Доклады Национальной академии наук Беларуси
2014 июль–август Том 58 № 4

УДК 532.516;620.9

В. Д. ТЮТЮМА

РЕШЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ В СДВИГОВОМ ПОТОКЕ ЛОКАЛЬНО-НЕРАВНОВЕСНОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

(Представлено академиком А. А. Михалевичем)

Институт энергетики НАН Беларуси, Минск *Поступило 06.08.2014*

Введение. Существенный недостаток современной теории движения вязких сред заключается в том, что не учитываются некоторые важные физические особенности взаимовлияния различных процессов в движущемся элементарном объеме. Для исчерпывающей характеристики поведения гидродинамической системы в целом одних балансных соотношений не достаточно. К ним необходима дополнительная информация о характерных временах протекания тепловых и механических процессов, так как в зависимости от их продолжительности и скорости могут возникать принципиально разные модели течения вязкой среды [1]. В общем случае в настоящее время пока отсутствует единая феноменологическая модель, которая охватывала бы все разнообразные случаи течения. Построены лишь теоретические модели для определенного класса задач. В связи с этим рассмотрим две теоретические модели – систему уравнений движения Навье–Стокса [2–4] и предложенную в [5] систему дифференциальных уравнений локально-неравновесного течения вязкой сжимаемой среды.

Первая модель относится к локально-равновесному движению, когда скорость объемного сжатия сопоставима со скоростью подвода тепла к материальной частице. При этом в процессе сжатия к выделенной частице подводится максимально возможное количество теплоты. Такая модель, в основном, применима только к весьма медленным термоконвективным течениям в поле внешних массовых сил.

Другая модель относится к локально-неравновесному движению, когда поля давления и плотности формируются в результате прохождения и интерференции звуковых волн и влияние теплообмена на процессы сжатия пренебрежимо мало.

Очевидно, что для убедительного подтверждения теории в том или ином случае необходим эксперимент, который позволил бы наиболее ярко отразить принципиальные различия между двумя концептуальными подходами к построению физической и математической модели движения вязкой сжимаемой среды. Теоретическое обоснование постановки такого важного эксперимента и рассматривается в данной работе. В основу постановки эксперимента можно положить характерные для каждой модели особенности развития гидродинамических процессов в сдвиговом течении Куэтта между двумя плоскими параллельными стенками, из которых одна покоится, а другая движется в собственной плоскости с постоянной скоростью U с учетом тепла диссипации, выделяющегося в результате трения.

1. Решение на основе системы уравнений Навье–Стокса Течение будем считать плоским, совершающимся в плоскости xy и направленным вдоль оси OX. В качестве движущейся стенки выберем бесконечную длинную полосу конечной ширины b, расположенную параллельно плоскости xz (рис. 1). Физические характеристики жидкости примем постоянными.

Гидродинамические уравнения в этом случае имеют решение

$$u(y) = U\frac{y}{h}; \tag{1}$$

$$p = \text{const}. \qquad (2)$$

Если толщина зазора h мала по сравнению с шириной полосы b, то, пренебрегая краевыми эффектами, можно принять, что решение гидродинамической задачи (1) имеет место и для полосы конечной ширины.

Распределение температуры в зазоре постоянной толщины h для полосы бесконечной ширины было рассмотрено в [4]. Решение тепловой задачи в случае полосы конечной ширины рассмотрим для теплоизолированных стенок $\left(\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = 0; \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=h} = 0\right)$, предполагая, что температура на границах полосы $z = 0$ и $z = b$ равна температуре окружающей среды T_0. Если коэффициент динамической вязкости μ и коэффициент теплопроводности λ принять постоянными величинами, то уравнение энергии для определения температуры в зазоре с учетом тепла диссипации принимает вид

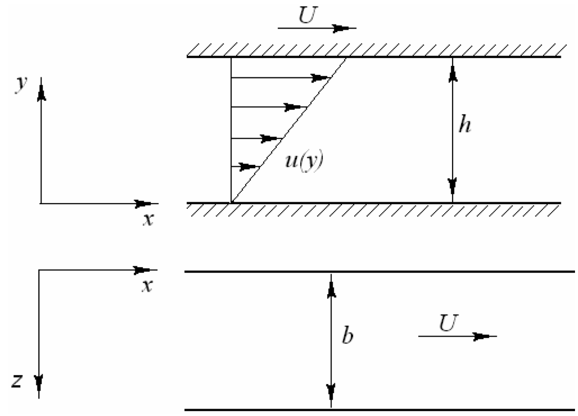

Рис. 1. Схема течении Куэтта в зазоре между двумя плоскими параллельными стенками, из которых одна покоится, а другая движется в собственной плоскости с постоянной скоростью U

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \mu \frac{U^2}{h^2} = 0. \qquad (3)$$

Интегрируя это уравнение с учетом указанных выше граничных условий, для распределения температуры получим решение

$$\frac{T(z)}{T_o} = 1 + \mu \frac{U^2 b^2}{2T_o \lambda h^2} \frac{z}{b}\left(1 - \frac{z}{b}\right). \qquad (4)$$

Воспользовавшись уравнением состояния идеального газа

$$p = \rho R T, \qquad (5)$$

после подстановки соотношения (2) и (4) в (5), для распределения плотности в щелевом зазоре получим выражение

$$\frac{\rho(z)}{\rho_o} = \left[1 + \mu \frac{U^2 b^2}{2T_o \lambda h^2} \frac{z}{b}\left(1 - \frac{z}{b}\right)\right]^{-1}. \qquad (6)$$

Здесь ρ_o – плотность окружающей среды.

