

ISSN 1561-8323 (Print)  
ISSN 2524-2431 (Online)

УДК 621.396.98  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2018-62-6-763-768>

Поступило в редакцию 29.05.2018  
Received 29.05.2018

**Член-корреспондент С. М. Костромицкий<sup>1</sup>, А. П. Шумский<sup>2</sup>, И. Н. Давыденко<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

<sup>2</sup>*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
Минск, Республика Беларусь*

## **СТРУКТУРЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АВТОКОМПЕНСАТОРОВ МЕШАЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ ГРАДИЕНТНОГО ТИПА**

**Аннотация.** Путем последовательных преобразований математической модели и структуры классического автокомпенсатора мешающих излучений (АКМИ) градиентного типа получены математическая модель и структура АКМИ градиентного типа с предпроцессором и стабилизацией быстродействия. Быстродействие полученной структуры АКМИ не зависит от распределения собственных значений корреляционной матрицы сигналов входных помех.

**Ключевые слова:** градиентный автокомпенсатор мешающих излучений, математическая модель, предпроцессор, стабилизация быстродействия

**Для цитирования:** Костромицкий, С. М. Структуры и математические модели автокомпенсаторов мешающих излучений градиентного типа / С. М. Костромицкий, А. П. Шумский, И. Н. Давыденко // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2018. – Т. 62, № 6. – С. 763–768. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2018-62-6-763-768>

**Corresponding Member Sergei M. Kostromitski<sup>1</sup>, Aleksey P. Shumski<sup>2</sup>, Igor N. Davydenka<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

<sup>2</sup>*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus*

## **STRUCTURE AND MATHEMATICAL MODEL OF GRADIENT JAMMER CANCELLERS**

**Abstract.** In the article, using subsequent transformations of the structure and mathematical model of a classic gradient jammer canceller, the mathematical model and the structure of a gradient jammer canceller with a pre-processor are obtained. A new structure provides that the adaptation speed of a canceller does not depend on the spread of the eigenvalues of the input signal correlation matrix. An intermediate model provides the analysis of weight misadjustment of the classic gradient jammer canceller. The aim of the new mathematical model is a subsequent analysis of weight misadjustment of the jammer canceller with a stable adaptation speed.

**Keywords:** gradient jammer canceller, mathematical model, pre-processor, stable adaptation speed

**For citation:** Kostromitski S. M., Shumski A. P., Davydenka I. N. Structure and mathematical model of gradient jammer cancellers. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2018, vol. 62, no. 6, pp. 763–768 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2018-62-6-763-768>

**Введение.** Известно, что в классических автокомпенсаторах мешающих излучений (АКМИ) градиентного типа при большом разбросе собственных значений корреляционной матрицы помех возникают трудности, связанные с медленной сходимостью алгоритмов [1]. Это происходит тогда, когда наряду с сигналом от источника сильных помех появляются сигналы от источников слабых помех или когда два источника помех близко расположены [1].

Одним из способов получения быстрой сходимости является преобразование входных сигналов. Для такого преобразования предлагаются предпроцессоры, обеспечивающие разложение входных сигналов на главные компоненты (проекции вектора входных сигналов на собственные векторы корреляционной матрицы) [1]. Корреляционная матрица преобразованных сигналов будет тогда диагональной, а ее диагональные элементы будут равны собственным значениям корреляционной матрицы входных сигналов. Если затем учесть различные собственные значения, то можно обеспечить независимость сходимости алгоритма адаптации от их разброса. В данном сообщении АКМИ со стабилизацией быстродействия и предпроцессором получен путем последовательного преобразования классического АКМИ градиентного типа.

