Доклады Национальной академии наук Беларуси

2014 **январь–февраль** **Том 58 № 1**

ФИЗИКА

УДК 524.6;531

Член-корреспондент Л. М. ТОМИЛЬЧИК

МАСШТАБНАЯ НЕИНВАРИАНТНОСТЬ В КОНФОРМНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ЕЕ ВОЗМОЖНЫЕ НАБЛЮДАЕМЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ

Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси, Минск *Поступило 30.12.2013*

Введение. Экспериментальное обнаружение ускоренного расширения Вселенной (1998–1999 гг.), теоретически интерпретируемое в рамках ОТО как следствие наличия парадоксальной гипотетической вакуумоподобной, непосредственно не наблюдаемой субстанции (тёмной энергии), заполняющей пространство Метагалактики по мере её расширения, активизировало поиски альтернативного объяснения наблюдаемого эффекта, вплоть до попыток изменения динамических оснований ОТО (см. [1]). Перспективнее, однако, выглядит менее радикальный вариант соответствующей модификации, затрагивающий только геометрию плоского предела ОТО, каковым является пространство Минковского, симметрия которого определяется группой Пуанкаре.

Идея описания космологического красного смещения без явной апелляции к ОТО восходит к Милну [2]. Первая попытка её реализации на основе использования конформной пространственно-временной геометрии принадлежит Хиллу [3], который *ad hoc* связал параметр специальных конформных преобразований (SCT) с темпом космологического расширения и установил в линейном по параметру приближении зависимость продолжительности распространения сигнала от красного смещения. Подход Хилла возрождён в недавней работе [4]. В наших работах [5–7] точное выражение, задающее продолжительность распространения сигнала в виде явной функции красного смещения, установлено чисто кинематическим путём в качестве прямого следствия SCT и условия инвариантности уравнения светового конуса относительно этих преобразований. Тем самым получила общее определение вне рамок локационной процедуры и та дистанция, которую проходит сигнал, распространяющийся «в один конец».

В сочетании с известной из релятивистской теории продольного эффекта Доплера формулой, задающей зависимость относительной скорости источника и приёмника сигнала от красного смещения, получено явное аналитическое выражение для закона Хаббла, которое хорошо воспроизводит (в интервале $0{,}2 < z < 1{,}7$) характерные отклонения от его линейного приближения (т. е. непосредственно наблюдаемый эффект, интерпретируемый как ускоренное расширение Вселенной) [5–7].

Вместе с тем важный вопрос о локационной процедуре определения расстояний в условиях конформной пространственно-временной геометрии нуждается в специальном анализе, прежде всего потому, что совпадение длительности распространения сигнала «туда» и «обратно» не может быть обеспечено одновременно в двух системах отсчёта (СО), связанных посредством SCT.

В настоящей работе рассматривается проблема пространственно-временных измерений, и в частности, вопрос об определении радарного расстояния в условиях конформной геометрии.

Теоретическая часть. Мы исходим из предположения, что геометрия плоского предела ОТО определяется (локально) группой

$$\overline{\mathrm{P}} = \mathrm{SCT} \times) \mathrm{L},$$

где SCT

$$x'^{\mu} = \frac{x^{\mu} + b^{\mu}(x^2)}{1 + 2(bx) + (b^2)(x^2)} \ (b^{\mu} \ \text{– 4-вектор-параметр}) \tag{1}$$

есть абелева группа специальных конформных преобразований; L – группа Лоренца. Группа $\bar{P}$ локально изоморфна группе Пуанкаре и образует подгруппу конформной группы SO(4, 2). Будем использовать, следуя [8], одномерную модель

$$\left.\begin{aligned} & x^{\mu} = \{x^0 = ct, x, 0, 0\}, \quad x'^{\mu} = \{x'^0 = ct', x', 0, 0\}, \\ & b^{\mu} = \left\{0, -\frac{1}{2R_0}, 0, 0\right\}, \quad R_0 = ct_0, \quad t_0 \text{ – параметр} \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{размерности времени} \end{aligned}\right\}, \tag{2}$$

