

ФИЗИКА
PHYSICSУДК 535.51; 537.874
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-6-672-679>Поступило в редакцию 23.05.2019
Received 23.05.2019**А. Б. Сотский¹, С. С. Михеев¹, М. М. Назаров²**¹Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова, Могилев, Республика Беларусь
²Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва, Российская Федерация**УГЛЫ БРЮСТЕРА ДЛЯ ДИССИПАТИВНОЙ ПЛЕНОЧНОЙ СТРУКТУРЫ***(Представлено академиком А. М. Гончаренко)*

Аннотация. Определены условия обращения в ноль коэффициентов отражения плоских волн ТМ, либо ТЕ поляризации для диссипативной структуры пленка–подложка. С их использованием установлены возможности максимизации чувствительности измерений методом терагерцовой спектроскопии концентрации протеина в водном растворе и получено аналитическое решение обратной оптической задачи об определении комплексной диэлектрической проницаемости и толщины слабо поглощающей пленки, находящейся на слабо поглощающей подложке.

Ключевые слова: закон Брюстера, терагерцовый сенсор, водный раствор протеина, обратная оптическая задача, пленка на подложке

Для цитирования: Сотский, А. Б. Углы Брюстера для диссипативной пленочной структуры / А. Б. Сотский, С. С. Михеев, М. М. Назаров // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2019. – Т. 63, № 6. – С. 672–679. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-6-672-679>

Alexander B. Sotsky¹, Sergey S. Miheev¹, Maxim M. Nazarov²¹Mogilev State A. Kuleshov University, Mogilev, Republic of Belarus
²National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russian Federation**BREWSTER ANGLES FOR A DISSIPATIVE FILM STRUCTURE***(Communicated by Academician Andrey M. Goncharenko)*

Abstract. The conditions of converting the reflection coefficients of plane TM or TE for a film-substrate dissipative structure are determined. As a result, the possibilities to maximize the measurement sensitivity by the THz spectroscopy method of the protein concentration in an aqueous solution are established, and the analytical solution to the inverse optical problem of determining the complex permittivity and thickness of a weakly absorbing film located on a weakly absorbing substrate is obtained.

Keywords: Brewster’s law, terahertz sensor, protein aqueous solution, inverse optical problem, film on substrate

For citation: Sotsky A. B., Miheev S. S., Nazarov M. M. Brewster angles for a dissipative film structure. *Doklady Natsional’noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2019, vol. 63, no. 6, pp. 672–679 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-6-672-679>

Введение. Классический закон Брюстера утверждает равенство нулю коэффициента отражения r_p плоской волны ТМ поляризации при ее падении на плоскую границу раздела двух однородных сред с вещественными диэлектрическими проницаемостями ϵ_a и ϵ_s со стороны среды с диэлектрической проницаемостью ϵ_a под углом $b = \arctg \sqrt{\epsilon_s \epsilon_a^{-1}}$, называемым углом Брюстера [1]. В присутствии поглощения в средах и при отклонении границы раздела от идеальной плоской геометрии данный закон строго не выполняется, но если указанные факторы не велики, то

отражательная способность $|r_p|^2$ имеет минимум при угле падения $\theta_b \approx \arctg[\sqrt{\text{Re}\epsilon_s(\text{Re}\epsilon_a)^{-1}}]$, который называется псевдобрюстеровским углом [2–4]. Использование в экспериментах углов падения, близких к θ_b , приводит к возбуждению моды Ценнека [5], благодаря чему длина взаимодействия излучения с границей раздела значительно превосходит длину волны излучения. В результате значения θ_b , $|r_p(\theta_b)|^2$ и отношение $r_p(\theta_b)/r_s(\theta_b)$ (r_s – коэффициент отражения плоской волны ТЕ поляризации) оказываются весьма чувствительными к параметрам границы раздела [2–4]. Это объясняет широкое использование псевдобрюстеровских углов при решении обратных задач эллипсометрии и спектрофотометрии поверхности [2–4]. Однако при наличии значительного поглощения электромагнитного излучения средами, как это имеет место в терагерцовом (ТГц) диапазоне частот, а также при оптическом зондировании пленочных структур псевдо-брюстеровский угол утрачивает практическое значение. В частности, в последнем случае он не может быть задан однозначно. С целью эффективного решения обратных оптических задач для диссипативных пленочных структур естественно попытаться определить возможности реализации в них закона Брюстера.

В настоящем сообщении сформулированы условия выполнения строгого закона Брюстера для диссипативной структуры пленка–подложка. Под данным законом понимается равенство нулю коэффициентов отражения плоских волн ТМ, либо ТЕ поляризации, падающих на структуру под определенными углами (углами Брюстера). На этой основе установлены возможности максимизации чувствительности измерений методом ТГц спектроскопии концентрации протеина БСА в водном растворе и получено аналитическое решение обратной оптической задачи об определении комплексной диэлектрической проницаемости и толщины пленки, расположенной на подложке в случае слабо поглощающих сред.

Основная часть. Рассмотрим отражение монохроматических плоских волн с зависимостью от времени $\exp(i2\pi ft)$ от структуры пленка толщины d – подложка. Излучение падает на структуру под углом θ со стороны воздуха с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_a = 1$. Пленка и подложка имеют комплексные диэлектрические проницаемости ϵ_f и ϵ_s .

