

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

МИНСК. БЕЛОРУССКАЯ НАУКА. 2022. ТОМ 66. № 5

Выходит шесть номеров в год

Журнал основан в июле 1957 года

Учредитель – Национальная академия наук Беларуси

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,
свидетельство о регистрации № 387 от 18.05.2009.

*Входит в Перечень научных изданий Республики Беларусь
для опубликования результатов диссертационных исследований, включен в базу данных
Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)*

Главный редактор

Владимир Григорьевич Гусаков

Председатель Президиума Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

Редакционная коллегия

А. В. Кильчевский

заместитель Председателя Президиума Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
(заместитель главного редактора)

Т. П. Петрович

(ведущий редактор журнала)

С. В. Абламейко – Белорусский государственный университет, Республика Беларусь

П. А. Витязь – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

И. Д. Вологовский – Институт биофизики и клеточной инженерии Национальной академии наук Беларуси,
Республика Беларусь

С. В. Гапоненко – Белорусский республиканский фонд фундаментальных исследований, Республика Беларусь

А. Я. Григорьев – Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого Национальной академии
наук Беларуси, Республика Беларусь

С. В. Губкин – Институт физиологии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

А. Е. Дайнеко – Белорусский национальный технический университет, Республика Беларусь

Н. Желев – Абертейский университет, Соединенное Королевство Великобритании и Северной Ирландии

В. Г. Залесский – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

А. И. Иванец – Министерство образования Республики Беларусь, Республика Беларусь

Н. С. Казак – Научно-производственное объединение «Оптика, оптоэлектроника и лазерная техника»,
Республика Беларусь

Н. Н. Казанский – Институт лингвистических исследований Российской академии наук, Российская Федерация

С. П. Карпов – Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Российская Федерация

С. Я. Килин – Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
(заместитель главного редактора)

А. А. Коваленя – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

В. И. Корзюк – Белорусский государственный университет, Республика Беларусь

В. В. Лапа – Институт почвоведения и агрохимии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

М. Ларссон – Университетский научный центр Алба Нова Стокгольмского университета, Королевство Швеция

- А. П. Ласковнев** – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
В. Ф. Логинов – Институт природопользования Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
Г. Маркрам – Институт мозга, Центр неврологии и технологии Швейцарского федерального института технологий, Швейцария
А. А. Махнач – Институт геологии, Республика Беларусь
А. Г. Наумовец – Институт физики Национальной академии наук Украины, Украина
В. А. Орлович – Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
В. Н. Пармон – Российская академия наук, Российская Федерация
О. Г. Пенязьков – Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
И. Д. Рашаль – Институт биологии Латвийского университета, Латвийская Республика
Б. А. Ривжа – Латвийская академия сельскохозяйственных и лесных наук, Латвийская Республика
В. А. Садовничий – Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Российская Федерация
А. М. Сергеев – Российская академия наук, Российская Федерация
Н. С. Сердюченко – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
В. И. Торчик – Центральный ботанический сад Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
А. В. Тузиков – Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
Тьяу Ван Минь – Вьетнамская академия наук и технологий, Социалистическая Республика Вьетнам
С. А. Усанов – Институт биоорганической химии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
Ю. С. Харин – Научно-исследовательский институт прикладных проблем математики и информатики, Республика Беларусь
Л. В. Хотылева – Институт генетики и цитологии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
А. Цайлингер – Австрийская академия наук, Австрийская Республика
С. А. Чижик – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
(*заместитель главного редактора*)
И. П. Шейко – Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по животноводству, Республика Беларусь
В. И. Янчевский – Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

Адрес редакции:

*ул. Академическая, 1, к. 119, 220072, Минск, Республика Беларусь.
Тел.: +375 17 272-19-19; e-mail: doklady_nanb@mail.ru
doklady.belnauka.by*

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ. 2022. Т. 66. № 5

Выходит на русском, белорусском и английском языках

Редактор Т. П. Петрович
Компьютерная верстка Н. И. Кашуба

Сдано в набор 10.10.2022. Выпуск в свет 27.10.2022. Формат 60×84¹/₈. Бумага офсетная. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 10,23. Уч.-изд. л. 11,3. Тираж 138 экз. Заказ 200.

Цена: индивидуальная подписка – 12,66 руб.; ведомственная подписка – 29,74 руб.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/18 от 02.08.2013. ЛП № 02330/455 от 30.12.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220084, г. Минск.

© РУП «Издательский дом «Беларуская навука».
Доклады НАН Беларуси, 2022

DOKLADY OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

MINSK. BELARUSKAYA NAVUKA. 2022. Vol. 66. No. 5

Published bimonthly

The journal has been published since July, 1957

Founder – National Academy of Sciences of Belarus

The journal is registered on May 18, 2009 by the Ministry of Information of the Republic of Belarus
in the State Registry of Mass Media, reg. no. 387.

*The journal included in the List of Journal for Publication of the Results of Dissertation Research
in the Republic of Belarus and in the Database of Russian Science Citation Index (RSCI)*

E d i t o r - i n - C h i e f

Vladimir G. Gusakov

Chairman of the Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

E d i t o r i a l B o a r d

Alexander V. Kilchevsky

Vice Chairman of the Presidium of the National Academy of Sciences
of Belarus, Republic of Belarus (*Associate Editor-in-Chief*)

Tatiana P. Petrovich

(*Lead editor*)

Sergey V. Ablameyko – Belarusian State University, Republic of Belarus

Chau Van Minh – Vietnam Academy of Science and Technology, Vietnam

Sergey A. Chizhik – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

(*Associate Editor-in-Chief*)

Alexey Ye. Dayneko – Belarusian National Technical University, Republic of Belarus

Sergey V. Gaponenko – Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research, Republic of Belarus

Andrey Ya. Grigoriev – Institute of Mechanics of Metal-Polymeric Systems named after V. A. Bely of the National
Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

Sergey V. Gubkin – Institute of Physiology of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

Andrei I. Ivanets – Ministry of education of the Republic of Belarus, Republic of Belarus

Sergey P. Karpov – Lomonosov Moscow State University, Russian Federation

Nikolay S. Kazak – State Research and Production Association “Optics, Optoelectronics and Laser Technics”,
Republic of Belarus

Nikolay N. Kazansky – Institute for Linguistic Studies of the Russian Academy of Sciences, Russian Federation

Yuri S. Kharin – Research Institute of Applied Problems of Mathematics and Informatics, Republic of Belarus

Lyubov V. Khotylova – Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus,
Republic of Belarus

Sergey Ya. Kilin – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
(*Associate Editor-in-Chief*)

Viktor I. Korzuyk – Belarusian State University, Republic of Belarus

- Alexander A. Kovalenya** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Vitaly V. Lapa – Institute for Soil Science and Agrochemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Mats Larsson – Alba Nova University Center of the University of Stockholm, Sweden
Alexander P. Laskovnev – Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Vladimir F. Loginov – Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Anatoly A. Makhnach – Institute of Geology, Republic of Belarus
Henry Markram – Brain Institute, Center for Neurology and Technology of the Swiss Federal Institute of Technology, Switzerland
Anton G. Naumovets – Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine
Valentin A. Orlovich – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Valentin N. Parmon – Russian Academy of Sciences, Russian Federation
Oleg G. Penyazkov – A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Isaak D. Rashal – Institute of Biology of the University of Latvia, Latvia
Baiba A. Rivza – Latvian Academy of Agricultural and Forestry Sciences, Latvia
Viktor A. Sadovnichiy – Lomonosov Moscow State University, Russian Federation
Nikolay S. Serdyuchenko – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Alexander M. Sergeev – Russian Academy of Sciences, Russian Federation
Ivan P. Sheyko – Scientific and Practical Center for Animal Breeding, Republic of Belarus
Vladimir I. Torchik – Central Botanical Garden of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Alexander V. Tuzikov – United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Sergey A. Usanov – Institute of Bioorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Petr A. Vityaz – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Igor D. Volotovskiy – Institute of Biophysics and Cell Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Vitali G. Zaleski – Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Anton Zeilinger – Austrian Academy of Sciences, Austria
Nikolas Zhelev – Abertay University, United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

Address of the Editorial Office:

1, Akademicheskaya Str., room 119, 220072, Minsk, Republic of Belarus.

Phone: +375 17 272-19-19; e-mail: doklady_nanb@mail.ru

doklady.belnauka.by

DOKLADY OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS. 2022. Vol. 66. No. 5

Printed in Russian, Belarusian and English languages

Editor T. P. Petrovich
Computer Imposition N. I. Kashuba

Sent for press 10.10.2022. Output 27.10.2022. Format 60×84¹/₈. Offset paper.
Digital press. Printed sheets 10.23. Publisher's signatures 11.3. Circulation 138 copies. Order 200.
Price: individual subscription – 12.66 BYN, departmental subscription – 29.74 BYN.

Publisher and printing execution:

Republican unitary enterprise "Publishing House "Belaruskaya Navuka".
Certificate on the state registration of the publisher, manufacturer, distributor of printing editions
no. 1/18 dated of August 2, 2013. License for press no. 02330/455 dated of December 30, 2013.
40, F. Skorina Str., 220084, Minsk, Republic of Belarus.

© RUE "Publishing House "Belaruskaya Navuka".
Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Белокурский М. С.** Периодические и почти периодические решения уравнений Риккати с линейной отражающей функцией 479

ИНФОРМАТИКА

- Баркетов М. С.** Полиномиальный рандомизированный алгоритм для задачи «Асимметричный коммивояжер» 489

ФИЗИКА

- Новицкий Д. В., Гапоненко С. В.** Влияние плотности фотонных состояний на сдвиг Лэмба в плазме 495

ХИМИЯ

- Глазов И. Е., Крутько В. К., Мусская О. Н., Кулак А. И.** Стабилизация аморфного состояния карбонат-фосфатов кальция фосфат-ионами 501

БИОЛОГИЯ

- Винтер М. А., Казловский И. С., Зинченко А. И.** Гетерологичная экспрессия диаденилатциклазы в виде телец включения, обладающих ферментативной активностью 509

- Орловская О. А., Вакула С. И., Яцевич К. К., Хотылёва Л. В., Кильчевский А. В.** Показатели продуктивности и питательной ценности зерна у генотипов пшеницы с различными аллелями гена *NAM-B1* 517

МЕДИЦИНА

- Киндалёва О. Г., Пронько Т. П., Добродей М. А., Губкин С. В.** Прогностическая роль параметров жесткости артерий у пациентов с артериальной гипертензией, включая лиц с отягощенным анамнезом по инфаркту головного мозга 525

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

- Айзберг Р. Е., Грибик Я. Г., Гарецкий Р. Г.** Западное структурное замыкание Припятско-Днепровско-Донецкого авлакогена 533

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

- Ильющенко А. Ф., Прохоров О. А., Кривуленко Н. В.** Повышение эффективности уплотнения в технологиях изготовления высокоплотных углерод-углеродных композиционных материалов 544

АГРАРНЫЕ НАУКИ

- Шейко И. П., Тимошенко В. Н., Богданович Д. М., Климец Н. В., Песоцкий Н. И., Шеметовец Ж. И., Музыка А. А.** Основные хозяйственно полезные признаки коров заводских линий Букем 66636657 и Блитц 17013604 голштинской породы молочного скота отечественной селекции 552

CONTENTS*MATHEMATICS*

- Belokursky M. S.** Periodic and almost periodic solutions of the Riccati equations with linear reflecting function 479

INFORMATICS

- Barketau M. S.** Polynomial randomized algorithm for the asymmetric travelling salesman problem 489

PHYSICS

- Novitsky D. V., Gaponenko S. V.** Photon density of states effect on Lamb shift in plasmas 495

CHEMISTRY

- Glazov I. E., Krut'ko V. K., Musskaya O. N., Kulak A. I.** Stabilization of the amorphous state of calcium carbonate-phosphates by phosphate ions 501

BIOLOGY

- Vinter M. A., Kazlouski I. S., Zinchenko A. I.** Heterologous expression of diadenylate cyclase in the form of inclusion bodies with enzymatic activity 509

- Orlovskaya O. A., Vakula S. I., Yatsevich K. K., Khotyleva L. V., Kilchevsky A. V.** Productivity and grain nutritional value traits in wheat genotypes with different *NAM-B1* gene allelic variations 517

MEDICINE

- Kindaliouva V. G., Pronko T. P., Dobrodey M. A., Gubkin S. V.** Predictive significance of a complex approach in determining the vascular wall stiffness parameters in patients with arterial hypertension and in patients with arterial hypertension after ischemic stroke 525

EARTH SCIENCES

- Aizberg R. E., Gribik Ya. G., Garetsky R. G.** Western structural closing of the Pripjat–Dneprov–Donetsk aulacogen 533

TECHNICAL SCIENCES

- Ilyushchenko A. F., Prokhorov O. A., Krivulenko N. V.** Increasing the densification efficiency in the manufacturing technologies of high-density carbon-carbon composite materials 544

AGRARIAN SCIENCES

- Sheiko I. P., Tsimashenka U. N., Bagdanovich D. M., Klimets N. V., Pyasotski N. I., Shemetavets Zh. I., Muzyka A. A.** Main economic traits of cows of the factory lines Bukem 66636657 and Blitz 17013604 of the Holstein breed of dairy cattle of domestic selection 552

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

МАТЕМАТИКА
MATHEMATICS

УДК 517.925
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-479-488>

Поступило в редакцию 04.05.2022
Received 04.05.2022

М. С. Белокурский

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель, Республика Беларусь

**ПЕРИОДИЧЕСКИЕ И ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ РИККАТИ
С ЛИНЕЙНОЙ ОТРАЖАЮЩЕЙ ФУНКЦИЕЙ**

(Представлено академиком Н. А. Изобовым)

Аннотация. Исследуется уравнение Риккати с помощью метода отражающей функции Мироненко. Предварительно осуществляется построение класса уравнений Риккати, обладающих отражающей функцией определенного вида. В этом направлении, в частности, найдены необходимые и достаточные условия того, чтобы уравнение Риккати имело линейную по фазовой переменной отражающую функцию. Эти условия носят конструктивный характер, поскольку на их основе получена формула, которая выражает линейную по фазовой переменной отражающую функцию через коэффициенты уравнения Риккати. Дополнительно исследована зависимость между свойством четности (нечетности) коэффициентов уравнения Риккати и наличием у него линейной по фазовой переменной отражающей функции. Применение метода отражающей функции Мироненко к построенному классу уравнений Риккати позволило установить достаточные условия, при выполнении которых все его решения являются периодическими либо почти периодическими. Найден признак отсутствия периодических решений у почти периодических уравнений Риккати. Приведен пример квазипериодического уравнения Риккати с квазипериодической отражающей функцией, которое имеет периодическое решение.

Ключевые слова: отражающая функция Мироненко, периодическое решение, почти периодическое решение, уравнение Риккати, квазипериодическое решение, линейная отражающая функция

Для цитирования. Белокурский, М. С. Периодические и почти периодические решения уравнений Риккати с линейной отражающей функцией / М. С. Белокурский // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 479–488. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-479-488>

Maksim S. Belokursky

Francisk Skorina Gomel State University, Gomel, Republic of Belarus

**PERIODIC AND ALMOST PERIODIC SOLUTIONS OF THE RICCATI EQUATIONS
WITH LINEAR REFLECTING FUNCTION**

(Communicated by Academician Nikolay A. Izobov)

Abstract. The method of Mironenko's reflecting function is used for investigation of Riccati equations. The class of Riccati equations with certain-type reflecting function has been preliminarily constructed. The necessary and sufficient conditions, under which the Riccati equation would have a reflecting function linear in phase variable, are proved. These conditions are constructive in nature, since on their basis the formula is obtained, which shows the linear in phase variable reflecting function in terms of the coefficients of the Riccati equation. Additionally, the relationship between the parity (oddness) property of the coefficients of the Riccati equation and the existence of a reflecting function linear in phase variable is investigated. The application of the method of Mironenko's reflecting function to the constructed class of Riccati equations revealed sufficient conditions, under which all its solutions are periodic or almost periodic. A sign of no periodic solutions for almost periodic Riccati equations is obtained. An example of the quasi-periodic Riccati equation with quasi-periodic reflecting function, which has a periodic solution, is given.

Keywords: Mironenko's reflecting function, periodic solution, almost periodic solution, Riccati equation, quasiperiodic solution, linear reflecting function

For citation. Belokursky M. S. Periodic and almost periodic solutions of the Riccati equations with linear reflecting function. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 479–488 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-479-488>

Введение. Метод отражающей функции является современным инструментом, который успешно применяется для качественного исследования дифференциальных уравнений. Так, отражающая функция позволяет судить о существовании и устойчивости периодических решений периодических дифференциальных систем, а также решать краевые задачи и исследовать проблему центра-фокуса [1–4]. Кроме фундаментальных исследований, отражающую функцию используют и в прикладных областях математики [5]. В последнее время особый интерес вызывают не только периодические, но и почти периодические решения дифференциальных уравнений и систем [6–8]. Интересные результаты удастся получить в этой области с применением отражающей функции [9; 10].

Отражающая функция [11, с. 62] дифференциального уравнения определяется через общее решение в форме Коши $x = \varphi(t; t_0, x_0)$ по формуле $F(t, x) = \varphi(-t; t, x)$. Известно [11, с. 63], что функция $F(t, x)$ будет отражающей функцией дифференциальной системы с правой частью $X(t, x)$ тогда и только тогда, когда она удовлетворяет основному соотношению

$$F_t + F_x X(t, x) + X(-t, F) = 0, \quad F(0, x) \equiv x. \quad (1)$$

Несмотря на то что решить аналитически подавляющее большинство дифференциальных уравнений невозможно, разработаны методы, позволяющие строить отражающую функцию даже для тех уравнений, которые не интегрируются в квадратурах.

К таким дифференциальным уравнениям относится и уравнение Риккати, которое, как известно, в общем случае не интегрируется в квадратурах. Интерес к уравнениям Риккати обусловлен физической интерпретацией их решений. Например, в электродинамике слоистых сред, в теории многоволновых линий связи и в гидравлике трубопроводов решения уравнения Риккати описывают импеданс или коэффициент отражения, матрицу рассеяния электромагнитных волн и стохастическую матрицу диффузионного процесса [12, с. 6]. Кроме того, к уравнениям Риккати приводят такие задачи, как проблема приведения дифференциальных систем к системам с блочно-треугольной матрицей линейного приближения, а также задача оптимального управления для линейных систем с квадратичным критерием качества [13]. В [14] указан случай, когда с помощью метода отражающей функции можно найти начальные данные периодических решений уравнений Риккати.

В настоящей работе рассматриваются вопросы наличия и построения для уравнений Риккати отражающей функции наиболее простого вида – линейного по фазовой переменной. С помощью метода Мироненко получены условия существования периодических и почти периодических решений у периодических и почти периодических уравнений Риккати.

