

Д. А. Шохонов, Р. Г. Шуляковский

*Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

## КОНФАЙНМЕНТ В 2-МЕРНОЙ ТЕОРИИ ЮКАВА С ХИГГСОВСКИМ МЕХАНИЗМОМ ГЕНЕРАЦИИ МАСС

*(Представлено членом-корреспондентом В. М. Артемьевым)*

**Аннотация.** Рассмотрена двумерная теоретико-полевая модель взаимодействующих скалярного и фермионного полей с хиггсовским потенциалом. Вычисляется вклад инстантонных эффектов в полный фермионный пропагатор. Определяется поправка к массе фермиона в пропагаторе в присутствии инстантонного поля. Полученные результаты могут быть интерпретированы как конфайнмент.

**Ключевые слова:** конфайнмент, инстантоны, хиггсовский потенциал

**Для цитирования:** Шохонов, Д. А. Конфайнмент в 2-мерной теории Юкава с хиггсовским механизмом генерации масс / Д. А. Шохонов, Р. Г. Шуляковский // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2020. – Т. 64, № 3. – С. 282–286. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2020-64-3-282-286>

Denis A. Shohonov, Roman G. Shulyakovsky

*Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

## CONFINEMENT IN THE TWO-DIMENSIONAL YUKAWA THEORY WITH THE HIGGS MASS GENERATION MECHANISM

*(Communicated by Corresponding Member Valentin M. Artemyev)*

**Abstract.** We considered the two-dimensional theoretical field model of interaction of scalar and fermion fields with the Higgs potential. Contribution of instanton effects to total fermion propagator is calculated. Mass correction to the propagator in the presence of an instanton field is determined. The obtained results can be interpreted as confinement.

**Keywords:** confinement, instantons, Higgs potential

**For citation:** Shohonov D. A., Shulyakovsky R. G. Confinement in the two-dimensional Yukawa theory with the Higgs mass generation mechanism. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2020, vol. 64, no. 3, pp. 282–286 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2020-64-3-282-286>

**Введение.** Конфайнмент кварков – ключевая проблема современной физики сильных взаимодействий, не имеющая в настоящее время теоретического объяснения в рамках квантовой хромодинамики. Существует несколько различных теоретических направлений исследования проблемы конфайнмента (см., напр., [1]). Нетривиальные евклидовы решения уравнений калибровочного поля – инстантоны [2; 3] могут быть ответственны за явление конфайнмента (см., напр., [4]). Однако до сих пор их роль в проблеме конфайнмента не ясна до конца, так же как и не известен экспериментальный статус инстантонов. Возможность их обнаружения тщательно исследовалась на экспериментах HERA (DESY) в конце 1990-х и начале 2000-х годов [5].

В [6] была показана возможность увеличения массы кварка в пропагаторе за счет вклада инстантонного поля, что может быть интерпретировано как конфайнмент. Однако исследования в этом направлении не были доведены до логического завершения.

В настоящей работе продолжены аналогичные исследования в рамках простой модели: теории юкававского скалярного поля, взаимодействующего с дираковским фермионным полем.

**Инстантоны в скалярных моделях.** Вопреки «No-go» теореме в скалярных теориях могут существовать инстантонные решения в случае ограниченных пространственных интервалов [7].

Будем рассматривать теорию в пространстве и времени  $D = (1 + 1)$ . Плотность функции Лагранжа теории имеет вид

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \lambda(\varphi^2 - \rho^2)^2 + \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi + g \bar{\psi} \psi \varphi. \tag{1}$$

При этом поле  $\varphi(x)$  представляется в виде

$$\varphi(x) = \rho + f(x) + \varphi^{\text{inst}}(x),$$

где  $\rho$  – вакуумное значение поля, соответствующее минимуму энергии;  $f(x)$  – отклонение от вакуумного значения;  $\varphi^{\text{inst}}(x)$  – инстантонное слагаемое. Здесь предполагается переход к Евклидову варианту теории  $t = -i\tau$ , где  $\tau$  есть «мнимое время».