Стандартным матричным методом [1] могут быть получены выражения

$$r_{p,s} = F_{p,s} \Phi_{p,s}^{-1}, \tag{1}$$

$$F_p, \Phi_p = [1 \mp h_s \epsilon_a (h_a \epsilon_s)^{-1}] \cos(k_0 \sigma d) + i [h_s \epsilon_f (\sigma \epsilon_s)^{-1} \mp \sigma \epsilon_a (h_a \epsilon_f)^{-1}] \sin(k_0 \sigma d), \tag{2}$$

$$F_s, \Phi_s = (1 \mp h_s h_a^{-1}) \cos(k_0 \sigma d) + i (h_s \sigma^{-1} \mp \sigma h_a^{-1}) \sin(k_0 \sigma d), \tag{3}$$

где $h_{a,s} = \sqrt{\epsilon_{a,s} - \beta^2}$; $\sigma = \sqrt{\epsilon_f - \beta^2}$ ($\text{Re}(h_{a,s}, \sigma) \geq 0$); $\beta = \sqrt{\epsilon_a} \sin \theta$; $k_0 = 2\pi f c^{-1}$ – волновое число вакуума; c – скорость света.

Выполнение закона Брюстера для ТМ, либо ТЕ волн эквивалентно условиям $F_p = 0$, либо $F_s = 0$. Переходя в данных комплексных выражениях к обратным тригонометрическим функциям, приходим к двум вещественным уравнениям

$$L = R_k, \tag{4}$$

$$k_0 d \text{Re} \sigma = R_k, \tag{5}$$

где $R_k = \text{Re}[\text{Arctg}(z)]$; $L = \text{Re} \sigma (\text{Im} \sigma)^{-1} \text{Im}[\text{Arctg}(z)]$;

$$z = i (h_s \epsilon_s^{-1} - h_a \epsilon_a^{-1}) \sigma \epsilon_f^{-1} [(\sigma \epsilon_f^{-1})^2 - h_a h_s (\epsilon_a \epsilon_s)^{-1}]^{-1} \text{ (ТМ волны)}, \tag{6}$$

$$z = i (h_s - h_a) \sigma [\sigma^2 - h_a h_s]^{-1} \text{ (ТЕ волны)}, \tag{7}$$

и выбраны ветви бесконечнолистной функции $\text{Arctg}(z)$

$$\text{Re}[\text{Arctg}(z)] = 0,5 \{ \arctg[2x(1 - |z|^2)^{-1}] + \pi \text{sign}(x) \text{H}(|z|^2 - 1) \} + k\pi, \tag{8}$$

$$\text{Im}[\text{Arctg}(z)] = 0,25 \ln \{ [(1 + y)^2 + x^2] [(1 - y)^2 + x^2]^{-1} \}, \tag{9}$$

где $x = \text{Re}(z)$; $y = \text{Im}(z)$; $\text{H}(a) = 1$ при $a \geq 0$, $\text{H}(a) = 0$ при $a < 0$, $k = 0, 1, \dots$

Предположим вначале, что частота f фиксирована. Тогда ключевую роль при исследовании закона Брюстера играет решение относительно β уравнения (4), свойства которого определяются значениями ε_f и ε_s . Последующее обращение в тождество уравнения (5) сводится к прямому расчету d .

Исследование функции $L(\beta)$ для ТМ волн показало, что она имеет единственный положительный максимум при $\beta = \beta_m = \sqrt{\varepsilon_a \operatorname{Re}(\varepsilon_f) [\operatorname{Re}(\varepsilon_a + \varepsilon_f)]^{-1}}$, которому соответствует псевдобрюстеровский угол для границы раздела воздух–материал пленки. Значение $L(\beta_m)$ монотонно возрастает по мере уменьшения $|\operatorname{Im} \varepsilon_f|$, причем $L(\beta_m) \rightarrow \infty$, если $\operatorname{Im} \varepsilon_f \rightarrow 0$. Как правило, в представляющих практический интерес ситуациях $L(\beta_m) \gg 0,5\pi$. В диапазоне $0 \leq \beta < \beta_m$ функция $L(\beta)$ является монотонно возрастающей, а в диапазоне $\beta_m < \beta \leq 1$ – монотонно убывающей. При этом $L(1) < 0$, а знак $L(0)$ зависит от ε_f и ε_s . В частности, при рассмотрении слабо поглощающих сред из (9) может быть получена оценка

$$L(0) = \operatorname{Re}(\varepsilon_f) - \sqrt{\operatorname{Re}(\varepsilon_a) \operatorname{Re}(\varepsilon_s)}, \quad (10)$$

где равенство $L(0) = 0$ соответствует просветляющему покрытию [1].

Функция $L(\beta)$ для ТЕ волн является монотонно убывающей. Ее максимальное значение $L(0)$ совпадает с $L(0)$ для ТМ волн, а $L(1) < 0$.

