2014

январь-февраль

Том 58 № 1

УДК 539.122.2;539.124;548.732.2

С. Н. СЫТОВА

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА ХАОС В ОБЪЕМНЫХ ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

(Представлено членом-корреспондентом Л. М. Томильчиком)

Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета, Минск

Поступило 30.12.2013

За полвека бурного развития вакуумной электроники в мире создано и успешно функционирует в научных и прикладных целях большое количество вакуумных электронных приборов, таких как лампы бегущей волны (ЛБВ), лампы обратной волны (ЛОВ), лазеры на свободных электронах (ЛСЭ), оротроны, многоволновые черенковские генераторы и др. [1–4]. Основа их работы состоит в излучении электронов, сгруппированных в сгустки и взаимодействующих в резонаторе либо ондуляторе с замедленными электромагнитными волнами. Эти усилители и генераторы используют различные механизмы спонтанного излучения (дифракционное излучение, излучение Смита–Парселла, черенковское излучение и т. д.) и обладают рядом достоинств [3], в частности, хорошим к. п. д., а также возможностью генерировать мощное излучение в узком спектральном диапазоне. Среди проблемных сторон их функционирования можно назвать угрозы пробоя волноводов на больших мощностях и сложность создания сверхразмерных систем.

В одном ряду с этими приборами стоят объемные лазеры на свободных электронах (ОЛСЭ), работающие на излучении релятивистских электронов, движущихся в двумерных (трехмерных) пространственно-периодических средах (резонаторах, естественных или искусственных электромагнитных (фотонных) кристаллах) в синхронизме с одной или несколькими электромагнитными волнами, для которых выполняются условия дифракции Брэгга в резонаторе вблизи области вырождения корней дисперсионного уравнения. Принципы функционирования ОЛСЭ, разработаные в [5–6], справедливы для всех частотных диапазонов и различных механизмов спонтанного излучения [7–9].

Главная особенность ОЛСЭ – необходимость одновременного выполнения условий синхронизма и дифракции. Это ведет к принципиально новой закономерности для инкремента излучательной неустойчивости пучка, проходящего через двумерные (трехмерные) резонаторы или фотонные кристаллы, а также к резкому снижению пороговых условий генерации [5; 6; 9]. Ни в одном из известных электронных приборов кроме ОЛСЭ не используется работа генератора в условиях, когда для электромагнитных волн выполняются условия дифракции Брэгга в резонаторе вблизи области вырождения корней дисперсионного уравнения. Другая особенность – наличие объемной распределенной обратной связи (ОРОС), означающей, что в результате динамической дифракции в области генерации формируются две (или более) сильно связанные электромагнитные волны, причем волновые векторы проходящих и дифрагированных волн, а также вектор скорости электронов пучка расположены под углами друг к другу. В результате при определенных условиях образуются электромагнитные волны, взаимодействующие с электронным пучком очень эффективно, поскольку в таких условиях их групповая скорость резко уменьшается, а излучение за счет непрерывного переотражения на периодических плоскостях резонатора задерживается в области взаимодействия электронного пучка с волной.

В 2001 г. была впервые получена генерация индуцированного СВЧ излучения ОЛСЭ в миллиметровом диапазоне [10]. В качестве резонатора в ОЛСЭ могут использоваться естественные кристаллы (в рентгеновском диапазоне [7]) либо искусственные неодномерные пространственно-периодические структуры с периодом, пропорциональным длине волны излучения, называемые в настоящее время фотонными кристаллами [9]. В СВЧ диапазоне в экспериментальных установках ОЛСЭ в настоящее время используются сеточные или фольговые резонаторы [11], обладающие всеми необходимыми свойствами фотонных кристаллов.

Еще одно преимущество ОЛСЭ – возможность использования сверхразмерных пучков заряженных частиц, когда поперечное сечение пучка много больше длины волны. Благодаря этому и ОРОС электроны пучка более эффективно отдают свою энергию электромагнитному полю. Большие поперечные размеры электронного пучка позволяют распределить его мощность и мощность генерируемой волны по большему объему, снижая локальную нагрузку на отдельные элементы системы. Генерация большого количества нежелательных мод, ведущая к деструктивной интерференции и некогерентности излучения, подавляется ОРОС, которая позволяет выделить требуемые моды и подавить нежелательные.

