

УДК 530.1

Академик А. М. ГОНЧАРЕНКО

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ
В ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ СЕЛФОКАХ**

Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси, Минск

Поступило 05.11.2014

Свойства световых пучков как обычных, так и вращающихся сейчас достаточно подробно исследованы (см., напр., [1–15]). В последние годы активно изучаются так называемые отрицательные среды [16; 17]. В данном сообщении рассмотрены особенности распространения вращающихся световых пучков в отрицательных селфоках.

Постоянная распространения для таких сред может быть представлена в виде

$$k = -\sigma + \alpha(x^2 + y^2),$$

где $k < 0, \sigma, \alpha > 0$. Параболическое уравнение, определяющее распространение световых пучков вида $u = \psi(x, y, z) \exp(i\omega t + i\sigma z)$, есть

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2i\sigma \frac{\partial \psi}{\partial z} - 2\sigma\alpha_0(x^2 + y^2)\psi = 0.$$

В системе координат $x' = x\sqrt{2\sigma}, y' = y\sqrt{2\sigma}$ получаем (штрихи далее опускаем)

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y'^2} + i \frac{\partial \psi}{\partial z} - \alpha_0(x'^2 + y'^2)\psi = 0. \tag{1}$$

Здесь $\alpha_0 = \alpha / 2\sigma$. Ищем решение этого уравнения в виде следующего вращающегося гауссова пучка

$$\psi = \exp\left(i\gamma_1 - \gamma_2 - \frac{x^2}{x_0^2 f} + i \frac{x^2}{x_0^2 g} - \frac{y^2}{y_0^2 h} + i \frac{y^2}{y_0^2 l} - \frac{ixy}{x_0 y_0} + i \frac{vxy}{x_0 y_0}\right). \tag{2}$$

Здесь $\gamma_1, \gamma_2, f, g, h, l, u, v$ – функции продольной координаты z .

Подставляя (2) в уравнение (1) и предполагая медленное вращение светового пучка, при котором можем пренебречь функциями u^2, v^2, uv , получаем следующую систему:

$$\frac{2}{x_0^2 f} + \frac{2}{y_0^2 h} + \gamma_1' = 0, \quad \frac{2}{x_0^2 g} + \frac{2}{y_0^2 l} - \gamma_2' = 0; \tag{3}$$

$$\frac{4}{x_0^4 f^2} - \frac{4}{x_0^4 g^2} + \frac{g'}{x_0^2 g^2} - \alpha_0 = 0, \quad \frac{f'}{f} = \frac{8}{x_0^2 g}; \tag{4}$$

$$\frac{4}{y_0^4 h^2} - \frac{4}{y_0^4 l^2} + \frac{l'}{y_0^2 l^2} - \alpha_0 = 0, \quad \frac{h'}{h} = \frac{8}{y_0^2 l};$$

$$Du - Cv = v', \quad Cu + Dv = -u'. \tag{5}$$

Здесь штрих означает производную по z и введены обозначения

$$D = \frac{4}{x_0^2 f} + \frac{4}{y_0^2 h}, \quad C = \frac{4}{x_0^2 g} + \frac{4}{y_0^2 l}.$$

Определим решение уравнений (4). Из них следует уравнение

$$2f''f = f'^2 - \delta_1^2 f^2 + \delta_{21}^2, \quad (6)$$

где $\delta_1^2 = 16\alpha_0$, $\delta_{21}^2 = 64/x_0^4$. Решение уравнения (6) есть функция [18]

$$f = a + b \cos(\delta_1 z). \quad (7)$$

При этом $f(0) = f_0 = a + b$, а коэффициенты a, b равны соответственно

$$a, b = \frac{1}{2} f_0 \pm \frac{\delta_{21}^2}{2f_0 \delta_1^2}.$$

Функция $g(z)$ определяется равенством

$$\frac{1}{g} = -\frac{x_0^2 b \delta_1}{8f} \frac{\sin(\delta_1 z)}{a + b \cos(\delta_1 z)}. \quad (8)$$

Для функций $h(z)$ и $l(z)$ получаем выражения, аналогичные (7) и (8).

Из уравнений (3) приближенно находим

$$\gamma_1 = -\frac{1}{2} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{2} \frac{\delta_{21}}{f_0} z \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{2} \frac{\delta_{22}}{h_0} z \right) \right],$$

$$\gamma_2 = 1/4 \ln \{ [a + b \cos(\delta_1 z)] [A + B \cos(\delta_1 z)] \}.$$

Наконец из уравнений (5) следует дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами

$$u'' - \varphi_1 u' + \varphi_2 u = 0, \quad (9)$$

где $\varphi_1(z) = \frac{D^1}{D} - 2C$, $\varphi_2(z) = D^2 + C^2 + \frac{C'D - D'C}{D}$.