Существование линейной отражающей функции уравнения Риккати. Согласно [9] если уравнение Риккати имеет линейную отражающую функцию, то его старший коэффициент равен $b(t)e^{\beta(t)}$, где $b(t)$, $\beta(t)$ – нечетные непрерывно дифференцируемые функции. При этом мы считаем, что $b(t)$ может обращаться в нуль только в изолированных точках. Поэтому будем рассматривать уравнение Риккати вида

$$\dot{x} = b(t)e^{\beta(t)}x^2 + B(t)x + C(t), \quad t \in \mathbb{R}, \quad (2)$$

где $B(t), C(t)$ – непрерывно дифференцируемые функции. Наряду с уравнением Риккати рассмотрим линейную по фазовой переменной x функцию

$$F(t, x) = f(t) + g(t)x, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (3)$$

где $f(t), g(t)$ – дифференцируемые функции. Найдем условия на коэффициенты $B(t), C(t)$, необходимые и достаточные для того чтобы уравнение Риккати (2) имело линейную отражающую функцию вида (3). Справедлива

Т е о р е м а 1. Пусть коэффициенты уравнения (2) непрерывно дифференцируемы на \mathbb{R} . Для того чтобы уравнение Риккати (2) имело линейную по фазовой переменной отражающую функцию, определенную на всей числовой прямой, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

- 1) функция $\frac{e^{\beta(t)}}{2b(t)}(2\dot{\beta}(t) + B(t) + B(-t))$ доопределяется до дифференцируемой на \mathbb{R} функции $f(t)$, которая обращается в нуль при $t = 0$;
- 2) имеют место равенства

$$(2\dot{\beta}(t) + B(t) + B(-t)) \left(-\frac{2\dot{b}(t)}{b(t)} + B(-t) - B(t) \right) + 2(2\ddot{\beta}(t) + \dot{B}(t) - \dot{B}(-t)) + 4b(t)(e^{\beta(t)}C(t) + e^{-\beta(t)}C(-t)) = 0, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (4)$$

и

$$\dot{\beta}(0) + B(0) = 0. \quad (5)$$

При этом линейная отражающая функция (3) имеет вид

$$F(t, x) = \frac{e^{\beta(t)}}{2b(t)}(2\dot{\beta}(t) + B(t) + B(-t)) + e^{2\beta(t)}x. \quad (6)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Для доказательства теоремы, согласно [11, с. 63], достаточно проверить основное соотношение (1) для отражающей функции (3), считая $X(t, x) = b(t)e^{\beta(t)}x^2 + B(t)x + C(t)$. Подставим функцию (3) в первое равенство из (1):

$$\dot{f}(t) + \dot{g}(t)x + g(t)(b(t)e^{\beta(t)}x^2 + B(t)x + C(t)) - b(t)e^{-\beta(t)}(f(t) + g(t)x)^2 + B(-t)(f(t) + g(t)x) + C(-t) = 0.$$

Раскрываем скобки и приводим подобные члены по степеням x :

$$(g(t)b(t)e^{\beta(t)} - g^2(t)b(t)e^{-\beta(t)})x^2 + (\dot{g}(t) + g(t)B(t) - 2f(t)g(t)b(t)e^{-\beta(t)} + g(t)B(-t))x + \dot{f}(t) + g(t)C(t) - f^2(t)b(t)e^{-\beta(t)} + f(t)B(-t) + C(-t) = 0.$$

Функция (3) будет отражающей функцией уравнения (2) тогда и только тогда, когда записанное выше соотношение выполняется тождественно по t и x [11, с. 63]. В силу линейной независимости степеней x последнее тождество распадается на три соотношения:

$$\begin{aligned} g(t)b(t)e^{\beta(t)} - g^2(t)b(t)e^{-\beta(t)} &= 0, \\ \dot{g}(t) + g(t)B(t) - 2f(t)g(t)b(t)e^{-\beta(t)} + g(t)B(-t) &= 0, \\ \dot{f}(t) + g(t)C(t) - f^2(t)b(t)e^{-\beta(t)} + f(t)B(-t) + C(-t) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Основное соотношение (1) включает в себя также и начальное условие $F(0, x) \equiv x$, из которого следует, что $g(t) \neq 0$. Тогда из первого равенства системы (7) находим

$$g(t) = e^{2\beta(t)}. \quad (8)$$

Действительно, в нашем случае функции $g(t)$ и $b(t)$ – дифференцируемы, а $b(t)$ даже непрерывно дифференцируемая. В тех точках, где $g(t)$ и $b(t)$ не обращаются в нуль, равенство (8) верно. В изолированных точках, где $g(t)b(t) = 0$, это равенство также выполняется. В самом деле, если при $t = \tau_0$ $g(\tau_0)b(\tau_0) = 0$, то при $t \neq \tau_0$, но близких к τ_0 , мы в силу непрерывности $g(t)$ должны положить $g(\tau_0) = \lim_{t \rightarrow \tau_0} g(t) = \lim_{t \rightarrow \tau_0} e^{2\beta(t)} = e^{2\beta(\tau_0)}$.

Подставляя найденную функцию $g(t)$ в остальные соотношения системы (7), получаем систему

$$\begin{aligned} 2\dot{\beta}(t)e^{2\beta(t)} + e^{2\beta(t)}B(t) - 2f(t)b(t)e^{\beta(t)} + e^{2\beta(t)}B(-t) &= 0, \\ \dot{f}(t) + e^{2\beta(t)}C(t) - f^2(t)b(t)e^{-\beta(t)} + f(t)B(-t) + C(-t) &= 0. \end{aligned}$$

Из первого соотношения последней системы при $b(t) \neq 0$ выражаем функцию

$$f(t) = \frac{e^{\beta(t)}}{2b(t)}(2\dot{\beta}(t) + B(t) + B(-t)). \quad (9)$$

По предположению о существовании отражающей функции, существует функция, определенная и дифференцируемая на всем \mathbb{R} и совпадающая с правой частью (9) при $b(t) \neq 0$, а это и означает выполнение условия 1).

Далее подставляем функцию $f(t)$ во второе равенство последней системы, и после ряда несложных преобразований получаем условие (4). Условие $F(0, x) \equiv x$ для отражающей функции (3) принимает вид

$$f(0) = 0, \quad g(0) = 1.$$

Отсюда для найденных функций (8) и (9) имеем условие (5).

Подставляя функции (8) и (9) в (3), находим линейную отражающую функцию (6).

Остается отметить, что согласно [11, с. 63] основное соотношение для отражающей функции является как необходимым, так и достаточным условием для отражающей функции. Таким образом, основное соотношение выполнено, и теорема доказана.

В качестве примера рассмотрим уравнение

$$\dot{x} = -2te^t x^2 - (2t \sin t + 1)x + e^{-t} \left(3t^5 - \frac{1}{2} \cos t \right). \quad (10)$$

Здесь $b(t) = -2t$, $\beta(t) = t$, $B(t) = -2t \sin t - 1$, $C(t) = e^{-t} \left(3t^5 - \frac{1}{2} \cos t \right)$. Чтобы узнать, является ли отражающая функция уравнения (10) линейной, проверим справедливость условий теоремы 1.

Итак, первое условие:

$$\frac{e^t}{2(-2t)}(2 + (-2t \sin t - 1) + (-2t \sin t - 1)) = e^t \sin t.$$

Полученная функция является дифференцируемой и обращается в нуль при $t = 0$, т. е. условие 1) выполнено. Второе условие:

$$\begin{aligned} (2 - 2t \sin t - 1 - 2t \sin t - 1) \left(-\frac{2(-2)}{-2t} - 2t \sin t - 1 + 2t \sin t + 1 \right) + 4(-2) \left(e^t e^{-t} \left(3t^5 - \frac{1}{2} \cos t \right) + \right. \\ \left. + e^t e^{-t} \left(-3t^5 - \frac{1}{2} \cos t \right) \right) = -4t \sin t \left(\frac{-2}{t} \right) - 8 \sin t - 8t \cos t - 8t(-\cos t) = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, условие (4) выполнено. Кроме этого,

$$\dot{\beta}(0) + B(0) = 1 + (0 - 1) = 0.$$

Следовательно, условие (5) также выполняется.

Значит уравнение (10) имеет линейную отражающую функцию, и ее можно построить по формуле (6):

$$F(t, x) = e^t \sin t + e^{2t} x.$$

Далее выясним связь между четностью или нечетностью коэффициентов $B(t), C(t)$ уравнения (2) и наличием у него линейной отражающей функции.

Согласно [9] все уравнения Риккати, имеющие линейную отражающую функцию вида (3), записываются в виде

$$\dot{x} = b(t)e^{\beta(t)}x^2 + (c(t) + \alpha(t)b(t) - \dot{\beta}(t))x + e^{-\beta(t)}\left(d(t) + \frac{1}{2}\alpha(t)c(t) - \frac{1}{2}\dot{\alpha}(t)\right), \quad (11)$$

где $c(t), d(t), \alpha(t)$ – произвольные непрерывно дифференцируемые нечетные функции. Отсюда

$$B(t) = c(t) + \alpha(t)b(t) - \dot{\beta}(t), \quad C(t) = e^{-\beta(t)}\left(d(t) + \frac{1}{2}\alpha(t)c(t) - \frac{1}{2}\dot{\alpha}(t)\right).$$

Пусть $C(t)$ является нечетной функцией. Тогда $\beta(t) \equiv 0$ и $\alpha(t) \equiv 0$.

В самом деле, функция $e^{-\beta(t)}$, вообще говоря, не является ни четной, ни нечетной. Поэтому для четности функции $C(t)$ необходимо, чтобы выполнялось тождество $\beta(t) \equiv 0$. Кроме того, должно выполняться тождество $\alpha(t)c(t) - \dot{\alpha}(t) \equiv 0$, из которого следует, что нечетная функция $\alpha(t)$ имеет вид $\alpha(t) = e^{\int c(t)dt} \text{const}$. Последнее возможно лишь в том случае, когда $\alpha(t) \equiv 0$. Тогда функция $B(t)$ имеет вид $B(t) = c(t)$. Следовательно, функция $B(t)$ – нечетная. При этом она может быть, в частности, и тождественным нулем, если $c(t) \equiv 0$.

Рассмотрим теперь случай, когда $C(t)$ является четной функцией. Тогда, аналогично тому, как показано в предыдущем случае, имеем тождество $\beta(t) \equiv 0$. Поэтому

$$C(t) = d(t) + \frac{1}{2}\alpha(t)c(t) - \frac{1}{2}\dot{\alpha}(t).$$

Так как функция $d(t)$ – нечетная, то для четности функции $C(t)$ необходимо выполнение тождества $d(t) \equiv 0$. Тогда для коэффициентов $C(t)$ и $B(t)$ получим представления

$$C(t) = \frac{1}{2}\alpha(t)c(t) - \frac{1}{2}\dot{\alpha}(t), \quad B(t) = c(t) + \alpha(t)b(t). \quad (12)$$

Отсюда возможны три случая. Если $c(t) \equiv 0$, то $B(t)$ – четная функция. Если $c(t) \neq 0$, и произведение $\alpha(t)b(t)$ не тождественный ноль, то $B(t)$ не является ни четной, ни нечетной. Если же $c(t) \neq 0$, и произведение $\alpha(t)b(t) \equiv 0$, то $B(t)$ – нечетная функция.

Таким образом доказана

Т е о р е м а 2. Пусть коэффициенты $B(t)$ и $C(t)$ уравнения Риккати (2) непрерывно дифференцируемы на \mathbb{R} и отражающая функция уравнения (2) является линейной. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) если коэффициент $C(t)$ – нечетная функция, то коэффициент $B(t)$ – нечетная функция;
- 2) если коэффициент $C(t)$ – четная функция, то коэффициент $B(t)$ – произвольная функция;

в таком случае эти коэффициенты связаны соотношениями (12).

Периодические и почти периодические решения уравнения Риккати. Под периодом определенной на всей числовой оси функции $a(t)$ будем понимать такое действительное число $T > 0$, что для всех значений переменной выполняется равенство $a(t + T) = a(t)$.

Т е о р е м а 3. Пусть коэффициенты $b(t), \beta(t), B(t), C(t)$ уравнения Риккати (2) непрерывно дифференцируемы на \mathbb{R} и являются 2ω -периодическими. Если отражающая функция уравнения (2) линейная, то все его решения будут 2ω -периодическими.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть отражающая функция уравнения (2) является линейной. Тогда, согласно теореме 1, она имеет вид (6).

Так как, по условию, функции $b(t), \beta(t), B(t), C(t)$ – 2ω -периодические, отражающая функция (6) будет 2ω -периодической по t . Тогда, согласно [11, с. 67], все решения уравнения (2) являются 2ω -периодическими. Теорема доказана.

Теорему 3 иллюстрирует уравнение

$$\dot{x} = x^2 \sin t + x(e^{\cos t} \sin 2t + \sin t \sin 3t) + \frac{\sin 4t}{1 + \cos^2 3t} + \frac{1}{2}e^{\cos t} \sin 2t \sin 3t - \frac{3}{2} \cos 3t,$$

коэффициенты которого являются 2π -периодическими, а отражающая функция является линейной и имеет вид $F(t, x) = x + \sin 3t$. Отметим, что основным периодом отражающей функции

является число $\frac{2\pi}{3}$, однако число 2π также является ее периодом. Поэтому по тереме 3 все решения этого уравнения будут 2π -периодическими.

Рассмотрим частные случаи линейной отражающей функции (6), определяемой теоремой 1. Если $\beta(t) \equiv 0$, то отражающая функция (6) принимает вид

$$F(t, x) = \frac{B(t) + B(-t)}{2b(t)} + x, \quad (13)$$

а если $2\dot{\beta}(t) + B(t) + B(-t) \equiv 0$, то

$$F(t, x) = e^{2\beta(t)} x. \quad (14)$$

У т в е р ж д е н и е. Пусть уравнение Риккати (2) с непрерывно дифференцируемой правой частью имеет линейную отражающую функцию (13) или (14). Для того чтобы уравнение (2) имело хотя бы одно 2ω -периодическое решение $x_0(t)$, необходимо, чтобы линейная отражающая функция (13) или (14) была 2ω -периодической по t .

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть уравнение (2) имеет 2ω -периодическое решение $x_0(t)$ и отражающая функция этого уравнения линейна и представима в виде (13). Согласно [11, с. 63] для любого решения $x(t)$ уравнения, имеющего отражающую функцию $F(t, x)$, справедливо тождество

$$F(t, x(t)) \stackrel{t}{\equiv} x(-t).$$

Тогда для решения $x_0(t)$ последнее тождество примет вид

$$\frac{B(t) + B(-t)}{2b(t)} + x_0(t) \stackrel{t}{\equiv} x_0(-t). \quad (15)$$

Так как 2ω является периодом решения $x_0(t)$, то из определения периодичности и тождества (15) следует, с одной стороны,

$$x_0(-t - 2\omega) \stackrel{t}{\equiv} \frac{B(t + 2\omega) + B(-t - 2\omega)}{2b(t + 2\omega)} + x_0(t + 2\omega) \stackrel{t}{\equiv} \frac{B(t + 2\omega) + B(-t - 2\omega)}{2b(t + 2\omega)} + x_0(t),$$

а с другой стороны,

$$x_0(-t - 2\omega) \stackrel{t}{\equiv} x_0(-t) \stackrel{t}{\equiv} \frac{B(t) + B(-t)}{2b(t)} + x_0(t).$$

Из последних двух тождеств получаем

$$\frac{B(t) + B(-t)}{2b(t)} + x_0(t) \stackrel{t}{\equiv} \frac{B(t + 2\omega) + B(-t - 2\omega)}{2b(t + 2\omega)} + x_0(t).$$

Следовательно,

$$\frac{B(t + 2\omega) + B(-t - 2\omega)}{2b(t + 2\omega)} \stackrel{t}{\equiv} \frac{B(t) + B(-t)}{2b(t)},$$

т. е. линейная отражающая функция (13) является 2ω -периодической.

Для случая линейной отражающей функции (14) доказательство аналогично. Таким образом, утверждение доказано.

Для линейной отражающей функции общего вида (6) утверждение неверно. Из утверждения следует, что уравнение (2) с линейной отражающей функцией вида (13) или (14) не имеет периодических решений, если эта отражающая функция не является периодической. С точки зрения задач, решаемых в данном сообщении, интерес представляет следующий результат.

С л е д с т в и е. Пусть уравнение Риккати (2) с непрерывно дифференцируемыми и квазипериодическими коэффициентами имеет линейную квазипериодическую отражающую функцию (13) или (14), частотный базис которой содержит не менее двух частот. Тогда уравнение (2) не имеет периодических решений.

З а м е ч а н и е. Следствие остается в силе и в случае почти периодической по t отражающей функции, отличной от периодической и почти периодического уравнения (2).

Чтобы показать, что следствие не имеет места для общего линейного случая отражающей функции вида (6), построим квазипериодическое уравнение Риккати с квазипериодической отражающей функцией и периодическим решением.

Согласно [9], если отражающая функция $F(t, x)$ какого-либо уравнения является линейной, то ее можно записать в виде $F(t, x) = \alpha(t)e^{\beta(t)} + e^{2\beta(t)}x$, а любое решение уравнения с такой отражающей функцией имеет вид

$$x(t) = e^{-\beta(t)} \left(f(t) - \frac{1}{2} \alpha(t) \right), \tag{16}$$

где $f(t)$ – четная функция, удовлетворяющая некоторому соответствующему уравнению. Так, в случае уравнения Риккати (11) функция $f(t)$ является решением дифференциального уравнения

$$\dot{f} = b(t)f^2 + c(t)f + d(t) - \frac{1}{4} \alpha^2(t)b(t).$$

Возьмем линейную отражающую функцию

$$F(t, x) = 2e^{\sin \sqrt{2}t} \operatorname{sh}(\sin \sqrt{2}t - \sin t) + e^{2\sin \sqrt{2}t} x, \tag{17}$$

у которой $\alpha(t) = 2 \operatorname{sh}(\sin \sqrt{2}t - \sin t)$, $\beta(t) = \sin \sqrt{2}t$. Построим уравнение Риккати, которое имеет периодическое решение и линейную квазипериодическую по t отражающую функцию (17), которая, очевидно, не является периодической. Положим $f(t) = \operatorname{ch}(\sin \sqrt{2}t - \sin t)$. Непосредственной подстановкой можно убедиться, что функция $f(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \dot{f} = & f^2 \sin \sqrt{3}t + f(\sqrt{2} \cos \sqrt{2}t - \cos t) \operatorname{th}(\sin \sqrt{2}t - \sin t) - \\ & -(1 + \operatorname{sh}^2(\sin \sqrt{2}t - \sin t)) \sin \sqrt{3}t. \end{aligned}$$

Используя структуру уравнения (11), в принятых обозначениях построим уравнение

$$\begin{aligned} \dot{x} = & x^2 e^{\sin \sqrt{2}t} \sin \sqrt{3}t + x((\sqrt{2} \cos \sqrt{2}t - \cos t) \operatorname{th}(\sin \sqrt{2}t - \sin t) + \\ & + 2 \sin \sqrt{3}t \operatorname{sh}(\sin \sqrt{2}t - \sin t) - \sqrt{2} \cos \sqrt{2}t) + e^{-\sin \sqrt{2}t} (-\sin \sqrt{3}t + \\ & + \operatorname{sh}(\sin \sqrt{2}t - \sin t)(\sqrt{2} \cos \sqrt{2}t - \cos t) \operatorname{th}(\sin \sqrt{2}t - \sin t) - \\ & - (\sqrt{2} \cos \sqrt{2}t - \cos t) \operatorname{ch}(\sin \sqrt{2}t - \sin t)), \end{aligned}$$

решение которого находим по (16):

$$x(t) = e^{-\sin \sqrt{2}t} (\operatorname{ch}(\sin \sqrt{2}t - \sin t) + \operatorname{sh}(\sin \sqrt{2}t - \sin t)) = e^{-\sin \sqrt{2}t + \sin \sqrt{2}t - \sin t} = e^{-\sin t}.$$

Заметим, что согласно [12, с. 141] найденное решение позволяет проинтегрировать в квадратурах полученное уравнение Риккати.

Рассмотрим почти периодическое уравнение Риккати вида

$$\dot{y} = b(t)e^{\beta(t)}y^2 + (B(t) - 2b(t)e^{\beta(t)}\varphi(t))y + C(t) + \dot{\varphi}(t) + b(t)e^{\beta(t)}\varphi^2(t) - B(t)\varphi(t), \tag{18}$$

где функции $b(t)$, $\beta(t)$, $B(t)$, $C(t)$ – 2ω -периодические, а функция $\varphi(t)$ – почти периодическая.

Т е о р е м а 4. Пусть коэффициенты уравнения Риккати (2) и функция $\varphi(t)$ непрерывно дифференцируемы на \mathbb{R} . Для того чтобы все решения $y(t)$ уравнения (18) были почти периодическими, достаточно, чтобы:

1) функции $b(t)$, $\beta(t)$, $B(t)$, $C(t)$ удовлетворяли условиям (4), (5);

2) функции $b(t)$, $\beta(t)$, $B(t)$, $C(t)$ были 2ω -периодическими, а функция $\varphi(t)$ – почти периодической.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть выполнены условия теоремы. Покажем, что все решения (18) почти периодические. Для этого сделаем в (18) замену переменных $y(t) = x(t) + \varphi(t)$, где $x(t)$ – новая зависимая переменная. Тогда уравнение (18) примет вид

$$\dot{x} + \dot{\varphi} = b(t)e^{\beta(t)}(x^2(t) + 2x(t)\varphi(t) + \varphi^2(t)) + (B(t) - 2b(t)e^{\beta(t)}\varphi(t))(x(t) + \varphi(t)) + C(t) + \dot{\varphi}(t) + b(t)e^{\beta(t)}\varphi^2(t) - B(t)\varphi(t).$$

Откуда после приведения подобных членов получаем 2ω -периодическое уравнение (2).

По предположению для коэффициентов уравнения (2) выполняются условия (4) и (5). Значит, согласно теореме 1, (2) имеет линейную отражающую функцию. Следовательно, по теореме 3, все решения $x(t)$ уравнения (2) являются 2ω -периодическими. Возвращаясь к исходной переменной, находим решение $y(t) = x(t) + \varphi(t)$ уравнения (18).

В силу почти периодичности функции $\varphi(t)$ и периодичности функции $x(t)$ согласно [15, с. 27] полученное решение $y(t)$ уравнения (18) будет почти периодическим. Теорема доказана.