**Математическая модель классического многоканального АКМИ.** Система дифференциальных уравнений, описывающая работу классического многоканального АКМИ (рис. 1), имеет следующий вид (в качестве цепей сглаживания сигнала ошибки для простоты рассмотрения будем использовать идеальный интегратор) [2]:

$$\frac{1}{K_V} \frac{d\mathbf{W}}{dt} = \mathbf{U}_{\text{co}} = -K_{\text{п}} \mathbf{E}^* \{E_0(t) + \mathbf{E}^T(t) \mathbf{W}\}, \quad (1)$$

где  $K_V$  – коэффициент преобразования интегратора;  $K_{\text{п}}$  – коэффициент передачи цепей корреляционной обратной связи по мощности;  $\mathbf{W} = \{W_1, W_2, W_3, \dots, W_N\}^T$  – вектор-столбец комплексных весовых коэффициентов;  $\mathbf{E} = \{E_1, E_2, E_3, \dots, E_N\}^T$  – вектор-столбец комплексных амплитуд сигналов, принятых компенсационными каналами;  $\mathbf{U}_{\text{co}}$  – вектор-столбец комплексных сигналов ошибок измерения весовых коэффициентов; «\*» – символ комплексного сопряжения; «T» – символ транспонирования.

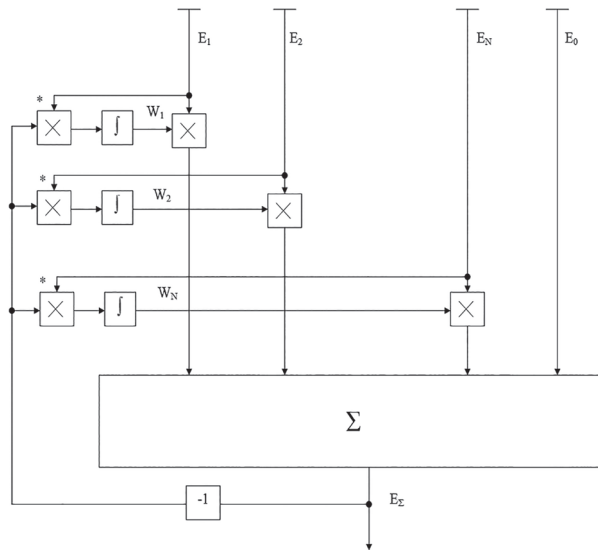


Рис. 1. Структурная схема классического АКМИ

Fig. 1. Normal jammer canceller block diagram

После усреднения (1) примет следующий вид [2]:

$$\frac{1}{K_V} \frac{d\mathbf{W}}{dt} = \mathbf{K}_{\text{д}} (\mathbf{W}_{\text{зад}} - \mathbf{W} + \boldsymbol{\eta}(t)), \quad (2)$$

где  $\mathbf{K}_{\text{д}} = K_{\text{п}} \mathbf{R}$  – матрица крутизны многомерного дискриминатора весовых коэффициентов;  $\mathbf{W}_{\text{зад}} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_0$  – задающее воздействие измерителя;  $\mathbf{R} = \mathbf{E}^* \mathbf{E}^T$  – корреляционная матрица сигналов, принятых компенсационными каналами;  $\mathbf{R}_0 = E_0 \mathbf{E}^*$  – вектор корреляции сигналов, принятых основным и компенсационными каналами;  $\boldsymbol{\xi}(t) = \mathbf{U}_{\text{co}}(t) - \overline{\mathbf{U}_{\text{co}}(t)}$  – вектор случайных составляющих сигнала ошибки;  $\boldsymbol{\eta}(t) = \mathbf{K}_{\text{д}}^{-1} \boldsymbol{\xi}(t)$  – случайное возмущающее воздействие измерителя;  $\{\}$  – операция усреднения.