Функции $R_k(\beta)$, относящиеся как к ТМ, так и к ТЕ волнам, удовлетворяют неравенствам $(k - 0,5)\pi \leq R_k(\beta) \leq (k + 0,5)\pi$ (см. (8)). Функция $R_k(\beta)$ для ТЕ волн непрерывна, а для ТМ волн она имеет единственный разрыв первого рода в окрестности $\beta = \beta_m$.

Из перечисленных свойств функций $L(\beta)$ и $R_k(\beta)$ следует, что при рассмотрении ТМ волн существуют два конечных дискретных набора решений уравнения (4) $\beta = \beta_b$, определяющих углы $b = \arcsin(\beta_b)$ и толщины пленки d , для которых выполняется закон Брюстера. Один из них (набор 1) относится к области $0 \leq \beta < \beta_m$, а другой (набор 2) – к области $\beta_m < \beta \leq 1$. Данные наборы соответствуют значениям k в (8), находящимся в диапазонах $k_{\min}^{(j)} \leq k \leq k_{\max}^{(j)}$, где j – номер набора, $k_{\max}^{(j)} \leq \operatorname{int}[L(\beta_m)\pi^{-1} - 0,5] + 1$, где $\operatorname{int}(\dots)$ означает выделение целой части числа; $k_{\min}^{(2)} \geq 0$, а $k_{\min}^{(1)}$ зависит от $L(0)$: $k_{\min}^{(1)} \geq 0$ при $L(0) \leq 0$, $\operatorname{int}[L(0)\pi^{-1} - 0,5] + 1 \geq k_{\min}^{(1)} \geq \operatorname{int}[L(0)\pi^{-1} - 0,5]$ при $L(0) > 0$. Диапазон толщин пленки, в котором возможно выполнение закона Брюстера, определяется неравенствами

$$d_{\min} \leq d \leq d_{\max}, \quad (11)$$

где $d_{\min} = \min_j d(k_{\min}^{(j)}, f)$, $d_{\max} = \max_j d(k_{\max}^{(j)}, f)$, а функция $d(k, f)$ рассчитывается на основании (5) после нахождения $\beta(k, f)$ из (4).

В случае ТЕ волн возможность выполнения закона Брюстера определяется величиной $L(0)$. При $L(0) < 0$ данный закон не выполняется, так как при условии (7) уравнение (4) не имеет корней β , для которых толщина пленки положительна. При $L(0) \geq 0$ для ТЕ волн существует единственный дискретный набор углов Брюстера и толщин пленки, который дополняет набор 1 углов Брюстера для ТМ волн со стороны меньших значений β и d . Он соответствует номерам k в (8), находящимся в диапазоне $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$, где $k_{\min} \geq 0$, $k_{\max} \leq \operatorname{int}[L(0)\pi^{-1} - 0,5] + 1$. Теперь в неравенствах (11) $d_{\min} = d(k_{\min}, f)$, $d_{\max} = d(k_{\max}, f)$.

Точные значения $k_{\min}^{(j)}$, $k_{\max}^{(j)}$, k_{\min} , k_{\max} должны устанавливаться путем проверки существования решений уравнений (4), (5) для каждой конкретной структуры.

Сказанное иллюстрирует рис. 1, который относится к ТГц диапазону частот. Расчеты выполнены для пленок высокоомного кремния ($\varepsilon_f = 11,56 - i0,034$ [6]) и полипропилена ($\varepsilon_f = 2,247 - i0,0036$ [7]), контактирующих с водой, которая играет роль подложки. Для задания ε_s использована дисперсионная модель водного раствора БСА [8]

$$\varepsilon_w = 2,5 + 75(1 - C \cdot 0,0013)(1 + i19\pi f)^{-1} + 1,47(1 + i0,46\pi f)^{-1} + 32(28,09 - f^2 + i5,35f)^{-1},$$

где C – концентрация БСА в г/л, а f берется в ТГц. Рис. 1 соответствует $C = 0$ г/л.

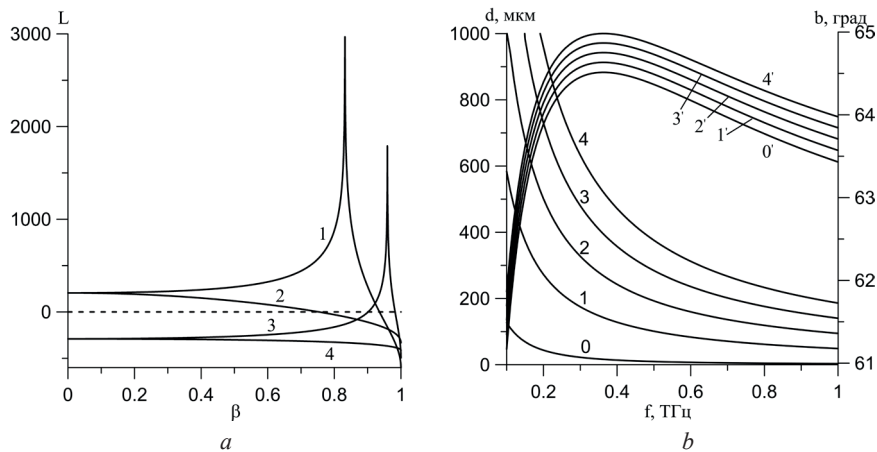


Рис. 1. *a* – Зависимости $L(\beta)$ на частоте $f = 0,5$ ТГц для полипропиленовой (1, 2) и кремниевой (3, 4) пленок, контактирующих с водой. Кривые 1, 3 – ТМ; 2, 4 – ТЕ волны. Штриховая линия – нулевой уровень L ; *b* – Решения уравнений (4), (5) (набор 1) для пленок кремния: кривые 0–4 – $d(k, f)$, 0'–4' – $b(k', f)$, номера кривых совпадают с k и k'

