

ISSN 1561-8323 (Print)

ISSN 2524-2431 (Online)

УДК 66.040: 519.6: 666.97.035

<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-4-496-505>

Поступило в редакцию 27.02.2019

Received 27.02.2019

**А. М. Нияковский<sup>1</sup>, В. Н. Романюк<sup>2</sup>, А. Н. Чичко<sup>3</sup>, Ю. В. Яцкевич<sup>4</sup>**<sup>1</sup>*Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Республика Беларусь*<sup>2</sup>*Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь*<sup>3</sup>*Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*<sup>4</sup>*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Республика Беларусь*

## НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ГИДРАТАЦИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ИЗДЕЛИЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ В ПРОГРАММНО-НАГРЕВАЕМОЙ СРЕДЕ

*(Представлено академиком Б. М. Хрусталёвым)*

**Аннотация.** Разработка математических моделей, призванных обеспечить расчет и проектирование энерготехнологического оборудования, предназначенного для осуществления ускоренной гидратации бетонных изделий, является актуальной задачей промышленной теплоэнергетики. Внедрение методов математического моделирования позволяет сократить затраты времени и ресурсов на разработку технологических режимов, обеспечивающих снижение энергопотребления при производстве строительных конструкций и возведении зданий и сооружений различного назначения. Несмотря на значительное число опубликованных результатов исследований, посвященных данной проблеме, не существует общепринятой математической модели теплотехнических процессов, протекающих в теплоэнергетических установках при ускоренном твердении трехмерного бетонного изделия. Цель настоящей работы состоит в разработке нестационарной модели процесса гидратации бетона применительно к симметричному трехмерному изделию, помещенному в программно-управляемую среду обогрева, параметры которой задаются выбранным режимом работы теплоэнергетической установки для ускоренной гидратации. Численным методом конечных объемов на примере куба размером  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  м выполнены расчеты эволюции трехмерного поля гидратации в бетонном теле при режиме работы нагревателя вида «нагрев–изотермическая выдержка–охлаждение» и получены зависимости разности температур армированного и неармированного кубического изделия от времени твердения в соответственных точках пространства по направлению от поверхности к центру изделия. На примере результатов моделирования показано, что эволюция степени гидратации в указанных точках различается при твердении бетона с арматурой и без арматуры. Представлены скорости изменения температуры и коэффициента гидратации от времени в выделенных точках изделия и проведен анализ полученных результатов.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, энергосбережение, теплотехнологические установки, кинетика гидратации цемента, температурное поле, нестационарное уравнение теплопроводности

**Для цитирования:** Нестационарная модель процесса гидратации железобетонного изделия, находящегося в программно-нагреваемой среде / А. М. Нияковский [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2019. – Т. 63, № 4. – С. 496–505. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-4-496-505>

**Alexander M. Niyakovski<sup>1</sup>, Uladzimir N. Ramaniuk<sup>2</sup>, Aleksandr N. Chychko<sup>3</sup>, Yury V. Yatskevich<sup>4</sup>**<sup>1</sup>*Polotsk State University, Novopolotsk, Republic of Belarus*<sup>2</sup>*Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus*<sup>3</sup>*A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*<sup>4</sup>*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus*

## UNSTEADY MODEL OF THE HYDRATION PROCESS OF A REINFORCED CONCRETE PRODUCT AT SOFTWARE-CONTROLLED HEATING

*(Communicated by Academician Boris M. Khrustalev)*

**Abstract.** The development of mathematical models for design of the thermal technology equipment intended for accelerated hydration of concrete products is an urgent task of industrial heat power engineering. The introduction of mathematical modeling methods can reduce the time and the resources spent for the development of technological regimes that reduce energy consumption in the production of building structures and, ultimately, in the construction of buildings and structures for various purposes. There is not yet a generally accepted mathematical model of thermal processes occurring in thermal technological installations in the case of accelerated hardening of a three-dimensional concrete object. The purpose of this work is to develop an unsteady model of the concrete hydration process applied to a symmetrical three-dimensional reinforced con-

crete product at software-controlled heating. By using the numerical finite-volume method in the case of a  $0.3 \times 0.3 \times 0.3$  m cube, a three-dimensional field of hydration in a concrete object at a given operation mode of a heater is calculated. The following heating mode was used: “heating–maintaining at a constant temperature–cooling”. The dependences of a temperature difference between reinforced and non-reinforced cubic products on the hardening time at the corresponding space points in the direction from the surface to the center of the product have been obtained. By the example of the numerical simulation results, it is shown that the evolution of the hydration degree at these points during the hardening of non-reinforced concrete differs from the hardening of reinforced concrete. The time dependences of heat treatment of a rate of temperature change and the hydration coefficient at the selected points of a product are presented. The obtained results are analyzed

**Keywords:** mathematical modeling, energy saving, thermal technological installations, cement hydration kinetics, temperature field, unsteady heat conduction equation

**For citation:** Niyakovski A. M., Ramaniuk U. N., Chychko A. N., Yatskevich Yu. V. Unsteady model of the hydration process of a reinforced concrete product at software-controlled heating. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2019, vol. 63, no. 4, pp. 496–505 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-4-496-505>

**Введение.** Повышение эффективности работы энерготехнологических установок, используемых для производства бетонных и железобетонных изделий, является одной из важных задач промышленной теплоэнергетики применительно к сфере производства строительных материалов и конструкций [1; 2]. При ее решении обнаруживается ряд трудностей. С одной стороны, для оптимизации энергетических затрат, связанных с технологией получения изделий, необходимы методы расчета процесса гидратации, которые учитывали бы особенности их пространственной геометрии. С другой стороны, эти методы должны позволять на количественном уровне определять оптимальные сочетания параметров, характеризующих режим тепловой обработки. Данная задача актуальна как для теории промышленной теплоэнергетики, так и для практики предприятий строительной индустрии.

