

УДК 517.958

Академик В. И. КОРЗЮК¹, С. Н. НАУМОВЕЦ²

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ПРОИЗВОДНЫМИ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

¹Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
korzyuk@bsu.by

²Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
e-cveta@tut.by

В данной работе рассмотрена смешанная задача, где в качестве одного из граничных условий задана производная искомой функции произвольного порядка.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, гиперболические уравнения, частные производные, граничные условия, условия Коши, условия согласования, классическое решение.

V. I. KORZYUK, S. N. NAUMAVETS

CLASSICAL SOLUTION OF A MIXED PROBLEM FOR A ONE-DIMENSIONAL WAVE EQUATION WITH HIGHER-ORDER DERIVATIVES IN THE BOUNDARY CONDITIONS

¹Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
korzyuk@bsu.by

²Belarusian State University, Minsk, Belarus
e-cveta@tut.by

In this article we consider the mixed problem where the derivative of the unknown function of arbitrary order is set as one of the boundary conditions.

Keywords: differential equations, hyperbolic equations, partial derivatives, boundary conditions, Cauchy conditions, agreement conditions, classical solution.

Введение. Классическим решениям смешанных и других задач для одномерного волнового уравнения, заданного в полуполосе двумерной плоскости, посвящены многие статьи [1–5]. При исследовании этих задач методом характеристик построены решения в аналитическом виде. Однако во всех этих случаях порядок производных, входящих в граничные и интегральные условия, не превосходит порядка уравнения. Представляют интерес задачи для уравнений гиперболического типа, для которых задаются граничные условия с производными любого высокого порядка. Исследования такого рода задач не проводились и другими методами (например, сильные, обобщенные решения функциональными методами, методами Фурье, Галеркина и др.).

1. Постановка задачи. В замыкании $\bar{Q} = [0, \infty) \times [0, l]$ области $Q = (0, \infty) \times (0, l)$ двух независимых переменных $\mathbf{x} = (x_0, x_1) \in \bar{Q} \subset \mathbb{R}^2$ задано одномерное волновое уравнение

$$Lu = (\partial_{x_0}^2 u - a^2 \partial_{x_1}^2 u)(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \bar{Q}, \quad (1)$$

где a^2, l – положительные действительные числа; $\partial_{x_j}^2 = \partial^2 / \partial x_j^2$, $j = 0, 1$. К уравнению (1) на части границы ∂Q области Q присоединяются условия Коши

$$u(0, x_1) = \varphi(x_1), \quad \partial_{x_0} u(0, x_1) = \psi(x_1), \quad x_1 \in [0, l] \quad (2)$$

и граничные условия

$$D^{\alpha}u(x_0, 0) = \mu^{(1)}(x_0), \quad u(x_0, l) = \mu^{(2)}(x_0), \quad x_0 \in [0, \infty), \quad (3)$$

где $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1)$ – мультииндекс; $D^{\alpha} = \partial_{x_0}^{\alpha_0} \partial_{x_1}^{\alpha_1} = \partial^{|\alpha|} / \partial x_0^{\alpha_0} \partial x_1^{\alpha_1}$, $|\alpha| = \alpha_0 + \alpha_1$.

Здесь для заданных функций $f: \bar{Q} \ni x \rightarrow f(x)$, $\varphi: [0, l] \ni x_1 \rightarrow \varphi(x_1)$, $\psi: [0, l] \ni x_1 \rightarrow \psi(x_1)$, $\mu^{(j)}: [0, \infty) \ni x_0 \rightarrow \mu^{(j)}(x_0)$, $j = 1, 2$, гладкость которых будет указана ниже.

Задача (1)–(3) в случае $\alpha = (0, 0)$ (первая смешанная задача) рассмотрена в [1; 2], в случае $\alpha = (0, 1)$ (вторая смешанная задача) – в [5]. Здесь предполагается, что порядок $|\alpha|$ производной $D^{\alpha}u$ функции u больше или равен двум.