Fig. 1. *a* – Dependencies $L(\beta)$ at $f = 0.5$ THz for the polypropylene (1, 2) and silicon films contacted with water. Curves 1, 3 – TM; 2, 4 – TE waves. Dashed line – zero level of L ; *b* – Solutions of equations (4), (5) (set 1) for silicon films: curves 0–4 – $d(k, f)$, 0'–4' – $b(k', f)$, the numbers of the curves coincide with k and k'

При $f = 0,5$ ТГц $\epsilon_w = 4,689 - i3,317$. Таким образом, кривые 1 и 2 на рис. 1, *a* относятся к случаю $L(0) > 0$ (см. (10)). Для них $L(0) = 205,16$, $\beta_m = 0,83187$, $L(\beta_m) = 2966,8$, $k_{\min}^{(1)} = 65$, $k_{\min}^{(2)} = 1$ ($d_{\min} = 226,72$ мкм), $k_{\max}^{(1),(2)} = 945$ ($d_{\max} \approx 22,7$ см) (ТМ волны), $k_{\min} = 0$ ($d_{\min} = 97,25$ мкм), $k_{\max} = 64$ ($d_{\max} \approx 12,9$ мм) (ТЕ волны). Следовательно, для полипропиленовой пленки, контактирующей с водой, закон Брюстера может быть выполнен как для ТМ, так и для ТЕ волн. Иная ситуация имеет место при использовании кремниевой пленки. Согласно (10), кривые 3 и 4 на рис. 1, *a* соответствуют $L(0) < 0$, т. е. углы Брюстера для ТЕ волн не существуют. В то же время здесь реализуются оба из указанных выше наборов углов Брюстера для ТМ волн, поскольку $L(0) = -290,83$, $\beta_m = 0,95936$, $L(\beta_m) = 1790,2$, $k_{\min}^{(1)} = 0$, $k_{\min}^{(2)} = 1$ ($d_{\min} = 9,64$ мкм), $k_{\max}^{(1)} = 570$, $k_{\max}^{(2)} = 569$ ($d_{\max} \approx 5,2$ см).

На рис. 1, *b* представлены зависимости $b(k, f)$ и $d(k, f)$ для ТМ волн, которые соответствуют набору 1 решений уравнений (4), (5) для пленок кремния, контактирующих с водой. Практический интерес представляет определение углов Брюстера при заданной толщине пленки. Из рис. 1, *b* следует, что существует дискретный набор таких углов, причем каждому из них соответствует вполне определенная частота излучения.

Рассмотрим применение углов Брюстера для решения обратных оптических задач.

Одной из востребованных в микробиологии и медицине разновидностью ТГц сенсоров являются сенсоры состава водных растворов. Однако их создание затруднено сильным поглощением ТГц излучения водой [9]. Покажем, что это ограничение можно преодолеть, используя закон Брюстера.

При ТГц спектроскопии раствора во временной области с использованием структуры пленка–раствор (последний служит подложкой) определяется спектр отношений $r_p / r_p^{(0)}$, либо $r_s / r_s^{(0)}$, где $r_{p,s}$ – коэффициенты отражения в присутствии исследуемой примеси концентрации C , $r_{p,s}^{(0)}$ – эти же коэффициенты при $C = 0$. В качестве критериев чувствительности сенсора раствора примем производные

$$(\partial \rho / \partial C)_{C=0}, (\partial \varphi / \partial C)_{C=0}, \tag{12}$$

где $\rho = |r_{p,s} / r_{p,s}^{(0)}|$, $\varphi = \arg(r_{p,s}) - \arg(r_{p,s}^{(0)})$, причем

$$(\partial \rho / \partial C)_{C=0} + i(\partial \varphi / \partial C)_{C=0} = (r_{p,s}^{(0)})^{-1} (\partial r_{p,s} / \partial C)_{C=0}. \tag{13}$$

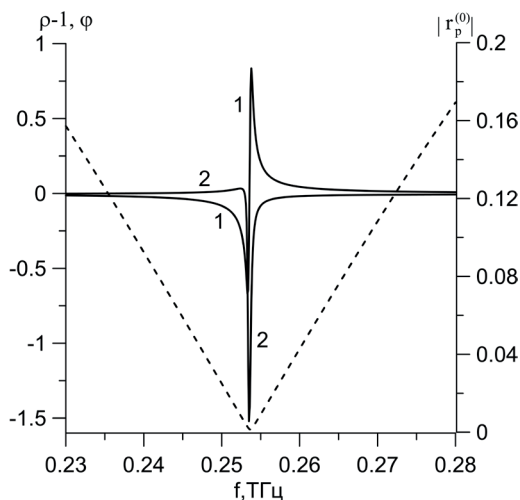


Рис. 2. Изменения модуля (1) и фазы (2) отношения коэффициентов отражения $r_p / r_p^{(0)}$ при увеличении концентрации БСА в воде от 0 до 10 г/л. Штриховая кривая – спектр $|r_p^{(0)}|$