ограничиваясь тем самым рассмотрением чисто продольных эффектов. SCT (1) с учётом (2) запишем в виде

$$x' = \frac{x\left(1 + \dfrac{x}{2R_0}\right) - \dfrac{c^2t^2}{2R_0}}{\left(1 + \dfrac{x}{2R_0}\right)^2 - \left(\dfrac{ct}{2R_0}\right)^2}, \quad t' = \frac{t}{\left(1 + \dfrac{x}{2R_0}\right)^2 - \left(\dfrac{ct}{2R_0}\right)^2}. \tag{3}$$

Эти преобразования осуществляют отображение псевдоевклидовых плоскостей

$$\{x, x^0\} \to \{x', x'^0\}.$$

Они сингулярны на светоподобных мировых линиях

$$x(\pm) = -2R_0 \pm ct, \tag{4}$$

которые делят плоскость $\{x, x^0\}$ на четыре односвязных сектора (см. [8]).

Будем рассматривать взаимно однозначное отображение правого сектора плоскости $\{x, x^0\}$ в левый сектор плоскости $\{x', x'^0\}$, ограничиваясь полубесконечной частью правого сектора, заключённой между полупрямыми (4), исходящими из точек $(x = 0, x^0_{\pm} = \pm 2R_0)$. Эта часть плоскости наиболее близка по своей геометрической структуре к псевдоевклидовой. Поэтому отрезки мировых линий, параллельных оси времени в этой области, до их пересечения с линиями сингулярности можно ассоциировать с мировыми линиями частиц, покоящихся в точках на оси x лоренцовой СО. Совокупность таких линий отображается в семейство гипербол в плоскости $\{x', x'^0\}$, каждая их которых соответствует движению с постоянным четырёхускорением, параметрически зависящим от координаты x отображаемой линии. В частности, линия, совпадающая с осью t, отображается в гиперболу с левой вершиной в начале координат СО′, отстоящей от центра гиперболы на расстояние, равное $R_0 = ct_0$. Мировые линии световых сигналов в выделенном нами секторе плоскости $\{x, x^0\}$ отображаются в мировые линии сигналов в соответствующем секторе плоскости $\{x', x'^0\}$. Это вытекает из условия инвариантности уравнения светового конуса относительно SCT (см. [8; 9]).

Для физической интерпретации SCT важную роль играют свойства этих преобразований в пределе, когда их нелинейный характер и другие особенности проявляются лишь в наличии малых поправок к пространственно-временным преобразованиям групп Пуанкаре и Галилея. Здесь выделенная роль принадлежит малой окрестности $\{\Delta x, \Delta t\}$ начала координат. Легко видеть, что в приближении

$$\frac{\Delta t}{t_0} \ll 1, \quad \frac{\Delta x}{R_0} \ll 1, \tag{5}$$

при $x = 0$ формулы (3) переходят в преобразования кинематики Галилея–Ньютона, определяющие переход от ИСО к равноускоренной СО′, движущейся в положительном направлении оси x ИСО с ускорением

$$W_B = \frac{c^2}{R_0} = \frac{c}{t_0}. \tag{6}$$

На основании эйнштейновского принципа эквивалентности в этом приближении СО′ можно рассматривать как инерциальную, в которой действует соответствующее ускорению (6) постоянное ньютоново гравитационное поле.

Поскольку численное значение параметра t_0 – порядка возраста Вселенной, то окрестность начала координат СО′ моделирует в рассматриваемом подходе (в приближении (5)) ту пространственно-временную область современной Метагалактики, в которой проводятся реальные наблюдения.

Инвариантность уравнения светового конуса относительно SCT позволяет использовать локационную процедуру синхронизации взаимно неподвижных часов, разделённых конечным расстоянием. Однако сингулярный характер преобразований и их нелинейный характер вносят в эту процедуру определённые коррективы, отличающие ситуацию от стандартной, когда взаимное отображение двух инерциальных СО осуществляется посредством преобразований группы Пуанкаре.