Удвоенная мощность остатков помехи на выходе АКМИ с учетом ошибок самонастройки ( $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{\text{зад}} + \Delta \mathbf{W}$ ) описывается выражением [2]

$$2\sigma_{\Sigma}^2 = \overline{[E_0 + (\mathbf{W}_{\text{зад}}^T + \Delta \mathbf{W}^T) \mathbf{E}][E_0 + \mathbf{E}^T (\mathbf{W}_{\text{зад}} + \Delta \mathbf{W})]^*} = 2\sigma_{\Sigma \min}^2 + 2\sigma_{\Sigma \Delta W}^2,$$

где  $2\sigma_{\Sigma \min}^2 = 2\sigma_0^2 - \mathbf{R}_0^+ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_0$  – минимальная удвоенная мощность остатков помехи на выходе автокомпенсатора;  $2\sigma_{\Sigma \Delta W}^2 = \Delta \mathbf{W}^+ \mathbf{R} \Delta \mathbf{W}$  – составляющая удвоенной мощности остатков помехи на выходе автокомпенсатора, обусловленная ошибками самонастройки; «+» – символ эрмитова сопряжения.

Полагая сигналы помех в каналах приема гауссовыми случайными процессами с нулевыми средними и используя выражения для моментов четвертого порядка [1; 3], можно получить выражение для матрицы эквивалентной спектральной плотности случайного возмущающего воздействия измерителя весовых коэффициентов [2]:

$$\mathbf{S}_{\text{эkv}} = \mathbf{S}_{\eta} = \mathbf{S}_{\eta}(\omega) \Big|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{R}_{\eta}(\tau) d\tau = \frac{K_{\Pi} 2\sigma_{\Sigma}^2}{\beta \Delta f_{\text{ш}}} (\mathbf{K}_{\text{д}})^{-1}, \quad (3)$$

где  $\Delta f_{\text{ш}} = \left( \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) d\tau \right)^{-1}$  – ширина спектра помехи;  $\beta = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) d\tau / \int_{-\infty}^{\infty} r^2(\tau) d\tau$  – постоянный коэффициент;

$\mathbf{R}_{\eta}(\tau) = \overline{\boldsymbol{\eta}^*(t)\boldsymbol{\eta}^T(t-\tau)}$  – матрица корреляционных функций случайного возмущающего воздействия;  $r(\tau)$  – нормированная корреляционная функция помехи;  $2\sigma_{\Sigma}^2 = \overline{|E_{\Sigma}(t)|^2} = \overline{|E_0(t) + \mathbf{W}^T \mathbf{E}(t)|^2}$  – удвоенная мощность остатков компенсации помехи.

**Математическая модель классического многоканального АКМИ в эквивалентном базисе.** Анализ характеристик многомерной следящей системы вида (2) является сложным по той причине, что в общем случае матрица  $\mathbf{K}_{\text{д}}$  является недиагональной. Для преодоления этой трудности проводится матричное преобразование над исходными векторными переменными  $(\mathbf{W}, \mathbf{E}, \boldsymbol{\eta})$  [1]. Так как матрица  $\mathbf{K}_{\text{д}}$  является положительно определенной эрмитовой матрицей, она может быть представлена в виде [3]

$$\mathbf{K}_{\text{д}} = K_{\Pi} \mathbf{R} = K_{\Pi} \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}^+, \quad (4)$$

где  $\mathbf{U} = [\mathbf{G}_{1\text{н}}, \mathbf{G}_{2\text{н}}, \dots, \mathbf{G}_{N\text{н}}]$  – квадратная матрица, столбцами которой являются нормированные собственные векторы матрицы  $\mathbf{R}$ ;  $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$  – диагональная матрица с элементами главной диагонали, равными собственным значениям матрицы  $\mathbf{R}$ .

Представление матрицы  $\mathbf{R}$  через унитарную и диагональную матрицы эквивалентно некоторому преобразованию над вектором входных сигналов  $\mathbf{E}$ , в результате чего составляющие нового вектора  $\mathbf{E}'$  не коррелированы между собой и имеют удвоенные мощности, равные соответствующим собственным значениям матрицы  $\mathbf{R}$ :  $\boldsymbol{\Lambda} = \mathbf{U}^+ \mathbf{R} \mathbf{U} = \mathbf{U}^+ \mathbf{E}^* \mathbf{E} \mathbf{U} = \overline{\mathbf{E}'^* \mathbf{E}'^T} = \mathbf{R}'$  или  $\mathbf{E}' = \mathbf{U}^T \mathbf{E}$ .