Fig. 2. Changes in modulus (1) and phase (2) of the ratio $r_p / r_p^{(0)}$ of reflection coefficients with increasing BSA concentration in water from 0 to 10 g/l. Dashed line – spectrum of $|r_p^{(0)}|$

Из (13) видно, что чувствительность сенсора резко возрастает при работе в окрестности углов Брюстера, где $r_{p,s}^{(0)} \rightarrow 0$.

Пусть сенсор представляет собой кремниевую пленку толщиной $d = 210$ мкм, контактирующую с водным раствором БСА. Для такой структуры в диапазоне частот $0,1 \text{ ТГц} \leq f \leq 1 \text{ ТГц}$ существуют 4 угла Брюстера для волн ТМ поляризации из набора 1 (рис. 1, б). Расчет модулей критериев (12) на основании (1) показал, что ценой их резкого роста при $\theta \rightarrow b$ является сужение интервала частот, где этот эффект наблюдается. Это может породить проблемы с ТГц спектроскопией, поскольку разрешающая способность реальных спектрометров ограничивается длиной линии задержки лазерных импульсов и обычно не превосходит 0,001 ТГц. Преодоление данного ограничения возможно за счет огрубления чувствительности измерений путем некоторого отклонения угла θ от b . Например, при использовании угла $\theta = 64,5^\circ$ вместо $\theta = b = 64,422^\circ$, которому соответствуют $f = 0,2537 \text{ ТГц}$, $k = k' = 1$ (рис. 1, б) реализуются спектры $\rho(f)$, $\varphi(f)$, $|r_p^{(0)}|$, приведенные на рис. 2. Измерение данных спектров $\rho(f)$, $\varphi(f)$ с последующим определением C осуществимо методом ТГц спектроскопии во временной области [8].

Обратимся теперь к решению актуальной в оптическом диапазоне частот обратной задачи об определении диэлектрической проницаемости и толщины слабо поглощающей пленки, находящейся на слабо поглощающей подложке с известной диэлектрической проницаемостью. Для такой структуры углы Брюстера и частоты, на которых выполняется закон Брюстера, могут быть измерены методами спектральной эллипсометрии, либо спектрофотометрии.

Из (9) следует, что при условиях $\text{Im} \varepsilon_{f,s} \rightarrow 0$ уравнение (4) может иметь решения только в двух противоположных ситуациях: при $|y| \gg 1$ либо при $|y| \ll 1$.

Пусть $|y| \gg 1$. Как уже отмечалось, если оценка (10) дает $L(0) \leq 0$, то углы Брюстера существуют только для ТМ волн. В этом случае из (4)–(6), (8), (9) получаем с точностью до величин второго порядка малости относительно $\text{Im} \varepsilon_f$ и $\text{Im} \varepsilon_s$:

$$\text{Re} \varepsilon_f = 0,5\zeta(1 + \sqrt{1 - 4\beta_b^2 \zeta^{-1}}), \quad (14)$$

$$\zeta = \varepsilon_a \text{Re} \varepsilon_s (h'_a h'_s)^{-1} - 0,25\pi(2k+1) \text{Im} \varepsilon_f \text{Re} \varepsilon_f (\varepsilon_a h_a^{-1} - \text{Re} \varepsilon_s h_s^{-1}) \sigma'^{-3}, \quad (15)$$

$$d = (2k+1)c(4f_1 \sigma')^{-1}. \quad (16)$$

Здесь $h'_s = \sqrt{\text{Re} \varepsilon_s - \beta_b^2}$; $\sigma' = \sqrt{\text{Re} \varepsilon_f - \beta_b^2}$; k – целое число, ближайшее к $f_1 \Delta f^{-1} - 0,5$, где Δf – частотный интервал между соседними интерференционными минимумами отражательной способности структуры, и все величины берутся на экспериментальной частоте $f = f_1$, соответствующей экспериментальному углу Брюстера $b = b_1$. Если $L(0) > 0$, то при $k \geq k_{\min}^{(1)}$ выражения (14)–(16) остаются в силе, а при $k_{\min} \leq k < k_{\min}^{(1)}$ закон Брюстера может быть выполнен лишь для ТЕ волн. Согласно (4), (5), (7)–(9), он имеет место при условиях (16) и

$$\text{Re} \varepsilon_f = \beta_b^2 + h_a h'_s + 0,25\pi(2k+1) \text{Im} \varepsilon_f (h'_s - h_a) \sigma'^{-1}. \quad (17)$$

В случае $|y| \ll 1$ из (6) и (7) следует, что закон Брюстера может быть выполнен лишь для ТМ волн. Здесь условие $y = 0$ определяет псевдобрюстеровский угол для границы раздела воздух–