$S$ -матрица для теории (1) запишется в виде

$$S = T \{ \exp(-i \int N [g \bar{\psi} \psi f(x) + g \bar{\psi} \psi \varphi^{\text{inst}}(x) - \lambda f(x)^4 - 4\lambda \rho f(x)^3] dx) \}.$$

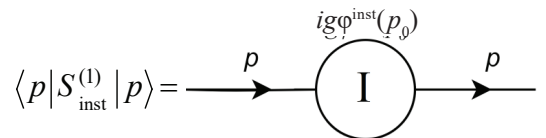
В первом приближении получаем:

$$S^{(1)} = -iT \int N \{ g \bar{\psi} \psi f(x) \} dx - iT \int N \{ g \bar{\psi} \psi \varphi^{\text{inst}}(x) \} dx + iT \int N \{ \lambda f(x)^4 \} dx + iT \int N \{ 4\lambda \rho f(x)^3 \} dx.$$

Раскрывая смешанное произведение с помощью теоремы Вика, имеем

$$S^{(1)} = -i \int g N (\bar{\psi} \psi f + \text{свертка}) dx - i \int g N (\bar{\psi} \psi \varphi^{\text{inst}}(x) + \text{свертка}) dx - \dots$$

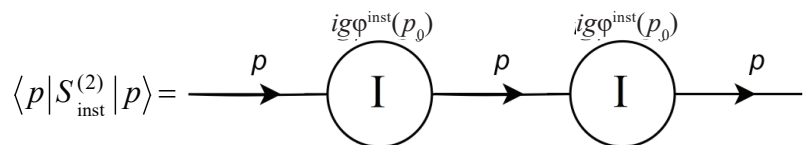
Здесь второе слагаемое соответствует взаимодействию фермиона с инстантонным полем. Соответствующему матричному элементу перехода фермиона в первом приближении за счет взаимодействия с инстантонным полем можно дать следующую диаграммную интерпретацию:



Представляющая интерес инстантонная часть  $S$ -матрицы во втором приближении будет иметь вид

$$S^{(2)}_{\text{inst}} = \frac{(ig)^2}{2} T \{ \int N \{ \bar{\psi}_1 \psi_1 \varphi^{\text{inst}}(x_1) \} dx_1 \int N \{ \bar{\psi}_2 \psi_2 \varphi^{\text{inst}}(x_2) \} dx_2 \}. \tag{2}$$

Матричному элементу перехода фермиона за счет взаимодействия с инстантонным полем во втором приближении с использованием (2) соответствует диаграмма вида



Рассматривая далее слагаемые более высокого порядка в  $S$ -матрице, мы можем записать полный матричный элемент перехода фермиона в виде суммы соответствующих диаграмм, вида

$$\langle p | S | p \rangle = \text{---} + \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} + \dots$$

Полученный результат представляет собой по существу уравнение Швингера–Дайсона. Следовательно, выражение для полного фермионного пропагатора может быть записано в виде (см., напр., [8])

$$S(p) = \frac{i}{\hat{p} - M - g\varphi^{\text{inst}}(p_0)} = \frac{i}{\hat{p} - M(p_0)},$$

где мы использовали обозначение

$$M(p_0) = M + g\varphi^{\text{inst}}(p_0). \quad (3)$$

Здесь  $M$  – масса фермиона;  $\varphi^{\text{inst}}(p_0)$  – фурье-образ инстантонного решения.

Инстантонные решения для двумерной скалярной теории с двумным потенциалом известны [7]:

$$\varphi^{\text{inst}}(x, \tau) = \rho th[\rho\sqrt{2\lambda}(\tau - \tau_0)].$$

После перехода к мнимому времени преобразование Фурье для функции  $\varphi^{\text{inst}}(\tau)$  принимает вид

$$\varphi^{\text{inst}}(\tau) = \int \varphi^{\text{inst}}(p_0) e^{-p_0\tau} dp_0.$$