С учетом (4) система дифференциальных уравнений (2) преобразуется к следующему виду с диагональной матрицей крутиз  $K_{\Pi} \boldsymbol{\Lambda}$  [2]:

$$\frac{1}{K_{\text{V}}} \frac{d\mathbf{W}'}{dt} = K_{\Pi} \boldsymbol{\Lambda} (\mathbf{W}'_{\text{зад}} + \boldsymbol{\eta}'(t) - \mathbf{W}'), \quad (5)$$

где  $\mathbf{W}' = \mathbf{U}^+ \mathbf{W}$ ;  $\mathbf{W}'_{\text{зад}} = \mathbf{U}^+ \mathbf{W}_{\text{зад}}$ ;  $\boldsymbol{\eta}' = \mathbf{U}^+ \boldsymbol{\eta}$ .

Таким образом, (2) свелось к набору независимых дифференциальных линейных уравнений первого порядка, анализ выходных характеристик которых известен [4]. При необходимости вернуться к исходным векторам  $\mathbf{W}, \boldsymbol{\eta}$  пользуются обратными преобразованиями [1]:

$$\mathbf{W} = \mathbf{U} \mathbf{W}', \boldsymbol{\eta} = \mathbf{U} \boldsymbol{\eta}'. \quad (6)$$

Переход к преобразованным входным сигналам  $E'$  и весовым коэффициентам  $W'$  не приведет к изменению выходного эффекта автокомпенсатора [1]

$$\mathbf{W}'^T \mathbf{E}' = \mathbf{W}^T \mathbf{U}^* \mathbf{U}^T \mathbf{E} = \mathbf{W}^T \mathbf{E} = E_{\Sigma}. \quad (7)$$

Структурная схема автокомпенсатора в эквивалентном базисе может быть представлена в виде, приведенном на рис. 2.

Выражение (7) дает основание представить составляющую мощности остатков помехи на выходе классического АКМИ, обусловленную ошибками самонастройки, в более удобном эквивалентном базисе

$$2\sigma_{\Sigma \Delta W}^2 = \Delta \mathbf{W}^+ \mathbf{R} \Delta \mathbf{W} = \Delta \mathbf{W}'^+ \boldsymbol{\Lambda} \Delta \mathbf{W}' = \sum_{i=1}^N \lambda_i |\Delta W'_i|^2.$$

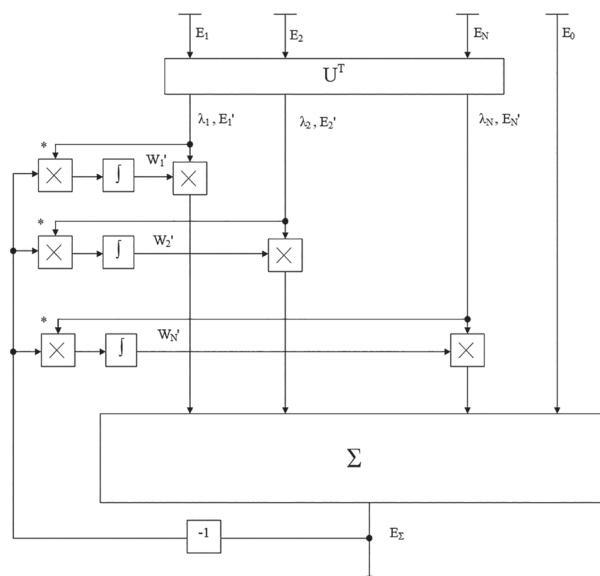


Рис. 2. Структурная схема классического АКМИ в эквивалентном базисе

Fig. 2. Normal jammer canceller equivalent block diagram

Матрица спектральной плотности возмущающего воздействия в эквивалентном базисе имеет диагональный вид и описывается выражением [2]

$$\mathbf{S}'_{\text{эКВ}} = \mathbf{S}_{\eta'} = \frac{2\sigma_{\Sigma}^2}{\beta\Delta f_{\text{ш}}} \mathbf{\Lambda}^{-1}. \quad (8)$$