В СТО длительность распространения синхронизирующего сигнала в прямом и обратном направлениях совпадает в обеих СО, а выбор точки нахождения «опорных» часов и начала отсчёта времени по ним произвольны.

Однако ни одно их этих условий не может быть выполнено в случае, когда отображение $\text{СО} \to \text{СО}'$ осуществляется посредством SCT.

Воспользуемся выражением [5–7]

$$\frac{dt'}{dt}(\pm) = \frac{1}{\left(1 \pm \frac{t}{t_0}\right)^2}, \tag{7}$$

связывающим дифференциалы продолжительности распространения сигнала в этих системах отсчёта и сформулируем условие синхронизма как совпадение по часам СО′ длительности распространения сигнала между пространственно разделёнными часами А и В в прямом и обратном направлениях («опорными» часами будем считать часы А):

$$t'_\text{B} - t'^0_\text{A} = \int_{t^0_\text{A}}^{t_\text{B}} \frac{dt}{\left(1 + \frac{t}{t_0}\right)^2} = \int_{t_\text{B}}^{t_\text{A}} \frac{dt}{\left(1 - \frac{t}{t_0}\right)^2} = t'_\text{A} - t'_\text{B}.$$

Отсюда получаем соотношение

$$\frac{t_\text{B} - t^0_\text{A}}{\left(1 + \frac{t^0_\text{A}}{t_0}\right)\left(1 + \frac{t_\text{A}}{t_0}\right)} = \frac{t_\text{A} - t_\text{B}}{\left(1 - \frac{t_\text{A}}{t_0}\right)\left(1 - \frac{t_\text{B}}{t_0}\right)}, \tag{8}$$

которое представляет собой следующее квадратное уравнение для определения t_B как функции начального (t^0_A) и конечного (t_A) показаний «опорных» часов:

$$\left(\frac{t_\text{B}}{t_0}\right)^2 + 2\Phi^{-1}\left(\frac{t_\text{B}}{t_0}\right) - 1 = 0, \tag{9}$$

где

$$\Phi = \Phi(t^0_\text{A}, t_\text{A}) = \frac{t^0_\text{A} + t_\text{A}}{t_0\left(1 + \frac{t^0_\text{A}}{t_0}\right)\left(1 - \frac{t_\text{A}}{t_0}\right)}. \tag{10}$$

Из двух решений уравнения (9)

$$\left(\frac{t_{\text{B}}}{t_0}\right)_{\pm} = \pm\Phi^{-1}\left\{\left[1+\Phi^2\right]^{\frac{1}{2}} \mp 1\right\}$$

следует выбрать то, которое соответствует верхнему знаку, поскольку только в этом случае при $t / t_0 \ll 1,$ а следовательно, и при $\Phi(t_{\text{A}}^0, t_{\text{A}}) \ll 1$ (или, формально, в пределе $t_0 \to \infty$), для величины t_{B} получим, как это и должно быть, стандартное соотношение

$$\lim_{t_0\to\infty} t_{\text{B}}(t_{\text{A}}^0, t_{\text{A}}, t_0) = \frac{1}{2}(t_{\text{A}}^0 + t_{\text{A}}).$$

Таким образом, выражение для $t_B\ (t_{\text{A}}^0, t_{\text{A}}, t^0),$ удовлетворяющее предельному условию, имеет следующий вид:

$$t_{\text{B}} = t_0\Phi^{-1}\left\{\left[1+\Phi^2\right]^{\frac{1}{2}} - 1\right\}, \tag{11}$$

где Φ определяется формулой (10).