Развитие компьютерных технологий и численных методов моделирования позволяет на основе теплофизических характеристик системы «бетон–арматура–опалубка» и ее пространственной конфигурации получать огромное количество информации о процессах твердения бетонов во времени. Это открывает новые возможности при разработке теплотехнологического оборудования, предназначенного для производства бетонных и железобетонных изделий, а также для оптимизации режимов его работы. Следует отметить, что разработка подобных промышленных технологий все еще проводится без широкого использования методов математического моделирования. При этом преобладающим является метод прототипирования, эффективность которого зависит от того насколько правильно и оптимально определен первоначальный вариант. На практике выбранная технология-прототип дорабатывается, и на это, как правило, затрачиваются большие материальные и временные ресурсы, что в условиях современного производства приводит к экономическим затратам. Но даже это не позволяет оптимизировать конструкцию и технологию и определить наилучшие граничные условия тепловой обработки бетонных изделий. В результате используемые на практике режимы тепловой обработки твердеющего железобетонного изделия как с энергетической точки зрения, так и с технологической не являются оптимальными.

Проведенный анализ литературных данных показывает, что использование математических моделей в расчетах технологии при выполнении предпроектных исследований позволяет сократить производственные издержки на доработку технологии-прототипа [3; 4]. В связи с этим следует отметить, что до сих пор не существует общепринятой математической модели процесса гидратации бетонного изделия с произвольной геометрией в энерготехнологических установках ускоренной гидратации [4–9].

Цель работы – разработка нестационарной модели процесса гидратации бетона применительно к симметричному трехмерному изделию, помещенному в программно управляемую нагревательную среду, параметры которой задаются выбранным режимом работы энерготехнологического устройства.

В качестве объекта исследования принято железобетонное изделие в форме куба, что позволило за счет симметрии исключить влияние особенностей 3d-геометрии на эволюцию гидратации. Следует отметить, что разработанная модель применима как к симметричным, так и к асимметричным телам.

**Материалы и методы исследования.** Для реализации цели работы и в продолжение начатых ранее исследований [10–12] была предложена математическая модель, включающая уравне-

ние теплопроводности в трехмерной постановке с внутренним распределенным источником тепловыделения, имитирующим процесс гидратации железобетонного изделия. В качестве объекта для расчета использовался куб размером  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  м, окруженный по граням поверхности опалубкой, которая задавала систему граничных условий для численного решения задачи.

Состав бетона, который был использован при проведении расчетов, соответствовал следующим массовым соотношениям: Ц : П : Щ = 1 : 1,76 : 2,98, В / Ц = 0,4, где Ц, П, Щ, В – удельные расходы цемента, песка, щебня и воды, кг/м<sup>3</sup>. Использовался портландцемент марки М400-Д20 с удельным расходом Ц = 350 кг/м<sup>3</sup>. Плотность бетонной смеси составила:  $\rho_6 = \text{Ц} + \text{П} + \text{Щ} + \text{В} = 350 + 616 + 1043 + 140 = 2149$  (кг/м<sup>3</sup>). Значение удельной теплоемкости сухого бетона после завершения твердения принято равным 840 Дж / (кг · К). Среднюю удельную теплоемкость свежеотформованного бетонного изделия рассчитывали по формуле

$$c_6 = \frac{840(\text{Ц} + \text{П} + \text{Щ}) + 4190\text{В}}{\text{Ц} + \text{П} + \text{Щ} + \text{В}} = 1058 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

При расчетах модели удельная теплота гидратации цемента (его максимальное тепловыделение) составляла  $Q_{\max} = 418,7$  кДж/кг. Функция теплоты гидратации  $Q(T, \tau)$ , кДж/кг, для цемента марки М400 задана путем обработки экспериментальных данных, приведенных в [13].

Для расчета изменения температуры и степени гидратации в качестве основного использовалось нестационарное уравнение теплопроводности, в котором учтены тепловыделения, обусловленные экзотермическими эффектами, имевшее следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{c_6 \rho_6} & \left( \frac{\partial \left( \lambda(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial x} \right)}{\partial x} + \right. \\ & + \frac{\partial \left( \lambda(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right)}{\partial y} + \\ & \left. + \frac{\partial \left( \lambda(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right)}{\partial z} + \text{Ц} P_q(Q(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\tau$  – время тепловой обработки бетона;  $x, y, z$  – декартовы координаты рассматриваемой точки;  $T(x, y, z, \tau)$  – температура бетона в точке с координатами  $(x, y, z)$  в момент времени  $\tau$ , °С;  $\rho_6$  – плотность бетона, кг/м<sup>3</sup>; Ц – удельный расход цемента в бетоне, кг/м<sup>3</sup>;  $c_6$  – удельная теплоемкость бетона, Дж / (кг · К);  $Q(x, y, z, \tau)$  – удельная теплота гидратации цемента в точке с координатами  $(x, y, z)$  на момент времени  $\tau$ , Дж/кг;  $H(x, y, z, \tau) = Q(x, y, z, \tau) / Q_{\max}$  – коэффициент, определяемый степенью гидратации цемента в точке с координатами  $(x, y, z)$ , достигнутой к моменту времени  $\tau$ , вычисляемый как отношение количества выделившейся теплоты гидратации  $Q(x, y, z, \tau)$  в указанной точке на данный момент времени  $\tau$  к предельно возможному тепловыделению  $Q_{\max}$  при существующему данному цементу;  $\lambda(H, T)$  – теплопроводность бетона, зависящая от степени его гидратации и температуры, Дж / (м · К);  $P_q(Q, T)$  – удельная мощность тепловыделения при гидратации цемента, Вт/кг, определяемая по формуле

$$P_q(Q, T) = \frac{\partial Q(T, \tau_{\text{пр}}(Q, T))}{\partial \tau} \approx \frac{Q(T, \tau_{\text{пр}}(Q, T) + \Delta\tau) - Q(T, \tau_{\text{пр}}(Q, T))}{\Delta\tau}, \quad (2)$$

где  $Q$  – удельная теплота, выделившаяся при гидратации цемента к рассматриваемому моменту времени, Дж/кг;  $Q(T, \tau)$  – функция тепловыделения цемента, Дж/кг;  $\tau_{\text{пр}}(Q, T)$  – приведенное время гидратации цемента, с;  $\Delta\tau$  – шаг времени моделирования процесса твердения, с.