2. Сведение задачи к случаю однородного уравнения. Общее решение уравнения (1) представляет собой [6] сумму

$$u(x) = u^{(0)}(x) + v(x), \quad (4)$$

где $u^{(0)}$ – общее решение однородного уравнения

$$(\partial_{x_0}^2 u^{(0)} - a^2 \partial_{x_1}^2 u^{(0)})(x) = 0, \quad (5)$$

v – частное решение неоднородного уравнения (1).

Функция v определяется формулой

$$v(x) = \int_0^{x_0} w(x_0 - \tau, \tau, x_1) d\tau, \quad (6)$$

$w(x_0, \tau, x_1)$ – решение уравнения (5) относительно независимых переменных x_0 и x_1 , удовлетворяющее условиям Коши

$$w(0, \tau, x_1) = 0, \quad \partial_{x_0} w(0, \tau, x_1) = f(\tau, x_1), \quad \tau \in [0, \infty), \quad x_1 \in [0, l],$$

где f – правая часть уравнения (1) (см. [4]). Значения функции w можно записать в явном виде через функцию f [4], а именно

$$v(x) = \sum_{j=1}^2 \int_0^{x_0} G^{(j)}(x_1 + (-1)^j a(x_0 - \tau), \tau) d\tau, \quad (7)$$

где

$$G^{(j)}(z, \tau) = \begin{cases} \frac{(-1)^j}{2a} \int_0^z f(\tau, \xi) d\xi, & z \in [0, l], \\ G^{(j,1)}(z, \tau), & z \in D(g^{(j)}) \setminus [0, l], \end{cases} \quad (8)$$

$$G^{(1,1)}(z, \tau) = -\frac{1}{2a} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{1}{k!} \partial_z^k f(\tau, z)|_{z=0} z^{k+1},$$

$$G^{(1,2)}(z, \tau) = \frac{1}{2a} \int_0^l f(\tau, \xi) d\xi + \frac{1}{2a} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{1}{k!} \partial_z^k f(\tau, z)|_{z=l} (z-l)^{k+1}, \quad (9)$$

$m = |\alpha| = \alpha_0 + \alpha_1$, если $|\alpha| \geq 2$, и $m = 2$, если $|\alpha| < 2$; $D(g^{(1)}) = (-\infty, l]$, $D(g^{(2)}) = [0, \infty)$.

Л е м м а 1. Если функция f принадлежит классу $C^{0, m-1}(\bar{Q})$, то функция v , определяемая формулами (6)–(9), принадлежит классу $C^m(\bar{Q})$, является решением уравнения (1) и удовлетворяет однородным условиям Коши

$$v(0, x_1) = \partial_{x_0} v(0, x_1) = 0,$$

где $C^{0,m-1}(\bar{Q})$ – множество непрерывных функций на \bar{Q} и непрерывно дифференцируемых по x_1 до порядка $m-1$, $C^m(\bar{Q})$ – множество непрерывно дифференцируемых до порядка m функций, заданных на множестве \bar{Q} .

Доказательство леммы 1 проводится непосредственной проверкой всех ее утверждений, используя явный вид задания функции v с помощью формул (6)–(9).

3. Задача для однородного уравнения (5). В качестве классического решения задачи (1)–(3) берется функция $u \in C^m(\bar{Q})$, которая удовлетворяет условиям (2) и (3). Согласно (4) и лемме 1, если $f \in C^{0,m-1}(\bar{Q})$, то задача (1)–(3) сводится к отысканию функции $u^{(0)} \in C^m(\bar{Q})$, которая является решением однородного уравнения (5) и удовлетворяет условиям Коши (2) и граничным условиям

$$\begin{aligned} D^\alpha u^{(0)}(x_0, 0) &= \mu^{(1)}(x_0) - D^\alpha v(x_0, 0) = \tilde{\mu}^{(1)}(x_0), \\ u^{(0)}(x_0, l) &= \mu^{(2)}(x_0) - v(x_0, l) = \tilde{\mu}^{(2)}(x_0). \end{aligned} \quad (10)$$