Очевидно, что при этом продолжительность распространения сигнала в прямом и обратном направлениях по часам СО не совпадают, хотя суммарная продолжительность распространения «туда» и «обратно» по-прежнему составляет величину, равную $t_{\text{A}} - t_{\text{A}}^0.$

Выражение (11) для t_{B} в первом порядке по t / t_0 имеет следующий вид:

$$t_{\text{B}}\Big|_{t/t_0 \ll 1} \cong \frac{t_{\text{A}} + t_{\text{A}}^0}{2}\left\{1 + \frac{t_{\text{A}} - t_{\text{A}}^0}{2t_0}\right\} = \frac{t_{\text{A}} + t_{\text{A}}^0}{2} + \frac{t_{\text{A}}^2 - t_{\text{A}}^{0\,2}}{2t_0}. \tag{12}$$

В этом приближении длительность распространения сигнала «туда» (Δt_{AB}) и «обратно» (Δt_{BA}) определяются соответственно выражениями

$$\Delta t_{\text{AB}} = t_{\text{B}} - t_{\text{A}}^0 = \frac{t_{\text{A}} - t_{\text{A}}^0}{2} + \frac{t_{\text{A}}^2 - t_{\text{A}}^{0\,2}}{2t_0}, \tag{13}$$

$$\Delta t_{\text{BA}} = t_{\text{A}} - t_{\text{B}} = \frac{t_{\text{A}} - t_{\text{A}}^0}{2} - \frac{t_{\text{A}}^2 - t_{\text{A}}^{0\,2}}{2t_0}. \tag{14}$$

Видно, что поправки первого порядка по $t\ /\ t_0$ к выражениям для продолжительности распространения сигнала «туда» и «обратно» не могут быть выражены через величину $\Delta t = \frac{1}{2}(t_{\text{A}} - t_{\text{A}}^0)$ вне зависимости от выбора начала отсчёта времени. Если ограничиться окрестностью начала координат, то можно положить $t_{\text{A}}^0 = 0.$ В этом случае

$$\Delta t_{\text{AB}} = t + \frac{2t^2}{t_0},\ \ \Delta t_{\text{BA}} = t - \frac{2t^2}{t_0}, \tag{15}$$

где $t = \frac{t_{\text{A}}}{2}.$

В силу независимости скорости света от скорости движения источника описанная процедура полностью сохраняется в качестве метода определения радарного расстояния от точки наблюдения до места нахождения тела, независимо от наличия относительной скорости.

В случае конформной пространственно-временной геометрии светоподобные мировые линии, заданные в координатах СО, трансформируются в такие же линии в координатах СО′. Радарное расстояние в СО′ определится формулой

$$D = c\Delta t' = c(t'_{\text{fin}} - t'_{\text{in}}), \tag{16}$$

и постулируем равенство

$$\Delta t'_{AB} = t'_B - t'^0_A = t'_A - t'_B = \Delta t'_{BA}.$$

При этом продолжительность распространения сигнала во взаимно противоположных направлениях по часам нештрихованной СО окажется различной (см. (7), (8)).

Поскольку любой реальный локационный эксперимент может проводиться только при выполнении соотношений (5), то все расчёты имеет смысл производить с учётом лишь поправочных членов первого порядка.

Величины t_B, Δt_{AB} и Δt_{BA} в этом приближении определяются формулами (12)–(14).

Видно, что при ключевом исходном условии $\Delta t'_{AB} = \Delta t'_{BA}$, принятом для «конформной» СО′, оказывается, что по часам «инерциальной» СО $\Delta t_{AB} \neq \Delta t_{BA}$. Отличие этих промежутков времени от их лоренцова значения $\Delta t = \dfrac{t_A - t_A^0}{2}$ противоположно по знаку и совпадает по абсолютной величине, равной

$$\delta t(\mathrm{A}, \mathrm{A}^0) = \frac{1}{2t_0}(t_A - t_A^0)(t_A + t_A^0) = \frac{1}{2t_0}(t_A^2 - t_A^{0\,2}).$$

Отметим, что при этом

$$\Delta t \overset{\mathrm{def}}{=} \frac{1}{2}(\Delta t_{AB} + \Delta t_{BA}) = \frac{t_A - t_A^0}{2},$$

т. е. половина общей продолжительности распространения сигнала «туда–обратно» оказывается в точности такой же, как в СТО. Если рассматривать окрестность начала координат, и положить $t_A^0 = 0$, то временные интервалы Δt_{AB} и Δt_{BA} определятся формулами (15).