Уравнение

$$\dot{y} = y^2 e^{\sin 2t} \sin t - y(\sin t - 2 \cos 2t - 2e^{\sin 2t} \sin t (\sin \sqrt{3}t - e^{\cos \sqrt{2}t})) + \sqrt{3} \cos \sqrt{3}t + \sqrt{2} e^{\cos \sqrt{2}t} \sin \sqrt{2}t + e^{\sin 2t} \sin t (\sin \sqrt{3}t - e^{\cos \sqrt{2}t})^2 - (\sin t - 2 \cos 2t)(\sin \sqrt{3}t - e^{\cos \sqrt{2}t}). \quad (19)$$

иллюстрирует теорему 4. Найдем коэффициенты $b(t)$, $\beta(t)$, $B(t)$, $C(t)$ уравнения (19) опираясь на строение уравнения (18). Так как $\frac{e^{\sin 2t} \sin t}{e^{\sin 2(-t)} \sin(-t)} = -e^{2 \sin 2t}$, то $\beta(t) = \frac{1}{2} \ln(-e^{2 \sin 2t}) = \sin 2t$. Сле-

довательно, $b(t) = \frac{e^{\sin 2t} \sin t}{e^{\sin 2t}} = \sin t$. Поскольку $\frac{e^{\sin 2t} \sin t (\sin \sqrt{3}t - e^{\cos \sqrt{2}t})^2}{e^{\sin 2t} \sin t} = (\sin \sqrt{3}t - e^{\cos \sqrt{2}t})^2$, то $\varphi(t) = \sin \sqrt{3}t - e^{\cos \sqrt{2}t}$. Тогда $B(t) = \sin t - 2 \cos 2t$, $C(t) \equiv 0$. Проверим условия (4), (5):

$$\begin{aligned} & (2\dot{\beta}(t) + B(t) + B(-t)) \left(-\frac{2\dot{b}(t)}{b(t)} + B(-t) - B(t) \right) + 2(2\dot{\beta}(t) + \dot{B}(t) - \dot{B}(-t)) + \\ & + 4b(t)(e^{\beta(t)}C(t) + e^{-\beta(t)}C(-t)) = (4 \cos 2t + \sin t - 2 \cos 2t - \sin t - 2 \cos 2t) \times \\ & \quad \times \left(-\frac{2 \cos t}{\sin t} - \sin t - 2 \cos 2t - \sin t + 2 \cos 2t \right) + \\ & + 2(2(-4 \sin 2t) + \cos t + 4 \sin 2t - \cos t + 4 \sin 2t) + 4 \sin t (e^{\sin 2t} \cdot 0 + e^{-\sin 2t} \cdot 0) = 0, \\ & \dot{\beta}(0) + B(0) = 2 \cos 0 + \sin 0 - 2 \cos 0 = 0. \end{aligned}$$

В (19) функции $b(t)$, $\beta(t)$, $B(t)$, $C(t)$ – 2π -периодические, а функция $\varphi(t) = \sin \sqrt{3}t - e^{\cos \sqrt{2}t}$ является квазипериодической. Таким образом, все условия теоремы 4 выполнены, и значит, все решения уравнения (19) будут квазипериодическими с базисными частотами 2π , $\frac{2\pi}{\sqrt{2}}$, $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$.

Можно заметить, что после замены $y(t) = x(t) + \sin \sqrt{3}t - e^{\cos \sqrt{2}t}$ уравнение (19) принимает вид

$$\dot{x} = x^2 e^{\sin 2t} \sin t - x(\sin t - 2 \cos 2t). \quad (20)$$

Отражающую функцию уравнения (20) находим по (6)

$$F(t, x) = e^{2 \sin 2t}.$$

Так как и правая часть уравнения (20), и его отражающая функция являются 2π -периодическими, то согласно [11, с. 67] все решения уравнения (20) будут 2π -периодическими. Уравнение (20) является уравнением Бернулли, которое интегрируется в квадратурах. После подстановки найденных 2π -периодических решений $x(t)$ уравнения (20) в формулу $y(t) = x(t) + \sin \sqrt{3}t - e^{\cos \sqrt{2}t}$ получаем квазипериодические решения уравнения (19).

Решения уравнения (18) будут квазипериодическими и в случае, когда функция $\varphi(t)$ – Ω -периодическая при условии иррациональности отношения $\frac{2\omega}{\Omega}$. Если же периоды функций $b(t)$, $\beta(t)$, $B(t)$, $C(t)$ и $\varphi(t)$ соизмеримы, то все решения уравнения (18) окажутся периодическими.

Заклучение. Получены достаточные условия существования периодических, а также почти периодических решений уравнения Риккати. Стоит отметить, что исследование уравнения Риккати носит конструктивный характер, поскольку проведено с использованием коэффициентов и правой части уравнения и их свойств. Соответственно все условия содержат только их, в том числе и формула, по которой можно построить линейную отражающую функцию. Полученные результаты могут быть использованы как для дальнейших исследований в области качественной теории дифференциальных уравнений, так и для непосредственного применения в прикладных областях математики.

Список использованных источников

1. Мироненко, В. И. Классы систем с совпадающими отражающими функциями / В. И. Мироненко // Дифференц. уравнения. – 1984. – Т. 20, № 12. – С. 2173–2176.
2. Zhou, Z. Research on the properties of some planar polynomial differential equations / Z. Zhou // Appl. Math. Comput. – 2012. – Vol. 218, N 9. – P. 5671–5681. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2011.11.062>
3. Zhou, Z. On the structure of the equivalent differential systems and their reflecting integrals / Z. Zhou // Bull. Braz. Math. Soc. (N. S.). – 2017. – Vol. 48, N 3. – P. 439–447. <https://doi.org/10.1007/s00574-016-0026-4>
4. Musafirov, E. V. Reflecting function and periodic solutions of differential systems with small parameter / E. V. Musafirov // Indian J. Math. – 2008. – Vol. 50, N 1. – P. 63–76.
5. Мусафиров, Э. В. Допустимые возмущения системы Лэнгфорда / Э. В. Мусафиров // Проблемы физики, математики и техники. – 2016. – № 3 (28). – С. 47–51.
6. Деменчук, А. К. О существовании частично нерегулярных почти периодических решений линейных неоднородных дифференциальных систем в одном критическом нерезонансном случае / А. К. Деменчук // Дифференц. уравнения. – 2004. – Т. 40, № 5. – С. 590–596.
7. Деменчук, А. К. О частично нерегулярных почти периодических решениях слабо нелинейных обыкновенных дифференциальных систем / А. К. Деменчук // Укр. мат. журн. – 2005. – Т. 57, № 8. – С. 1325–1333.
8. Zhang, C. Ergodicity and asymptotically almost periodic solutions of some differential equations / C. Zhang // Int. J. Math. Math. Sci. – 2001. – Vol. 25, N 12. – P. 787–801. <https://doi.org/10.1155/s016117120100429x>
9. Белокурский, М. С. Почти периодические решения почти периодического уравнения Абеля с линейной отражающей функцией / М. С. Белокурский // Проблемы физики, математики и техники. – 2020. – № 4 (45). – С. 88–90.
10. Белокурский, М. С. Периодическая отражающая функция нелинейной квазипериодической дифференциальной системы с двухчастотным базисом / М. С. Белокурский, А. К. Деменчук // Дифференц. уравнения. – 2013. – Т. 49, № 10. – С. 1356–1360.
11. Мироненко, В. И. Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем / В. И. Мироненко. – Гомель, 2004. – 196 с.
12. Егоров, А. И. Уравнения Риккати / А. И. Егоров. – М., 2001. – 320 с.
13. Барис, Я. С. О взрывных решениях неавтономных квадратичных дифференциальных систем / Я. С. Барис, П. Я. Барис, Б. Рухлевич // Дифференц. уравнения. – 2006. – Т. 42, № 3. – С. 302–307.
14. Мироненко, В. И. О периодических решениях уравнения Риккати / В. И. Мироненко // Проблемы физики, математики и техники. – 2015. – № 2 (23). – С. 62–64.
15. Левитан, Б. М. Почти периодические функции / Б. М. Левитан. – М., 1953. – 396 с.

References

1. Mironenko V. I. Classes of systems with same reflecting functions. *Differentsial'nye Uravneniya = Differential Equations*, 1984, vol. 20, no. 12, pp. 2173–2176 (in Russian).
2. Zhou Z. Research on the properties of some planar polynomial differential equations. *Applied Mathematics and Computation*, 2012, vol. 218, no. 9, pp. 5671–5681. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2011.11.062>
3. Zhou Z. On the structure of the equivalent differential systems and their reflecting integrals. *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society. New Series*, 2017, vol. 48, no. 3, pp. 439–447. <https://doi.org/10.1007/s00574-016-0026-4>
4. Musafirov E. V. Reflecting function and periodic solutions of differential systems with small parameter. *Indian Journal of Mathematics*, 2008, vol. 50, no. 1, pp. 63–76.
5. Musafirov E. V. Admissible perturbations of Langford system. *Problemy Fiziki, Matematiki i Tekhniki = Problems of Physics, Mathematics and Technics*, 2016, no. 3 (28), pp. 47–51 (in Russian).
6. Demenchuk A. K. On the existence of partially irregular almost periodic solutions of linear nonhomogeneous differential systems in a critical nonresonance case. *Differential Equations*, 2004, vol. 40, no. 5, pp. 634–640. <https://doi.org/10.1023/b:dieq.0000043521.06175.af>
7. Demenchuk A. K. On partially irregular almost periodic solutions of weakly nonlinear ordinary differential systems. *Ukrainian Mathematical Journal*, 2005, vol. 57, no. 8, pp. 1325–1333. <https://doi.org/10.1007/s11253-005-0264-x>
8. Zhang C. Ergodicity and asymptotically almost periodic solutions of some differential equations. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2001, vol. 25, no. 12, pp. 787–801. <https://doi.org/10.1155/s016117120100429x>

9. Belokursky M. S. Almost periodic solutions of the almost periodic Abel equation with linear reflecting function. *Problemy Fiziki, Matematiki i Tekhniki = Problems of Physics, Mathematics and Technics*, 2020, no. 4 (45), pp. 88–90 (in Russian).
10. Belokursky M. S., Demenchuk A. K. Periodic reflecting function of a nonlinear quasiperiodic differential system with a two-frequency basis. *Differential Equations*, 2013, vol. 49, no. 10, pp. 1323–1327. <https://doi.org/10.1134/s0012266113100145>
11. Mironenko V. I. *Reflecting Function and the Research of Multidimensional Differential Systems*. Gomel, 2004. 196 p. (in Russian).
12. Egorov A. I. *Riccati Equations*. Moscow, 2001. 320 p. (in Russian).
13. Baris J. S., Baris P. J., Ruchlevich B. On blow-up solutions of nonautonomous quadratic differential systems. *Differential Equations*, 2006, vol. 42, no. 3, pp. 320–326. <https://doi.org/10.1134/s0012266106030025>
14. Mironenko V. I. On periodic solutions of Riccati equations. *Problemy Fiziki, Matematiki i Tekhniki = Problems of Physics, Mathematics and Technics*, 2015, no. 2 (23), pp. 62–64 (in Russian).
15. Levitan B. M. *Almost periodic functions*. Moscow, 1953. 396 p. (in Russian).

Информация об авторе

Белокурский Максим Сергеевич – канд. физ.-мат. наук, доцент. Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины (ул. Советская, 104, 246028, Гомель, Республика Беларусь). E-mail: drakonsm@ya.ru.

Information about the author

Belokursky Maksim S. – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor. Francisk Skorina Gomel State University (104, Sovetskaya Str., 246028, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: drakonsm@ya.ru.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

ИНФОРМАТИКА
INFORMATICS

УДК 519.8
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-489-494>

Поступило в редакцию 04.05.2022
Received 04.05.2022

М. С. Баркетов

*Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Республика Беларусь*

**ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ РАНДОМИЗИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ
ДЛЯ ЗАДАЧИ «АСИММЕТРИЧНЫЙ КОММИВОЯЖЕР»**

(Представлено членом-корреспондентом М. Я. Ковалевым)

Аннотация. Рассматривается задача «Асимметричный коммивояжер», в которой нужно найти обход вершин с минимальной суммарной стоимостью дуг в полном ориентированном графе. На задачу не накладывается неравенство треугольника. Для решения данной задачи построен рандомизированный алгоритм, у которого есть определенная гарантированная степень приближения. Вычислительная сложность алгоритма позволяет использовать данный алгоритм для компьютерных программ.

Ключевые слова: комбинаторная оптимизация, теория вероятностей, рандомизированный алгоритм, приближенный алгоритм, задача коммивояжера

Для цитирования. Баркетов, М. С. Полиномиальный рандомизированный алгоритм для задачи «Асимметричный коммивояжер» / М. С. Баркетов // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 489–494. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-489-494>

Maksim S. Barketau

Joint Institute for Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

**POLYNOMIAL RANDOMIZED ALGORITHM
FOR THE ASYMMETRIC TRAVELLING SALESMAN PROBLEM**

(Communicated by Corresponding Member Mikhail Ya. Kovalev)

Abstract. The asymmetric travelling salesman problem without metric restrictions is considered. The randomized algorithm is proposed. It has a certain approximation guarantee and possesses a certain property regarding the probabilities of the tours built. The computational complexity of the algorithm is polynomial and affordable.

Keywords: combinatorial optimization, probability theory, randomized algorithm, approximation algorithm, asymmetric travelling salesman problem

For citation. Barketau M. S. Polynomial randomized algorithm for the asymmetric travelling salesman problem. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 489–494 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-489-494>

Введение. Рассматривается задача «Асимметричный коммивояжер». Дан полный ориентированный граф $G = G(V, A)$ с множеством вершин $V = \{1, 2, \dots, n\}$ и множеством из $n(n-1)$ дуг $A = \{(u, v) \mid u, v \in V, u \neq v\}$. У каждой дуги есть неотрицательная стоимость $c(u, v) \geq 0$. Обходом (частичным обходом) называется перестановка множества (подмножества) вершин (i_1, i_2, \dots, i_n) . Стоимостью обхода $c(i_1, i_2, \dots, i_n)$ является значение

$$c(i_1, i_2, \dots, i_n) = \sum_{j=2}^n c(i_{j-1}, i_j) + c(i_n, i_1).$$

Задача состоит в том, чтобы найти обход минимальной стоимости.

На задачу не накладываются метрических ограничений или неравенства треугольника. Без этих ограничений задача является трудной для приближения в детерминированном смысле. В данном сообщении мы предлагаем рандомизированный подход к задаче «Асимметричный коммивояжер». Других работ с рандомизированными алгоритмами для задачи «Асимметричный коммивояжер» авторам не известно.

Рандомизированные алгоритмы применялись для решения некоторых похожих задач. Наиболее успешным примером, вероятно, является задача «Евклидов коммивояжер» [1]. Однако задача «Евклидов коммивояжер» обладает лучшей степенью приближения, а именно, для нее построена полиномиальная приближенная схема. Отметим, что в [1] используется принципиально иной способ рандомизации, по сравнению с предложенным в данном сообщении.

В детерминированном случае для задачи «Асимметричный коммивояжер» наиболее исследованным является случай с метрическими ограничениями или с неравенством треугольника. Недавно для данной задачи было доказано существование полиномиального приближенного алгоритма с гарантированной константной степенью приближения [2]. Далее в литературе для детерминированного случая изложены относительно быстрые метаэвристические подходы для задачи «Асимметричный коммивояжер» с дополнительными ограничениями [3], и подходы точного решения для разных вариантов задачи [4].

В данной работе мы предлагаем рандомизированный алгоритм, который с вероятностью, стремящейся к 1 с ростом размерности задачи, находит обход, стоимостью не более стоимости $\left\lceil \frac{(n-1)!}{n^r} \right\rceil$ -го обхода в упорядоченной по неубыванию стоимости последовательности всех обходов задачи (общее число которых $(n-1)!$), где r – некоторый параметр алгоритма. Отметим, что сложность алгоритма зависит от константы r в качестве показателя степени. Эта константа может быть определена достаточно небольшой (к примеру $r = 1$), что делает сложность алгоритма приемлемой для реального применения.

Рандомизированный алгоритм.

Алгоритм строит обход за $n + 1$ шаг. На шаге 0 выбирается произвольная вершина графа i_1 .

На шаге k , $1 \leq k \leq n$, генерируется k -я дуга обхода, начинающегося с вершины i_1 .

Шаг 0. Фиксируется произвольная начальная вершина i_1 графа.

Шаг 1. Случайно генерируется дуга (i_1, x_1) , где i_1 и x_1 – вершины графа, от вершины i_1 к одной из оставшихся вершин со следующими вероятностями:

$$P(x_1 = j) = p_j^{(i_1)}, \text{ если } j \in V \setminus i_1,$$

$$P(x_1 = j) = 0, \text{ в противном случае.}$$

Эти вероятности должны быть распределением, т. е. $\sum_{j \in V \setminus i_1} p_j^{(i_1)} = 1$.

Шаги со 2 до $n-1$. Допустим, зафиксировано $k-1$ первых дуг (или k первых вершин) частичного обхода (i_1, i_2, \dots, i_k) . Тогда случайным образом генерируем исходящую из вершины i_k дугу к одной из оставшихся вершин со следующими вероятностями:

$$P(x_{k+1} = j | (i_1, i_2, \dots, i_k)) = p_j^{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, \text{ если } j \in V \setminus \{i_1, i_2, \dots, i_k\},$$

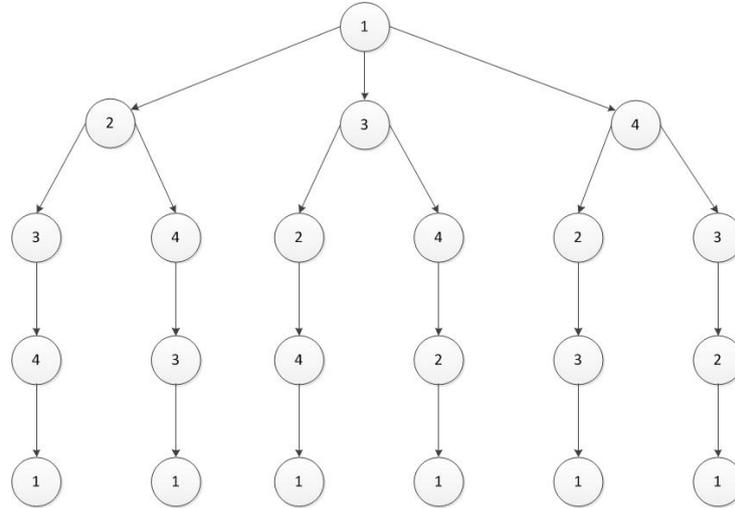
$$P(x_{k+1} = j) = 0, \text{ в противном случае.}$$

Эти вероятности должны быть распределением, т. е. $\sum_{j \in V \setminus \{i_1, i_2, \dots, i_k\}} p_j^{(i_1, i_2, \dots, i_k)} = 1$.

Запись $P(x_{k+1} = j | (i_1, i_2, \dots, i_k))$ обозначает вероятность выбора следующей вершины j при наличии уже сгенерированного частичного обхода (i_1, i_2, \dots, i_k) .

Шаг n . Добавить к частичному обходу дугу (i_n, i_1) с вероятностью 1.

Шаги 1 – n алгоритма являются фактически процессом построения ориентированного пути из корня дерева к его листу в некотором ориентированном выходящем дереве с корнем в вершине i_1 . На следующем рисунке показан этот процесс на примере полного ориентированного графа на четырех вершинах.



Дерево решений
Decision tree

Все узлы в данном дереве распределены по уровням. Единственный узел нулевого уровня – это корень i_1 . Все узлы k -го уровня имеют соответствие один к одному с частичными гамильтоновыми обходами длины k от вершины i_1 в исходном графе G . Фактически узел k -го уровня определяется соответствующим частичным обходом (i_1, i_2, \dots, i_k) . Есть $n - k - 1$ дуг, заходящих в вершины $(i_1, i_2, \dots, i_k, j)$, $j \in V \setminus \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ $k + 1$ -го уровня из узла (i_1, i_2, \dots, i_k) . Степень захода каждого узла в этом дереве равна 1 и дуги исходят только из узлов данного уровня к узлам следующего уровня. Листья дерева (i_1, i_2, \dots, i_n) соответствуют гамильтоновым обходам исходного графа. Вес дуги из узла (i_1, i_2, \dots, i_k) к узлу $(i_1, i_2, \dots, i_{k+1})$ равен $c(i_k, i_{k+1})$. Таким образом, вес пути к листу равен весу соответствующего гамильтонова обхода.

Вспомогательные значения, необходимые для определения вероятностей в общей схеме. В данном разделе рассматривается следующая задача. Пусть дан частичный обход (i_1, i_2, \dots, i_k) в дереве алгоритма, где $k \leq n$, или дан узел в выходящем дереве, который соответствует этому частичному обходу (i_1, i_2, \dots, i_k) . Рассмотрим поддерево с корнем в этом узле. Обозначим его $T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}$. Каждый лист этого поддерева соответствует гамильтонову обходу. Дополнительно нам дана дуга (u, v) . Требуется определить как много гамильтоновых обходов, соответствующих листьям поддерева $T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}$, содержат дугу (u, v) .

Предлагается следующая процедура, вычисляющая это число, которое мы обозначим $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v))$.

Рассмотрим граф $H = G(V, \{(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)\} \cup \{(u, v)\})$. Ясно, что если есть вершины графа H со степенью исхода или захода более или равной 2, то $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v)) = 0$. Если среди компонент графа H есть цикл длины менее чем n , то $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v)) = 0$.

Если множество $\{(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)\} \cup \{(u, v)\}$ является гамильтоновым циклом, то тогда $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v)) = 1$.