Это свойство ОЛСЭ, а также пороговые условия генерации и практически все остальные его важные свойства были промоделированы и продемонстрированы численно [12–15] для частотных диапазонов от СВЧ до рентгеновского и самых различных типов и геометрий ОЛСЭ, включая двухволновые геометрии Брэгга и Лауэ, режим SASE (стимулированное усиление спонтанного излучения), различные трехволновые геометрии. Было исследовано влияние внешних зеркал, установленных в системе. Работа вышеперечисленных типов ОЛСЭ рассматривалась в режимах усиления и генерации. Было показано, что существует оптимальный набор параметров для эффективной генерации излучения в каждом из рассмотренных случаев, и этот набор параметров не относится к одномерной геометрии.

В [12–15] было впервые продемонстрировано, что при прохождении пучков заряженных частиц через двумерные (трехмерные) пространственно-периодические среды генерируемое квазичеренковское параметрическое излучение является хаотическим, т. е. ОЛСЭ – динамическая хаотическая система, характеризуемая различными режимами работы, такими, например, как стационарная генерация, периодичность и автомодуляция, квазипериодичность и «слабый» хаос, а также перемежаемость, перемежаемость перемежаемости и др. Была показана реализация практически всех известных сценариев перехода к хаосу в таких системах. Было исследовано влияние изменения управляющих параметров в широком диапазоне, ведущее через бифуркации к смене режимов работы ОЛСЭ, когда стационарная генерация переходит в периодические колебания, которые последовательно усложняются вплоть до стохастических со сплошным спектром. Причем хаотические состояния могут опять переходить в различные периодические и квазипериодические. Продемонстрирован переход с ростом тока от стадии стационарного нелинейного насыщения к колебательной динамике с последовательным удвоением периода и далее к хаотическому поведению. Показано, что увеличение плотности тока пучка не приводит к хаосу автоматически, а имеются многочисленные окна периодичности и квазипериодичности. Исследование хаоса в неодномерных пространственно-периодических резонаторах выявило существенно более богатую структуру хаоса по сравнению с хаосом в одномерных периодических структурах. Выполненные исследования проиллюстрированы построенными фазовыми портретами, аттракторами, сечениями Пуанкаре, бифуркационными диаграммами, энергетическими спектрами и разнообразными параметрическими картами перехода к хаосу [13–15].

Как было показано [3], хаос в электронных приборах типа ЛОВ, ЛБВ и других обусловлен запаздывающим характером внутренней обратной связи. Источником хаоса в ОЛСЭ [13–15] является сложная природа взаимодействия пучка электронов с электромагнитным полем в условиях объемной распределенной обратной связи, реализующейся в резонаторе при выполнении условий динамической дифракции, что приводит к неоднородному распределению интенсивности электромагнитного поля и в свою очередь ведет к значительным возмущениям в движении электронов и соответственно к многообразию динамики генерации в ОЛСЭ.

Проведенное моделирование показало совпадение численных результатов с теоретическими расчетами, справедливыми на линейной стадии развития неустойчивости, и теоретическими оценками перехода к хаосу через бифуркации. Поскольку в системе имеется свыше десяти управ-

ляющих параметров, то проблема полной параметризации хаотических режимов ОЛСЭ выглядит достаточно сложной. Данная работа посвящена дальнейшему исследованию хаотической динамики ОЛСЭ.

Моделирование ОЛСЭ. Рассмотрим теоретическую модель ОЛСЭ, лежащую в основе его моделирования (рис. 1). Электронный пучок со скоростью и пролетает через полубесконечную пространственно-периодическую мишень (резонатор, фотонный кристалл) толщиной *L*. Электроны пучка начинают испускать спонтанное излучение, которое при одновременном выполнении условий дифракции



Рис. 1. Схема двухволнового ОЛСЭ в геометрии Брэгга

и условий синхронизма преобразуется в коллективное квазичеренковское излучение с частотой ω и волновыми векторами **k** и **k**_{τ} = **k** + τ , где τ – вектор обратной решетки мишени.