Фигурирующее в (2) приведенное время гидратации цемента находится по функции тепловыделения и является функцией обратной функции тепловыделений  $Q(T, \tau)$  при фиксированном значении температуры бетона  $T(\tau_{\text{пр}}(Q, T)) = 1 / Q(T, Q)$ .

Одновременно с расчетом поля температур в каждой точке пространства бетонного изделия вычислялось распределение тепловыделения и соответствующей ему степени гидратации цемента:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = Q_{\max} \frac{\partial H(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = P_q(Q(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)). \quad (3)$$

Изменение температуры в различных точках трехмерного пространства стальной опалубки и арматуры вычислялось на основании уравнения теплопроводности, записанного в следующей форме:

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{\text{ст}}}{c_{\text{ст}} \rho_{\text{ст}}} \left( \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \quad (4)$$

где  $\tau$  – время тепловой обработки, с;  $x, y, z$  – декартовы координаты рассматриваемой точки;  $T(x, y, z, \tau)$  – температура в точке с координатами  $(x, y, z)$  в момент времени  $\tau$ ;  $c_{\text{ст}}$  – удельная теплоемкость стали (475 Дж/кг);  $\rho_{\text{ст}}$  – плотность стали (7850 кг/м<sup>3</sup>);  $\lambda_{\text{ст}}$  – теплопроводность стали (44,5 Вт / (м · К)).

Программируемый режим работы системы нагревателей железобетонного изделия был задан следующим образом: нагрев от 20 до 85 °С – 4 ч, изотермическая выдержка при 85 °С – 6 ч, охлаждение до 20 °С со скоростью 11,25 гр/ч ~5,8 ч. Данное условие изменения температуры было задано на основе следующего закона:

$$\frac{\partial T_{\text{ср}}(\tau)}{\partial \tau} = \begin{cases} (85 - 20) / (4 \cdot 3600) \text{ } ^\circ\text{C/с}, & \text{при } 0 \leq \tau < 4 \\ 0 \text{ } ^\circ\text{C/с}, & \text{при } 4 \leq \tau < 10 \\ -11,25 / 3600 \text{ } ^\circ\text{C/с}, & \text{при } 10 \leq \tau < 15,8 \\ 0 \text{ } ^\circ\text{C/с}, & \text{при } \tau \geq 15,8 \end{cases}. \quad (5)$$

Начальные условия для математической модели:

$$\begin{cases} T(x, y, z, 0) = 20 \text{ } ^\circ\text{C}, & \text{для } (x, y, z) \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3, \\ Q(x, y, z, 0) = 0 \text{ Дж/кг}, & \text{для } (x, y, z) \in \Omega_1 \end{cases}, \quad (6)$$

где  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$  – соответственно области: точек пространства бетонного изделия, опалубки и греющей среды.

Граничные условия математической модели на поверхности «бетон–среда тепловой обработки»:

$$\begin{aligned} -\lambda(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x,y,z) \in \Omega_1 \cap \Omega_3} &= \\ &= \alpha(T(x, y, z, \tau) \Big|_{(x,y,z) \in \Omega_1 \cap \Omega_3} - T_{\text{ср}}(\tau)), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\partial i$  – это  $\partial x$  или  $\partial y$  или  $\partial z$  в соответствии с пространственной ориентацией границы;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, соответствующий конвективному теплообмену в воздушной среде, был принят  $\alpha = 20 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ .

Граничные условия на поверхности «опалубка–среда тепловой обработки» заданы уравнением

$$-\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial x} \Big|_{(x,y,z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} = \alpha(T(x, y, z, \tau) \Big|_{(x,y,z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} - T_{\text{ср}}(\tau)). \quad (8)$$

Граничное условие на поверхности «опалубка–бетон» и «бетон–арматура» были выражены следующим образом:

$$\lambda(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x,y,z) \in \Omega_1 \cap \Omega_2} = \lambda_{\text{см}} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x,y,z) \in \Omega_2 \cap \Omega_1}, \quad (9)$$

где  $\partial i$  – это  $\partial x$  или  $\partial y$  или  $\partial z$  в соответствии с пространственной ориентацией границы.

В расчетах использовали коэффициент теплопроводности бетона  $\lambda(H, T)$  как функцию температуры, водоцементного отношения, влажности и плотности бетона на основе данных работ [14; 15]. В расчет приняты следующие характеристики армирования: толщина прутков арматуры 5 мм, шаг армирования 30 мм. Процент армирования составлял  $5 \cdot 5 \text{ мм}^2 / (30 \cdot 30 \text{ мм}^2) \approx 2,8 \%$ .

**Результаты и их обсуждение.** Для анализа эволюции процесса твердения железобетонного изделия с размерами  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  м были выбраны точки, находящиеся на его центральной плоскости. На границе поверхности железобетонного изделия центрального сечения была выбрана точка  $A_0(0,15; 0; 0,15)$ , имеющая координаты  $X = 0,15; Y = 0; Z = 0,15$ . На линии в направлении центра железобетонного изделия была выбрана точка  $A_1$ , находящаяся на расстоянии  $a = 0,0375$  м от точки  $A_0$ . Далее по направлению к центру железобетонного изделия находились точки:  $A_2$  ( $a = 0,0975$  м от  $A_0$ );  $A_3$  ( $a = 0,1575$  м от  $A_0$ ). Таким образом, все точки были выбраны на отрезке центрального сечения железобетонного изделия и вблизи арматуры. На рис. 1 представлены изображения центральных плоскостей железобетонного изделия с выделенными для исследования точками.