Граф H (после всех выше рассмотренных случаев) представляет собой дизъюнктивное объединение непересекающихся по вершинам простых путей либо изолированных вершин. Обозначим это множество через $P = \{P_1, P_2, \dots, P_g\}$. Сейчас необходимо определить, как возможно объединить эти пути и изолированные вершины в один гамильтоновый обход. Понятно, что из этих путей мы

можем построить $(g - 1)!$ гамильтоновых обходов и, таким образом, $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v)) = (g - 1)!$ в этом случае.

Обозначим через $L(i_1, i_2, \dots, i_k)$ множество всех гамильтоновых обходов, соответствующих листьям поддерева $T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}$, и пусть $C(i_1, i_2, \dots, i_k)$ – сумма стоимостей этих обходов. Тогда

$$C(i_1, i_2, \dots, i_k) = \sum_{(j_1, j_2, \dots, j_n) \in L(i_1, i_2, \dots, i_k)} c(j_1, j_2, \dots, j_n) = \sum_{(u, v) \in A} N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v)) c(u, v). \quad (1)$$

Обсудим путь к уменьшению очевидной сложности $O(n^4)$ вычисления всех величин $C(i_1, i_2, \dots, i_k, j)$, $1 \leq k \leq n - 1$, $j \notin \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$.

Для вычисления величин $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v))$ удобно поделить все возможные графы на несколько классов.

Класс 1. $(u, v) \notin \{(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)\}$.

Класс 1a. $u \in \{i_1, i_2, \dots, i_{k-1}\}$ или $v \in \{i_2, i_3, \dots, i_k\}$. В этом случае $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v)) = 0$.

Класс 1b. $v = i_1$, $u \notin \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ или $u = i_k$, $v \notin \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$. В этом случае $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v)) = (n - k - 1)!$

Класс 1c. $u, v \notin \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$. В этом случае $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v)) = (n - k - 1)!$

Класс 2. $(u, v) \in \{(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)\}$. В этом случае $N(T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}, (u, v)) = (n - k)!$

Пусть $W = \{1a, 1b, 1c, 2\}$ – это множество всех рассмотренных выше классов. Пусть множество $A_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}^w$ обозначает множество дуг, которые попадают в класс $w \in W$ при вычислении значения $C(i_1, i_2, \dots, i_k)$. Пусть далее $A_{(i_1, i_2, \dots, i_{k-1}, i_k)}^{(w_1, w_2)}$ обозначает множество дуг, которые попадают в класс w_1 во время вычисления значения $C(i_1, i_2, \dots, i_{k-1})$ и в класс w_2 во время вычисления значения $C(i_1, i_2, \dots, i_{k-1}, i_k)$.

Пусть далее $R_{1a} = 0$, $R_{1b} = (n - k - 1)!$, $R_{1c} = (n - k - 1)!$, $R_2 = (n - k)!$

Возможно записать следующие выражения:

$$C(i_1, i_2, \dots, i_k, j) = \sum_{w \in W} R_w c_w(i_1, i_2, \dots, i_k, j),$$

$$\text{где } c_w(i_1, i_2, \dots, i_k, j) = \sum_{(u, v) \in A_{(i_1, \dots, i_k, j)}^w} c(u, v).$$

Далее верны следующие рекуррентные соотношения:

$$c_w(i_1, i_2, \dots, i_k, j) = c_w(i_1, i_2, \dots, i_k) - \sum_{w_1 \neq w} \sum_{(u, v) \in A_{(i_1, \dots, i_k, j)}^{(w, w_1)}} c(u, v) + \sum_{w_1 \neq w} \sum_{(u, v) \in A_{(i_1, \dots, i_k, j)}^{(w_1, w)}} c(u, v).$$

Так как в каждом из множеств $A_{(i_1, \dots, i_k, j)}^{(w, w_1)}$ не более $O(n)$ дуг, возможно подсчитать вторую и третью сумму за время $O(n)$.

Таким образом, можно подсчитать $c_w(i_1)$ для каждого $w \in W$ за время $O(n^2)$ используя (1) и каждое $c_w(i_1, i_2, \dots, i_k, j)$, $w \in W$, считая, что уже подсчитаны $c_w(i_1, i_2, \dots, i_k)$, $w \in W$, за время $O(n)$.

В общем, все значения $C(i_1, i_2, \dots, i_k, j)$, $1 \leq k \leq n - 1$, $j \notin \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ могут быть подсчитаны за $O(n^3)$.

Определение вероятностей для общей схемы. Перед тем как определить вероятности для общей схемы трансформируем входные данные, в частности, определим по-другому стоимости дуг. А именно, положим $c'(u, v) = (1 + \eta)c_{\max} - c(u, v)$, $(u, v) \in A$, где $c_{\max} = \max\{c(u, v) \mid (u, v) \in A\}$ – это максимальный вес дуги; η – некоторая константа меньше 1.

Пусть $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{(n-1)!}$ – это упорядоченная последовательность стоимостей всех решений для исходного входа. Пусть y_i – это стоимость i -го решения в этой последовательности, но с трансформированными стоимостями. Тогда, очевидно, выполняется

$$y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_{(n-1)!}.$$

Сейчас, предполагаем, что наша задача рассматривается с трансформированными стоимостями дуг и используется исходное обозначение стоимости дуги $c(u, v)$ для трансформированных стоимостей.

Установим вероятности $p_j^{(i_1, i_2, \dots, i_k)}$ для общей схемы:

$$p_j^{(i_1, i_2, \dots, i_k)} = \frac{C(i_1, i_2, \dots, i_k, j)}{C(i_1, i_2, \dots, i_k)}, j \in V \setminus \{i_1, \dots, i_k\}, \quad (2)$$

где $C(i_1, i_2, \dots, i_k)$ – сумма стоимостей всех гамильтоновых обходов, соответствующих листьям поддеревы $T_{(i_1, i_2, \dots, i_k)}$, см. раздел «Вспомогательные значения, необходимые для определения вероятностей в общей схеме».

Устанавливая вероятности для общей схемы в соответствии с (2), определяем следующие вероятности гамильтонова обхода:

$$P(i_1, \dots, i_n) = \prod_{l=1}^{n-1} p_{i_{l+1}}^{(i_1, \dots, i_l)} = \prod_{l=1}^{n-1} \frac{C(i_1, \dots, i_l, i_{l+1})}{C(i_1, \dots, i_l)} = \frac{c(i_1, i_2, \dots, i_n)}{C(i_1)}. \quad (3)$$

Таким образом, вероятность гамильтонова обхода тем выше, чем выше его трансформированная стоимость.

Отметим, что одно выполнение рандомизированного алгоритма с этими вероятностями требует выполнения $O(n^3)$ операций, см. раздел «Вспомогательные значения, необходимые для определения вероятностей в общей схеме».

Алгоритм. Напомним, что $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{(n-1)!}$ – это последовательность стоимостей решений, а $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_{(n-1)!}$ – последовательность трансформированных стоимостей решений для той же последовательности решений, см. предыдущий раздел. Так как в соответствии с (3) вероятность получения гамильтонова обхода в результате запуска рандомизированного алгоритма пропорциональна его трансформированной стоимости, то первые $\left\lceil \frac{(n-1)!}{n^r} \right\rceil$ обхода в приведенной выше последовательности имеют наибольшие вероятности и одновременно наименьшие стоимости. Таким образом, сумма вероятностей этих первых обходов не менее $1/n^r$.

Организуем $\left\lceil n^{r+1} \right\rceil$ независимых запусков рандомизированного алгоритма с вероятностями, определенными в предыдущем разделе. В соответствии с вышесказанным, вероятность получения хотя бы одного обхода из первых $\left\lceil \frac{(n-1)!}{n^r} \right\rceil$ с наименьшей стоимостью не меньше чем $1 - (1 - 1/n^r)^{n^{r+1}}$. Это количество сходится к $1 - (1 - 1/n^r)^{n^{r+1}} \rightarrow 1 - \frac{1}{e^n}$ с ростом n .

Таким образом, мы доказали следующую теорему.

Т е о р е м а. *Общая схема из раздела «Рандомизированный алгоритм», ее параметры, определенные в разделе «Определение вероятностей общей схемы», и независимые запуски алгоритма, данного в этом разделе с выбором наилучшего полученного решения, все вместе являются рандомизированным алгоритмом сложности $O(n^{4+r})$, где r – это некоторый параметр алгоритма. С вероятностью, сходящейся к числу не менее $1 - 1/e^n$, обход, найденный этим алгоритмом, находится среди первых $\left\lceil \frac{(n-1)!}{n^r} \right\rceil$ обходов с наименьшей стоимостью.*

Заключение. В этом сообщении мы предложили рандомизированный алгоритм для задачи «Асимметричный коммивояжер» без метрического ограничения. Вычислительная сложность алгоритма приемлема для реального применения. Основой алгоритма является комбинаторное вычисление вероятностей общей вероятностной схемы. Отметим некоторые вещи. Во-первых, оценка, данная в теореме, это оценка для худшего случая, а именно для случая, когда стоимости всех дуг равны или для случая равновероятностной схемы. Для большинства примеров алгоритм, вероятно, обладает лучшей приближающей силой. Во-вторых, качество приближения алгоритма зависит от стоимостей примера. Из-за трансформации входа, чем больше стоимость максимальной дуги отличается от стоимостей других дуг, тем больше приближение алгоритма стремится к равновероятностному случаю.

Благодарности. Работа выполнена при частичной поддержке БРФФИ (проект Ф21-010).

Acknowledgments. This work was supported in part by the BRFFR (project Ф21-010).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Arora, S. Polynomial time approximation schemes for Euclidean TSP and other geometric problems / S. Arora // *Proceedings of 37th Conference on Foundations of Computer Science*. – 1996. – P. 2–11. <https://doi.org/10.1109/sfcs.1996.548458>
2. Svensson, O. Approximating ATSP by relaxing connectivity / O. Svensson // *IEEE 56th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*. – 2015. – P. 1–19. <https://doi.org/10.1109/focs.2015.10>
3. Burke, E. Effective local and guided variable neighbourhood search methods for the asymmetric travelling salesman problem / E. Burke, P. Cowling, R. Keuthen // *Workshops on Applications of Evolutionary Computation*. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2001. – P. 203–212. https://doi.org/10.1007/3-540-45365-2_21
4. Fischetti, M. Exact methods for the asymmetric traveling salesman problem / M. Fischetti, A. Lodi, P. Toth // *The traveling salesman problem and its variations*. – Boston, MA: Springer, 2007. – P. 169–205. https://doi.org/10.1007/0-306-48213-4_4

References

1. Arora S. Polynomial time approximation schemes for Euclidean TSP and other geometric problems. *Proceedings of 37th Conference on Foundations of Computer Science*, 1996, pp. 2–11. <https://doi.org/10.1109/sfcs.1996.548458>
2. Svensson O. Approximating ATSP by relaxing connectivity. *IEEE 56th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, 2015, pp. 1–19. <https://doi.org/10.1109/focs.2015.10>
3. Burke E., Cowling P., Keuthen R. Effective local and guided variable neighbourhood search methods for the asymmetric travelling salesman problem. *Workshops on Applications of Evolutionary Computation*. Berlin, Heidelberg, 2001, pp. 203–212. https://doi.org/10.1007/3-540-45365-2_21
4. Fischetti M., Lodi A., Toth P. Exact methods for the asymmetric traveling salesman problem. *The traveling salesman problem and its variations*. Boston, MA, 2007, pp. 169–205. https://doi.org/10.1007/0-306-48213-4_4

Информация об авторе

Баркетов Максим Сергеевич – канд. физ.-мат. наук, доцент, ст. науч. сотрудник. Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь). E-mail: barketau@mail.ru.

Information about author

Barketau Maksim S. – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Senior Researcher. United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Surganov Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: barketau@mail.ru.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

ФИЗИКА
PHYSICS

УДК 539.184
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-495-500>

Поступило в редакцию 29.08.2022
Received 29.08.2022

Д. В. Новицкий, академик С. В. Гапоненко

*Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Республика Беларусь*

**ВЛИЯНИЕ ПЛОТНОСТИ ФОТОННЫХ СОСТОЯНИЙ
НА СДВИГ ЛЭМБА В ПЛАЗМЕ**

Аннотация. Исследовано возможное влияние пониженной плотности фотонных состояний в плазме на сдвиг Лэмба и установлено, что вследствие значительного вклада в сдвиг Лэмба высокоэнергетических виртуальных фотонов даже при концентрациях электронов порядка 10^{22} см⁻³ относительное изменение сдвига Лэмба в плазме в сравнении с вакуумом не превышает 1 %. Такое поведение сдвига Лэмба в плазме обусловлено асимптотическим приближением свойств плазмы к свойствам вакуума при неограниченном увеличении частоты фотонов.

Ключевые слова: сдвиг Лэмба, плазма, плотность фотонных состояний

Для цитирования. Новицкий, Д. В. Влияние плотности фотонных состояний на сдвиг Лэмба в плазме / Д. В. Новицкий, С. В. Гапоненко // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 495–500. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-495-500>

Denis V. Novitsky, Academician Sergey V. Gaponenko

B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

PHOTON DENSITY OF STATES EFFECT ON LAMB SHIFT IN PLASMAS

Abstract. A possible effect of the low photon density of states in plasma on the Lamb shift is analysed. It is found that because of a significant contribution of high-energy virtual photons to the Lamb shift, its modification in plasma does not exceed 1 % with respect to vacuum even at electron concentrations as high as 10^{22} cm⁻³. This behavior results from an asymptotic tendency of plasma properties to vacuum ones at an unlimited frequency growth.

Keywords: Lamb shift, plasma, photon density of states

For citation. Novitsky D. V., Gaponenko S. V. Photon density of states effect on Lamb shift in plasmas. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 495–500 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-495-500>

Введение. Целенаправленное изменение плотности фотонных состояний стало одним из основных направлений в современной нанофотонике, позволяя изменять скорости спонтанных переходов, упругое (рэлеевское) и неупругое (комбинационное) рассеяния фотонов, а также тепловое испускание (планковское излучение) [1; 2]. Плотность фотонных состояний обычно изменяют путем формирования пространственных сингулярностей диэлектрической проницаемости с помощью металлических наночастиц или нанотекстурированных поверхностей (наноплазмоника) [3–5], сильных локальных рассеивателей (диэлектрические антенны) [6; 7], плоских, цилиндрических или сферических микрорезонаторов (квантовая электродинамика резонаторов) [8; 9], а также путем периодического изменения показателя преломления в пространстве (фотонные кристаллы) [10]. Предложено также одновременно использовать локальное изменение не только диэлектрической проницаемости, но и магнитной восприимчивости (метаматериалы) [11]. Сдвиг

Лэмба уровней электрона в атомах – принципиальное физическое явление, обусловленное взаимодействием атомов с нулевыми электромагнитными колебаниями (электромагнитным вакуумом), также зависит от плотности фотонных состояний [12]. Его возможное изменение в некоторых модельных диэлектрических структурах в сравнении с вакуумом обсуждалось различными авторами [13–17]. Существенной особенностью сдвига Лэмба в сравнении с испусканием и рассеянием фотонов является его зависимость от плотности фотонных состояний в весьма широком интервале частот электромагнитного излучения ω от нуля до частоты ω_{\max} , задаваемой условием

$$\hbar\omega_{\max} = mc^2, \quad (1)$$

как было впервые указано Бете [18]. Здесь \hbar – приведенная постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; m – масса электрона. Условие (1) соответствует весьма высокой энергии фотона $\hbar\omega_{\max} = 5,11 \cdot 10^5$ эВ и частоте $\omega_{\max} = 7,76 \cdot 10^{20}$ с⁻¹. Это приводит к тому, что резонансные явления, используемые для формирования модифицированной плотности фотонных состояний в структурированных диэлектриках в оптическом диапазоне, не могут обеспечить заметного общего изменения плотности состояний в интервале частот, по которому проводится интегрирование при вычислении сдвига Лэмба [16]. Кроме того, существуют сильные аргументы, основанные на принципе причинности, указывающие на то, что в структурированных диэлектриках изменение плотности фотонных состояний невозможно для всех частот одновременно, а осуществляется путем перераспределения по спектру вакуумной плотности состояний таким образом, что интегральная плотность состояний по всему спектру частот оказывается неизменной (правило сумм Барнетта–Лоудона) [18]. Хотя точное экспериментальное подтверждение этого предположения пока не получено, существует множество экспериментальных данных, указывающих на то, что изменение плотности состояний в одном спектральном интервале происходит одновременно с его противоположным изменением в других участках спектра [19; 20]. Отмеченные особенности могут привести к неизменности сдвига Лэмба в структурах типа резонаторов или фотонных кристаллов. В настоящей работе анализируется влияние модифицированной плотности фотонных состояний на сдвиг Лэмба в плазме, представляющей собой сплошную среду с плотностью состояний, отличной от вакуумной.

Идеальная плазма – среда, в которой плотность фотонных состояний ниже, чем в вакууме, причем это изменение происходит для всех частот выше плазменной частоты, а ниже плазменной частоты излучение не распространяется и, строго говоря, понятие плотности состояний вообще нельзя вводить [21]. Существенно, что плазма представляет собой сплошную среду, и отличие плотности состояний в ней от вакуума не является следствием локальных пространственных неоднородностей, что и обеспечивает изменение плотности состояний в широком интервале частот. Идеальная плазма не имеет диссипативных потерь для электромагнитного излучения и зависимость плотности фотонных состояний D от частоты выражается простым соотношением [19]

$$D(\omega) = D_0(\omega) \frac{1}{\omega} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2} = D_0(\omega) \sqrt{\varepsilon(\omega)},$$

где $D_0(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}$ – плотность фотонных состояний в вакууме; $\varepsilon(\omega)$ и ω_p – диэлектрическая проницаемость плазмы и плазменная частота, задаваемые для идеальной плазмы известными соотношениями

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}.$$

Здесь N – концентрация электронов; e – заряд электрона; ε_0 – диэлектрическая постоянная. Графики функций $D(\omega)$ для вакуума и для плазмы показаны на рис. 1. Ниже плазменной частоты фотонных состояний нет и плотность состояний обращается в ноль, выше плазменной частоты она растет с ростом частоты, асимптотически приближаясь к плотности в вакууме при неограниченном увеличении частоты.

Для неидеальной плазмы с параметром затухания γ диэлектрическая проницаемость описывается функцией $\epsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega(\omega + i\gamma)$. В соответствии с результатами работы [22] плотность состояний в этом случае можно записать в виде

$$D(\omega) = D_0(\omega) \operatorname{Re} \sqrt{\epsilon(\omega)}. \quad (2)$$

Оценим возможное влияние пониженной плотности фотонных состояний в плазме на величину сдвига Лэмба. Зависимость сдвига Лэмба ΔE от плотности фотонных состояний описывается соотношением [15; 16]

$$\Delta E \sim \int_0^{\omega_{\max}} \frac{D(\omega) d\omega}{\omega^3 (E_{nm} + \hbar\omega)},$$

где $E_{nm} \ll \hbar\omega_{\max} = mc^2$ и для атома водорода составляет $E_{nm} = 226,3$ эВ [18]. Учитывая, что для вакуума сдвиг Лэмба можно представить в виде

$$\Delta E_0 \sim \ln \left(1 + \frac{\hbar\omega_{\max}}{E_{nm}} \right) \approx \ln \frac{\hbar\omega_{\max}}{E_{nm}},$$

будем использовать это выражение для сравнения с последующими расчетами. Учитывая соотношение (2) для плотности состояний в плазме с учетом потерь, для оценки величины сдвига нужно вычислять интеграл

$$\Delta E \sim \int_0^{\omega_{\max}} \frac{n(\omega) d\omega}{E_{nm} + \hbar\omega}.$$

В случае среды без потерь ($\gamma = 0$) можно интегрировать не от нуля, а от плазменной частоты, поскольку ниже нее показатель преломления равен нулю. При наличии потерь, что лучше соответствует принципу причинности, нужно учитывать и диапазон низких частот, поэтому начинать интегрирование будем с $0,001\omega_p$.

Результаты расчетов отношения $\Delta E / \Delta E_0$ в зависимости от плазменной длины волны $\lambda_p = 2\pi c / \omega_p$ приведены на рис. 2. Видно, что даже в отсутствие потерь изменение лэмбовского сдвига в плазме по сравнению со свободным пространством остается в пределах 1 % и увеличивается с ростом плазменной частоты (уменьшением плазменной длины волны), что полностью согласуется с тем, что высокие частоты вносят определяющий вклад в вычисляемый интеграл [16]. Введение потерь нивелирует даже это небольшое изменение лэмбовского сдвига. Ослабление влияния плотности состояний в плазме на сдвиг Лэмба при учете диссипативных потерь по сравнению с идеальной плазмой обусловлено тем, что учет диссипации приводит к отличному от нуля значению плотности состояний для частот ниже плазменной частоты.