Отметим, что решение $u^{(0)}$ будет из класса $C^m(\bar{Q})$, если заданные функции кроме требований гладкости $f, \varphi, \psi, \tilde{\mu}^{(j)}$ или $\mu^{(j)}, j=1,2$, должны удовлетворять условиям согласования для точек $(0, 0)$ и $(0, l)$. Эти условия будут сформулированы ниже.

Общее решение уравнения (5) представляет собой [6; 7] сумму двух функций

$$u^{(0)}(x) = g^{(1)}(x_1 - ax_0) + g^{(2)}(x_1 + ax_0), \quad (11)$$

где $g^{(j)}$ – произвольные функции из класса $C^m(D(g^{(j)}))$. Области определения их как функций одного независимого переменного z следующие: $D(g^{(1)}) = (-\infty, l] \subset \mathbb{R}$, $D(g^{(2)}) = [0, \infty) \subset \mathbb{R}$, $x \in \bar{Q}$.

Из условий Коши находим значения $g^{(j)}(z)$ функций $g^{(j)}$, которые определяются формулами [8]

$$g^{(j)}(z) = g^{(j,0)}(z) = \frac{1}{2} \varphi(z) + \frac{(-1)^j z}{2a} \int_0^z \psi(\xi) d\xi + (-1)^j C, \quad z \in [0, l], \quad (12)$$

где C – произвольная постоянная из множества действительных чисел \mathbb{R} .

Далее значения $g^{(j)}(z)$ для $z \in D(g^{(j)}) \setminus [0, l]$ определяются из граничных условий (10). Удовлетворяя первому граничному условию, получаем уравнение

$$(-1)^{\alpha_0} a^{\alpha_0} d^{|\alpha|} g^{(1)}(z) + a^{\alpha_0} d^{|\alpha|} g^{(2)}(-z) = \tilde{\mu}^{(1)}\left(-\frac{z}{a}\right), \quad z \in [-l, 0],$$

или

$$d^{|\alpha|} g^{(1)}(z) = (-1)^{\alpha_0} \frac{1}{a^{\alpha_0}} \tilde{\mu}^{(1)}\left(-\frac{z}{a}\right) + (-1)^{\alpha_0+1} d^{|\alpha|} g^{(2)}(-z), \quad (13)$$

где $d^{|\alpha|}$ – производная порядка $|\alpha|$ по аргументу, от которого зависит функция. Интегрируя уравнение (13), получим

$$g^{(1)}(z) = (-1)^{\alpha_0+1} g^{(2)}(-z) + (-1)^{\alpha_0} \frac{1}{a^{\alpha_0} (|\alpha|-1)!} \int_0^z \tilde{\mu}^{(1)}\left(-\frac{\tau}{a}\right) (z-\tau)^{|\alpha|-1} d\tau + \sum_{k=0}^{|\alpha|-1} C^{(k)} \frac{1}{k!} z^k \quad (14)$$

для $z \in D(g^{(1)}) \setminus [0, l]$, где $C^{(k)}$ – произвольные константы из \mathbb{R} .

Удовлетворяя функцию (11) второму из условий (10), получим уравнение

$$g^{(2)}(z) = \tilde{\mu}^{(2)}\left(\frac{l-z}{a}\right) - g^{(1)}(2l-z), \quad z \in D(g^{(1)}) \setminus [0, l]. \quad (15)$$

