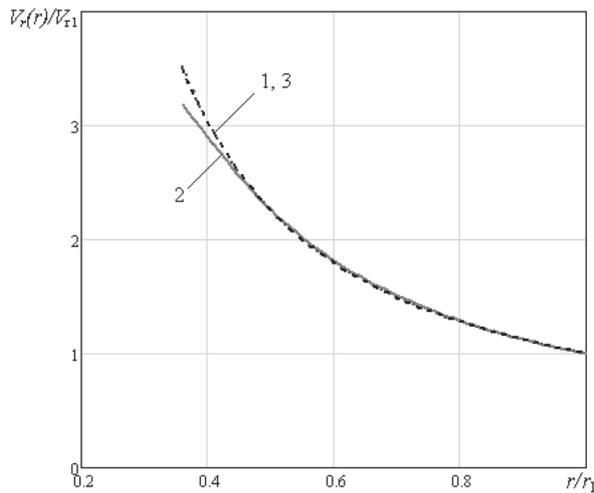


Рис. 2. Распределение радиальной составляющей скорости в периферийной зоне вихря ($Re = 5,6; r_2 = 0,36; V_{\phi 1} = 103,3 \text{ м/с}; T_1 = 298 \text{ К}$): 1 – локально-неравновесное течение; 2 – теория Навье–Стокса; 3 – изэнтропическое течение вязкой жидкости

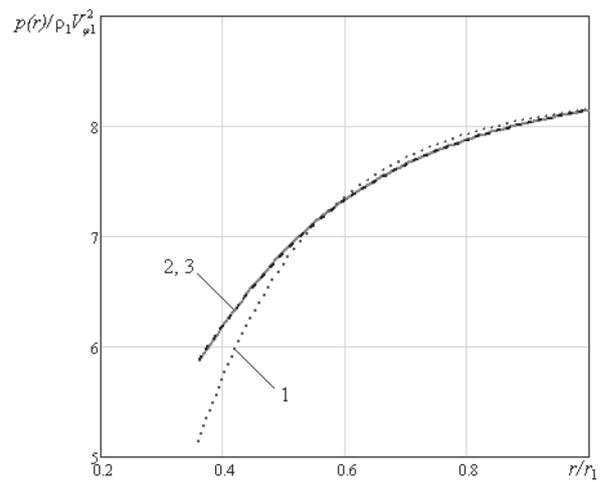


Рис. 3. Распределение давления в периферийной зоне вихря ($Re = 5,6; r_2 = 0,36; V_{\phi 1} = 103,3 \text{ м/с}; T_1 = 298 \text{ К}$): 1 – локально-неравновесное течение; 2 – теория Навье–Стокса; 3 – изэнтропическое течение вязкой жидкости

Для распределения давления, показанного на рис. 3, характерны совпадения графиков, рассчитанных на основе теории Навье–Стокса и модели изэнтропического течения.

Наибольшее влияние процессы теплообмена оказывают на распределение статической и полной температуры, графики которых представлены на рис. 4 и рис. 5. Как показали расчеты, вопреки ожиданию, тепловые процессы привели не к снижению, а к существенному увеличению эффекта охлаждения в центральной зоне вихря. При этом температура торможения (рис. 5) на некотором удалении от стенки трубы ($r > 0,6–0,7$) сначала увеличивается, а затем резко убывает, т. е. графики распределения полной температуры имеют максимум, наличие которого подтверждается экспериментально [6]. Результаты расчетов показали, что усиление эффекта охлаждения связано только с диссипацией механической энергии. Это указывает на то, что механическая работа, совершаемая газом в результате радиального движения, при наличии диссипации увеличивается. Теплопередача сама по себе без учета диссипации приводит к противоположному эффекту – нагреву газа во всей области течения.

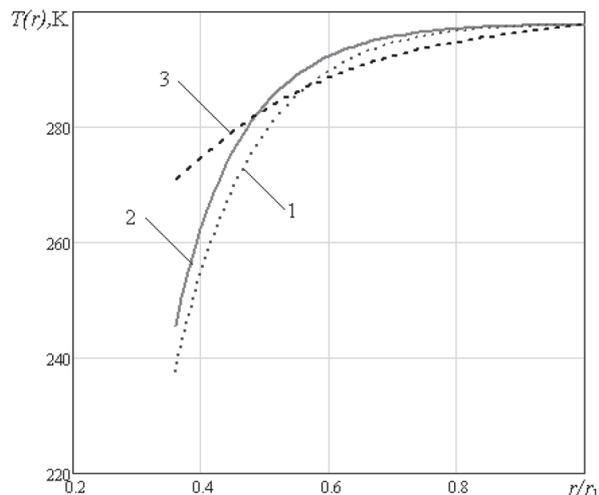


Рис. 4. Распределение температуры в периферийной зоне вихря ($Re = 5,6; r_2 = 0,36; V_{\phi 1} = 103,3 \text{ м/с}; T_1 = 298 \text{ К}$): 1 – локально-неравновесное течение; 2 – теория Навье–Стокса; 3 – изэнтропическое течение вязкой жидкости