Поскольку продолжительность распространения сигнала «туда» и «обратно» по отдельности неизмерима, а фиксируется только суммарная длительность (которая затем делится пополам), то наблюдатель, находящийся в малой окрестности общего начала координат СО и СО′, получит для соответствующего радарного расстояния «привычную» величину

$$D = x = ct, \tag{17}$$

где продолжительность t определена формулой

$$t = \frac{1}{2}t_A = \frac{1}{2}(t_{\mathrm{fin}} - t_{\mathrm{in}}).$$

Однако для определения эффекта, наблюдаемого «с точки зрения» СО′, необходимо учесть изменение пространственных и временных масштабов в условиях конформной геометрии.

SCT для дифференциалов пространственно-временных координат удобно рассматривать в безразмерных переменных

$$\left.\begin{aligned} \xi &= 1 + \frac{x}{2R_0}, \quad \tau = \frac{x^0}{2R_0} = \frac{ct}{2R_0}; \\ \xi' &= 1 + \frac{x'}{2R_0}, \quad \tau' = \frac{x'^0}{2R_0} = \frac{ct'}{2R_0}. \end{aligned}\right\}$$

В этих обозначениях из (6) получаем

$$d\xi' = \frac{\xi^2 + \tau^2}{(\xi^2 - \tau^2)^2}\left\{d\xi - \frac{2\xi\tau}{\xi^2 + \tau^2}d\tau\right\}, \tag{18}$$

$$d\tau' = \frac{\xi^2 + \tau^2}{(\xi^2 - \tau^2)^2}\left\{-\frac{2\xi\tau}{\xi^2 + \tau^2}d\xi + d\tau\right\}. \tag{19}$$

Полагая, что часы, расположенные в точках ξ' и $\xi' + d\xi'$, синхронизированы стандартным условием совпадения продолжительности «туда–обратно» по часам системы СО′, дифференциалом расстояния между точками ξ' и $\xi' + d\xi'$ будем считать разность этих координат в один и тот же момент времени τ'. Тогда, используя формулы (18) и (19), получим

$$d\xi' \stackrel{\text{def}}{=} d\xi'\Big|_{d\tau'=0} = \frac{d\xi}{\xi^2 + \tau^2}. \tag{20}$$

Соотношение между конечными отрезками длины предполагает интегрирование по переменной ξ. Очевидно, что результат будет зависеть от выбора фиксированного момента времени τ в СО (т. е. значения $\tau_{\text{fix}} = \dfrac{ct_{\text{fix}}}{2R_0}$). Иными словами, выражение для расстояния $\Delta\xi' = \xi'_{\text{fin}} - \xi'_{\text{in}}$ содержит параметрическую зависимость от выбора фиксированного момента времени, который в различных точках пространства СО′ предполагается одинаковым.

В общем случае при $\tau \neq 0$ интегрирование по ξ даёт

$$\Delta\xi' = \xi'_{\text{fin}} - \xi'_{\text{in}} = \tau_{\text{fix}} \left\{ \operatorname{arctg}\left(\frac{\xi_{\text{fin}}}{\tau_{\text{fix}}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\xi_{\text{in}}}{\tau_{\text{fix}}}\right) \right\}.$$

Особый интерес представляет, однако, именно выбор $\tau_{\text{fix}} = 0$ (в силу соображений соответствия и выделенной роли окрестности начала координат). В этом случае из (20) получаем выражение

$$d\xi' = \frac{d\xi}{\xi^2},$$

интегрирование которого в соответствующих пределах даёт

$$\Delta\xi' = \xi'_{\text{fin}} - \xi'_{\text{in}} = -\frac{1}{\xi}\Bigg|_{\xi_{\text{in}}}^{\xi_{\text{fin}}} = \frac{\xi_{\text{fin}} - \xi_{\text{in}}}{\xi_{\text{in}}\xi_{\text{fin}}}.$$