В [23] предложен подход к анализу сдвига Лэмба в поглощающей среде, не использующий в явном виде функцию плотности состояний. Для вклада от поперечных колебаний получено выражение

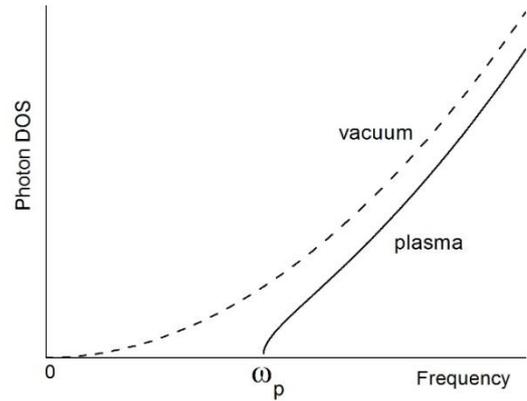


Рис. 1. Зависимость плотности фотонных состояний от частоты в плазме (сплошная линия) и в вакууме (пунктир)

Fig. 1. Density of photon states as a frequency function in plasma (solid line) and in vacuum (dotted line)

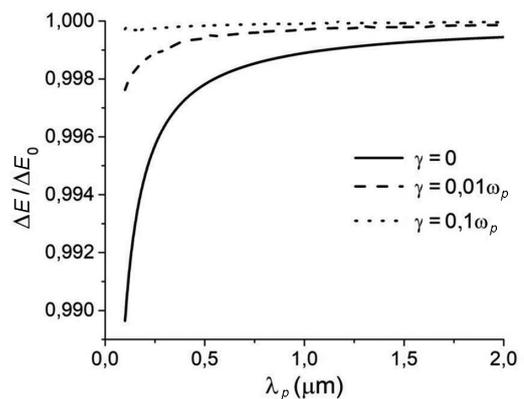


Рис. 2. Относительное изменение сдвига Лэмба $\Delta E / \Delta E_0$ в плазме в сравнении с вакуумом как функция плазменной длины волны, рассчитанное согласно формализму Li и соавт. [16]

Fig. 2. Relative modification of the Lamb shift $\Delta E / \Delta E_0$ in plasma with respect to vacuum as a plasma wavelength function calculated according to the formalism of Li and the co-authors [16]

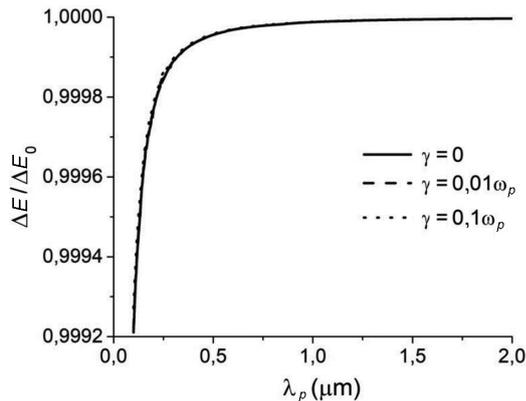


Рис. 3. Относительное изменение сдвига Лэмба в плазме в сравнении с вакуумом $\Delta E / \Delta E_0$ в зависимости от плазменной длины волны, рассчитанное по методу Matloob [23]

Fig. 3. Relative modification of the Lamb shift $\Delta E / \Delta E_0$ in plasma with respect to vacuum as a plasma wavelength function calculated according to the Matloob method [23]

вакуумом, сдвиг Лэмба в плазме остается практически неизменным вследствие вклада от высокочастотных мод $\hbar\omega_{\max} \rightarrow mc^2$, для которых свойства плазмы (плотность фотонных состояний и диэлектрическая проницаемость) при концентрациях вплоть до 10^{22} см^{-3} асимптотически приближаются к характеристикам вакуума.

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ «Фотоника и электроника для инноваций».

Acknowledgements. The work has been performed within the framework of the State Program “Photonics and electronics for innovations”.

Список использованных источников

1. Kirchain, R. A roadmap for nanophotonics / R. Kirchain, L. Kimerling // *Nature Photonics*. – 2007. – Vol. 1, N 6. – P. 303–305. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2007.84>
2. Gaponenko, S. V. *Applied Nanophotonics* / S. V. Gaponenko, H. V. Demir. – Cambridge: Cambridge University Press, 2018. – 450 p. <https://doi.org/10.1017/9781316535868>
3. Lakowicz, J. R. Radiative decay engineering: biophysical and biomedical applications // *Analytical Biochemistry*. – 2001. – Vol. 298, N 1. – P. 1–24. <https://doi.org/10.1006/abio.2001.5377>
4. Controlling light localization and light–matter interactions with nanoplasmonics / V. Giannini [et al.] // *Small*. – 2010. – Vol. 6, N 22. – P. 2498–2507. <https://doi.org/10.1002/sml.201001044>
5. Xin, H. Nanoplasmonic optical antennas for life sciences and medicine / H. Xin, B. Namgung, L. P. Lee // *Nature Reviews Materials*. – 2018. – Vol. 3, N 8. – P. 228–243. <https://doi.org/10.1038/s41578-018-0033-8>
6. Bharadwaj, P. Optical antennas / P. Bharadwaj, B. Deutsch, L. Novotny // *Advances in Optics and Photonics*. – 2009. – Vol. 1, N 3. – P. 438–483. <https://doi.org/10.1364/aop.1.000438>
7. Nanoscale design of the local density of optical states / S. Mignuzzi [et al.] // *Nano Letters*. – 2019. – Vol. 19, N 3. – P. 1613–1617. <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.8b04515>
8. Purcell, E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies / E. M. Purcell // *Phys. Rev.* – 1946. – Vol. 69. – P. 681.
9. Cavity quantum electrodynamics / H. Walther [et al.] // *Rep. Progr. Phys.* – 2006. – Vol. 69, N 5. – P. 1325–1382. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/69/5/r02>
10. Periodic nanostructures for photonics / K. Busch [et al.] // *Phys. Rep.* – 2007. – Vol. 444, N 3–6. – P. 101–202. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2007.02.011>
11. Engineering photonic density of states using metamaterials / Z. Jacob [et al.] // *Applied Phys. B*. – 2010. – Vol. 100, N 1. – P. 215–218. <https://doi.org/10.1007/s00340-010-4096-5>
12. Lamb Jr., W. E. Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method / W. E. Lamb Jr., R. C. Retherford // *Phys. Rev.* – 1947. – Vol. 72, N 3. – P. 241–243. <https://doi.org/10.1103/physrev.72.241>
13. Narozhny, N. B. Dynamical Lamb effect versus dynamical Casimir effect / N. B. Narozhny, A. M. Fedotov, Yu. E. Lozovik // *Phys. Rev. A*. – 2001. – Vol. 64, N 5. – Art. 053807. <https://doi.org/10.1103/physreva.64.053807>
14. Spontaneous radiation and Lamb shift in three-dimensional photonic crystals / S. Y. Zhu [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – Vol. 84, N 10. – P. 2136–2139. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.84.2136>

15. Wang, X. H. Giant Lamb shift in photonic crystals / X. H. Wang, Y. S. Kivshar, B. Y. Gu // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 93, N 7. – Art. 073901. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.93.073901>
16. Li, Z. Y. Optical photonic band gaps and the Lamb shift / Z. Y. Li, Y. Xia // *Phys. Rev. B.* – 2001. – Vol. 63, N 12. – Art. 121305(R). <https://doi.org/10.1103/physrevb.63.121305>
17. Purcell effect and Lamb shift as interference phenomena / M. V. Rybin [et al.] // *Scientific Rep.* – 2016. – Vol. 6, N 1. – P. 1–9. <https://doi.org/10.1038/srep20599>
18. Bethe, H. A. The electromagnetic shift of energy levels / H. A. Bethe // *Phys. Rev.* – 1947. – Vol. 72, N 4. – P. 339–341. <https://doi.org/10.1103/physrev.72.339>
19. Gaponenko, S. V. *Introduction to Nanophotonics* / S. V. Gaponenko. – Cambridge: Cambridge University Press, 2010. – 465 p. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511750502>
20. Zhukovsky, S. V. Constraints on transmission, dispersion, and density of states in dielectric multilayers and stepwise potential barriers with an arbitrary layer arrangement / S. V. Zhukovsky, S. V. Gaponenko // *Phys. Rev. E.* – 2008. – Vol. 77, N 4. – Art. 046602. <https://doi.org/10.1103/physreve.77.046602>
21. Gaponenko, S. V. Density of states effects on emission and scattering of photons in plasmas [Electronic resource] / S. V. Gaponenko, D. V. Guzатов, D. V. Novitsky // arXiv preprint. – 2021. – Mode of access: <https://arxiv.org/abs/2110.10539>
22. Barnett, S. M. Spontaneous emission in absorbing dielectric media / S. M. Barnett, B. Huttner, R. Loudon // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – Vol. 68, N 25. – P. 3698–3701. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.68.3698>
23. Matloob, R. Quantum-electrodynamic level shifts in an absorbing medium / R. Matloob // *Phys. Rev. A.* – 2000. – Vol. 61, N 6. – Art. 062103. <https://doi.org/10.1103/physreva.61.062103>

References

1. Kirchain R., Kimerling L. A roadmap for nanophotonics. *Nature Photonics*, 2007, vol. 1, no. 6, pp. 303–305. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2007.84>
2. Gaponenko S. V., Demir H. V. *Applied Nanophotonics*. Cambridge, Cambridge University Press, 2018. 450 p. <https://doi.org/10.1017/9781316535868>
3. Lakowicz J. R. Radiative decay engineering: biophysical and biomedical applications. *Analytical Biochemistry*, 2001, vol. 298, no. 1, pp. 1–24. <https://doi.org/10.1006/abio.2001.5377>
4. Giannini V., Fernández-Domínguez A. I., Sonnefraud Y., Roschuk T., Fernández-García R., Maier S. A. Controlling light localization and light-matter interactions with nanoplasmonics. *Small*, 2010, vol. 6, no. 22, pp. 2498–2507. <https://doi.org/10.1002/sml.201001044>
5. Xin H., Namung B., Lee L. P. Nanoplasmonic optical antennas for life sciences and medicine. *Nature Reviews Materials*, 2018, vol. 3, no. 8, pp. 228–243. <https://doi.org/10.1038/s41578-018-0033-8>
6. Bharadwaj P., Deutsch B., Novotny L. Optical antennas. *Advances in Optics and Photonics*, 2009, vol. 1, no. 3, pp. 438–483. <https://doi.org/10.1364/aop.1.000438>
7. Mignuzzi S., Vezzoli S., Horsley S. A., Barnes W. L., Maier S. A., Sapienza R. Nanoscale design of the local density of optical states. *Nano Letters*, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 1613–1617. <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.8b04515>
8. Purcell E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies. *Physical Review*, 1946, vol. 69, pp. 681.
9. Walther H., Varcoe B. T., Englert B. G., Becker T. Cavity quantum electrodynamics. *Reports on Progress in Physics*, 2006, vol. 69, no. 5, pp. 1325–1382. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/69/5/r02>
10. Busch K., von Freymann G., Linden S., Mingaleev S. F., Tkeshelashvili L., Wegener M. Periodic nanostructures for photonics. *Physics Reports*, 2007, vol. 444, no. 3–6, pp. 101–202. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2007.02.011>
11. Jacob Z., Kim J. Y., Naik G. V., Boltasseva A., Narimanov E. E., Shalaev V. M. Engineering photonic density of states using metamaterials. *Applied Physics B*, 2010, vol. 100, no. 1, pp. 215–218. <https://doi.org/10.1007/s00340-010-4096-5>
12. Lamb Jr. W. E., Retherford R. C. Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method. *Physical Review*, 1947, vol. 72, no. 3, pp. 241–243. <https://doi.org/10.1103/physrev.72.241>
13. Narozhny N. B., Fedotov A. M., Lozovik Yu. E. Dynamical Lamb effect versus dynamical Casimir effect. *Physical Review A*, 2001, vol. 64, no. 5, art. 053807. <https://doi.org/10.1103/physreva.64.053807>
14. Zhu S. Y., Yang Y., Chen H., Zheng H., Zubairy M. S. Spontaneous radiation and Lamb shift in three-dimensional photonic crystals. *Physical Review Letters*, 2000, vol. 84, no. 10, pp. 2136–2139. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.84.2136>
15. Wang X. H., Kivshar Y. S., Gu B. Y. Giant Lamb shift in photonic crystals. *Physical Review Letters*, 2004, vol. 93, no. 7, art. 073901. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.93.073901>
16. Li Z. Y., Xia Y. Optical photonic band gaps and the Lamb shift. *Physical Review B*, 2001, vol. 63, no. 12, art. 121305(R). <https://doi.org/10.1103/physrevb.63.121305>
17. Rybin M. V., Mingaleev S. F., Limonov M. F., Kivshar Yu. S. Purcell effect and Lamb shift as interference phenomena. *Scientific Reports*, 2016, vol. 6, no. 1, p. 1–9. <https://doi.org/10.1038/srep20599>
18. Bethe H. A. The electromagnetic shift of energy levels. *Physical Review*, 1947, vol. 72, no. 4, pp. 339–341. <https://doi.org/10.1103/physrev.72.339>
19. Gaponenko S. V. *Introduction to Nanophotonics*. Cambridge, Cambridge University Press, 2010. 465 p. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511750502>
20. Zhukovsky S. V., Gaponenko S. V. Constraints on transmission, dispersion, and density of states in dielectric multilayers and stepwise potential barriers with an arbitrary layer arrangement. *Physical Review E*, 2008, vol. 77, no. 4, art. 046602. <https://doi.org/10.1103/physreve.77.046602>

21. Gaponenko S. V., Guzatov D. V., Novitsky D. V. Density of states effects on emission and scattering of photons in plasmas. *arXiv preprint*, 2021. Available at: <https://arxiv.org/abs/2110.10539>

22. Barnett S. M., Huttner B., Loudon R. Spontaneous emission in absorbing dielectric media. *Physical Review Letters*, 1992, vol. 68, no. 25, pp. 3698–3701. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.68.3698>

23. Matloob R. Quantum-electrodynamic level shifts in an absorbing medium. *Physical Review A*, 2000, vol. 61, no. 6, art. 062103. <https://doi.org/10.1103/physreva.61.062103>

Информация об авторах

Новицкий Денис Викторович – канд. физ.-мат. наук, заведующий центром. Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси (пр. Независимости, 68, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: d.novitsky@ifanbel.bas-net.by.

Гапоненко Сергей Васильевич – академик, д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник. Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси (пр. Независимости, 68, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: s.gaponenko@ifanbel.bas-net.by.

Information about the authors

Novitsky Denis V. – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of the Centre. B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: d.novitsky@ifanbel.bas-net.by.

Gaponenko Sergey V. – Academician, D. Sc. (Physics and Mathematics), Chief Researcher. B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: s.gaponenko@ifanbel.bas-net.by.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

ХИМИЯ
CHEMISTRY

УДК 661.842.455:546.264
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-501-508>

Поступило в редакцию 29.07.2022
Received 29.07.2022

И. Е. Глазов, В. К. Крутько, О. Н. Мусская, академик А. И. Кулак

*Институт общей и неорганической химии Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Республика Беларусь*

**СТАБИЛИЗАЦИЯ АМОРФНОГО СОСТОЯНИЯ
КАРБОНАТ-ФОСФАТОВ КАЛЬЦИЯ ФОСФАТ-ИОНАМИ**

Аннотация. Аморфный карбонат-фосфат кальция с отношением Ca/P 1,83 получен жидкофазным осаждением из Ca^{2+} , PO_4^{3-} , CO_3^{2-} -содержащих растворов при pH 10 и стабилизирован дегидратацией этанолом с последующим прогревом при 400 °С. Присутствие PO_4^{3-} -ионов в структуре аморфного карбонат-фосфата кальция обуславливает его повышенную устойчивость к превращению в кристаллические фазы. Созревание в Ca^{2+} , PO_4^{3-} , CO_3^{2-} -содержащем маточном растворе при pH 10 в течение 4 сут способствует превращению аморфного карбонат-фосфата кальция в аморфный карбонат-фосфат кальция / карбонат-гидроксиапатит / кальцит. Совместное влияние PO_4^{3-} и CO_3^{2-} -ионов в водной среде на превращение аморфного карбонат-фосфата кальция в карбонат-гидроксиапатит позволяет максимально стабилизировать аморфное состояние, обеспечивающее высокую степень биоактивности.

Ключевые слова: стабилизация аморфного состояния, аморфный карбонат-фосфат кальция, аморфный карбонат кальция, кальцит, карбонат-гидроксиапатит

Для цитирования. Стабилизация аморфного состояния карбонат-фосфатов кальция фосфат-ионами / И. Е. Глазов [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 501–508. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-501-508>

Ilya E. Glazov, Valentina K. Krut'ko, Olga N. Musskaya, Academician Anatoly I. Kulak

Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

**STABILIZATION OF THE AMORPHOUS STATE
OF CALCIUM CARBONATE-PHOSPHATES BY PHOSPHATE IONS**

Abstract. Amorphous calcium carbonate-phosphate with a Ca/P ratio of 1.83 was precipitated from Ca^{2+} , PO_4^{3-} , CO_3^{2-} containing solutions at pH 10 and stabilized by ethanol dehydration and followed by heating at 400 °C. The presence of PO_4^{3-} ions in the structure of amorphous calcium carbonate-phosphate provides its increased resistance to transformation into crystalline phases. Aging in a Ca^{2+} , PO_4^{3-} , CO_3^{2-} containing mother solution at pH 10 for 4 days promotes the transformation of amorphous calcium carbonate-phosphate into amorphous calcium carbonate-phosphate / carbonated hydroxyapatite / calcite. The combined effect of PO_4^{3-} and CO_3^{2-} ions in the aquatic environment on the crystallization of amorphous calcium carbonate-phosphate into carbonated hydroxyapatite contributes to a maximum stabilization of the amorphous state that provides a high extent of bioactivity.

Keywords: amorphous state stabilization, amorphous calcium carbonate phosphate, amorphous calcium carbonate, calcite, carbonated hydroxyapatite

For citation. Glazov I. E., Krut'ko V. K., Musskaya O. N., Kulak A. I. Stabilization of the amorphous state of calcium carbonate-phosphates with phosphate ions. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 501–508 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-501-508>

Введение. Метастабильные аморфные соединения обладают высокой химической активностью, за счет которой являются перспективной основой для получения биоактивных материалов [1]. Направленная кристаллизация аморфных соединений позволяет получать неустойчивые кристаллогидраты, например, дикальцийфосфат моногидрат $\text{CaHPO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ [2] и кальция карбо-

нат гемигидрат $\text{CaCO}_3 \cdot \frac{1}{2}\text{H}_2\text{O}$ [3]. Аморфные соединения образуются в процессе биоминерализации – формирования неорганических компонентов твердых тканей *in vivo*, и выступают в качестве прекурсоров устойчивых кристаллических биоминералов. Примером аморфных соединений природного происхождения являются аморфный карбонат кальция (АКК) $\text{CaCO}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ [4], участвующий в формировании биоминералов морского происхождения, например, раковин моллюсков, игл морских ежей; и аморфный фосфат кальция (АФК) $\text{Ca}_9(\text{PO}_4)_6 \cdot n\text{H}_2\text{O}$, $n = 3,0–4,5$ [5] – прекурсор биоапатитов костной ткани и зубной эмали. Проведенные исследования [4; 6] свидетельствуют о ключевой роли аморфных прекурсоров с подвижной структурой в формировании природных образований с развитой морфологией поверхности, как в случае игл морских ежей и кораллов. Кроме того, морские беспозвоночные могут запасать аморфные соединения кальция [4], которые за счет высокой резорбируемости являются доступным источником Ca^{2+} -ионов.

Известно, что аморфные прекурсоры используют для формирования составов с регулируемым содержанием аморфных, аморфизированных и кристаллических фаз для обеспечения возможности управления свойствами биоматериала. Неорганические биоматериалы с регулируемым содержанием компонентов являются перспективной основой для костных имплантатов, у которых степень биоактивности определяется соответствием структуры и свойств костному биоапатиту [7]. Костный биоапатит включает гидроксиапатит (ГА) и АФК, поэтому синтез многофазных фосфатов кальция является распространенным способом получения биоматериалов с высокой биоактивностью [8]. В качестве нерастворимого компонента многофазных фосфатов кальция часто используют кристаллический ГА $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$, хотя наиболее биоактивной является его низкотемпературная аморфизированная форма [9].