подложка, которому соответствует $\beta = \beta_0 = \sqrt{\varepsilon_a \operatorname{Re} \varepsilon_s [\operatorname{Re}(\varepsilon_a + \varepsilon_s)]^{-1}}$. Учитывая (7)–(9) и опуская в (4) и (5) величины второго порядка малости относительно $\operatorname{Im} \varepsilon_f$ и $\operatorname{Im} \varepsilon_s$, получаем

$$\operatorname{Im} \varepsilon_f = 2 \operatorname{Re} \varepsilon_f \beta_0 \Delta \beta \sigma' [1 - \varepsilon_a^2 (\operatorname{Re} \varepsilon_s)^{-2}] \{k \pi \varepsilon_a h_a [1 - (\operatorname{Re} \varepsilon_f h_a)^2 (\varepsilon_a \sigma')^{-2}]\}^{-1}, \quad (18)$$

$$d = kc(2f_2 \sigma')^{-1}, \quad (19)$$

где $\Delta \beta = \beta_b - \beta_0$; k – целое число, ближайшее к $f_2 \Delta f^{-1}$, и все величины соответствуют экспериментальным значениям $f = f_2$, $b = b_2$. Согласно (18), поглощение в пленке проявляется в виде сдвига между углом Брюстера b_2 для рассматриваемой структуры и псевдобрюстеровским углом θ_b для границы раздела воздух–подложка.

Каждое из решений (14)–(17), либо (18), (19) содержит свою пару экспериментальных значений f и b . В таких условиях ни одно из этих решений не позволяет строго определить три искомого параметра – d , $\operatorname{Re} \varepsilon_f$, $\operatorname{Im} \varepsilon_f$ на конкретной частоте. Лишь если положить $\operatorname{Im} \varepsilon_f = 0$, то выражения (14)–(16), либо (16), (17) дают замкнутое решение обратной задачи для $\operatorname{Re} \varepsilon_f$ и d на частоте $f = f_1$. В такой ситуации для приближенного решения трехпараметрической обратной задачи можно пренебречь дисперсией ε_f и ε_s , что оправдано в рассматриваемом случае слабо поглощающих материалов. В результате возникает итерационная схема, состоящая в поочередном расчете $\operatorname{Re} \varepsilon_f$, d при заданной величине $\operatorname{Im} \varepsilon_f$ на основании (14)–(16), либо (16), (17) и $\operatorname{Im} \varepsilon_f$ на основании (18). В качестве нулевого приближения естественно принять $\operatorname{Im} \varepsilon_f = 0$. Сходимость схемы обеспечивается наличием малого параметра $\Delta \beta$ в (18). Исследование различных структур показало, что для достижения практически стопроцентной сходимости достаточно трех–четырёх итераций.

Отметим, что из формулировки описанного алгоритма очевидно, что в итоговом решении в качестве d и $\operatorname{Re} \varepsilon_f$ следует принять величины (16) и (14), либо (17), которые относятся к частоте f_1 , а в качестве $\operatorname{Im} \varepsilon_f$ – величину (18), относящуюся к частоте f_2 .

Точность описанного решения обратной задачи иллюстрирует таблица, где использованы обозначения $\lambda_{1,2} = cf_{1,2}^{-1}$. В ней представлены две структуры. Первая из них (SiO_x / Si) имеет параметры $d = 0,5$ мкм, $\varepsilon_f = 2,1236 - i2,91 \cdot 10^{-3}$,

$$\varepsilon_s = [3,9 - i0,02 - (2,2 + i0,25)\Delta\lambda + (9,8 - i2,57)\Delta\lambda^2 + (1,7 - i5,22)\Delta\lambda^3 - (136 - i96,5)\Delta\lambda^4 - (1109 - i413)\Delta\lambda^5 + (5703 - i2699)\Delta\lambda^6]^2. \quad (20)$$

Решения обратных оптических задач с использованием закона Брюстера
Solutions of the inverse optical problems using the Brewster's law

Структура Structure	Волна Wave	b , град b , grad	λ_1 , мкм λ_1 , μm	λ_2 , мкм λ_2 , μm	k	d , мкм d , μm	$\operatorname{Re} \varepsilon_f$	$\operatorname{Im} \varepsilon_f \cdot 10^3$
SiO_x / Si $\varepsilon_f = 2,1236 - i2,91 \cdot 10^{-3}$	TE	69,458	0,744	–	1	0,4996	2,1241	–
SiO_x / Si $\varepsilon_f = 2,1236 - i2,91 \cdot 10^{-3}$	TM	76,105	–	0,544	2	–	–	–2,86
$\text{Nb}_2\text{O}_5 / \text{BK7}$ $\varepsilon_f = 6,2534 - i1,85 \cdot 10^{-3}$	TM	74,419	0,420	–	5	0,5005	6,2418	–
$\text{Nb}_2\text{O}_5 / \text{BK7}$ $\varepsilon_f = 5,9529 - i3,06 \cdot 10^{-4}$	TM	56,750	–	0,458	5	–	–	–0,300