В размерных переменных, полагая $x'_{\text{in}} = x_{\text{in}} = 0$ и обозначая $x'_{\text{fin}} = \Delta x'$, $\quad x_{\text{fin}} = \Delta x$, находим

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{1 + \dfrac{\Delta x}{2R_0}}. \tag{21}$$

Это выражение представляет собой правило преобразования длин («конформное сокращение» длины) относительно SCT (при выборе $\tau = 0(!)$). В приближении $\Delta x / 2R_0 \ll 1$ отсюда получаем, ограничиваясь членами, линейными по $\Delta x / R_0$,

$$\Delta x' \cong \Delta x - \frac{(\Delta x)^2}{2R_0}. \tag{22}$$

Из формулы (21), в частности, видно, что отрезок оси Δx системы СО, ограниченный точками О и $2R_0$, сокращается вдвое

$$\Delta x' = \frac{2R_0}{1 + \dfrac{2R_0}{2R_0}} = R_0.$$

Применительно к дифференциально малым приращениям временной координаты τ' в СО′ будем использовать стандартное определение, согласно которому промежуток времени, измеренный по часам, покоящимся в заданной точке некоторой СО, есть разность показаний этих часов при фиксированном положении этой точки.

Это означает

$$d\tau' \stackrel{\text{def}}{=} d\tau'\big|_{d\xi'=0}.$$

На основании (18) и (19) получаем

$$d\tau' = \frac{d\tau}{\xi^2 + \tau^2}.$$

Формула содержит параметрическую зависимость от координаты $\xi = 1 + \frac{x}{2R_0}$.

Для конечных отрезков времени (при фиксированном значении $\xi = \xi_{\text{fix}}$) элементарное интегрирование даёт

$$\Delta\tau' = \tau'_{\text{fin}} - \tau'_{\text{in}} = \frac{1}{\xi_{\text{fix}}}\left\{\operatorname{arctg}\left(\frac{\tau_{\text{fin}}}{\xi_{\text{fix}}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\tau_{\text{in}}}{\xi_{\text{fix}}}\right)\right\}. \tag{23}$$

Для важного случая, когда часы находятся в начале координат СО ($\xi_{\text{fix}} = 1$), полагая $\tau'_{\text{in}} = \tau_{\text{in}} = 0$ и обозначая $\tau_{\text{fin}} = \Delta\tau$, $\tau'_{\text{fin}} = \Delta\tau'$, находим из (23)

$$\Delta\tau' = \operatorname{arctg}(\Delta\tau),$$

или для размерных величин

$$\Delta t' = 2t_0 \operatorname{arctg}\left(\frac{\Delta t}{2t_0}\right). \tag{24}$$

Отсюда при $\Delta t / t_0 \ll 1$ получаем

$$\Delta t' \cong \Delta t. \tag{25}$$

Для нахождения закона преобразования скоростей относительно SCT определим скорости в СО′ и СО соответственно следующими соотношениями:

$$\frac{d\xi'}{d\tau'} = \frac{v'_x}{c}, \quad \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{v_x}{c}.$$

Воспользовавшись (18) и (19), находим

$$v'_x = \frac{v_x - V_{cf}}{1 - \frac{v_x V_{cf}}{c^2}},$$

где величина

$$V_{cf} = c\frac{2\xi\tau}{\xi^2 + \tau^2} \tag{26}$$

выступает в роли скорости относительного движения систем отсчёта СО и СО′, если эти СО связаны посредством SCT (3).

Нетрудно видеть, что абсолютная величина скорости V_{cf} лежит в интервале

$$0 \le \left|V_{cf}\right| \le \bar{\bar{c}},$$

причём она стремится к пределу, равному $\bar{\bar{c}}$ по мере приближения точек ξ, τ к линиям сингулярности на плоскости $\{x, x^0\}$. Предел $V_{cf} = \bar{\bar{c}}$ достигается при условии $\xi^2 = \eta^2$, которое в соответствии с (3) определяет положение этих линий.