Известно [7], что структура костного биоапатита может содержать до 7,4 мас. % дополнительных CO_3^{2-} -ионов, что обуславливает перспективность использования в костной пластике карбонат-фосфатов кальция, таких как карбонатзамещенные ГА (карбонат-ГА) общей формулой $\text{Ca}_{10-b}(\text{PO}_4)_{6-b}(\text{CO}_3)_{a+b}(\text{OH})_{2-2a-b}$ [10], где a – степень карбонатного замещения по А-типу ($\text{OH}^- \leftrightarrow \text{CO}_3^{2-}$); b – степень карбонатного замещения по Б-типу ($\text{PO}_4^{3-} \leftrightarrow \text{CO}_3^{2-}$). В условиях жидкофазного осаждения карбонат-ГА из CO_3^{2-} -содержащих растворов происходит промежуточное образование карбонат-АФК – аморфных карбонат-фосфатов кальция формулой $\text{Ca}_{9-3y}(\text{PO}_4)_{6-6y}(\text{CO}_3)_{6y} \cdot n\text{H}_2\text{O}$, $0 \leq y \leq 1$, $n = 3,0–4,5$ [11], что соответствует смеси АФК / АКК состава $(1-y)\text{Ca}_9(\text{PO}_4)_6 \cdot 6y\text{CaCO}_3$ [6]. Соответственно, одним из способов интерпретации свойств карбонат-АФК является исследование влияния ионов CO_3^{2-} и PO_4^{3-} на свойства составляющих карбонат-АФК, таких как АФК и АКК. Например, известно [5], что введение CO_3^{2-} -ионов в структуру АФК затрудняет его жидкофазное превращение в ГА.

Целью данной работы являлась стабилизация карбонат-АФК структурными PO_4^{3-} -ионами в условиях химического осаждения Ca^{2+} , PO_4^{3-} , CO_3^{2-} -содержащих растворов при pH 10, отношении Ca/P 1,67 и идентификация физико-химических свойств продукта жидкофазного созревания карбонат-АФК – многофазного карбонат-фосфата кальция.

Экспериментальная часть. Карбонат-АФК осаждали путем взаимодействия растворов 0,5 моль/л $\text{CaCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ (Sigma Aldrich), 0,3 моль/л $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ (База № 1 Химреактивов, Россия), 0,3 моль/л $(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$ (Carl Roth) при pH 10 и комнатной температуре [10; 12]; АКК получали без введения HPO_4^{2-} -ионов; величину pH регулировали добавлением раствора аммиака (База № 1 Химреактивов, Россия).

Аморфные фазы отделяли быстрым фильтрованием осадков, промывали дистиллированной водой; для подавления гидролиза обезвоживали этанолом и высушивали при 60 °С в течение 1 ч. Дополнительное обезвоживание осуществляли в течение 2 ч прогревом при 400 °С для карбонат-АФК либо 200 °С для АКК.

Продукты созревания аморфных фаз после 4 сут отделяли на фильтре и промывали многократной декантацией дистиллированной водой до pH 7,0–7,5, высушивали при 60 °С до постоянной массы ксерогелей.

Идентификацию образцов проводили после высушивания либо термообработки на воздухе при 800 °С в течение 5 ч. Рентгенофазовый анализ (РФА) порошковых образцов проводили на дифрактометре ADVANCE D8 (Bruker, Германия) при CuK_α 1,5405 Å. Дифрактограммы интер-

претировали с использованием программного обеспечения Profex 5.0.0 и сравнивали с литературными данными для аморфных фаз [12; 13] либо стандартами COD v.210114. На ИК-фурье-спектрометре Tensor-27 (Bruker, Германия) получали ИК-спектры образцов в диапазоне 400–4000 см⁻¹ с использованием таблеток KBr (2 мг образца на 800 мг KBr). Нормализацию ИК-спектров и разложение карбонатной полосы при 1580–1350 см⁻¹ осуществляли с использованием программного обеспечения Origin 2018 (OriginLab). Дифференциально-термический анализ (ДТА) и дифференциально-термическую гравиметрию (ДТГ) осуществляли на совмещенном термическом анализаторе STA 409 PC LUXX (NETZSCH, Германия) в токе воздуха 50 мл/мин при скорости нагрева 10 °С/мин; масса навески образцов составляла 50 мг.

Результаты и их обсуждение. Устойчивость карбонат-АФК и АКК к жидкофазному превращению при комнатной температуре в кристаллические фазы оценивали методом РФА. На дифрактограммах АКК после 200 °С (рис. 1, а, кривая 1) наблюдаются разрешенные рефлексы аллотропных модификаций кристаллического СаСО₃, ватерита с размером кристаллитов 42 нм и кальцита с размером кристаллитов 77 нм. Наличие фонового профиля на дифрактограмме (рис. 1, а, кривая 1) может быть обусловлено присутствием АКК, рентгеноаморфное гало которого при 2θ 22–35° [13] экранируют узкие рефлексы ватерита и кальцита – продукты превращения АКК в условиях синтеза с рН 10. Длительное созревание смеси АКК / ватерит / кальцит сопровождается ее полным превращением в кальцит (рис. 1, а, кривая 2) с размером кристаллитов 80 нм. На дифрактограмме карбонат-АФК после 400 °С (рис. 1, а, кривая 3) наблюдается рентгеноаморфное гало при 2θ 25–35°, что указывает на его повышенную устойчивость к жидкофазному превращению по сравнению с АКК (рис. 1, а, кривая 1).

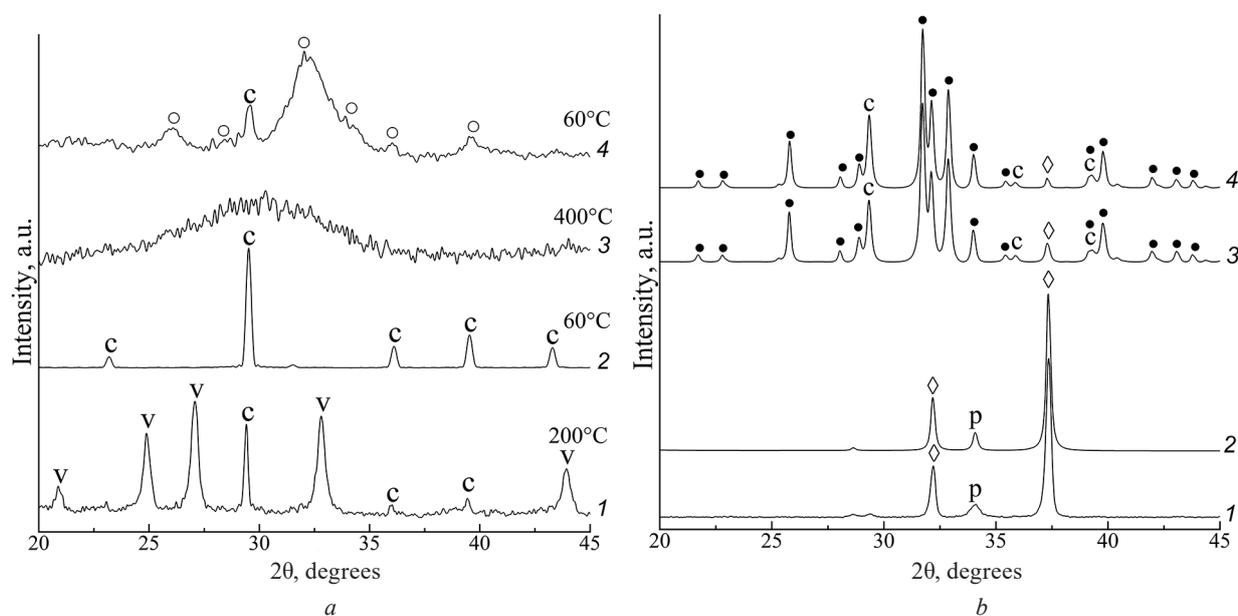


Рис. 1. Дифрактограммы до (а) и после 800 °С (b) образцов: 1 – АКК; 2 – АКК после созревания; 3 – карбонат-АФК; 4 – карбонат-АФК после созревания; v – ватерит; c – кальцит; o – апатит; ϖ – СаО; p – Са(ОН)₂; • – ГА

Fig. 1. XRD patterns before (a) and after heat treatment at 800 °C (b) of the samples: 1 – ACC; 2 – ACC after aging; 3 – carbonated ACP; 4 – carbonated ACP after aging; v – vaterite; c – calcite; o – apatite; ϖ – CaO; p – Ca(OH)₂; • – HA

Дифрактограмма карбонат-АФК после созревания и высушивания при 60 °С (рис. 1, а, кривая 4) содержит уширенные рефлексы аморфизированного карбонат-ГА с размером кристаллитов 5 нм и кальцита, которые образуются за счет жидкофазного превращения карбонат-АФК согласно схеме:



Присутствие фонового профиля на дифрактограмме продукта созревания карбонат-АФК после 60 °С (рис. 1, *a*, кривая 4) может быть обусловлено присутствием рентгеноаморфного гало карбонат-АФК, которое за счет низкой кристалличности аморфизированного карбонат-ГА характеризуется большей интенсивностью, чем гало АКК в смеси с кристаллическими карбонатами кальция (рис. 1, *a*, кривая 1).

Идентификацию аморфных и аморфизированных фаз осуществляли после их кристаллизации при 800 °С [12]. Карбонаты кальция после 800 °С (рис. 1, *b*, кривая 1, 2) разлагаются с образованием СаО, который за счет поглощения паров воды из воздуха частично переходит в портландит Са(ОН)₂. В случае карбонат-фосфатов кальция после 800 °С (рис. 1, *b*, кривые 3, 4), термическая кристаллизация карбонат-АФК согласно схеме обуславливает образование ГА и до 14 мас. % кальцита. Карбонат-АФК при низкотемпературной и термической кристаллизации превращаются согласно схеме образования карбонат-ГА и кальцита по аналогии с АКК, который кристаллизуется в кальцит как в водных растворах (рис. 1, *a*, кривая 2), так и при нагревании [14]. Прогрев карбонат-фосфатов кальция при 800 °С дополнительно сопровождается образованием до 3 мас. % СаО за счет реакций разложения кальцита и карбонат-ГА. Предположительно, параллельно протекающая термическая кристаллизация карбонат-АФК при 800 °С обуславливает неполноту разложения кальцита, который в индивидуальном состоянии полностью разлагается до СаО (рис. 1, *b*, кривая 2). Отношение Са/Р смеси кристаллических фаз в составе карбонат-фосфатов кальция после 800 °С соответствует общему отношению Са/Р образцов до прогрева и составляет 1,83 для карбонат-АФК и 1,82 для продукта его созревания.

По данным РФА установлено, что АКК в водных растворах кристаллизуется в устойчивые кристаллические формы, в отличие от карбонат-АФК, в котором стабилизацию осуществляют структурные PO_4^{3-} -ионы. Созревание карбонат-АФК в течение 4 сут сопровождается превращением в карбонат-ГА и кальцит, однако полноту превращения затруднительно оценить по дифрактограммам. Поэтому образцы дополнительно идентифицировали методом ИК-спектроскопии, который позволяет исследовать окружение CO_3^{2-} -ионов в структуре фосфатов кальция [6].

На ИК-спектрах карбонатов кальция (рис. 2, *a*, кривые 1, 2) представлены уширенные полосы колебаний CO_3^{2-} -ионов, из которых наиболее информативной является составная полоса при 1580–1350 см^{-1} . Индивидуальные вклады карбонатов кальция в данную полосу мало описаны в литературе, однако их выявление необходимо для достоверной интерпретации результатов идентификации карбонат-фосфатов кальция. На ИК-спектре АКК разложение составной полосы при 1580–1350 см^{-1} (рис. 2, *b*, врезка 1) указывает на преобладание полос при 1533, 1493, 1414 и 1379 см^{-1} колебаний CO_3^{2-} -ионов в аморфном окружении, что свидетельствует о частичной стабилизации АКК в условиях тщательной дегидратации. Полосы при 1559, 1460 и 1440 см^{-1} обусловлены присутствием ватерита, а кальцит за счет малого содержания вносит незначительный вклад в составную карбонатную полосу. В случае продукта созревания АКК, на ИК-спектрах (рис. 2, *a*, кривая 2) представлены разрешенные полосы колебаний CO_3^{2-} -ионов в кристаллической структуре кальцита. По результатам разложения полосы при 1580–1350 см^{-1} (рис. 2, *b*, врезка 2), колебаниям CO_3^{2-} -ионов в структуре кальцита соответствуют полосы при 1529, 1489, 1427, 1419, 1349 см^{-1} . Полученные данные согласуются с результатами РФА и указывают на частичное превращение АКК при рН 10 в ватерит и кальцит в течение 1–2 ч, и полное превращение в кальцит после созревания в течение 4 сут.

На ИК-спектре карбонат-АФК после 400 °С (рис. 2, *a*, кривая 3) представлены полосы при 1053, 953, 586 см^{-1} колебаний PO_4^{3-} -ионов, полоса при 723 см^{-1} колебания $\text{P}_2\text{O}_7^{4-}$ -ионов, которая свидетельствует о присутствии HPO_4^{2-} -ионов в структуре аморфной фазы [12]; полосы при 1580–1350, 866 см^{-1} соответствуют колебаниям CO_3^{2-} -ионов. Согласно результатам разложения (рис. 2, *b*, врезка 3), карбонатная полоса при 1580–1350 см^{-1} включает составляющие при 1553, 1493, 1419 и 1382 см^{-1} колебаний CO_3^{2-} -ионов в аморфном окружении, а присутствие полос при 1600 см^{-1} может быть обусловлено колебаниями (Р)О–Н в структуре HPO_4^{2-} -ионов либо С=О в структуре CO_3^{2-} -ионов. Положение полос колебаний CO_3^{2-} -ионов в структуре карбонат-АФК согласуется с литературой [6] и с ранее описанными ИК-спектрами АКК. Сохранение окружения CO_3^{2-} -ионов при введении PO_4^{3-} -ионов в АКК может быть связано с подвижностью аморф-

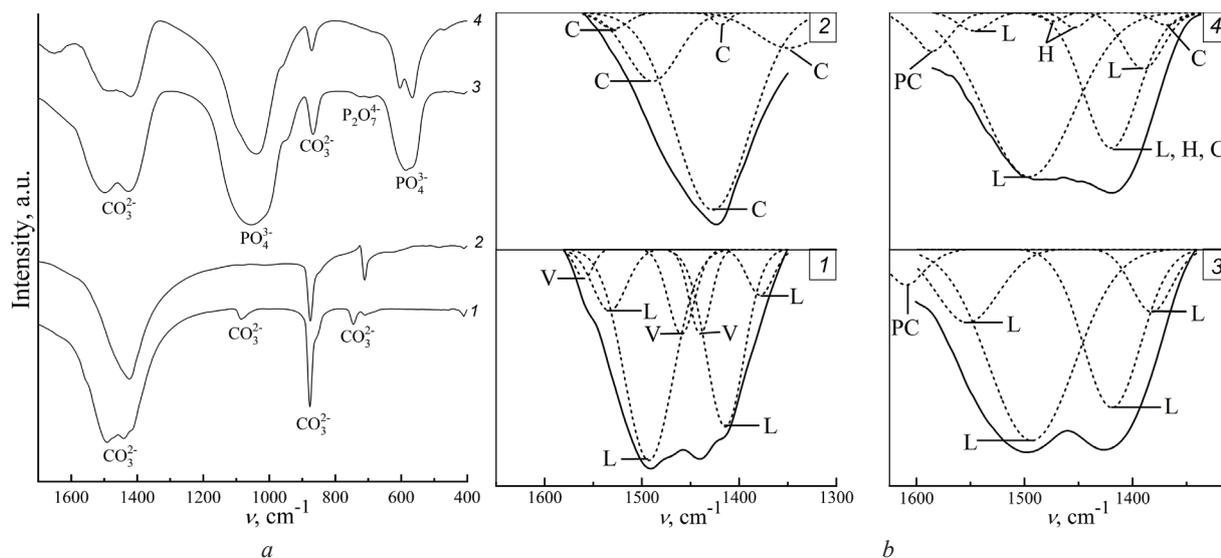


Рис. 2. ИК-спектры образцов (а) и разложение карбонатной полосы (b): 1 – АКК / 200 °С; 2 – АКК после созревания / 60 °С; 3 – карбонат-АФК / 400 °С; 4 – карбонат-АФК после созревания / 60 °С. L – карбонат-АФК, V – ватерит, С – кальцит, Н – карбонат-ГА, PC – ν(PO–H) / ν(C=O)

Fig. 2. FTIR spectra of the samples (a) and deconvolution of the carbonate band (b): 1 – ACC / 200 °C; 2 – ACC after aging / 60 °C; 3 – carbonated ACP / 400 °C; 4 – carbonated ACP after aging / 60 °C. L – carbonated ACP, V – vaterite, C – calcite, H – carbonated HA, PC – ν(PO–H) / ν(C=O)

ной структуры, которая может перестраиваться в оптимальную устойчивую конфигурацию, близкую к исходной структуре АКК.

В случае продукта созревания карбонат-АФК после 60 °С (рис. 2, а, кривая 4), на ИК-спектрах представлены полосы колебаний PO_4^{3-} -ионов, а полоса колебаний апатитных OH^- -ионов при 633 см^{-1} [10; 12] не наблюдается за счет присутствия карбонат-АФК. В соответствии с результатами разложения карбонатной полосы при $1580\text{--}1350\text{ см}^{-1}$, превращение карбонат-АФК в многофазный карбонат-фосфат кальция (рис. 2, b, врезка 4) сопровождается увеличением интенсивности полосы при 1420 см^{-1} и появлением полос при $1473, 1453, 1369\text{ см}^{-1}$ колебаний CO_3^{2-} -ионов карбонат-ГА и кальцита. Наибольший вклад в карбонатную полосу вносят составляющие при $1547, 1496, 1420, 1390\text{ см}^{-1}$ аморфного окружения CO_3^{2-} -ионов, свидетельствующие о частичной стабилизации карбонат-АФК. Предположительно, стабилизация карбонат-АФК может быть связана с влиянием образующихся фаз карбонат-ГА и кальцита, которые формируют экранирующий слой на поверхности частиц карбонат-АФК.

По данным ИК-спектроскопии, влияние PO_4^{3-} -ионов на стабилизацию карбонат-АФК происходит с сохранением окружения CO_3^{2-} -ионов, что обусловлено подвижностью аморфной структуры. Созревание стабилизированного PO_4^{3-} -ионами карбонат-АФК сопровождается частичным превращением в карбонат-ГА и кальцит, однако CO_3^{2-} -ионы продукта созревания сконцентрированы преимущественно в структуре аморфной фазы.

Присутствие аморфных соединений в многокомпонентных смесях дополнительно исследовали термическим методом. Ход кривых ДТА и ДТГ карбонатов кальция (рис. 3, а) в диапазоне температур $20\text{--}200\text{ °C}$ обусловлен преимущественно удалением адсорбированной и структурной воды.

Уменьшение массы АКК (рис. 3, а, кривая 1) за счет удаления воды составляет 2,5 %, что обусловлено предварительной дегидратацией этанолом и частичным превращением АКК в ватерит/кальцит. Уменьшение массы на 1,0 % при дегидратации продукта созревания АКК/кальцита (рис. 3, а, кривая 2) связано с его малой удельной поверхностью $2\text{ м}^2/\text{г}$ [15]. На кривой ДТА образца АКК (рис. 3, а, кривая 1) узкий экзоэффект при 288 °C соответствует кристаллизации АКК [14], а последующий интенсивный экзоэффект обусловлен аллотропным превращением ватерита в кальцит. Экзоэффект кристаллизации АКК является характеристическим и надежно

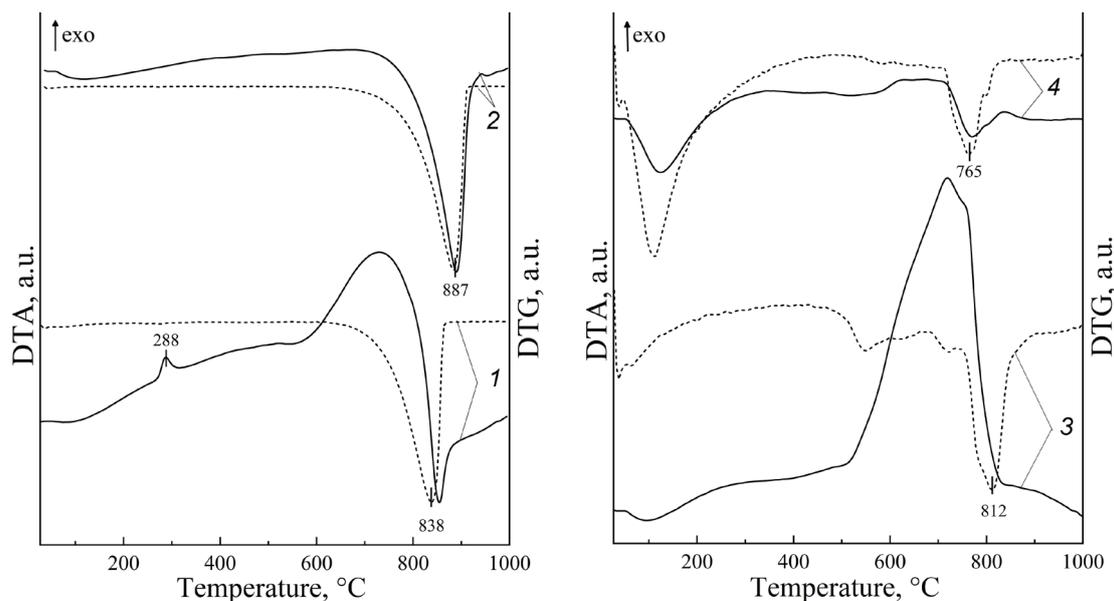


Рис. 3. Кривые ДТА (сплошные) и ДТГ (прерывистые) образцов: 1 – АКК / 200 °С; 2 – АКК после созревания / 60 °С; 3 – карбонат-АФК / 400 °С; 4 – карбонат-АФК после созревания / 60 °С

Fig. 3. DTA curves (solid) and DTG curves (dash) of the samples: 1 – ACC / 200 °C; 2 – ACC after aging / 60 °C; 3 – carbonated ACP / 400 °C; 4 – carbonated ACP after aging / 60 °C

подтверждает присутствие аморфной фазы в образце. В диапазоне температур 650–850 °С карбонаты кальция (рис. 3, *a*) подвергаются термическому разложению с удалением CO_2 , на что указывает эндозэффект на кривых ДТА и скачкообразное уменьшение массы около 44,0 % с выраженным минимумом при 838 и 887 °С на кривых ДТГ.