**Математическая модель АКМИ со стабилизацией быстрогодействия.** Заметим, что структуру АКМИ на рис. 2 можно рассматривать не только с точки зрения математической модели, обеспечивающей анализ характеристик классического АКМИ, но и как самостоятельную структуру, которая может быть реализована и подвержена последующей модификации.

В частности, на рис. 3 представлен вариант структуры АКМИ, в котором обеспечивается выравнивание динамических характеристик отдельных контуров самонастройки за счет введения в цепи интегрирования сигналов ошибок нормирующих множителей  $\frac{\lambda_{\Sigma}}{\lambda_i}$ . Предполагается, что имеется информация о собственных векторах и собственных значениях корреляционной матрицы помех  $R$ , алгоритмы получения которых в данном сообщении не обсуждаются (априорная информация; численный анализ оценочной корреляционной матрицы  $\hat{R}$ ; использование предпроцессора Нолен [1]; усреднение выходных сигналов предпроцессора).

Введение нормирующих множителей  $\frac{\lambda_{\Sigma}}{\lambda_i}$  приведет к тому, что система дифференциальных уравнений (5) изменится следующим образом:

$$\frac{1}{K_V} \frac{d\mathbf{W}'}{dt} = K_{\Pi} \lambda_{\Sigma} \mathbf{I}(\mathbf{W}'_{\text{зад}} + \boldsymbol{\eta}'(t) - \mathbf{W}'), \quad (9)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица.

Таким образом, получен набор дифференциальных линейных уравнений, не только не связанных между собой, но и имеющих одинаковую крутизну дискриминационной характеристики  $K_{\Pi} \lambda_{\Sigma}$ . Выражения для вектора задающего воздействия  $\mathbf{W}'_{\text{зад}}$  и матрицы спектральной плотности возмущающего воздействия  $\mathbf{S}'_{\text{эКВ}}$  не изменились и описываются выражениями (5) и (8) соответственно, так как цепи формирования сигналов ошибок не изменились. После применения обратного преобразования (6) к (9) получим эквивалентную математическую модель

$$\frac{1}{K_V} \frac{d\mathbf{W}}{dt} = K_{\Pi} \lambda_{\Sigma} \mathbf{I}(\mathbf{W}_{\text{зад}} + \boldsymbol{\eta}(t) - \mathbf{W}). \quad (10)$$

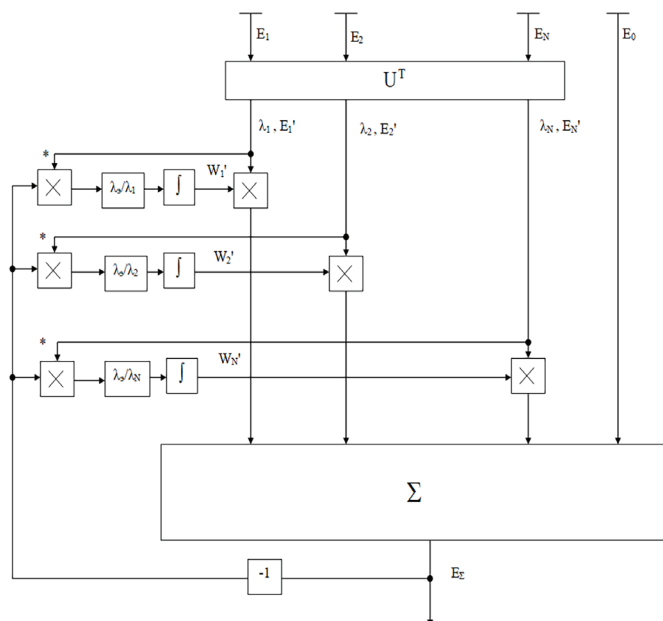


Рис. 3. Структурная схема АКМИ со стабилизацией быстродействия  
 Fig. 3. Stable adaptation speed jammer canceller block diagram