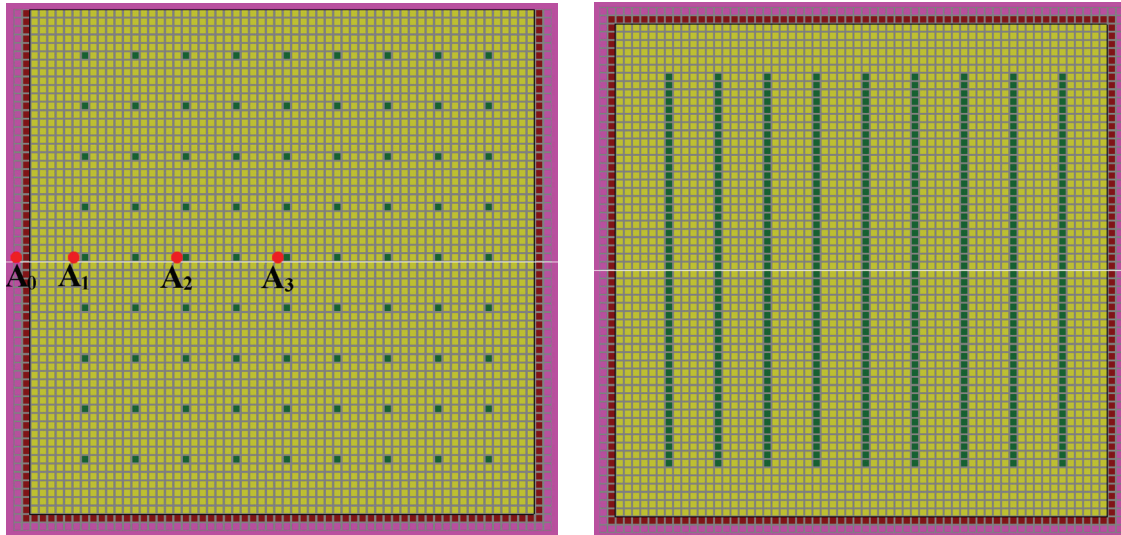


Рис. 1. Фрагмент исходного компьютерного изображения центральных сечений объекта, содержащего арматуру, с выделенными точками исследования

Fig. 1. A fragment of the original computer image of the Central planes with selected points of study of the calculated object containing the reinforcement

Вычисленные с использованием разработанной математической модели расчетные температуры для выделенных точек модельного железобетонного изделия в зависимости от времени тепловой обработки представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, температуры в выделенных точках  $A_1$ – $A_3$  железобетонного изделия изменяются по закону, подобному заданному режиму тепловой обработки (множество точек 1 нагревательной среды  $A_{00}$ ), но с некоторым запаздыванием во времени, количественно характеризующим нестационарность процесса твердения железобетонного изделия. Также имеет место превышение температуры во внутренних точках изделия по отношению к температурам изотермической площадки программируемого режима тепловой обработки, обусловленное тепловыделением, сопровождающим гидратацию цемента. Графики зависимостей  $T(x, y, z, \tau)$  в выделенных точках имеют аналогичную форму и по мере удаления исследуемых точек вглубь к центру железобетонного изделия смещаются по отношению друг к другу. Величина такого смещения также может выступать в качестве характеристики процесса нагрева и твердения железобетонного изделия.

Верификация вышеприведенных закономерностей производилась путем сравнения полученных расчетных результатов с опубликованными экспериментальными данными других авторов. Для чего была проведена математическая обработка результатов измерений, содержащихся в [1], для двух точек аналогичного изделия с размерами  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  м, обозначенных на рис. 3 соответственно как  $B_1$  и  $B_2$ . Точки находились на разных расстояниях от поверхности куба в его центральном сечении. Как следует из рисунка, кривые температур нагрева для точек  $B_1$  и  $B_2$  сдвинуты вправо вдоль оси времени относительно заданного графика температуры тепловой обработки на границе раздела системы «бетон в опалубке–среда тепловой обработки». Аналогичный эффект запаздывания имел место и для данных, полученных по модели, описываемой уравнениями (1)–(9).

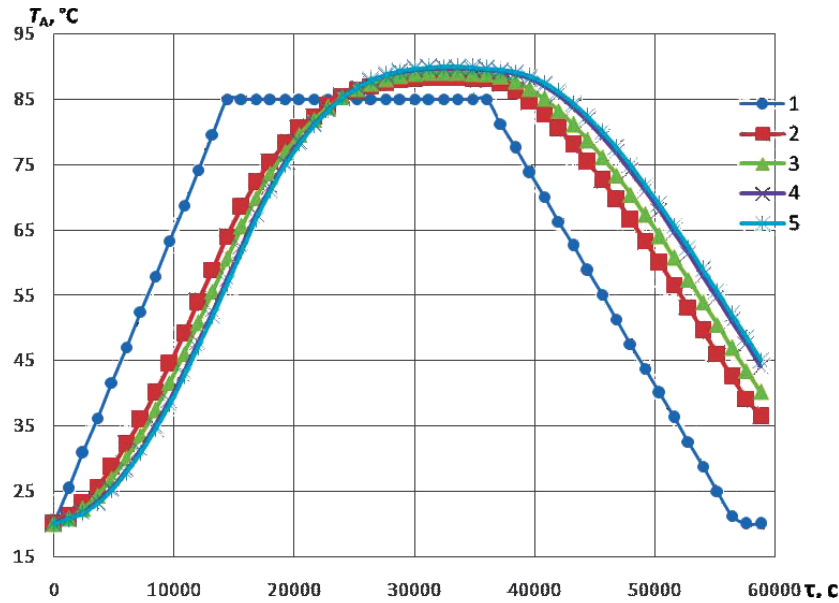


Рис. 2. Зависимость температуры от времени твердения железобетонного изделия в выделенных точках:  $A_0(0,15; 0; 0,15)$ ;  $A_1(a = 0,0375$  м от  $A_0)$ ;  $A_2(a = 0,0975$  м от  $A_0)$ ;  $A_3(a = 0,1575$  м от  $A_0)$ ; 1 – множество точек нагревательной среды  $A_{00}$ ; 2 – точка  $A_0$ ; 3 – точка  $A_1$ ; 4 – точка  $A_2$ ; 5 – точка  $A_3$