Находим решения уравнений (14) и (15), используя уже известные решения $g^{(j,0)}(z)$. Из (14) находим

$$g^{(1)}(z) = g^{(1,k)}(z) = (-1)^{\alpha_1+1} g^{(2,k-1)}(-z) + (-1)^{\alpha_0} \frac{1}{a^{\alpha_0} (|\alpha|-1)!} \int_0^z (z-\tau)^{|\alpha|-1} \tilde{\mu}^{(1)}\left(-\frac{\tau}{a}\right) d\tau + \sum_{i=0}^{|\alpha|-1} C^{(i,k)} \frac{1}{i!} z^i, \quad z \in [-kl, -(k-1)l], \quad k=1,2,\dots \quad (16)$$

Аналогично, из уравнения (15) имеем соотношения

$$g^{(2)}(z) = g^{(2,k)}(z) = \tilde{\mu}^{(2)}\left(\frac{l-z}{a}\right) - g^{(1,k-1)}(2l-z), \quad z \in [kl, (k+1)l], \quad k=1,2,\dots \quad (17)$$

В уравнениях (16) и (17) присутствуют функции от переменных со сдвигом. Поэтому, начиная с формул (12), в которых $g^{(j,0)}$ уже определены на отрезке $[0, l]$ через заданные функции, попеременно на отрезках длиной l из соотношений (16) и (17) находим значения $g^{(j)}(z)$ функций $g^{(j)}$ на всех областях их определения $D(g^{(j)})$, $j=1,2$.

Было отмечено ранее, что для $\alpha = (0,0)$ классическое решение задачи (1)–(3) найдено в [1; 2], для $\alpha = (0,1)$ – в [5]. Если $\alpha = (1,0)$, то результаты аналогичны как и в [7]. Поэтому теперь будет рассмотрена задача (5), (2), (10) или задача (1)–(3) для $|\alpha| = m = 2,3,\dots$

Возвращаемся к исследованию системы (16), (17). Решение (11) должно принадлежать $C^m(\bar{Q})$. Из этого требования следует, что функции φ, ψ и $\mu^{(j)}$ ($j=1,2$) должны быть достаточно гладкими и аналитические выражения $g^{(j,k)}(z)$, $j=1,2$, $k=0,1,\dots$, и их производные должны совпадать в общих точках соприкосновения, т. е. должны выполняться равенства

$$d^p g^{(1,k)}(z)|_{z=-kl} = d^p g^{(1,k+1)}(z)|_{z=-kl}, \quad k=0,1,\dots, \quad p=0,1,\dots,m, \quad (18)$$

$$d^p g^{(2,k-1)}(z)|_{z=kl} = d^p g^{(2,k)}(z)|_{z=kl}, \quad k=1,2,\dots, \quad p=0,1,\dots,m, \quad (19)$$

где $d^p = d^p / dz^p$.

Л е м м а 2. Если функции $\varphi \in C^m([0, l])$, $\psi \in C^{m-1}([0, l])$, $\tilde{\mu}^{(j)} \in C^m([0, \infty])$, $j=1,2$, то $g^{(1,k)} \in C^m([-kl, -(k-1)l])$, $g^{(2,k)} \in C^m([kl, (k+1)l])$, $k=1,2,\dots$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $k=1$. Из формул (12) видно, что при выполнении условий леммы 2 $g^{(j,0)} \in C^m([0, l])$, $j=1,2$. Для других $k=2,3,\dots$ утверждения леммы следуют из формул (16) и (17).

Л е м м а 3. Равенства (18) выполняются для всех $k=0,1,2,\dots$, а равенства (19) для $k=1,2,\dots$ тогда и только тогда, когда (18) выполняются только для $k=0$, а (19) – для $k=1$. При этом произвольные постоянные $C^{(i,k)}$ в формулах (16) должны быть одни и те же для всех $k=1,2,\dots$, т. е. $C^{(i,k)} = C^{(i)}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Если равенства (18) и (19) выполняются для всех указанных в лемме значений k , то они выполняются и, в частности, для $k=0$ и $k=1$ соответственно.