Заметим, что в соответствии с (10) полученная математическая модель в отличие от математической модели (3) классического АКМИ отличается только заменой матрицы крутизны с  $\mathbf{K}_d = \mathbf{K}_n \mathbf{R}$  на матрицу  $\mathbf{K}_d = \mathbf{K}_n \lambda \mathbf{I}$ , что соответствует также и структуре АКМИ на основе использования алгоритма Ньютона [5].

**Заключение.** Таким образом, в сообщении путем последовательных преобразований структуры и математической модели классического АКМИ градиентного типа получены структура и математическая модель АКМИ градиентного типа со стабилизацией быстродействия, предполагающие использование предпроцессора для сигналов компенсационных каналов. В полученной структуре быстродействие АКМИ не зависит от распределения собственных значений корреляционной матрицы помех. Полученная математическая модель справедлива и для АКМИ, реализующего алгоритм Ньютона. Целью дальнейших исследований может являться исследование ошибок самонастройки различных АКМИ с использованием разработанной математической модели.

### Список использованных источников

1. Монзинго, Р. А. Адаптивные антенные решетки: введение в теорию: пер. с англ. / Р. А. Монзинго, Т. У. Миллер. – М., 1986. – 448 с.
2. Костромицкий, С. М. Математическая модель многоканального автокомпенсатора помех / С. М. Костромицкий, И. Н. Давыденко, А. А. Дятко // Электроника-инфо. – 2010. – № 3. – С. 64–66.
3. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М., 1974. – 832 с.
4. Охрименко, А. Е. Теоретические основы радиолокации / А. Е. Охрименко, О. А. Олейников. – Минск, 1976. – 606 с.
5. Уидроу, Б. Адаптивная обработка сигналов: пер. с англ. / Б. Уидроу, С. Стирнз. – М., 1989. – 440 с.

### References

1. Monzingo R. A., Miller T. U. *Introduction to adaptive arrays*. Moscow, 1986. 448 p. (in Russian).
2. Kostromitskiy S. M., Davyidenko I. N., Dyatko A. A. Mathematical model of a multi-channel jammer canceller. *Elektronika-info*, 2010, no. 3, pp. 64–66.
3. Korn G., Korn T. *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers*. Moscow, 1974. 832 p. (in Russian).
4. Ohrimenko A. E., Oleynikov O. A. *Theoretical basis of radar*. Minsk, 1976. 606 p. (in Russian).
5. Uidrou B., Stirnz S. *Adaptive Signal Processing*. Moscow, 1989. 440 p. (in Russian).

**Информация об авторах**

*Костромицкий Сергей Михайлович* – член-корреспондент, д-р техн. наук, профессор, директор. Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси (220072, ул. П. Бровки, 15/5, Минск, Республика Беларусь). E-mail: sleus@abv.bg.

*Шумский Алексей Петрович* – соискатель. Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (6, ул. П. Бровки, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: shumsky.aleksey@gmail.com.

*Давыденко Игорь Николаевич* – канд. техн. наук, доцент, ученый секретарь. Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси (ул. П. Бровки, 15/5, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: igord1@tut.by.

**Information about the authors**

*Kostromitski Sergei Mikhailovich* – Corresponding Member, D. Sc. (Engineering), Professor, Director. Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus (15/5, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: sleus@abv.bg.

*Shumski Aleksey Petrovich* – Postgraduate student. Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: shumsky.aleksey@gmail.com.

*Davydzenka Igor Nikolaevich* – Ph. D (Engineering), Associate professor, Scientific Secretary. Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus (15/5, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: igord1@tut.by.