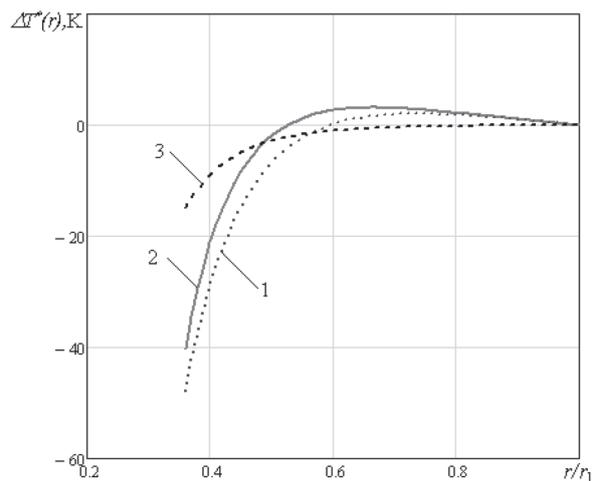


Рис. 5. Распределение разности температур торможения в периферийной зоне вихря ($Re = 5,6; r_2 = 0,36; V_{\phi 1} = 103,3 \text{ м/с}; T_1 = 298 \text{ К}; T_0^* = 303 \text{ К}$): 1 – локально-неравновесное течение; 2 – теория Навье–Стокса; 3 – изэнтропическое течение вязкой жидкости

Непосредственное сравнение результатов расчетов с имеющимися экспериментальными данными затруднительно, так как отсутствует прямая связь чисел Re и r_2 с конструктивными и режимными параметрами течения в конкретной вихревой трубе. Однако относительно поведения этих величин можно руководствоваться следующими соображениями.

Число Re характеризует интенсивность радиального течения по направлению к диафрагме, которое и определяет коэффициент отбора μ в реальной трубе. Поэтому между μ и Re должна существовать определенная взаимосвязь.

Так как радиус r_2 определяет центр масс протекающего через диафрагму газового потока, то он должен примерно на 20–30 % быть меньше геометрического размера диафрагмы.

На рис. 6 показано сравнение графиков абсолютного эффекта охлаждения ΔT_x^* от коэффициента отбора μ , рассчитанных для разных моделей, с экспериментом [6]. При этом зависимость коэффициента отбора от Re аппроксимировалась степенной зависимостью $\mu = 0,000181Re^{3,6}$.

Как видно из представленных графиков, наибольшая эффективность охлаждения наблюдается для модели локально-неравновесного течения, которая обнаруживает довольно хорошее совпадение с экспериментом во всем диапазоне изменения коэффициента μ . Расчеты на основе теории Навье–Стокса дают не только более низкую эффективность, но и определяют достаточно узкую область значений μ , при которых охлаждение может возникнуть.

Вывод. Анализ полученных результатов показывает, что наблюдаемый эффект охлаждения в вихревой трубе обусловлен, как минимум, тремя факторами: направленным к центру радиальным течением в периферийной зоне вихря, диссипацией механической энергии и локальной неравновесностью течения.

Казалось бы, теплопередача и диссипативные процессы должны отрицательно влиять на охлаждение газовой среды в вихревой трубе. Однако расчеты показывают, что диссипация механической энергии, вопреки предположению, приводит к значительному увеличению перепада температур охлажденного газа. Хотя сама по себе теплопередача без учета тепла диссипации приводит к противоположному эффекту – нагреву газа в центральной зоне вихря.

Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными дает основание заключить, что теоретическое описание термогидродинамических процессов в вихревой трубе должно строиться на основе теории локально-неравновесного течения, учитывающей изэнтропичность переноса импульса в сдвиговом потоке вязкой среды.

Список использованной литературы

1. Тютюма, В. Д. О механизме разделительного эффекта в вихревой трубе Ранка / В. Д. Тютюма // Докл. НАН Беларуси. – 2010. – Т. 54, № 3. С. 110–114.
2. Тютюма, В. Д. О механизме эффекта Ранка–Хилша / В. Д. Тютюма // Инженерно-физический журн. – 2011. – Т. 84, № 3. – С. 565–570.
3. Тютюма, В. Д. Концептуальные особенности построения теории вязких течений сжимаемых сред / В. Д. Тютюма // Инженерно-физический журн. – 2012. – Т. 85, № 2. – С. 333–335.
4. Тютюма, В. Д. Экспериментальное подтверждение модели локально-неравновесного течения вязкой жидкости / В. Д. Тютюма // Докл. НАН Беларуси. – 2014. – Т. 58, № 6. – С. 107–111.
5. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М., 1970. – 904 с.
6. Пиралишвили, Ш. А. Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения / Ш. А. Пиралишвили, В. М. Поляев, М. Н. Сергеев; под ред. А. И. Леонтьева. – М., 2000. – 412 с.

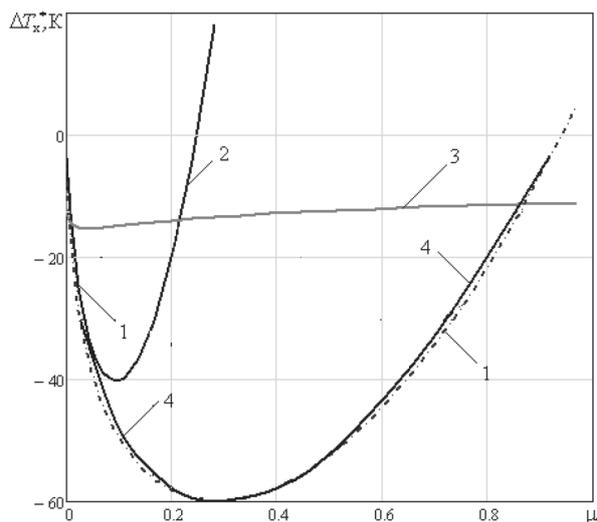


Рис. 6. Зависимость абсолютного эффекта охлаждения от коэффициента отбора μ ($r_2 = 0,36$; $V_{\text{оп}} = 103,3$ м/с; $T_1 = 298$ К; $T_0^* = 303$ К): 1 – локально-неравновесное течение; 2 – теория Навье–Стокса; 3 – изэнтропическое течение вязкой жидкости; 4 – эксперимент [6] ($\pi_{\text{тр}} = 6$ бар; $d_d = 0,48$; $T_0^* = 303$ К)

Поступило в редакцию 07.09.2015