Система уравнений получается из уравнений Максвелла в приближении медленно меняющихся амплитуд. Подробно вывод и различные варианты системы приведены в [12–15]. Электронный пучок моделируется усреднением по фазам влета релятивистских электронов в область взаимодействия. Этот метод хорошо известен и широко применяется для расчета различных типов ЛОВ, ЛБВ, ЛСЭ и других вакуумных электронных приборов [3], но там усреднение проводится только по моменту влета пучка в зону взаимодействия. Как было показано в [12], этот метод также хорошо работает при моделировании динамики пучка в ОЛСЭ. Более того, поскольку выражение для тока пучка получено усреднением по двум фазам – не только по моменту влета пучка в зону взаимодействия, но и по поперечной координате влета, и имеет, соответственно, более сложный вид, чем обычно используемый в литературе, это позволило учесть тонкие эффекты, связанные со взаимодействием «сверхразмерного» пучка и электромагнитного поля в условиях ОРОС.

Итак, система, моделирующая двухволновой ОЛСЭ, выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \gamma_0 c \frac{\partial E}{\partial z} + 0.5i\omega lE - 0.5i\omega \chi_\tau E_\tau = j\Phi \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{4\pi} (e^{-i\theta(t,z,p)} + e^{-i\theta(t,z,-p)})dp,$$

$$\frac{\partial E_\tau}{\partial t} + \gamma_1 c \frac{\partial E_\tau}{\partial z} + 0.5i\omega \chi_{-\tau} E - 0.5i\omega l_1 E_\tau = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \theta(t, z, p)}{\partial z^2} = \frac{e\Phi}{m\gamma^3 \omega^2} \left(k_{0z} - \frac{\partial \theta(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re}(Ee^{i\theta(t,z,p)}),$$

$$\frac{\partial \theta(t, 0, p)}{\partial z} = k_{0z} - \omega/u, \quad \theta(t, 0, p) = p, \quad E(0, t) = E_0(t), \quad E_\tau(L, t) = E_1(t),$$
(1)

где t > 0; $z \in [0, L]$, $p \in [-2\pi, 2\pi]$; E(z, t) и $E_{\tau}(z, t)$ – амплитуды проходящей и дифрагированной волн; $\theta(t, z, p)$ – фаза электронов относительно электромагнитной волны; $\gamma_{0,1}$ – направляющие косинусы ОРОС; $\Phi = \sqrt{l_0 + \chi_0 - 1/(u/c\gamma)^2}$; γ – Лоренц-фактор пучка; $l_0 = (k^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0)/\omega^2$, $l = l_0 + \delta$, $l_1 = (k_{\tau}^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0)/\omega^2$ – системные параметры; δ – отклонение от точного выполнения условия синхронизма; $\varepsilon_0 = 1 + \chi_0$ – диэлектрическая проницаемость среды; $\chi, \chi_{\pm\tau}$ – коэффициенты разложения диэлектрической проницаемости среды в ряд по векторам обратной решетки.

 $E_0(t)$ и $E_1(t)$ определяют граничные условия для волн E(z, t) и $E_{\tau}(z, t)$ и представляют собой внешние падающие на резонатор волны. Они обе могут быть равны 0 и тогда при превышении пороговых условий система работает в режиме генерации, либо являются постоянными по амплитуде, либо изменяются во времени.

Следует отметить, что фактически одномерная по пространственной координате система (1) позволяет успешно моделировать прохождение электронного пучка через двумерные (трехмерные) пространственно-периодические структуры благодаря учету всех поперечных ком-

понент волновых векторов, а также усреднению тока пучка по поперечной координате влета в систему.

Разностные методы решения (1) были разработаны в [12] и реализованы в виде комплекса программ моделирования ОЛСЭ.