В приближении малых пространственно-временных интервалов (т. е. пренебрегая членами порядка $(\Delta\tau)^2$) в окрестности начала координат получаем

$$V_{cf} \cong 2c\tau = \frac{c^2}{R_0}t = \frac{c}{t_0}t = W_{\text{B}}t, \tag{27}$$

что находится в соответствии с галилей-ньютоновым пределом SCT.

Нетрудно видеть, что в приближении (5) скорость взаимного удаления произвольно выделенных пар точек и радарное расстояние между этими точками оказываются взаимно пропорциональными.

Воспользуемся формулами (24) и (26) для выделенного частного случая $\xi = 1$.

Соответствующее радарное расстояние D, заданное в CO′, определяется на основании (24) следующей формулой:

$$D = ct' = 2ct_0 \mathrm{arctg}\left(\frac{t}{2t_0}\right).$$

Здесь t' и t – промежутки времени, отсчитанные от $t'_{\mathrm{in}} = t_{\mathrm{in}} = 0$ общего начала координат CO и CO′.

В приближении $\frac{t}{t_0} \ll 1$, находим соответственно

$$V_{\mathrm{cf}} \cong \frac{ct}{t_0},\ \ D \cong 2ct_0\left(\frac{t}{2t_0}\right) = ct.$$

Видно, что в этом приближении выполняется соотношение

$$V_{cf} \cong t_0^{-1} D, \tag{28}$$

которое соответствует наблюдаемому при временах, малых по сравнению с возрастом Вселенной, линейному характеру космологического расширения

$$V = H_0 D, \tag{29}$$

где H_0 – константа Хаббла.

Из сопоставления (28) и (29) видно, что численное значение параметра t_0 равно обратной величине постоянной Хаббла, т. е.

$$t_0 = H_0^{-1}. \tag{30}$$

Это значение параметра t_0 совпадает с полученным нами ранее в работах [5] и [10]. Однако теоретическое обоснование соотношения (30) в этих работах не было осуществлено последовательно в рамках конформной геометрии. Заметим также, что полученное значение t_0 оказывается ровно вдвое меньшим, чем то, которое найдено в [5–7] на основе использования точного выражения для зависимости $t(z)$. Вопрос о причинах этого несовпадения нуждается в специальном обсуждении.

Вернемся теперь к вопросу о локационной процедуре определения радарного расстояния в условиях окрестности начала координат в приближении (5). Как видно из соотношений (16), (17) и (25), в этом приближении радарное расстояние, вычисленное по часам CO и CO′, имеет одно и то же значение. Однако если представить себе распространение сигнала между двумя идеально отражающими параллельными стенками, которые разделены некоторым расстоянием $\Delta x = x_{\mathrm{B}} - x_{\mathrm{A}}$ в координатах CO, то это расстояние в координатах CO′ составляет величину $\Delta x'$, которая связана с Δx в приближении (5) формулой (22), которую с учётом (17) запишем в следующем виде:

$$\Delta x' = c\left(t - \frac{t^2}{2t_0}\right).$$

Конформное сокращение длины, имеющее величину $\delta x'_{\mathrm{conf}} = \delta(\Delta x')$, приведёт к дополнительному сокращению продолжительности $\delta t'_{\mathrm{extra}}$ распространения сигнала по часам CO′, определяемому соотношением

$$\delta t'_{\mathrm{extra}} = c^{-1}\delta(\Delta x') = \delta t\left(1 - \frac{t}{t_0}\right). \tag{31}$$

Если испущенный из точки A сигнал является монохроматическим с частотой ν, то в соответствии с (31), сигнал, отражённый в точке B и возвратившийся в точку A, будет иметь в приближении (5) частоту ν′, определяемую формулой

$$\nu' = \nu\left(1 + \frac{t}{t_0}\right).$$

Отсюда следует, что в таком процессе в сигнале должен наблюдаться аномальный фиолетовый частотный сдвиг, относительная величина которого выражается с учётом (30) формулой