Обратно, пусть равенства (18) выполняются для $k = 0$, а (19) – для $k = 1$. Пусть $g^{(2,0)}(l) = g^{(2,1)}(l)$. Тогда из (16) имеем равенство

$$g^{(1,1)}(-l) - g^{(1,2)}(-l) = \sum_{i=0}^{|\alpha|-1} (C^{(i,1)} - C^{(i,2)}) \frac{1}{i!} (-l)^i. \quad (20)$$

Для производных имеем равенства

$$d^p g^{(1,1)}(-l) - d^p g^{(1,2)}(-l) = \sum_{i=p}^{|\alpha|-1} (C^{(i,1)} - C^{(i,2)}) \frac{p!}{i!} (-l)^{i-p}, \quad p=1, \dots, |\alpha|-1, \quad (21)$$

и

$$d^m g^{(1,1)}(-l) - d^m g^{(1,2)}(-l) = 0.$$

Равенства (20) и (21) равны нулю тогда и только тогда, когда $C^{(i,1)} = C^{(i,2)} = C^{(i)}$. Здесь рассуждения начинаем с $p = |\alpha| - 1$ и последовательно приходим к равенству (20).

Аналогично доказываем равенства (19) для $k = 2$.

Затем проводим доказательство утверждений леммы 3 в случае $k = 2$ и равенств непрерывности (18). Применяя метод математической индукции, доказывается утверждение леммы 3 для любых $k = 1, 2, 3, \dots$ в случае равенств (18) и любых $k = 2, 3, \dots$ и равенств (19).

Выпишем условия согласования заданных функций задачи (5), (2), (10), которые являются необходимыми и достаточными для выполнения равенств (18), если $k = 0$ и (19) – $k = 1$.

Итак,

$$d^p g^{(1,1)}(0) = (-1)^{\alpha_1+1+p} d^p g^{(2,0)}(0) + C^{(p)} = d^p g^{(1,0)}(0), \quad p = \overline{0, |\alpha|-1}, \quad (22)$$

$$d^m g^{(1,1)}(0) = (-1)^{\alpha_0+1} d^m g^{(2,0)}(0) + (-1)^{\alpha_0} \frac{1}{a^{\alpha_0}} \tilde{\mu}^{(1)}(0) = d^m g^{(1,0)}(0), \quad (23)$$

$$d^p g^{(2,1)}(l) = (-1)^p \frac{1}{a^p} d^p \tilde{\mu}^{(2)}(0) + (-1)^{p+1} d^p g^{(1,0)}(l) = d^p g^{(2,0)}(l), \quad p = \overline{0, m}. \quad (24)$$

В соотношения (22)–(24) подставляем значения функций (12) и их производных в точках $z = 0$ и $z = l$. Из равенств (22) получаем следующие значения констант:

$$C^{(0)} = \begin{cases} -2C, & \text{если } \alpha_1 - \text{нечётное число,} \\ \varphi(0) - 2C, & \text{если } \alpha_1 - \text{чётное число,} \end{cases} \quad (25)$$

$$C^{(p)} = \begin{cases} -\frac{1}{a} d^{p-1} \psi(0), & \text{если } \alpha_1 - \text{нечётное число, } p = \overline{1, |\alpha|-1}, \\ d^p \varphi(0), & \text{если } \alpha_1 - \text{чётное число, } p = \overline{1, |\alpha|-1}. \end{cases}$$

Из равенства (23) следует условие согласования

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} d^{m-1} \psi(0) - \frac{1}{a^{\alpha_0}} \tilde{\mu}^{(1)}(0) &= 0, \quad \alpha_0 - \text{нечётное число,} \\ -d^m \varphi(0) + \frac{1}{a^{\alpha_0}} \tilde{\mu}^{(1)}(0) &= 0, \quad \alpha_0 - \text{чётное число.} \end{aligned} \quad (26)$$

Аналогично доказываем, что равенства (24) эквивалентны условиям согласования

$$\begin{aligned} -\frac{1}{a^p} d^p \tilde{\mu}^{(2)}(0) - \frac{1}{a} d^{p-1} \psi(l) &= 0, \quad p - \text{нечётное число,} \\ -\frac{1}{a^p} d^p \tilde{\mu}^{(2)}(0) - d^{p-1} \varphi(l) &= 0, \quad p - \text{чётное число, } p = \overline{0, m}. \end{aligned} \quad (27)$$

Результаты проведенных последних рассуждений можно сформулировать в виде следующей леммы.