Влияние внешних электромагнитных волн на особенности хаоса в ОЛСЭ. В данном сообщении рассмотрим влияние граничных условий, а именно внешней падающей волны $E_0(t)$ на тип решения системы (1) по сравнению со случаем $E_0 \equiv 0$. Параметры системы соответствуют параметрам ОЛСЭ с сеточным резонатором [11].

Были рассмотрены самые различные виды волны $E_0(t)$. Здесь приведем следующие наиболее яркие и интересные на наш взгляд случаи: $E_0(t) = 50 + 10 \sin(t/4)$ (рис. 2, *a*, кривая 2); $E_0(t) = 100 + 20\sin(3t) + 20a$, где *a* – случайное число в интервале [0, 1], генерируемое в каждый момент времени (рис. 2, *a*, кривая 3) и $E_0(t) = 100$ (рис. 2, *a*, кривая 4). Результаты моделирования для проходящей волны на выходе из резонатора при *z* = *L* приведены на рис. 2, *б*, рис. 3, 4. Кривая *I* демонстрирует поведение решения для входного параметра $E_0 = 0$. Номера других помеченных кривых соответствуют номерам кривых на рис. 2, *a*.



Рис. 2. Временная зависимость (*a*) внешней падающей на систему волны и (*б*) проходящей волны на выходе из резонатора при *z* = *L* для τ_x = 1,5 для различных граничных условий



Рис. 3. Временная зависимость проходящей волны на выходе из резонатора для различных граничных условий при $\tau_x = 1,0$ (*a*) и $\tau_x = 1,1$ (*б*)

На рис. 2–4 приведены четыре решения при изменении геометрии динамической дифракции для различных τ_r от 1,0 до 1,5.

На рис. 2, б продемонстрирован случай работы генератора вблизи пороговых условий (кривая *I*), когда установление одночастотного режима генерации с небольшими периодическими колебаниями происходит спустя 150 нс. В случае падения на систему внешней волны (кривые 2 и 3) этот режим переходит в режим высокоамплитудных колебаний (почти периодических для кривой 2 и хаотических для кривой 3). Последнее неудивительно, поскольку внешняя волна 3 находится в режиме «сильного» или «развитого» хаоса, когда его энергетический спектр представляет собой сплошной «частокол» частот.

На рис. 3, *а* видно, что если кривая *l* в режиме генерации дает достаточно большую амплитуду по сравнению с величиной амплитуды падающей волны, то почти периодический тип решения при $E_0 = 0$ (синусоидальная кривая с небольшим шумом, точнее это так называемый слабый хаос, когда зависимость амплитуды от времени выглядит как приблизительное повторение однотипных пиков близких размеров за приблизительно равные промежутки времени) практически не меняется (ср. кривую *l* с кривыми 2 и 3), небольшое различие наблюдается только в величинах амплитуд.

Теперь рассмотрим сильно нерегулярный хаотический высокоамплитудный режим генерации (хаотическая перемежаемость, рис. 3, δ , кривая 1). Здесь при падении внешней периодической волны с амплитудой порядка 50 (кривая 2) наблюдается некоторое увеличение амплитуды без изменения хаотического типа решения. А внешние волны 3 и 4 с амплитудами порядка 100 приводят к увеличению решения по сравнению с режимом генерации в 3 раза. Причем видно, что вместо высокоамплитудного получаются низкоамплитудные режимы. Кривая 1 представляет собой случайные переключения между несколькими аттракторами, отвечающими разным модам в системе. По всей видимости, внешний сигнал (рис. 2, a, кривые 3 и 4) возбуждает сильнее одну из таких мод и решение кардинально меняет свой вид.

Кроме того, наблюдается подавление хаотической составляющей, вносимой генератором случайных чисел (рис. 2, *a*, кривая 3), т. е. кривая 3 (рис. 3, δ) без такого подавления должна была бы быть существенно более «лохматой». Это и есть проявление одного из основных свойств ОЛСЭ – подавления паразитных мод в системе. Еще более яркая демонстрация данного свойства ОЛСЭ приводится на рис. 4 (см. подробнее рисунок-сноску справа), а также на рис. 3, *a* (кривая 3).