Fig. 2. Temperature dependence on the hardening time of a reinforced concrete object in the selected points of space:  $A_0(0.15; 0; 0.15)$ ;  $A_1(a = 0.0375$  m from  $A_0)$ ;  $A_2(a = 0.0975$  m from  $A_0)$ ;  $A_3(a = 0.1575$  m from  $A_0)$ ; 1 – the set of points of the heating environment  $A_{00}$ ; 2 – point  $A_0$ ; 3 – point  $A_1$ ; 4 – point  $A_2$ ; 5 – point  $A_3$

Несмотря на различие заданных режимов тепловой обработки, используемых в [1] и в настоящей работе, следует отметить удовлетворительное согласование экспериментальных и расчетных данных, показывающее адекватность предлагаемой нестационарной модели процессов нагрева и гидратации бетонного изделия в трехмерной постановке.

На рис. 4 представлена зависимость разности температур армированного и неармированного кубического изделия размером  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  м. Разность температур в твердеющем изделии из бетона вычислялась по формуле  $\Delta T(x, y, z, \tau) = T(x, y, z, \tau) - T_a(x, y, z, \tau)$ , где  $T_a(x, y, z, \tau)$  – функция температуры армированного изделия в точках с координатами  $(x, y, z, \tau)$ , а  $T(x, y, z, \tau)$  – функция температуры неармированного изделия в этих же точках.

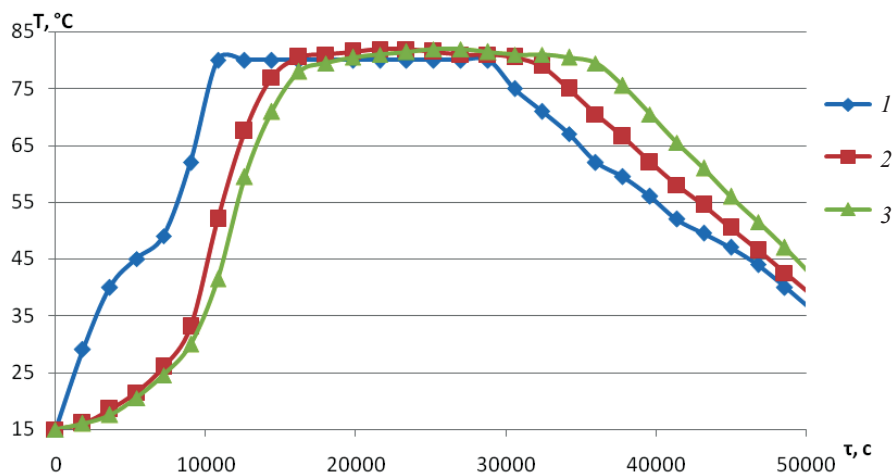


Рис. 3. Экспериментальные данные, полученные для зависимости температуры от времени твердения кубического изделия размером  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  м для двух точек изделия и нагревателя: 1 – множество точек, характеризующих работу нагревателя; 2 – точка  $B_1$ ; 3 – точка  $B_2$

Fig. 3. Experimental temperature dependence on the hardening time of a cubic product of the size  $0.3 \times 0.3 \times 0.3$  m for two points of the product and the heater: 1 – the set of points of the heating of the heater; 2 – point  $B_1$ ; 3 – point  $B_2$