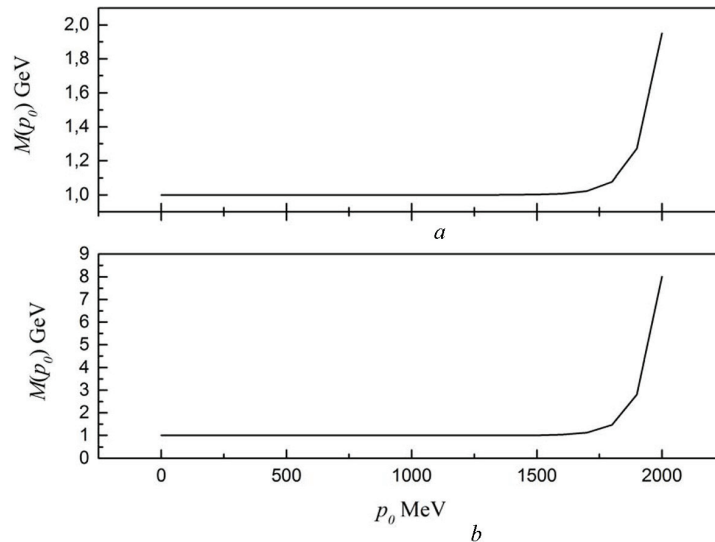
Обратное преобразование запишется как

$$\begin{aligned} \varphi^{\text{inst}}(p_0) &= \int \varphi^{\text{inst}}(\tau) e^{p_0\tau} d\tau = \int \rho th[\rho\sqrt{2\lambda}(\tau - \tau_0)] e^{p_0\tau} d\tau = \\ &= \rho e^{p_0\tau_0} \int th[\rho\sqrt{2\lambda}(\tau - \tau_0)] e^{p_0(\tau - \tau_0)} d(\tau - \tau_0). \end{aligned}$$

Последний интеграл приводится к следующему виду:

$$\begin{aligned} \varphi^{\text{inst}}(p_0) &= \rho e^{p_0\tau_0} \frac{e^{(2\rho\sqrt{2\lambda} + p_0)(\tau - \tau_0)} F\left(1, \frac{p_0}{2\rho\sqrt{2\lambda}} + 1, \frac{p_0}{2\rho\sqrt{2\lambda}} + 2, -e^{2\rho\sqrt{2\lambda}(\tau - \tau_0)}\right)}{2\rho\sqrt{2\lambda} + p_0} - \\ &- \rho e^{p_0\tau_0} \frac{e^{p_0(\tau - \tau_0)} F\left(1, \frac{p_0}{2\rho\sqrt{2\lambda}}, \frac{p_0}{2\rho\sqrt{2\lambda}} + 1, -e^{2\rho\sqrt{2\lambda}(\tau - \tau_0)}\right)}{p_0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $F$  – гипергеометрическая функция.



Зависимость массы фермиона от энергии. Результат теоретического моделирования согласно выражению (3) с использованием (5). При расчетах мы выбрали следующие модельные параметры: вакуумное значение поля  $\rho = 1$ ; константа взаимодействия Юкава  $g = 10^{-5}$ ; масса фермиона  $M = 1$  ГэВ; масса скалярной частицы  $m = 5$  ГэВ; постоянная  $\tau_0 = 1 \cdot 10^{-5}$ :  $a$  – кривая характеризуется значением  $\tau = 1,3 \cdot 10^{-2}$ ;  $b$  – кривая характеризуется значением  $\tau = 1,4 \cdot 10^{-2}$

Fermion mass versus energy. The results of theoretical simulation by using (3) and (5). In the calculations we selected the following model parameters: value field in vacuum  $\rho = 1$ ; Yukawa interaction constant  $g = 10^{-5}$ ; fermion mass  $M = 1$  GeV; mass of scalar particle  $m = 5$  GeV; constant  $\tau_0 = 1 \cdot 10^{-5}$ :  $a$  – curve characterized by the value  $\tau = 1.3 \cdot 10^{-2}$ ;  $b$  – curve characterized by the value  $\tau = 1.4 \cdot 10^{-2}$

Полученное выражение является сложной функцией различных параметров и физических величин. Поскольку  $2\rho(2\lambda)^{1/2}$  представляет собой массу скалярной частицы в рассматриваемой теории, то выражение (4) можно записать в более наглядном виде:

$$\begin{aligned} \varphi^{\text{inst}}(p_0) = \rho e^{p_0\tau_0} \frac{e^{(m+p_0)(\tau-\tau_0)} F\left(1, \frac{p_0}{m} + 1, \frac{p_0}{m} + 2, -e^{m(\tau-\tau_0)}\right)}{m + p_0} - \\ - \rho e^{p_0\tau_0} \frac{e^{p_0(\tau-\tau_0)} F\left(1, \frac{p_0}{m}, \frac{p_0}{m} + 1, -e^{m(\tau-\tau_0)}\right)}{p_0}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $m$  – масса скалярной частицы ( $m = 2\rho(2\lambda)^{1/2}$ ).

Зависимость массы фермиона от энергии согласно выражению (3) с использованием (5) представлена на рисунке.

**Заключение.** Полученные результаты отражают общую тенденцию – увеличение массы в присутствии внешних полей. В случае инстантонов это вызывает особый интерес, поскольку инстантоны – единственные точные классические решения в Стандартной Модели. Исследования будут продолжены в дальнейшем для случая сильных взаимодействий в 4-мерном евклидовом пространстве.