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu' - \nu}{\nu} = t_0^{-1} t = H_0 t. \tag{32}$$

В принципе при этом следует учитывать также эффект лоренцова сокращения, величина которого зависит от «конформной» скорости (26). Однако в приближении (5) эта скорость определяется формулой (27), откуда видно, что соответствующий эффект – второго порядка малости по $H_0 t$ пренебрежимо мал по сравнению с эффектом «конформного» сокращения длины. Нетрудно видеть также, что в рассматриваемом приближении при многократном отражении сигнала частотный сдвиг (32) должен суммироваться, так что под t в (32) следует понимать общее время распространения сигнала.

Заключение. Наблюдаемые в условиях современной Метагалактики эффекты расширения Вселенной могут быть описаны в хорошем согласии с экспериментом на основе использования в качестве группы симметрии плоского предела ОТО не группы Пуанкаре, а ей локально изоморфной подгруппы конформной группы SO(4, 2), в которой вместо пространственно-временных трансляций фигурирует абелева группа специальных конформных преобразований SCT.

Условие совпадения продолжительности распространения сигнала во взаимно противоположных направлениях не выполняется одновременно в СО и СО′, связанных посредством SCT. Тем не менее, длительность распространения сигнала, задаваемая начальным и конечным показаниями часов в точке наблюдения, а следовательно, – и радарное расстояние в первом приближении по t / t_0 оказываются совпадающими в обеих СО. Однако конформное сокращение длины в этом порядке оказывается линейным по $H_0 t$, что должно проявляться в любом эксперименте локационного типа (с монохроматическим излучением) в виде универсального аномального фиолетового частотного сдвига, относительная величина которого определяется значением $H_0 t$. Этот эффект представляет собой локальное проявление космологического расширения, описываемого в рамках конформной пространственно-временной геометрии и, в принципе, доступен экспериментальной проверке.

Считаю своим долгом выразить благодарность проф. В. Г. Барышевскому за многократные стимулирующие обсуждения проблемы.

Литература

1. *Турышев С.* // УФН. 2009. Т. 179, № 1. С. 3–34.
2. *Milne E. A.* // Relativity, Gravitation and World-Structure. New York, 1935.
3. *Hill E. L.* // Phys. Rev. 1945. Vol. 68. P. 232–233.
4. *Wulfman C. E.* // Physics-arxiv: /10 10. 2139.
5. *Tomilchik L. M.* // Proc. Int. Sem. on Contemporary Problems of Elementary Particle Physics, 17–18 January 2008. Dubna, 2008. P. 194–207; arxiv: gr–qc /0806.0241.
6. *Tomilchik L. M.* // AIP Conference Proceedings. 1205. New York, 2010. P. 177–184.
7. *Томильчик Л. М.* // Докл. НАН Беларуси. 2011. Т. 55, № 1. С. 56–62; arxiv: gr–qc /1102.4995.
8. *Fulton T., Rohrlich F., Witten L.* // Nuovo Cim. 1962. Vol. 24. P. 652–670.
9. *Томильчик Л. М.* // Докл. НАН Беларуси. 2012. Т. 56, № 4. С. 42–47; Nonlinear Phenomena in Complex System. 2013. Vol. 16, N 1. P. 99–104.
10. *Томильчик Л. М.* // Оптика и спектроскопия. 2007. Т. 103, № 2. С. 246–250.

L. M. TOMILCHIK

lmt@dragon.bas-net.by

SPACE-TIME SCALE NONINVARIANCE OF THE CONFORMAL GEOMETRY AND ITS POSSIBLE OBSERVABLE MANIFESTATIONS

Summary

The radar procedure of the distance determination in conformal space-time geometry is considered. It is shown that the space intervals conformal contraction gave rise to an anomalous violet frequency shift during the monochromatic signal propagation over the closed path. Its relative value equals the Hubble constant multiplied by the duration of the signal propagation. The predicted phenomenon is the local manifestation of the cosmologic expansion and, in principle, is accessible to experimental detection.