Л е м м а 4. Пусть $m \geq 2$. Если функции $\varphi \in C^m([0, l])$, $\psi \in C^{m-1}([0, l])$, $\tilde{\mu}^{(1)} \in C^m([0, \infty))$, $\tilde{\mu}^{(2)} \in C^m([0, \infty))$ и выполняются однородные условия согласования (26) и (27), то функции $g^{(j)}$ ($j=1, 2$), определяемые формулами (12), (16) и (17) принадлежат классу $C^m(D(g^{(j)}))$, имеют вид

$$g^{(j)}(z) = \tilde{g}^{(j)}(z) + (-1)^j C, \quad j=1, 2,$$

где C – произвольная из \mathbb{R} постоянная, функции $\tilde{g}^{(j)}$ определяются единственным образом, константы $C^{(i,k)} = C^{(i)}$, $k=1, 2, 3, \dots$, $i = \overline{0, |\alpha| - 1}$, в (16) определяются формулами (25).

Доказательство следует из предыдущих рассуждений. Кроме того, отметим, что условия согласования (26) и (27) являются необходимыми и достаточными, чтобы функции $g^{(j)}$ принадлежали классу $C^m(D(g^{(j)}))$, функции $\tilde{g}^{(j)}$ определялись единственным образом.

Т е о р е м а 1. Пусть $m \geq 2$. Если функции $\varphi \in C^m([0, l])$, $\psi \in C^{m-1}([0, l])$, $\tilde{\mu}^{(1)} \in C^1([0, \infty))$, $\tilde{\mu}^{(2)} \in C^m([0, \infty))$, то функция вида (11) является единственным классическим решением из класса $C^m(\bar{Q})$ задачи (5), (2), (10) тогда и только тогда, когда выполняются однородные условия согласования (26), (27), константы $C^{(i)} = C^{(i,k)}$, $k=1, 2, 3, \dots$, $i = \overline{0, |\alpha| - 1}$, вычисляются по формулам (25).

Доказательство теоремы 1 следует из лемм 2–4.

4. Задача (1)–(3). Так как, согласно теореме 1, существует единственное классическое решение задачи (5), (2), (10), то существует и классическое решение задачи (1)–(3). Чтобы сформулировать в теоремах и обозначениях задачи (1)–(3) от функций $\tilde{\mu}^{(j)}$ перейдем к функциям $\mu^{(j)}$ и f согласно формулам (10).

Если в условиях согласования (27) $\tilde{\mu}^{(2)}(0)$ представить в виде $\mu^{(2)}(x_0) - \nu(x_0, l)$ и вычислить от ν производные согласно представлению (15), то эти условия согласования запишутся в виде

$$\begin{aligned} -\frac{1}{a^p} d^p \mu^{(2)}(0) + \frac{p-1}{2} \partial_{x_0}^{p-2} f(0, l) - \frac{1}{a} d^{p-1} \psi(l) &= 0, \quad p - \text{нечётное число,} \\ \frac{1}{a^p} d^p \mu^{(2)}(0) - \frac{p}{2} \partial_{x_0}^{p-2} f(0, l) - d^p \varphi(l) &= 0, \quad p - \text{чётное число.} \end{aligned} \quad (28)$$