По аналогии с карбонатами кальция, карбонат-фосфаты кальция (рис. 3, *b*, кривые 3, 4) в диапазоне температур 20–200 °С претерпевают эндотермическую дегидратацию. Соответствующее уменьшение массы карбонат-АФК (рис. 3, *b*, кривая 3) составляет 3,2 % и обусловлено удалением адсорбированной воды. Адсорбированная вода способствует превращению аморфной фазы в ГА [5], поэтому тщательное обезвоживание карбонат-АФК этанолом и прогревом при 400 °С является необходимым условием его стабилизации. В случае продукта созревания карбонат-АФК (рис. 3, *b*, кривая 4), дегидратация сопровождается уменьшением массы до 13,8 %, что обусловлено его высокой удельной поверхностью до 132 м²/г [10]. На кривых ДТА карбонат-фосфатов кальция при 500–850 °С наблюдается интенсивный экзоэффект термической кристаллизации карбонат-АФК согласно схеме, который является надежным признаком присутствия аморфной фазы в образцах до (рис. 3, *b*, кривая 3) и после (рис. 3, *b*, кривая 4) созревания. По данным ДТГ, кристаллизация карбонат-АФК сопровождается уменьшением массы образцов при 500–665 °С на 2,5 % для карбонат-АФК и 0,9 % для продукта его созревания, что обусловлено удалением из структуры карбонат-АФК межкластерной воды [5]. Дальнейшее нагревание образцов инициирует эндотермическое декарбоксилирование кальцита и карбонат-ГА при 700–850 °С, которому соответствуют экстремумы на кривых ДТГ при 765 и 812 °С. Декарбоксилирование карбонат-фосфатов кальция при 665–1000 °С сопровождается уменьшением массы на 9,5 % для карбонат-АФК и на 4,5 % для продукта его созревания – карбонат-АФК/карбонат-ГА/кальцита. Данные термического анализа подтверждают неполноту созревания карбонат-АФК в карбонат-ГА/кальцит в течение 4 сут и указывают на повышенную термическую устойчивость карбонат-АФК по сравнению с АКК, что обусловлено присутствием PO_4^{3-} -ионов в структуре карбонат-АФК.

Заключение. Жидкофазным осаждением из CO_3^{2-} -содержащих растворов при pH 10 получен карбонат-АФК с отношением Ca/P 1,83, кристаллизацию которого подавляли дегидратацией этанолом с последующим прогревом при 400 °С. Повышенная устойчивость карбонат-АФК

к жидкофазному превращению при комнатной температуре и термической кристаллизации при 500–665 °С по сравнению с АКК обусловлена присутствием структурных PO_4^{3-} -ионов. Стабилизированный PO_4^{3-} -ионами карбонат-АФК после созревания в течение 4 сут трансформируется в многокомпонентный продукт состава карбонат-АФК/карбонат-ГА/кальцит. Совместное влияние PO_4^{3-} - и CO_3^{2-} -ионов на контролируемое превращение карбонат-АФК в устойчивые карбонат-фосфаты кальция позволяет стабилизировать аморфную фазу в материалах с высокой степенью биоактивности.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ «Химические процессы, реагенты и технологии, биорегуляторы и биооргхимия» по заданию 2.1.04.7 на 2021–2025 гг. и проекта БРФФИ № X22М-043.

Acknowledgements. The work was supported by the State Program for Scientific Research “Chemical processes, reagents and technologies, bioregulators and bioorganic chemistry” (Task 2.1.04.7 for 2021–2025) and the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research under the project X22М-043.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Uskoković, V. Disordering the disorder as the route to a higher order: incoherent crystallization of calcium phosphate through amorphous precursors / V. Uskoković // *Cryst. Gr. Des.* – 2019. – Vol. 19, N 8. – P. 4340–4357. <https://doi.org/10.1021/acs.cgd.9b00061>
2. Introducing the crystalline phase of dicalcium phosphate monohydrate / B. Q. Lu [et al.] // *Nature Comm.* – 2020. – Vol. 11, N 1. – P. 1–8. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-15333-6>
3. Additives control the stability of amorphous calcium carbonate via two different mechanisms: Surface adsorption versus bulk incorporation / Z. Zou [et al.] // *Adv. Funct. Mater.* – 2020. – Vol. 30, N 23. – Art. 2000003. <https://doi.org/10.1002/adfm.202000003>
4. Use of amorphous calcium carbonate for the design of new materials / B. Cantaert [et al.] // *ChemPlusChem.* – 2017. – Vol. 82, N 1. – P. 107–120. <https://doi.org/10.1002/cplu.201600457>
5. Combes, C. Amorphous calcium phosphates: synthesis, properties and uses in biomaterials / C. Combes, C. Rey // *Acta Biomater.* – 2010. – Vol. 6, N 9. – P. 3362–3378. <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2010.02.017>
6. Ibsen, C. J. S. Apatite formation from amorphous calcium phosphate and mixed amorphous calcium phosphate/amorphous calcium carbonate / C. J. S. Ibsen, D. Chernyshov, H. Birkedal // *Chem. Europ. J.* – 2016. – Vol. 22, N 35. – P. 12347–12357. <https://doi.org/10.1002/chem.201601280>
7. Sakae, T. Historical review of biological apatite crystallography / T. Sakae, H. Nakada, J. P. LeGeros // *J. Hard Tiss. Biol.* – 2015. – Vol. 24, N 2. – P. 111–122. <https://doi.org/10.2485/jhtb.24.111>
8. Dorozhkin, S. V. Multiphase calcium orthophosphate (CaPO_4) bioceramics and their biomedical applications / S. V. Dorozhkin // *Ceram. Intern.* – 2016. – Vol. 42, N 6. – P. 6529–6554. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2016.01.062>
9. Низкотемпературное формирование и идентификация двухфазных карбонат-фосфатов кальция / И. Е. Глазов [и др.] // *Журн. неорган. химии.* – 2022. – Т. 67, № 11. – С. 1–13. <https://doi.org/10.31857/S0044457X22600876>
10. Жидкофазный синтез карбонат-гидроксипатита / И. Е. Глазов [и др.] // *Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. хим. наук.* – 2019. – Т. 55, № 4. – С. 391–399. <https://doi.org/10.29235/1561-8331-2019-55-4-391-399>
11. Structural role and spatial distribution of carbonate ions in amorphous calcium phosphate / O. F. Yasar [et al.] // *J. Phys. Chem.* – 2021. – Vol. 125, N 8. – P. 4675–4693. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.0c10355>
12. Апатитные фосфаты кальция: жидкофазное формирование, термические превращения, терминология и идентификация / И. Е. Глазов [и др.] // *Журн. неорган. химии.* – 2022. – Т. 67, № 2. – С. 193–202. <https://doi.org/10.31857/s0044457x22020040>
13. Nanoscale Ion Dynamics Control on Amorphous Calcium Carbonate Crystallization: Precise Control of Calcite Crystal Sizes / M. P. Asta [et al.] // *J. Phys. Chem. C.* – 2020. – Vol. 124, N 46. – P. 25645–25656. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.0c08670>
14. Koga, N. Thermally induced transformations of calcium carbonate polymorphs precipitated selectively in ethanol/water solutions / N. Koga, Y. Yamane, T. Kimura // *Thermochim. Acta.* – 2011. – Vol. 512, N 1–2. – P. 13–21. <https://doi.org/10.1016/j.tca.2010.08.016>
15. High surface area calcite / L. N. Schultz [et al.] // *J. Cryst. Gr.* – 2013. – Vol. 371. – P. 34–38. <https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2013.01.049>

References

1. Uskoković V. Disordering the disorder as the route to a higher order: incoherent crystallization of calcium phosphate through amorphous precursors. *Crystal Growth & Design*, 2019, vol. 19, no. 8, pp. 4340–4357. <https://doi.org/10.1021/acs.cgd.9b00061>
2. Lu B. Q., Willhammar T., Sun B. B., Hedin N., Gale J. D., Gebauer D. Introducing the crystalline phase of dicalcium phosphate monohydrate. *Nature Communications*, 2020, vol. 11, no. 1, pp. 1–8. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-15333-6>
3. Zou Z., Yang X., Albéric M., Heil T., Wang Q., Pokroy B., Politi Y., Bertinetti L. Additives control the stability of amorphous calcium carbonate via two different mechanisms: Surface adsorption versus bulk incorporation. *Advanced Functional Materials*, 2020, vol. 30, no. 23, art. 2000003. <https://doi.org/10.1002/adfm.202000003>
4. Cantaert B., Kuo D., Matsumura S., Nishimura T., Sakamoto T., Kato T. Use of amorphous calcium carbonate for the design of new materials. *ChemPlusChem*, 2017, vol. 82, no. 1, pp. 107–120. <https://doi.org/10.1002/cplu.201600457>

5. Combes C., Rey C. Amorphous calcium phosphates: synthesis, properties and uses in biomaterials. *Acta Biomaterialia*, 2010, vol. 6, no. 9, pp. 3362–3378. <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2010.02.017>
6. Ibsen C. J. S., Chernyshov D., Birkedal H. Apatite formation from amorphous calcium phosphate and mixed amorphous calcium phosphate/amorphous calcium carbonate. *Chemistry – A European Journal*, 2016, vol. 22, no. 35, pp. 12347–12357. <https://doi.org/10.1002/chem.201601280>
7. Sakae T., Nakada H., LeGeros J. P. Historical review of biological apatite crystallography. *Journal of Hard Tissue Biology*, 2015, vol. 24, no. 2, pp. 111–122. <https://doi.org/10.2485/jhtb.24.111>
8. Dorozhkin S. V. Multiphasic calcium orthophosphate (CaPO₄) bioceramics and their biomedical applications. *Ceramics International*, 2016, vol. 42, no. 6, pp. 6529–6554. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2016.01.062>
9. Glazov I. E., Krut'ko V. K., Musskaya O. N., Kulak A. I. Low-temperature formation and identification of biphasic calcium carbonate-phosphates. *Zhurnal neorganicheskoy himii = Journal of Inorganic Chemistry*, 2022, vol. 67, no. 2, pp. 1–13 (in Russian). <https://doi.org/10.31857/S0044457X22600876>
10. Glazov I. E., Krut'ko V. K., Musskaya O. N., Kulak A. I. Wet synthesis of carbonated hydroxyapatite. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya khimichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Chemical series*, 2019, vol. 55, no. 4, pp. 391–399 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8331-2019-55-4-391-399>
11. Yasar O. F., Liao W.-C., Stevansson B., Edén M. Structural role and spatial distribution of carbonate ions in amorphous calcium phosphate. *Journal of Physical Chemistry C*, 2021, vol. 125, no. 8, pp. 4675–4693. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.0c10355>
12. Glazov I. E., Krut'ko V. K., Musskaya O. N., Kulak A. I. Calcium Phosphate Apatites: Wet Formation, Thermal Transformations, Terminology, and Identification. *Russian Journal of Inorganic Chemistry*, 2022, vol. 67, no. 2, pp. 173–182. <https://doi.org/10.1134/s0036023622020048>
13. Asta M. P., Fernandez-Martinez A., Alonso J., Charlet L., Findling N., Magnin V., Ruta B., Sprung M., Westermeier F. Nanoscale Ion Dynamics Control on Amorphous Calcium Carbonate Crystallization: Precise Control of Calcite Crystal Sizes. *Journal of Physical Chemistry C*, 2020, vol. 124, no. 46, pp. 25645–25656. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.0c08670>
14. Koga N., Yamane Y., Kimura T. Thermally induced transformations of calcium carbonate polymorphs precipitated selectively in ethanol/water solutions. *Thermochimica Acta*, 2011, vol. 512, no. 1–2, pp. 13–21. <https://doi.org/10.1016/j.tca.2010.08.016>
15. Schultz L. N., Andersson M. P., Dalby K. N., Mütter D., Okhrimenko D. V., Fordsmann H., Stipp S. L. S. High surface area calcite. *Journal of Crystal Growth*, 2013, vol. 371, pp. 34–38. <https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2013.01.049>

Информация об авторах

Глазов Илья Евгеньевич – мл. науч. сотрудник. Институт общей и неорганической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 9/1, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: che.glazov@mail.ru.

Крут'ко Валентина Константиновна – канд. хим. наук, доцент, заведующий лабораторией. Институт общей и неорганической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 9/1, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: tsuber@igic.bas-net.by.

Мусская Ольга Николаевна – канд. хим. наук, доцент, вед. науч. сотрудник. Институт общей и неорганической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 9/1, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: musskaja@igic.bas-net.by.

Кулак Анатолий Иосифович – академик, д-р хим. наук, профессор, директор. Институт общей и неорганической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 9/1, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kulak@igic.bas-net.by.

Information about the authors

Glazov Ilya E. – Junior Researcher. Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (9/1, Surganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: che.glazov@mail.ru.

Krut'ko Valentina K. – Ph. D. (Chemistry), Associate Professor, Head of the Laboratory. Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (9/1, Surganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tsuber@igic.bas-net.by.

Muskaya Olga N. – Ph. D. (Chemistry), Associate Professor, Leading Researcher. Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (9/1, Surganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: musskaja@igic.bas-net.by.

Kulak Anatoly I. – Academician, D. Sc. (Chemistry), Professor, Director. Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (9/1, Surganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kulak@igic.bas-net.by.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

БИОЛОГИЯ BIOLOGY

УДК 579.66:577.113.3:577.15
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-509-516>

Поступило в редакцию 26.04.2022
Received 26.04.2022

М. А. Винтер, И. С. Казловский, член-корреспондент А. И. Зинченко

Институт микробиологии Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

ГЕТЕРОЛОГИЧНАЯ ЭКСПРЕССИЯ ДИАДЕНИЛАТЦИКЛАЗЫ В ВИДЕ ТЕЛЕЦ ВКЛЮЧЕНИЯ, ОБЛАДАЮЩИХ ФЕРМЕНТАТИВНОЙ АКТИВНОСТЬЮ

Аннотация. С помощью техники рекомбинантной ДНК создан новый бактериальный штамм *Escherichia coli* ДАЦ-22, клетки которого способны осуществлять гетерологичную экспрессию диаденилатциклазы *Bacillus thuringiensis* – фермента, катализирующего реакцию трансформации аденозин-5'-трифосфата в циклический 3',5'-диаденилат (цикло-ди-АМФ). Для получения этого штамма в качестве клеток-реципиентов плазмиды pET42a+ со встроенным геном *disA*, кодирующим диаденилатциклазу *B. thuringiensis*, впервые были использованы клетки *E. coli* «Rosetta (DE3) pLysS». Клетки нового штамма способны продуцировать гетерологичную диаденилатциклазу, около 90 % которой локализовано во фракции каталитически активных телец включения. Продуцирующая способность полученного штамма в отношении диаденилатциклазы, находящейся в составе каталитически активных телец включения, составила 720 ед/л культуральной жидкости. Образующие этим штаммом тельца включения могут быть использованы в технологии получения фармакологически перспективного цикло-ди-АМФ.

Ключевые слова: *Escherichia coli*, генная инженерия, рекомбинантный штамм, *Bacillus thuringiensis*, гетерологичная экспрессия гена, тельца включения, диаденилатциклаза, цикло-ди-АМФ

Для цитирования. Винтер, М. А. Гетерологичная экспрессия диаденилатциклазы в виде телец включения, обладающих ферментативной активностью / М. А. Винтер, И. С. Казловский, А. И. Зинченко // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 509–516. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-509-516>

Margarita A. Vinter, Illia S. Kazlouski, Corresponding Member Anatoly I. Zinchenko

Institute of Microbiology of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

HETEROLOGOUS EXPRESSION OF DIADENYLATE CYCLASE IN THE FORM OF INCLUSION BODIES WITH ENZYMATIC ACTIVITY

Abstract. Using the DNA recombination technique, a new bacterial strain *Escherichia coli* DAC-22 was derived, whose cells are able to carry out the heterologous expression of *Bacillus thuringiensis* diadenylate cyclase – the enzyme catalyzing the reaction of adenosine-5'-triphosphate (ATP) transformation into cyclic 3',5'-diadenylate (cyclo-di-AMP). To derive the strain, *E. coli* “Rosetta (DE3) pLysS” cells were originally used as recipients of plasmid pET42a+ with the inserted gene *disA* encoding diadenylate cyclase of *B. thuringiensis*. The cells of the recombinant strain are able to produce heterologous diadenylate cyclase localized predominantly (by 90 %) in the fraction of the catalytically active inclusion bodies. The productivity of the new strain with respect to diadenylate cyclase structurally arranged as the inclusion bodies was 720 units/l of cultural fluid. The inclusion bodies formed by the newly engineered strain are intended for use in the technology of producing pharmacologically promising cyclo-di-AMP.

Keywords: *Escherichia coli*, genetic engineering, recombinant strain, *Bacillus thuringiensis*, heterologous gene expression, inclusion bodies, diadenylate cyclase, cyclo-di-AMP

For citation. Vinter M. A., Kazlouski I. S., Zinchenko A. I. Heterologous expression of diadenylate cyclase in the form of inclusion bodies with enzymatic activity. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 509–516 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-509-516>

Введение. Диаденилатциклаза (КФ 2.7.7.85) катализирует реакцию трансформации аденозин-5'-трифосфата (АТФ) в циклический 3',5'-диаденилат (цикло-ди-АМФ) формулы, представленной на рис. 1.

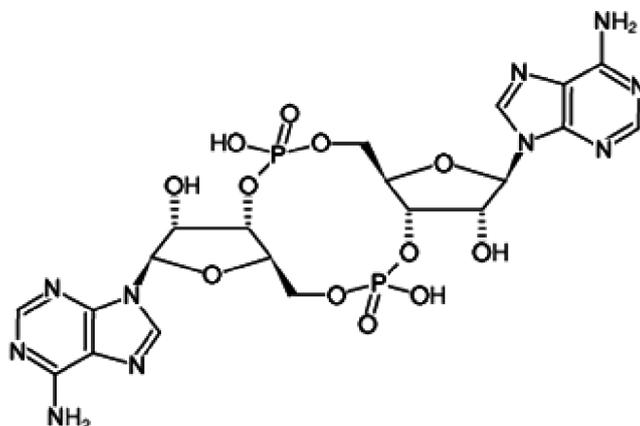


Рис. 1. Структурная формула цикло-ди-АМФ

Fig. 1. Structural formula of cyclo-di-AMP

Указанное соединение было открыто в 2008 г. в составе грамположительных бактерий и архей. Цикло-ди-АМФ играет роль патоген-ассоциированного молекулярного паттерна, который при попадании в организм человека и позвоночных животных индуцирует синтез интерферонов и других провоспалительных цитокинов [1]. Благодаря таким свойствам, цикло-ди-АМФ рассматривается в качестве очень перспективного соединения, которое может быть использовано в медицине в качестве терапевтических средств и адъювантов для вакцин [2–4].

В настоящее время цикло-ди-АМФ получают главным образом путем многостадийного экологически «вредного» химического синтеза [5]. Альтернативный биокаталитический подход к получению цикло-ди-АМФ основывается на одностадийном процессе конденсации двух молекул АТФ под действием бактериального фермента – рекомбинантной диаденилатциклазы.

Очевидно, что использование цикло-ди-АМФ в вакцинах или в качестве индуктора интерферонов потребует производства его в промышленных масштабах. Эта проблема могла бы быть решена с помощью генно-инженерных бактериальных штаммов, способных к суперпродукции диаденилатциклазы.

Однако несмотря на хорошую изученность и привлекательность штаммов *Escherichia coli*, гетерологичная экспрессия генов в клетках этой бактерии часто сопровождается агрегацией «сверхпродуцированных» целевых белков с формированием водонерастворимых образований, которые получили наименование «тельца включения» [6; 7].

Ферменты, включенные в такие тельца, для проявления своей активности обычно требуют довольно трудоемкой процедуры солиubilизации. Однако в литературе описаны случаи, когда процедура рефолдинга телец включения не требуется, поскольку ферменты, выпадая в осадок, не теряют своей активности [8; 9].

Следует отметить, что, поскольку цикло-ди-АМФ в повышенных концентрациях губителен для клеток, активность этого фермента у диких бактериальных штаммов чрезвычайно низка. В связи с этим штаммы-суперпродуценты диаденилатциклазы каноническими селекционно-генетическими методами не получены.