Кстати, на рис. 4 внешние волны, существенно превышающие по амплитуде волну, генерируемую в их отсутствие (кривая *I*), по отношению к величине падающей амплитуды дают усиление на выходе из резонатора более чем в 4 раза (кривые 2–4).



Рис. 4. Временная зависимость проходящей волны на выходе из резонатора для различных граничных условий при $\tau_x = 1,3$

Проведенное моделирование демонстрирует возможность получения значительного усиления в случае использования многосекционного ОЛСЭ, в котором волны из предыдущей секции поступают в последующую в качестве внешних падающих волн. Понятно, что для получения значительного выигрыша по величине получаемых амплитуд электромагнитных волн в системе должна быть проведена оптимизация параметров секций.

Заключение. Известно [3], что воздействие внешнего сигнала на автоколебательную хаотическую систему может приводить к принципиально разным решениям в зависимости от характера этого сигнала. Как было показано выше, это явление имеет место и в ОЛСЭ.

Целью данного моделирования была демонстрация возможности получения значительного усиления в случае использования многосекционного ОЛСЭ. Причем аккуратным выбором геометрии дифракции данный процесс можно оптимизировать, включая получение на выходе последней секции волны с принципиально другим типом решения, чем в случае односекционного ОЛСЭ.

Исследование хаоса в ОЛСЭ представляет собой сложную задачу, связанную с наличием большого числа управляющих параметров в системе и большим числом степеней свободы. Проведенное исследование хаотической динамики ОЛСЭ и аналогичные ему важны для определения возможного режима осцилляций при проведении экспериментальных исследований, а также при необходимости устранить автомодуляцию как паразитный эффект либо выбрать область с периодической автомодуляцией вместо хаотической. На основании проведенного анализа можно сделать вывод о возможности численно моделировать работу ОЛСЭ в будущих экспериментах.

Литература

1. Benford J., Swegle J. A., Schamiloglu E. High power microwaves, second edition. New York; London, 2007.

2. Маршалл Т. Лазеры на свободных электронах. М., 1987.

3. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. Лекции по СВЧ электронике для физиков: В 2 т. М., 2003-2004.

4. Бугаев С. П., Канавец В. И., Кошелев В. И., Черепенин В. А. Релятивистские многоволновые СВЧ генераторы. Новосибирск, 1991.

5. Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D. // Physics Let. A. 1984. Vol. 102. P. 141-144.

6. Барышевский В. Г. // ДАН СССР. 1988. Т. 299. С. 1363–1366.

7. Baryshevsky V. G., Batrakov K. G., Dubovskaya I. Ya. // J. Phys. D. 1991. Vol. 24. P. 1250-1257.

8. Baryshevsky V. G., Gurinovich A. A. // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2006. Vol. B252. P. 92-101.

9. Baryshevsky V. G. // http://xxx.lanl.gov/abs/1211.4769. 20 Nov 2012. 35 p.

10. Baryshevsky V. G., Batrakov K. G. et al. // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2002. Vol. A483. P. 21-24.

11. Baryshevsky V. G., Belous N. A., Gurinovich A. A. et al. // Proc. 32 Int. Conf. FEL2010. THPB18. P. 632-635.

12. Батраков К. Г., Сытова С. Н. // ЖВМ и МФ. 2005. Т. 45, № 4. С. 690–700.

13. Sytova S. N. // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2007. Vol. 10, N 3. P. 297–302.

14. Сытова С. Н. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика 2011. Т. 19, № 2. С. 93-111.

15. Сытова С. Н. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 6. С. 124–135.

S. N. SYTOVA

sytova@inp.bsu.by

EFFECT OF EXTERNAL CONDITIONS ON THE CHAOS IN VOLUME FREE ELECTRON LASERS

Summary

The study of chaotic dynamics in the volume free electron laser (VFEL) under the influence of external incident on the VFEL grid resonator electromagnetic waves is proposed. The possibility of changes in the type and magnitude of the amplitude of the dynamic solutions, as well as the suppression of spurious modes in VFEL is demonstrated.