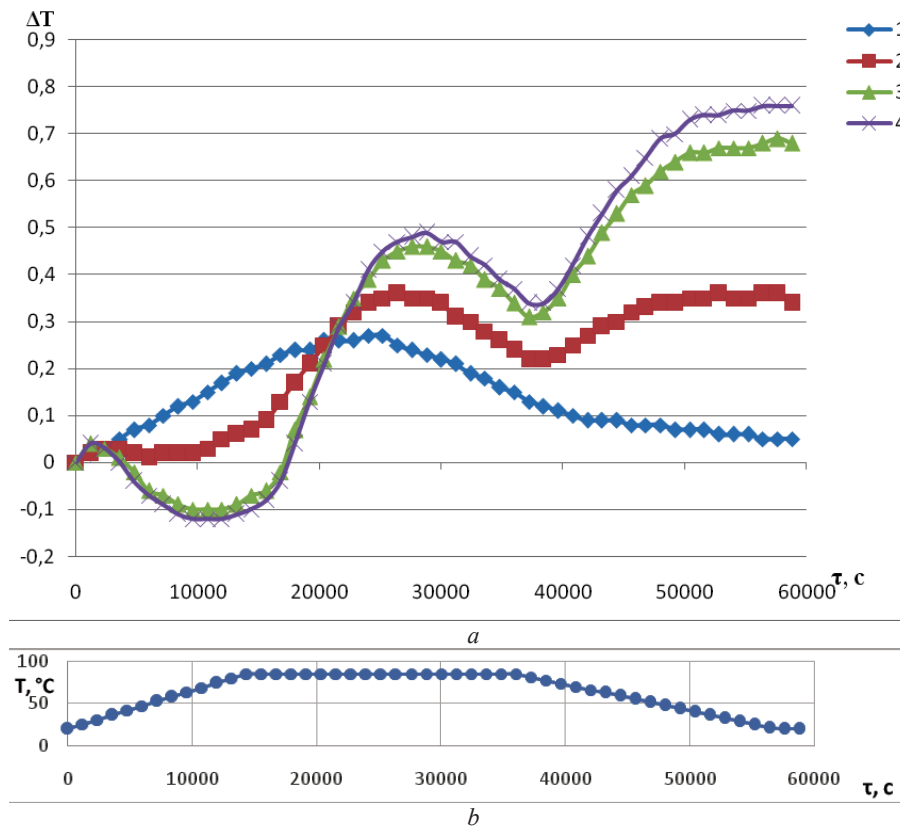


Рис. 4. Зависимость расчетной разности температур  $\Delta T(x, y, z, \tau) = T(x, y, z, \tau) - Ta(x, y, z, \tau)$  в одних и тех же точках армированного и неармированного кубического изделия (а) и режима тепловой обработки (б) от времени твердения: 1 – точка  $A_0$ ; 2 – точка  $A_1$ ; 3 – точка  $A_2$ ; 4 – точка  $A_3$ ;  $A_0(0,15; 0; 0,15)$ ;  $A_1(a = 0,0375$  м от  $A_0$ );  $A_2(a = 0,0975$  м от  $A_0$ );  $A_3(a = 0,1575$  м от  $A_0$ )

Fig. 4. Dependence of the calculated temperature difference  $\Delta T(x, y, z, \tau) = T(x, y, z, \tau) - Ta(x, y, z, \tau)$  at the same points of a reinforced and a non-reinforced cubic products (a) and heat treatment mode (b) on the hardening time: 1 – point  $A_0$ ; 2 – point  $A_1$ ; 3 – point  $A_2$ ; 4 – point  $A_3$ ;  $A_0(0,15; 0; 0,15)$ ;  $A_1(a = 0,0375$  m from  $A_0$ );  $A_2(a = 0,0975$  m from  $A_0$ );  $A_3(a = 0,1575$  m from  $A_0$ )

Как видно из рис. 4, разность температур  $\Delta T(x, y, z, \tau)$  на поверхности изделия в точке  $A_0$  первоначально увеличивается до максимума, а затем плавно уменьшается, что согласуется с заданным законом режима тепловой обработки, который представлен на рис. 4, б. В данном случае изменение температуры в точке  $A_0$  является формой «размытой» изотермической площадки, что соответствует физике неравновесного процесса. Кроме того, описываемая линиями 2, 3 и 4 на рис. 4 зависимость температур  $T(x, y, z, \tau)$  соответственно в точках  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  изделия от времени его тепловой обработки, имеет два перегиба, которые связаны с температурными границами режима тепловой обработки. Другими словами, наблюдаемые точки перегиба соответствуют моментам перехода режима тепловой обработки от стадии нагрева к стадии изотермической выдержки и от стадии изотермической выдержки к стадии охлаждения. Эти переходы были заложены в температурно-временные граничные условия предлагаемой математической модели.

В таблице представлены зависимости разности коэффициентов гидратации армированного и неармированного кубического изделия размером  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  м. Эта разность вычислялась по формуле  $\Delta H(x, y, z, \tau) = H(x, y, z, \tau) - H_a(x, y, z, \tau)$ , где  $H_a(x, y, z, \tau)$  – функция гидратации армированного изделия в заданной точке с соответствующими координатами, а  $H(x, y, z, \tau)$  – функция гидратации неармированного изделия в точках  $(x, y, z, \tau)$ .

Из таблицы следует, что коэффициент гидратации на поверхности объекта в точке  $A_0$  увеличивается до максимума в интервале  $\tau = 21600\text{--}27600$  с, а затем плавно уменьшается. Такой же эффект наблюдается и для разности температур  $\Delta T(x, y, z, \tau)$  в интервале изотермической выдержки (рис. 4, а) с учетом запаздывания температуры вследствие процесса неравновесности. Изменения коэффициента гидратации  $\Delta H(x, y, z, \tau)$  для точек  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  отличаются от функции

Расчетные функции для разностей коэффициентов гидратации  $\Delta H(x, y, z, \tau)$  армированного и неармированного кубического изделия в выделенных точках центрального сечения

The computed functions for the differences of the hydration coefficients  $\Delta H(x, y, z, \tau)$  for a reinforced and a non-reinforced cubic products in the selected points of the central section

Время ( $\tau$ ), с	$\Delta H(A_0)$ , %	$\Delta H(A_1)$ , %	$\Delta H(A_2)$ , %	$\Delta H(A_3)$ , %
0	0	0	0	0
1200	0	0,001	0,001	0,001
2400	0,002	0,002	0,003	0,003
3600	0,004	0,004	0,003	0,003
4800	0,007	0,004	0,003	0,002
6000	0,011	0,005	0,001	0
7200	0,015	0,006	-0,003	-0,004
8400	0,02	0,007	-0,007	-0,01
9600	0,03	0,01	-0,01	-0,01
10800	0,03	0,01	-0,02	-0,02
12000	0,04	0,01	-0,02	-0,02
13200	0,04	0,01	-0,03	-0,03
14400	0,05	0,02	-0,03	-0,04
15600	0,06	0,02	-0,03	-0,04
16800	0,06	0,02	-0,03	-0,04
18000	0,07	0,03	-0,03	-0,04
19200	0,07	0,03	-0,02	-0,04
20400	0,08	0,03	-0,01	-0,02
21600	0,09	0,05	0	-0,01
22800	0,08	0,06	0,01	0
24000	0,09	0,06	0,02	0,01
25200	0,09	0,07	0,05	0,04
26400	0,09	0,08	0,06	0,06
27600	0,09	0,08	0,07	0,07
28800	0,08	0,09	0,08	0,08
30000	0,08	0,09	0,09	0,09
31200	0,08	0,09	0,09	0,09
32400	0,07	0,08	0,09	0,1
33600	0,08	0,08	0,09	0,09
34800	0,07	0,08	0,09	0,09
36000	0,06	0,08	0,09	0,09
37200	0,06	0,07	0,08	0,08
38400	0,05	0,07	0,08	0,08
39600	0,06	0,07	0,07	0,07
40800	0,05	0,06	0,07	0,07
42000	0,06	0,07	0,07	0,08
43200	0,05	0,06	0,07	0,07
44400	0,05	0,06	0,07	0,07
45600	0,05	0,06	0,07	0,07
46800	0,05	0,06	0,07	0,08
48000	0,05	0,06	0,07	0,07
49200	0,04	0,06	0,08	0,08
50400	0,04	0,07	0,08	0,08
51600	0,04	0,07	0,09	0,09
52800	0,04	0,07	0,09	0,09
54000	0,04	0,07	0,09	0,09
55200	0,04	0,07	0,09	0,1
56400	0,04	0,07	0,09	0,1
57600	0,04	0,07	0,09	0,1
58800	0,04	0,07	0,1	0,1