Предполагая небольшие колебания поперечных размеров светового пучка, функции φ_1, φ_2 приближенно можно полагать постоянными. В таком случае детерминант уравнения (9) $\varphi_1^2 - 4\varphi_2 < 0$ и его решение может быть представлено в виде [19]

$$u = u_0 \exp(-Cz) \left(\cos Dz - \frac{C}{D} \sin Dz \right).$$

При этом

$$v = u_0 \exp(-Cz) \left(\sin Dz - \frac{C}{D} \cos Dz \right).$$

Таким образом, нами найдены все функции, определяющие особенности свойств вращающихся световых пучков в отрицательных неоднородных средах типа селфоков. Из них следует, что пространственная форма пучка определяется функциями γ_2, f, h, u , которые аналогичны соответствующим функциям обычных сред [20]. Фазовая же поверхность светового пучка определяется уравнением

$$\omega t + \sigma z + \frac{x^2}{x_0^2 g} + \frac{y^2}{y_0^2 l} + \gamma_1 + \frac{vxy}{x_0 y_0} = \text{const}$$

и распространяется в направлении $(-z)$, обратном направлению распространения энергии со скоростью $v_z = \frac{dz}{dt} = -\frac{\omega}{\sigma}$. При этом осциллирующая форма пучка и его фазовая поверхность враща-

ются, направление вращения которых определяется функциями u, v . При $z = 0$ форма светового пучка и его ориентация представляется эллипсом

$$\frac{x^2}{x_0^2 f_0} + \frac{y^2}{y_0^2 h_0} - \frac{u_0 xy}{x_0 y_0} = \text{const},$$

а фазовая поверхность имеет главную ориентацию ($v = 0$).

Литература

1. Гончаренко А. М. Гауссовы пучки света. М., 2005.
2. Маркузе Д. Оптические волноводы. М., 1974.
3. Kogelnic H., Li T. // Proc. IEEE. 1966. Vol. 54. P. 1312–1329.
4. Garter W. H. // JOSA. 1972. Vol. 62. P. 1195–1201.
5. Гончаренко А. М. // Весці АН БССР, сер. фіз.-мат. навук. 1974. № 4. С. 82–86.
6. Гончаренко А. М., Белоусова Л. А. // ЖПС. 1976. Т. 24. С. 981–985.
7. Arnaud J. A. // Appl. Opt. 1972. Vol. 11. P. 2514–2521.
8. Arnaud J. A., Kogelnic H. // Appl. Opt. 1964. Vol. 8. P. 1687–1683.
9. Гончаренко А. М. // Докл. АН Беларуси. 1974. Т. 18. С. 122–123.
10. Гончаренко А. М., Гончаренко Л. К. // Весці АН БССР, сер. фіз.-мат. навук. 1975. Т. 6. С. 53–55.
11. Гончаренко А. М. // Докл. АН Беларуси. 1975. Т. 19, № 12. С. 1067–1070.
12. Белоусова Л. А., Борисов В. И., Гончаренко А. М. // ЖПС. 1978. Т. 29, № 2. С. 350–352.
13. Гончаренко А. М., Белоусова Л. А., Борисов В. И. // ЖПС. 1982. Т. 36, № 6. С. 1021–1022.
14. Гончаренко А. М., Шаповалов П. С. // Докл. АН Беларуси. 1988. Т. 39, № 12. С. 1073–1076.
15. Гончаренко А. М. // ЖПС. 2013. Т. 80, № 6. С. 255–258.
16. Веселаго В. Г. // УФН. 1967. Т. 92, № 3. С. 517–526.
17. Шевченко В. В. // УФН. 2011. Т. 181, № 11. С. 1171–1182.
18. Гончаренко А. М. // Весці НАН Беларусі, сер. фіз.-мат. навук. 2008. № 4. С. 120.
19. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М., 1970.
20. Гончаренко А. М. // Весці НАН Беларусі, сер. фіз.-мат. навук. 2012. № 2. С. 127–129.

A. M. GONCHARENKO

a.goncharenko@ifanbel.bas-net.by

PROPAGATION OF ROTARY LIGHT BEAMS IN NEGATIVE SELFOCS

Summary

The properties of rotary light beams in the negative selffocs are considered.