Аналогично формулы условий согласования (26) будут

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} d^{m-1} \psi(0) - \frac{1}{a^{\alpha_0}} \mu^{(1)}(0) + \frac{\alpha_0 - 1}{a} \partial_{x_0}^{\alpha_0 - 2} \partial_{x_1}^{\alpha_1} f(0, 0) &= 0, \quad \alpha_0 - \text{нечётное число,} \\ -d^m \varphi(0) + \frac{1}{a^{\alpha_0}} \mu^{(1)}(0) - \frac{\alpha_0}{2} \partial_{x_0}^{\alpha_0 - 2} \partial_{x_1}^{\alpha_1} f(0, 0) &= 0, \quad \alpha_0 - \text{чётное число.} \end{aligned} \quad (29)$$

Теорема 2. Пусть $t \geq 2$. Если функции $\varphi \in C^m([0, l])$, $\psi \in C^{m-1}([0, l])$, $\tilde{\mu}^{(1)} \in C^1([0, \infty))$, $\tilde{\mu}^{(2)} \in C^m([0, \infty))$, $f \in C^{m-2, m-1}(\bar{Q})$, то существует единственное из класса $C^m(\bar{Q})$ классическое решение и вида (4), (11) тогда и только тогда, когда выполняются однородные условия согласования (28), (29), константы $C^{(i)} = C^{(i, k)}$, $k = 1, 2, 3, \dots$, $i = \overline{0, |\alpha| - 1}$, вычисляются по формулам (16), где частное решение v определяется формулами (7)–(9), решение $u^{(0)}$ задачи (5), (2), (10) – формулами (11), (12), (16), (17).

Заключение. В данном сообщении получены формулы классического решения первой смешанной задачи волнового уравнения с производными высокого порядка в граничных условиях. Показано, что задача имеет единственное решение. По мнению авторов, решение задачи с граничными условиями, в которых порядок производной выше порядка уравнения, публикуется впервые.

Список использованной литературы

1. Корзюк, В. И. Классическое решение первой смешанной задачи для уравнения колебания струны / В. И. Корзюк, Е. С. Чеб, М. С. Ширма // Докл. НАН Беларуси. – 2009. – Т. 53, № 1. – С. 45–49.
2. Корзюк, В. И. Решение первой смешанной задачи для волнового уравнения методом характеристик / В. И. Корзюк, Е. С. Чеб, М. С. Ширма // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. – 2009. – Т. 17, № 2. – С. 23–34.
3. Ляжетич, Н. Л. О классической разрешимости смешанной задачи для одномерного гиперболического уравнения второго порядка / Н. Л. Ляжетич // Дифференц. уравнения. – 2006. – Т. 42, № 8. – С. 1072–1077.
4. Корзюк, В. И. Классическое решение первой смешанной задачи одномерного волнового уравнения с условиями типа Коши / В. И. Корзюк, И. С. Козловская, С. Н. Наумовец // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2015. – № 1. – С. 17–20.
5. Корзюк, В. И. Классические решения в теории дифференциальных уравнений с частными производными / В. И. Корзюк, И. С. Козловская, С. Н. Наумовец // Studia i materiały EUiE w Warszawie. – 2015. – N 1(9). – S. 55–78.
6. Корзюк, В. И. Решение задачи Коши гиперболического уравнения для однородного дифференциального оператора в случае двух независимых переменных / В. И. Корзюк, И. С. Козловская // Докл. НАН Беларуси. – 2011. – Т. 55, № 5. – С. 9–13.
7. Корзюк, В. И. Решение задачи Коши для гиперболического уравнения с постоянными коэффициентами в случае двух независимых переменных / В. И. Корзюк, И. С. Козловская // Дифференц. уравнения. – 2012. – Т. 48, № 5. – С. 700–709.
8. Моисеев, Е. И. Классическое решение задачи с интегральным условием для одномерного волнового уравнения / Е. И. Моисеев, В. И. Корзюк, И. С. Козловская // Дифференц. уравнения. – 2014. – Т. 50, № 10. – С. 1373–1385.

Поступило в редакцию 26.10.2015