Для второй ($\text{Nb}_2\text{O}_5 / \text{BK7}$) $d = 0,5$ мкм,

$$\varepsilon_f = [2,451 - i9,11 \cdot 10^{-5} - (1,38 + i3,97 \cdot 10^{-3})\Delta\lambda + (6,98 - i0,08)\Delta\lambda^2 - (35,8 + i1,415)\Delta\lambda^3 + (233 - i37,8)\Delta\lambda^4 - (1480 + i450)\Delta\lambda^5]^2, \quad (21)$$

$$\varepsilon_s = [1,51459 - 0,0327\Delta\lambda + 0,04301\Delta\lambda^2 - 0,0765\Delta\lambda^3 + 0,646\Delta\lambda^4 - 1,428\Delta\lambda^5]^2. \quad (22)$$

Здесь $\Delta\lambda = \lambda - \bar{\lambda}$; $\lambda = cf^{-1}$. В (20) $\bar{\lambda} = 0,61325$ мкм, в (21) $\bar{\lambda} = 0,45$ мкм, в (22) $\bar{\lambda} = 0,652$ мкм. Приведенные в таблице углы Брюстера, длины волн и номера k , фигурирующие в (15)–(19), определены путем прямого расчета отражательных способностей структур $|r_{p,s}|^2$.

Результаты решения обратных задач приведены в трех последних столбцах таблицы. При их получении учтено, что для структуры SiO_x/Si в оптическом диапазоне $L(0) > 0$, поэтому отвечающие ей графики зависимостей $L(\beta)$ для ТМ и ТЕ волн качественно подобны кривым 1 и 2 на рис. 1, а. Для ТЕ волн при $f = 500$ ТГц ($\lambda = 0,6$ мкм) $d_{\max} = 42,97$ мкм, $d_{\min} = 0,1352$ мкм. В результате при $|y| \gg 1$ реализация закона Брюстера возможна только для ТЕ волн, а при $|y| \ll 1$ – только для ТМ волн. Для структуры $\text{Nb}_2\text{O}_5/\text{BK7}$ $L(0) < 0$, поэтому выполнение закона Брюстера возможно только для ТМ волн. Соответствующий график зависимости $L(\beta)$ подобен кривой 3 на рис. 1, а. Для этого графика условиям $|y| \ll 1$ и $|y| \gg 1$ отвечают корни уравнения (4) из указанных выше первого и второго наборов соответственно, а на длине волны $\lambda = 0,45$ мкм $k_{\min}^{(1)} = 1$, $k_{\min}^{(2)} = 0$, $d_{\min} = 0,0532$ мкм, $d_{\max} = 3,3$ мм.

Видимое из таблицы некоторое отклонение решений обратной задачи от точных параметров пленок объясняется довольно значительным поглощением излучения в подложке структуры SiO_x/Si и заметной дисперсией ϵ_f в структуре $\text{Nb}_2\text{O}_5/\text{BK7}$. Вместе с тем, точность полученных решений вполне приемлема для инженерных приложений.

Заключение. Для диссипативной структуры пленка–подложка возможно выполнение строгого закона Брюстера, который заключается в отсутствии отраженных от структуры плоских волн ТМ, либо ТЕ поляризации. Закон реализуется в ограниченном диапазоне толщины пленки и при определенных сочетаниях значений частота излучения–угол падения излучения на структуру (угол Брюстера). В зависимости от диэлектрических проницаемостей сред и толщины пленки существуют либо два дискретных набора углов Брюстера для ТМ волн, либо один дискретный набор углов Брюстера для ТМ волн и один дискретный набор углов Брюстера для ТЕ волн. Закон Брюстера может быть использован при создании эффективных ТГц сенсоров водных растворов, а также при аналитическом решении обратных задач спектральной эллипсомерии, либо отражательной спектрофотометрии об определении параметров слабо поглощающих пленок, находящихся на слабо поглощающих подложках.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке БРФФИ (грант Ф18Р-143/1), РФФИ (грант 18-52-00040) и ГПНИ Республики Беларусь «Фотоника, опто- и микроэлектроника 1.3.03».

Acknowledgements. This work was supported by the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (grant no. Ф18Р-143/1), Russian Foundation for Basic Research (grant no. 18-52-00040) and SPSI Republic of Belarus “Photonics, opto- and microelectronics 1.3.03”.