**Благодарности.** Работа частично поддержана грантом БРФФИ–РФФИ (проект Ф18Д-010).

**Acknowledgements.** This work partial financially supported by a Grant the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research and Russian Foundation for Fundamental Research (project Ф18Д-010).

### Список использованных источников

1. Калибровочные поля / А. А. Соколов [и др.]. – М., 1986. – 260 с.
2. Polyakov, A. M. Compact gauge fields and the infrared catastrophe / A. M. Polyakov // *Phys. Lett. B.* – 1975. – Vol. 59, N 1. – P. 82–84. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(75\)90162-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(75)90162-8)
3. 't Hooft, G. Computation of the quantum effects due to a four-dimensional pseudoparticle / G. 't Hooft // *Phys. Rev. D.* – 1976. – Vol. 14, N 12. – P. 3432–3450. <https://doi.org/10.1103/physrevd.14.3432>
4. Simonov, Y. A. The confinement / Y. A. Simonov // *UFN.* – 1996. – Vol. 166, N 4. – P. 337–362. <https://doi.org/10.3367/ufnr.0166.199604a.0337>
5. Search for QCD instanton-induced processes in deep-inelastic scattering at HERA/H1 Collaboration / C. Adloff [et al.] // *Eur. Phys. J. C.* – 2002. – Vol. 25, N 4. – P. 495–509. <https://doi.org/10.1140/epjc/s2002-01039-8>
6. Dyakonov, D. I. A theory of light quarks in the instanton vacuum / D. I. Dyakonov, V. Yu. Petrov // *Nucl. Phys. B.* – 1986. – Vol. 272, N 2. – P. 457–489. [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(86\)90011-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(86)90011-8)
7. Shulyakovskii, R. Analytic instanton solutions in two-dimensional field models / R. Shulyakovskii // *Phys. Part. Nucl. Lett.* – 2008. – Vol. 147, N 5. – P. 417–419. <https://doi.org/10.1134/s1547477108050014>
8. Боголюбов, Н. Н. Введение в теорию квантованных полей / Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. – М., 1984. – 600 с.

### References

1. Sokolov A. A., Ternov I. M., Zhukovsky V. Ch., Borisov A. V. *Gauge fields*. Moscow, 1986. 260 p. (in Russian).
2. Polyakov A. Compact gauge fields and the infrared catastrophe. *Physics Letter B.*, 1975, vol. 59, no. 1, pp. 82–84. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(75\)90162-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(75)90162-8)
3. 't Hooft G. Computation of the quantum effects due to a four-dimensional pseudoparticle. *Physics Review D.*, 1976, vol. 14, no. 12, pp. 3432–3450. <https://doi.org/10.1103/physrevd.14.3432>
4. Simonov Y. A. The confinement. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 1996, vol. 166, no. 4, pp. 337–362. <https://doi.org/10.3367/ufnr.0166.199604a.0337>
5. Adloff C. [et al.], The H1 Collaboration. Search for QCD instanton-induced processes in deep-inelastic scattering at HERA. *European Physical Journal C.*, 2002, vol. 25, no. 4, pp. 495–509. <https://doi.org/10.1140/epjc/s2002-01039-8>
6. Dyakonov D. I., Petrov V. Yu. A theory of light quarks in the instanton vacuum. *Nuclear Physics B.*, 1986, vol. 272, no. 2, pp. 457–489. [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(86\)90011-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(86)90011-8)
7. Shulyakovskii R. Analytic instanton solutions in two-dimensional field models. *Physisc of Particles and Nuclei Letters*, 2008, vol. 147, no. 5, pp. 417–419. <https://doi.org/10.1134/s1547477108050014>
8. Bogoliubov N. N., Shirkov D. V. *Introduction to the theory of quantized fields*. Moscow, 1984. 600 p. (in Russian).

**Информация об авторах**

*Шохонов Денис Александрович* – мл. науч. сотрудник. Институт прикладной физики НАН Беларуси (ул. Академическая, 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: d.shohonov@gmail.com.

*Шуляковский Роман Георгиевич* – канд. физ.-мат. наук, доцент, директор. Институт прикладной физики НАН Беларуси (ул. Академическая, 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: shulyakovsky@iaph.bas-net.by.

**Information about the authors**

*Shohonov Denis A.* – Junior researcher. Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: d.shohonov@gmail.com.

*Shulyakovsky Roman G.* – Ph. D. (Physics and Mathematics), Assistant Professor, Director. Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: shulyakovsky@iaph.bas-net.by.