$\Delta H(x, y, z, \tau)$  для точки  $A_0$ . Так, графики функции  $\Delta H(x, y, z, \tau)$  для точек  $A_1, A_2, A_3$  идут с такими же перегибами, что и графики функции  $\Delta T(x, y, z, \tau)$  (рис. 4), что соответствует отмеченным выше моментам перехода режима нагрева от одной стадии к другой.

**Заключение.** Предложена нестационарная математическая модель процесса нагрева и гидратации железобетонного изделия в условиях программно-управляемого изменения температуры



греющей среды, включающая уравнение теплопроводности с функцией источника тепловыделений, учитывающая экзотермические эффекты реакции гидратации, и системой начальных граничных условий, определяющих особенности технологии ускоренного твердения цемента в теплотехнологической установке.

Математическая модель позволяет выполнять численные расчеты распределения температур и коэффициентов гидратации в любой точке в пределах расчетного пространства изделия и теплотехнологической установки. Для тестового кубического объекта с размерами  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  м получено удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных по температурам, что позволяет судить об адекватности разработанной модели.

Установлено, что в выделенных точках бетонного изделия наблюдается превышение температуры по сравнению с максимальными температурами заданной изотермической выдержки, связанное с выделением теплоты гидратации.

Показан эффект передачи теплоты от тепловой среды к центральной части изделия, заключающийся в сдвиге эволюционной кривой температуры сеточного элемента по сравнению с заданным режимом тепловой обработки, что обусловлено неравновесностью процесса твердения бетона.

Обнаружено, что армирование изменяет ход процесса гидратации в отдельных локальных объемах как для температуры, так и для коэффициента гидратации железобетонного изделия. Указанный эффект необходимо учитывать при программировании режима тепловой обработки, в ходе которой при нагреве изделия образуется асимметричное температурное поле.

Данная математическая модель может быть использована при расчете энергопотребления промышленными теплотехнологическими установками ускоренной гидратации, разработке экономичных режимов их работы и рациональных вариантов подвода теплоты к обрабатываемым в них бетонным изделиям, а также в системах автоматизированного управления процессом твердения бетона.

#### Список использованных источников

1. Миронов, С. А. Ускорение твердения бетона / С. А. Миронов, Л. А. Малинина. – М., 1964. – 348 с.
2. Бабицкий, В. В. Прогнозирование характеристик твердеющего тяжелого бетона / В. В. Бабицкий, С. Д. Семеник, М. С. Бирик // Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне, 2009. – Вип. 18. – С. 3–12.
3. Ушеров-Маршак, А. В. Информационная технология бетона ускоренного твердения / А. В. Ушеров-Маршак, А. Г. Синякин // Бетон и железобетон. – 1994. – № 6. – С. 2–4.
4. Аксенчик, К. В. Совершенствование тепловой работы пропарочных камер для тепловлажностной обработки железобетонных изделий / К. В. Аксенчик. – Иваново, 2014. – 20 с.
5. Федосов, С. В. Применение методов математической физики для моделирования массо- и энергопереноса в технологических процессах строительной индустрии / С. В. Федосов, А. М. Ибрагимов, А. В. Гушин // Строительные материалы. – 2008. – № 4. – С. 65–67.
6. Ge, Z. Predicting temperature and strength development of the field concrete: Retrospective Theses and Dissertations / Z. Ge. Iowa State University, 2005. <https://doi.org/10.31274/rtd-180813-15373>
7. Zákoutsky, J. Effect of temperature on the early-stage hydration characteristics of Portland cement: A large-volume calorimetric study / J. Zákoutsky, V. Tydlitát, R. Cherny // Construction and Building Materials. – 2012. – N 36. – P. 969–976. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.06.025>
8. Моделирование набора прочности бетоном при гидратации цемента / С. В. Федосов [и др.] // Строительные материалы. – 2011. – № 11. – С. 38–41.
9. Modelling of heat of hydration for thick concrete constructions – a note / B. Kuriakose [et al.] // Journal of Structural Engineering. – 2015. – Vol. 42, N 4. – P. 348–357.
10. Гончаров, Э. И. Двухстадийная тепловлажностная обработка тяжелого бетона / Э. И. Гончаров, А. М. Нияковский, О. Д. Шавлюго // Тезисы докладов 47 Междунар. науч.-техн. конф. преподавателей и студентов. – Витебск, 2014. – С. 172–173.
11. Гончаров, Э. И. Температурные поля в твердеющем бетоне / Э. И. Гончаров, А. М. Нияковский // Тезисы докладов 48 Междунар. науч.-техн. конф. преподавателей и студентов, посвященной 50-летию университета. – Витебск, 2015. – С. 103–104.
12. Нияковский, А. М. Оптимальные условия термообработки как фактор формирования рациональной теплоэнергетической системы предприятий железобетонных изделий / А. М. Нияковский // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 16-й Междунар. науч.-техн. конф. – Минск, 2018. – Т. 1. – С. 93.
13. Марьямов, Н. Б. Тепловая обработка изделий на заводах сборного железобетона (процессы и установки) / Н. Б. Марьямов. – М., 1970. – 272 с.
14. Красулина, Л. В. Структурные и теплофизические свойства твердеющего бетона / Л. В. Красулина // Наука и техника. – 2012. – № 2. – С. 29–34.