Таким образом, характерной особенностью решения задачи в случае локально-равновесного течения является постоянство давления и уменьшение плотности к центру канала в соответствии с выражением (6). т. е. течение в зазоре является баротропным.

2. Решение в приближении локально-неравновесного течения вязкой среды. Уравнения локально-неравновесного течения вязкой среды [5] для сдвигового потока, описываемого полем скоростей $u = u(y)$, принимают вид

$$-c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = 0; \ \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0; \ \frac{\partial \rho u}{\partial x} = u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0,$$

где c – скорость звука. Аналогично предыдущему случаю, скорость течения между двумя параллельными плоскими стенками описывается тоже формулой (1). Однако вместо соотношения (2) в результате решения записанной системы уравнений получаем зависимость

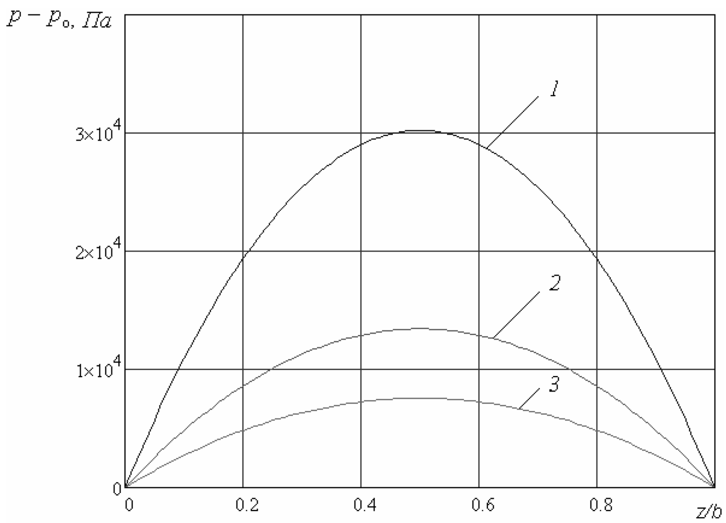

Рис. 2. Распределение избыточного давления в щелевом зазоре поперек полосы при скорости U = 10 м/с:
1 – h = 500 мкм; *2* – 750; *3* – 1000

$$\rho = \rho_o = \text{const}. \tag{7}$$

Следовательно, для локально-неравновесной модели течения в качестве постоянного значения в зазоре должно принимать не давление, а плотность.

Поле температуры при этом удовлетворяет тому же дифференциальному уравнению (3) и описывается соотношением (4).

Воспользовавшись уравнением состояния (5), с учетом (4) и (7) для распределения давления в щелевом зазоре получим выражение

$$\frac{p(z)}{p_o} = 1 + \mu \frac{U^2 b^2}{2T_o \lambda h^2} \frac{z}{b}\left(1 - \frac{z}{b}\right),$$

где p_o – давление в окружающей среде.

Таким образом, в случае локально-неравновесного течения в результате вязкостного трения из-за диссипации механической энергии температура и давление внутри зазора увеличиваются и превышают значения температуры и давления в окружающей среде. Причем рост давления и температуры в центре канала тем значительней, чем больше скорость движения стенки и меньше ширина зазора. На рис. 2 представлен график изменения избыточного давления поперек полосы в щелевых каналах различной толщины для скорости U = 10 м/с.

Как видно из представленных графиков, уже при зазоре в 500 мкм перепад давления в центральной зоне движущейся полосы по отношению к внешнему давлению составляет порядка 0,3 бар. Полученные значения дают максимальную оценку порядка величины перепада давления. Потери тепла через боковые стенки щелевого канала, очевидно, приведут к снижению этих значений измеряемых параметров. Однако если предположить, что давление в результате потери тепла снизится даже в 100 раз, то оно будет составлять все еще приемлемую для экспериментального измерения величину.

Заключение. Таким образом, полученные результаты указывают на техническую возможность осуществления экспериментальной проверки концепции развития гидродинамических и тепловых процессов в сдвиговых потоках вязкой среды. Измеряя распределения давления в зазоре между подвижной и неподвижной параллельными плоскостями, можно экспериментально проверить какой из возможных вариантов построения теории реализуется в действительности. Для локально-равновесной теории на основе системы уравнений Навье–Стокса характерной должна быть баротропность протекающих в щелевом зазоре термогидродинамических процессов, в то время как локально-неравновесная теория на основе системы уравнений [5] прогнозирует их изохорический характер. Уникальность рассматриваемой ситуации заключается в том, что в данном эксперименте различие между двумя теориями проявляется наиболее ярко, так как разные теоретические подходы предсказывают совершенно противоположные несовместимые результаты, взаимно исключающие друг друга.

Литература

1. *Тютюма В. Д.* // Инженерно-физический журн. 2012. Т. 85, № 2. С. 333–335.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. М., 1986. – 736 с.
3. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М., 1970. – 904 с.
4. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М., 1974. – 712 с.
5. *Тютюма В. Д.* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2010. № 1. С. 77–81.

V. D. TYUTYUMA

tvd@hmti.ac.by

SOLUTION OF A THERMAL PROBLEM IN A SHEAR LOCALLY NONEQUILIBRIUM VISCOUS FLUID FLOW

Summary

The organization of an experiment on the verification of the concept of viscous fluid flow theory is substantiated theoretically. The concept is based on specific features of the development of thermohydrodynamic processes in a shear flow between two parallel walls with account for heat dissipation, which are typical of two different theoretical models.