Список использованных источников

1. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М., 1973. – 719 с.
2. Tompkins, H. G. Handbook of ellipsometry / H. G. Tompkins, E. A. Irene. – New York; Norwich, 2005. – 891 p. <https://doi.org/10.1007/3-540-27488-x>
3. Azzam, R. M. A. Complex reflection coefficients of p - and s -polarized light at the pseudo-Brewster angle of a dielectric–conductor interface / R. M. A. Azzam // J. Opt. Soc. Am. A. – 2013. – Vol. 30, N 10. – P. 1975–1979. <https://doi.org/10.1364/josaa.30.001975>
4. Adamson, P. Analytic determination of n , k and d of two-dimensional materials by ellipsometry and reflectivity / P. Adamson // Appl. Opt. – 2014. – Vol. 53, N 21. – P. 4804–4810. <https://doi.org/10.1364/ao.53.004804>
5. Кукушкин, А. В. Об условиях существования быстрой поверхностной волны / А. В. Кукушкин, А. А. Рухадзе, К. З. Рухадзе // УФН. – 2012. – Т. 182, № 11. – С. 1205–1215. <https://doi.org/10.3367/ufnr.0182.201211f.1205>
6. Grating Diffraction Effects in the THz Domain / J.-L. Coutaz [et al.] // Acta Phys. Pol. A. – 2005. – Vol. 107, N 1. – P. 26–37. <https://doi.org/10.12693/aphyspola.107.26>
7. Eight-capillary cladding THz waveguide with low propagation losses and dispersion / M. M. Nazarov [et al.] // IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol. – 2018. – Vol. 8, N 2. – P. 183–191. <https://doi.org/10.1109/tthz.2017.2786030>
8. Nazarov, M. M. Study of the dielectric function of aqueous solutions of glucose and albumin by THz time-domain spectroscopy / M. M. Nazarov, O. P. Cherkasova, A. P. Shkurinov // Quantum Electron. – 2016. – Vol. 46, N 6. – P. 488–495. <https://doi.org/10.1070/qel16107>
9. Характерные отклики биологических и наноразмерных систем в терагерцовом диапазоне частот / А. А. Ангелуц [и др.] // Квантовая электроника. – 2014. – Т. 44, № 7. – С. 614–632. <https://doi.org/10.1070/qe2014v044n07abeh015565>

References

1. Born M., Wolf E. *Principles of Optics*. London, 1964. 808 p.
2. Tompkins H. G., Irene E. A. *Handbook of ellipsometry*. New York, Norwich, 2005. 891 p. <https://doi.org/10.1007/3-540-27488-x>
3. Azzam R. M. A. Complex reflection coefficients of *p*- and *s*-polarized light at the pseudo-Brewster angle of a dielectric-conductor interface. *Journal of the Optical Society of America A*, 2013, vol. 30, no. 10, pp. 1975–1979. <https://doi.org/10.1364/josaa.30.001975>
4. Adamson P. Analytic determination of *n*, *k* and *d* of two-dimensional materials by ellipsometry and reflectivity. *Applied Optics*, 2014, vol. 53, no. 21, pp. 4804–4810. <https://doi.org/10.1364/ao.53.004804>
5. Kukushkin A. V., Rukhadze A. A., Rukhadze K. Z. On the existence conditions for a fast surface wave. *Physics Uspekhi*, 2012, vol. 55, no. 11, pp. 1124–1133. <https://doi.org/10.3367/ufnr.0182.201211f.1205>
6. Coutaz J.-L., Garet F., Bonnet E., Tishchenko A. V., Parriaux O., Nazarov M. Grating Diffraction Effects in the THz Domain. *Acta Physica Polonica A*, 2005, vol. 107, no. 1, pp. 26–37. <https://doi.org/10.12693/aphyspola.107.26>
7. Nazarov M. M., Shilov A. V., Bzheumikhov K. A., Margushev Z. Ch., Sokolov V. I., Sotsky A. B., Shkurinov A. P. Eight-capillary cladding THz waveguide with low propagation losses and dispersion. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, 2018, vol. 8, no. 2, pp. 183–191. <https://doi.org/10.1109/tthz.2017.2786030>
8. Nazarov M. M., Cherkasova O. P., Shkurinov A. P. Study of the dielectric function of aqueous solutions of glucose and albumin by THz time-domain spectroscopy. *Quantum Electronics*, 2016, vol. 46, no. 6, pp. 488–495. <https://doi.org/10.1070/qell6107>
9. Angeluts A. A., Balakin A. V., Evdokimov M. G., Esaulkov M. N., Nazarov M. M., Ozheredov I. A., Sapozhnikov D. A., Solyankin P. M., Cherkasova O. P., Shkurinov A. P. Characteristic responses of biological and nanoscale systems in the terahertz frequency range. *Quantum Electronics*, 2014, vol. 44, no. 7, pp. 614–632. <https://doi.org/10.1070/qe2014v044n07abeh015565>

Информация об авторах

Сотский Александр Борисович – д-р физ.-мат. наук, профессор. Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова (ул. Космонавтов, 1, 212022, Могилёв, Республика Беларусь). E-mail: ab_sotsky@mail.ru.

Михеев Сергей Сергеевич – аспирант. Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова (ул. Космонавтов, 1, 212022, Могилёв, Республика Беларусь). E-mail: mikheev_msu@mail.ru.

Назаров Максим Михайлович – канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией. Курчатовский институт (пл. Академика Курчатова, 1, 123182, Москва, Российская Федерация). E-mail: nazarovmax@mail.ru.

Information about the authors

Sotsky Alexander Borisovich – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor. Mogilev State A. Kuleshov University (1, Kosmonavtov Str. 212022, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: ab_sotsky@mail.ru.

Mihev Sergey Sergeevich – Postgraduate student. Mogilev State A. Kuleshov University (1, Kosmonavtov Str. 212022, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: mikheev_msu@mail.ru.

Nazarov Maxim Mikhailovich – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of the Laboratory. National Research Center “Kurchatov Institute” (1, Academician Kurchatov Square, 123182, Moscow, Russian Federation). E-mail: nazarovmax@mail.ru.