15. Александровский, С. В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести бетона / С. В. Александровский. – М., 2004. – 712 с.

### References

1. Mironov S. A., Malinina L. A. *Acceleration of hardening of concrete*. Moscow, 1964. 348 p. (in Russian).
2. Babickii V. V., Semenyuk S. D., Bibik M. S. *Forecasting of characteristics of the hardening heavy concrete. Resursoekonomni materialy, konstruktzii, budivli ta sporudi [Resource Saving of Materials, Structures, Buildings and Structures]*. Rovno, 2009, pp. 3–12 (in Russian).
3. Usherov-Marshak A. V., Sinyakin A. G. Information technology of concrete accelerated curing. *Beton i Zhelezobeton [Concrete and Reinforced Concrete]*, 1994, no. 6, pp. 2–4 (in Russian).
4. Aksenichik K. V. *Improvement of the thermal operation of curing chambers for curing of concrete products*. Ivanovo, 2014. 20 p. (in Russian).
5. Fedosov S. V., Ibragimov A. M., Guschin A. V. Application of methods of mathematical physics for the simulation of mass- and energy transfer in technological processes of the construction industry. *Stroitel'nye materialy = Construction Materials*, 2008, no. 4, pp. 65–67 (in Russian).
6. Ge Zhi. *Predicting temperature and strength development of the field concrete: Retrospective Theses and Dissertations*, 2005. <https://doi.org/10.31274/rtd-180813-15373>
7. Zákoutsky J., Tydlitát V., Cherny R. Effect of temperature on the early-stage hydration characteristics of Portland cement: A large-volume calorimetric study. *Construction and Building Materials*, 2012, no. 36, pp. 969–976. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.06.025>
8. Fedosov S. V., Bobylev V. I., Ibragimov A. M., Kozlov V. K., Sokolov A. M. *Modeling of a set of strength at hydration of cement. Stroitel'nye materialy = Construction Materials*, 2011, no. 11, pp. 38–41 (in Russian).
9. Kuriakose B., Rao B. N., Dodagoudar G. R. Modelling of heat of hydration for thick concrete constructions – a note. *Journal of Structural Engineering*, 2015, vol. 42, no. 4, pp. 348–357.
10. Goncharov E. I., Niyakovski A. M., Shavlyugo O. D. Two-stage heat and moisture treatment of heavy concrete. *Tezisy dokladov 47 Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii prepodavatelei i studentov [Abstracts of 47 International Scientific and Technical Conference of Teachers and Students]*. Vitebsk, 2014, pp. 172–173 (in Russian).
11. Goncharov E. I., Niyakovski A. M. The temperature fields in hardening concrete. *Tezisy dokladov 48 Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii prepodavatelei i studentov, posvyashchennoi 50-letiyu universiteta [Abstracts of 48 International Scientific and Technical Conference of Teachers and Students, dedicated to the 50th Anniversary of the University]*. Vitebsk, 2015, pp. 103–104 (in Russian).
12. Niyakovski A. M. Optimal conditions of heat treatment as a factor in the formation of a rational heat power system of enterprises of reinforced concrete products. *Nauka – obrazovaniyu, proizvodstvu, ekonomike: materialy 16-i Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii. T. I [Science – Education, Production, Economics: Proceedings of the 16th International Scientific and Technical Conference. Vol. I]*. Minsk, 2018, pp. 93 (in Russian).
13. Maryamov N. B. *Heat treatment of products at the plant of precast concrete (processes and installations)*. Moscow, 1970. 272 p. (in Russian).
14. Krasulina L. V. *Structural and thermophysical properties of hardening concrete. Nauka i tekhnika = Science and Technique*, 2012, no. 2, pp. 29–34 (in Russian).
15. Aleksandrovskii S. V. *Calculation of concrete and reinforced concrete structures for changes in temperature and humidity, taking into account the creep of concrete*. Moscow, 2004, p. 712 (in Russian).

### Информация об авторах

*Нияковский Александр Мечиславович* – ст. преподаватель. Полоцкий государственный университет (ул. Блохина, 29, 211440, Новополоцк, Витебская обл., Республика Беларусь). E-mail: a.m.niyakovski@pdu.by.

*Романиук Владимир Никанорович* – д-р техн. наук, профессор. Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: rvn\_bntu@mail.ru.

*Чичко Александр Николаевич* – д-р физ.-мат. наук, профессор, научный сотрудник. Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси (ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: chichko\_a\_n@mail.ru.

*Яцкевич Юрий Вячеславович* – канд. техн. наук, ведущий инженер-программист. Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (ул. П. Бровки, 6, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: iskatel37@mail.ru.

### Information about the authors

*Niyakovski Alexander Mechislavovich* – Senior lecturer. Polotsk State University (29, Blokhin Str., 211440, Novopolotsk, Vitebsk region, Republic of Belarus). E-mail: a.m.niyakovski@pdu.by.

*Ramaniuk Uladzimir Nikanorovich* – D. Sc. (Engineering), Professor. Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: rvn\_bntu@mail.ru.

*Chychko Aleksandr Nikolaevich* – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Researcher. A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (15, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: chichko\_a\_n@mail.ru.

*Yatskevich Yury Viacheslavovich* – Ph. D. (Engineering), Principal engineer-programmer. Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: iskatel37@mail.ru.