Известны рекомбинантные штаммы-продуценты, способные после индукции экспрессии клонированных генов диаденилатциклазы продуцировать этот фермент в повышенных количествах. Так, описан бактериальный рекомбинантный штамм *Mycobacterium tuberculosis* BCG-disA-OE, в котором ген диаденилатциклазы (*disA*) слит с сильным микобактериальным промотором *hsp60* в векторе pSD5. По сравнению с родительским штаммом дикого типа, рекомбинант-

ный штамм характеризуется повышенным в 300 раз уровнем экспрессии гена *disA* и в 15 раз повышенной продукцией цикло-ди-АМФ [10]. При этом авторами работы уровень экспрессии гена, кодирующего диаденилатциклазу, зарегистрирован только по экспрессии ее мРНК с использованием количественной ПЦР в режиме реального времени. Данных по активности штамма в отношении рекомбинантной диаденилатциклазы, выраженной в ед. активности/мл культуральной жидкости (КЖ) в работе не приведены и рассчитать их не представляется возможным.

Описаны три штамма-продуцента диаденилатциклазы, представляющие собой клетки *E. coli* BL21(DE3), трансформированные плазмидами pGP1973, pGP1974 и pGP1975, несущими клонированные гены трех различных изоформ (DisA, CdaA и CdaS) диаденилатциклазы бактерии *Bacillus subtilis* [11]. Данные, позволяющие оценить продуцирующую способность штаммов в отношении рекомбинантной диаденилатциклазы (в единицах активности на 1 л КЖ), в работе не приведены.

Известен рекомбинантный штамм *E. coli* pBtdac [12], полученный путем трансформации штамма-реципиента *E. coli* BL21(DE3) плазмидой pET42a(+) со встроенным геном, кодирующим диаденилатциклазу *B. thuringiensis*. Продуктивность штамма в отношении диаденилатциклазы (находящихся в тельцах включения) относительно невысокая и составляет 330,75 ед/л КЖ.

Цель исследования – изучение возможности создания рекомбинантного штамма *E. coli* на основе более эффективной системы гетерологичной экспрессии гена диаденилатциклазы.

Материалы и методы исследования. Источником структурного гена, кодирующего аминокислотную последовательность диаденилатциклазы, служила хромосомная ДНК штамма бактерий *B. thuringiensis* BT407 (Novagen, США). ДНК выделяли с помощью фенол-хлороформного метода с дополнительной очисткой при помощи цетавлона [13].

Ген *disA* синтезировали с помощью ПЦР, используя «Flash полимеразу» (АртБиоТех, Беларусь) и синтетические олигонуклеотидные праймеры: DisA_2-F (5'-GTGGTGGTCCACAACATGGAAGAAAATAAGCAACGTG-3') и DisA_2-R (5'-GTGGTGGTGGTGGTCTCATTTGTGTCTACTCATA TATAGATGCTCT-3'). На 5'-окончания праймеров встроены нуклеотидные последовательности (подчеркнуты), комплементарные плазмиде pET42a+ (Novagen, США).

Продукты амплификации разделяли путем электрофореза в 1 %-ном агарозном геле. Продукт, соответствующий гену *disA*, выделяли и встраивали в вектор pET42a+, предварительно лиnearизованный методом ПЦР с использованием праймеров 42Int_R (5'-GTTGTGGACCACCACCATATGTATATCTCCTTCTT-3') и pET42lin_2-F (5'-GAGCATCACCATCACCACCACCACCACTAATTG-3'). Сборку полученных фрагментов ДНК (лиnearизованного вектора и гена, кодирующего диаденилатциклазу) осуществляли методом продолжительной перекрывающейся ПЦР [14].

Полученной ПЦР-смесью трансформировали компетентные клетки *E. coli* «Rosetta(DE3) pLysS» фирмы Novagen (США), полученные стандартным кальциевым методом [13], с последующим высевом на плотную питательную среду LB (1 % триптон, 0,5 % дрожжевой экстракт, 1 % NaCl, 1 % глюкоза), содержащую канамицин в концентрации 50 мкг/мл. Три выросшие одиночные колонии анализировали на наличие вставки гена *disA* методом ПЦР, используя праймер к T7-промотору 5'-ТААТАСГАСТСАСТАТАGGG-3', входящему в состав плазмиды pET24a+, и праймер к гену *disA* – DisA_2-R. Продукты амплификации были подвергнуты гель-электрофорезу в 1 %-ном агарозном геле. Этот эксперимент показал наличие в клетках-реципиентах плазмиды pET24a+ со вставкой гена *disA*, которую мы обозначили pET-intDisA.

Так был получен рекомбинантный штамм бактерий *E. coli*, клетки которого способны экспрессировать гетерологичную диаденилатциклазу *B. thuringiensis*, обозначенный нами как *E. coli* ДАЦ-22.

Для культивирования *E. coli* ДАЦ-22 10 мл суточной культуры клеток помещали в две колбы Эрленмейера объемом 2 л, содержащие по 500 мл среды LB с канамицином (50 мкг/мл; pH 7,0), и растили при 37 °С на качалке при 200 об/мин. После достижения культуральной средой оптической плотности 0,6 ($\lambda_{600\text{нм}}$) вносили индуктор – изопропил- β -D-1-тиогалактопиранозид (CarlRoth, Германия) до конечной концентрации 0,5 мМ и продолжали культивирование в тече-

ние 3 ч. По окончании выращивания клетки осаждали центрифугированием (8000 g; 5 мин), ресуспендировали в 50 мМ фосфатном буфере (pH 8,0), содержащем 300 мМ NaCl и 10 мМ имидазола, получая клеточную биомассу в количестве около 5 г.

Для выделения телец включения из клеток бактерий их разрушали ультразвуком с последующим центрифугированием. Полученный осадок промывали раствором, содержащим мочевины (1 М) и тритон X-100 (2 %), дважды промывали 50 мМ трис-HCl-буфером (pH 8,0), содержащим 0,1 М NaCl, и ресуспендировали в том же буфере.

Активность диаденилатциклазы определяли, как описано нами в [8] при анализе дигуанилатциклазы, заменяя в реакционной смеси ГТФ на АТФ. При этом за единицу активности принимали количество фермента, образующее 1 мкмоль цикло-ди-АМФ за 1 мин протекания реакции.

Приведенные в работе экспериментальные данные представляют собой доверительный интервал среднего арифметического для 95 %-ного уровня вероятности.

Результаты и их обсуждение. Недостатком единственного найденного в литературе штамма-продуцента диаденилатциклазы с охарактеризованной активностью является его сравнительно невысокая продуцирующая способность в отношении изучаемого фермента. Это обусловлено, по-видимому, недостаточно эффективной системой экспрессии гетерологичного гена, используемой для создания рекомбинантного штамма-продуцента.

В настоящем исследовании для создания штамма *E. coli*, продуцирующего диаденилатциклазу, было решено впервые использовать в качестве штамма-реципиента штамм *E. coli* «Rosetta(DE3) pLysS», в клетки которого была внедрена плазида (обозначенная нами pET-intDisA), несущая ген, кодирующий диаденилатциклазу *B. thuringiensis*. В результате этого был получен штамм *E. coli*, продуцирующий гетерологичную диаденилатциклазу в виде каталитически активных телец включения. Полученный штамм обладает более высокой продуцирующей способностью в отношении гетерологичной диаденилатциклазы, чем штамм-прототип *E. coli* pBtdac [12].

На рис. 2 представлены результаты оценки уровня продукции целевого белка в условиях глубинного культивирования. Из электрофореграммы, полученной при помощи белкового гель-

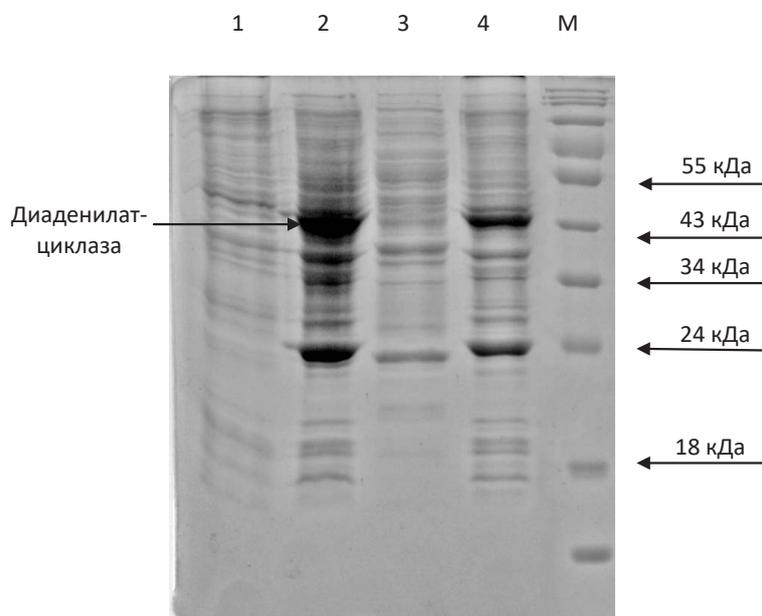


Рис. 2. Электрофореграмма внутриклеточных белков *E. coli* ДАЦ-22. Дорожки: 1 – клеточный лизат до индукции; 2 – клеточный лизат после индукции; 3 – супернатант клеточного лизата; 4 – тельца включения; М – маркер молекулярной массы белков

Fig. 2. Electrophoregram of the protein composition of *E. coli* ДАЦ-22. Tracks: 1 – cell lysate before induction; 2 – cell lysate after induction; 3 – a cell lysate supernatant; 4 – inclusion bodies; M – protein molecular weight markers

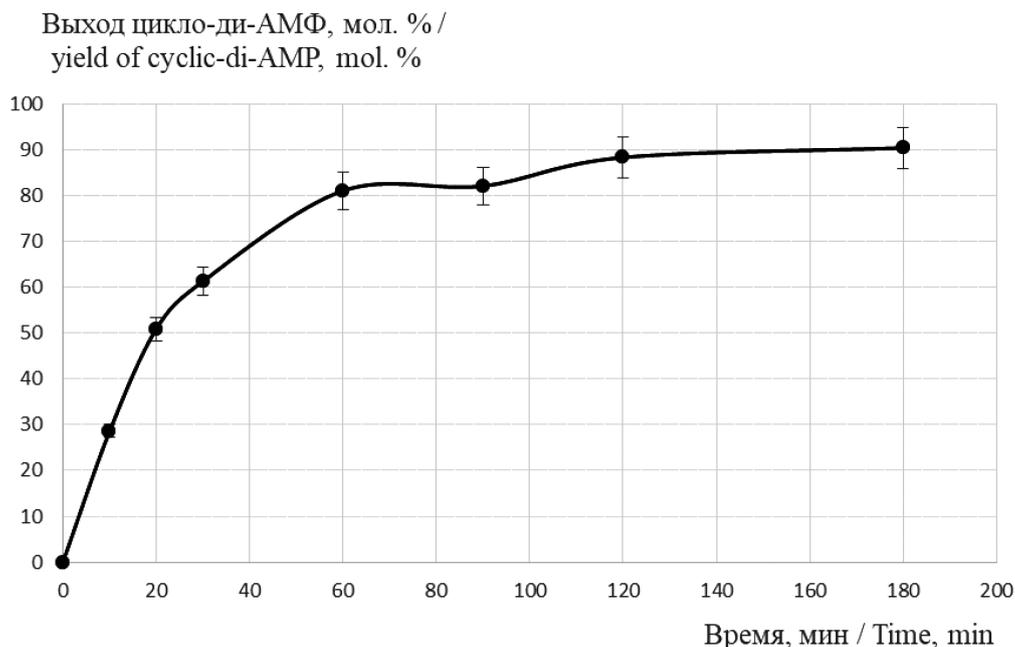


Рис. 3. Динамика накопления цикло-ди-АМФ в реакции, катализируемой тельцами включения с рекомбинантной диаденилатциклазой

Fig. 3. Dynamics of accumulation of cyclo-di-AMP in the reaction catalyzed by inclusion bodies with recombinant diadenylate cyclase

электрофореза в 12 %-ном полиакриламидном геле с додецилсульфатом натрия, видно, что диаденилатциклаза накапливается в клетках бактерий в основном в виде телец включения.

Далее тельца включения, полученные как указано в разделе «Материалы и методы исследования», внесли в реакционную смесь (конечный объем 10 мл), содержащую (мМ): хлорид магния – 10, трис-НСl-буфер (рН 8,0) – 10, АТФ – 5, и инкубировали при 55 °С в течение 2 ч. В этих условиях (рис. 3) выход реакции достиг более 90 % от теоретически возможного. Рассчитанная продуцирующая способность штамма составила 720 ед/л КЖ.

Целевой продукт выделили из реакционной смеси путем хроматографии на колонке со смолой «DEAE-Toyorearl 650 M» (Toyo soda, Япония) (Cl⁻) с использованием линейного градиента хлорида натрия (0–500 мМ). Элюат упарили в 200 раз с помощью роторного испарителя при 55 °С. Полученный раствор нанесли на колонку с сефадексом G-10 (Serva, Германия), и целевой продукт элюировали водой и высушили под вакуумом. Получили 13 мг хроматографически чистого цикло-ди-АМФ. Таким образом, выход изолированного целевого продукта в расчете на исходный АТФ составил 75 % от теоретически возможного.

Элементный состав, хроматографическая подвижность при хроматографировании на тонкослойных пластинках Silica gel 60 F254 (Merck, Германия) в системе растворителей диоксан–вода–25 % аммиак (4 : 3 : 0,25), а также параметры УФ-спектра целевого продукта совпали с соответствующими характеристиками заведомо известного образца – цикло-ди-АМФ (Jena Bioscience, Германия).

Таким образом, нами показана возможность использования телец включения для эффективного синтеза цикло-ди-АМФ. Такой подход для получения препарата диаденилатциклазы позволяет значительно повысить продуцирующую способность штамма-продуцента, а также, возможно, неоднократно использовать тельца включения для относительно дешевого метода получения фармакологически перспективного циклического динуклеотида.

В плане обсуждения результатов следует отметить, что в настоящее время гетерологичная экспрессия белков играет ключевую роль в биотехнологии. При этом, образование телец вклю-

чения при гетерологичной экспрессии белков, особенно экспрессии эукариотических белков в прокариотических хозяевах, включая *E. coli*, является одной из самых трудоемких задач для исследователей и разработчиков.

В попытке свести к минимуму образование телец включения и, таким образом, повысить выход растворимых белков, было предложено много стратегий, включая генетические подходы (например, снижение дозы целевых генов), физические методы (например, снижение температуры культивирования), физиологические приемы (например, совместное производство с шаперонами или ограничение источников питания) [15]. Успех применения этих процедур непредсказуем, поэтому они не привели к созданию общепринятого протокола, применимого ко всем белкам, образующим тельца включения.

С другой стороны, тельца включения представляют собой относительно стабильные белковые отложения. Их легко изолировать при разрушении клеток простыми физическими средствами и использовать в качестве ферментных препаратов, как уже было неоднократно продемонстрировано в литературе.

Заключение. Методами генной инженерии был изолирован и клонирован ген, кодирующий диаденилатциклазу *B. thuringiensis*. С использованием вектора pET42a+ создана генетическая конструкция, несущая ген диаденилатциклазы, которой был впервые трансформирован штамм *E. coli* «Rosetta(DE3) pLysS». Полученный рекомбинантный штамм способен осуществлять гетерологичную экспрессию диаденилатциклазы, около 90 % которой оказалось локализовано во фракции телец включения. Продуцирующая способность нового штамма в отношении диаденилатциклазы, находящейся в составе каталитически активных телец включения, составила 720 ед/л КЖ. Полученные тельца включения могут выступать в качестве ферментного препарата для использования в технологии получения фармакологически перспективного цикло-ди-АМФ.

Список использованных источников

1. A decade of research on the second messenger c-di-AMP / W. Yin [et al.] // FEMS Microbiol. Rev. – 2020. – Vol. 44, N 6. – P. 701–724. <https://doi.org/10.1093/femsre/uaaa019>
2. Intranasal delivery of influenza rNP adjuvanted with c-di-AMP induces strong humoral and cellular immune responses and provides protection against virus challenge / M. V. Sanchez [et al.] // PLoS ONE. – 2014. – Vol. 9, N 8. – Art. e104824. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0104824>
3. Cyclic di-adenosine monophosphate: a promising adjuvant candidate for the development of neonatal vaccines / D. Lirussi [et al.] // Pharmaceutics. – 2021. – Vol. 13, N 2. – Art. 188. <https://doi.org/10.3390/pharmaceutics13020188>
4. Yan, H. The Promise and challenges of cyclic dinucleotides as molecular adjuvants for vaccine development / H. Yan, W. Chen // Vaccines. – 2021. – Vol. 9, N 8. – Art. 917. <https://doi.org/10.3390/vaccines9080917>
5. Chemical synthesis, purification, and characterization of 3'-5'-linked canonical cyclic dinucleotides (CDNs) / C. Wang [et al.] // Meth. Enzymol. – 2019. – Vol. 625. – P. 41–59. <https://doi.org/10.1016/bs.mie.2019.04.022>
6. Villaverde, A. Protein aggregation in recombinant bacteria: Biological role of inclusion bodies / A. Villaverde, M. M. Carrio // Biotechnol. Lett. – 2003. – Vol. 25, N 17. – P. 1385–1395. <https://doi.org/10.1023/a:1025024104862>
7. Schramm, F. D. Protein aggregation in bacteria / F. D. Schramm, K. Schroeder, K. Jonas // FEMS Microbiol. Rev. – 2020. – Vol. 44, N 1. – P. 54–72. <https://doi.org/10.1093/femsre/fuz026>
8. Enzymatic synthesis of 2'-ara and 2'-deoxy analogues of c-di-GMP / A. S. Shchokolova [et al.] // Nucleos. Nucleot. Nucl. Acids. – 2015. – Vol. 34, N 6. – P. 416–423. <https://doi.org/10.1080/15257770.2015.1006775>
9. Thermostable adenosine 5'-monophosphate phosphorylase from *Thermococcus kodakarensis* forms catalytically active inclusion bodies / S. Kamel [et al.] // Sci. Rep. – 2021. – Vol. 11, N 1. – Art. 16880. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-96073-5>
10. Re-engineered BCG overexpressing cyclic di-AMP augments trained immunity and exhibits improved efficacy against bladder cancer / A. K. Singh [et al.] // Nat. Commun. – 2022. – Vol. 13, N 1. – Art. 878. <https://doi.org/10.1038/s41467-022-28509-z>
11. Cyclic di-AMP homeostasis in *Bacillus subtilis*: both lack and high level accumulation of the nucleotide are detrimental for cell growth / F. M. Mehne [et al.] // J. Biol. Chem. – 2013. – Vol. 288, N 3. – P. 2004–2017. <https://doi.org/10.1074/jbc.m112.395491>

12. Создание рекомбинантного штамма *Escherichia coli* – продуцента диаденилатциклазы и ее использование для синтеза цикло-ди-АМФ / И. С. Казловский [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. біял. навук. – 2015. – № 4. – С. 51–55.
13. Green, M. R. *Molecular cloning. A laboratory manual*. 4th ed. / M. R. Green, J. Sambrook. – New York, 2012. – 630 p.
14. Quan, J. Circular polymerase extension cloning of complex gene libraries and pathways / J. Quan, J. Tian // *PLoS ONE*. – 2009. – Vol. 4, N 7. – Art. e6441. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0006441>
15. Challenges associated with the formation of recombinant protein inclusion bodies in *Escherichia coli* and strategies to address them for industrial applications / A. Bhatwa [et al.] // *Front. Bioeng. Biotechnol.* – 2021. – Vol. 9. – Art. 630551. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2021.630551>

References

1. Yin W., Cai X., Ma H., Zhu L., Zhang Y., Chou S.-H., Galperin M. Y., He J. A decade of research on the second messenger c-di-AMP. *FEMS Microbiology Reviews*, 2020, vol. 44, no. 6, pp. 701–724. <https://doi.org/10.1093/femsre/fuaa019>
2. Sanchez M. V., Ebensen T., Schulze K., Cargnelutti D., Blazejewska P., Scodeller E. A., Guzmán C. A. Intranasal delivery of influenza rNP adjuvanted with c-di-AMP induces strong humoral and cellular immune responses and provides protection against virus challenge. *PLoS ONE*, 2014, vol. 9, no. 8, art. e104824. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0104824>
3. Lirussi D., Weissmann S. F., Ebensen T., Nitsche-Gloy U., Franz H. B. G., Guzman C. A. Cyclic di-adenosine monophosphate: a promising adjuvant candidate for the development of neonatal vaccines. *Pharmaceutics*, 2021, vol. 13, no. 2, art. 188. <https://doi.org/10.3390/pharmaceutics13020188>
4. Yan H., Chen W. The promise and challenges of cyclic dinucleotides as molecular adjuvants for vaccine development. *Vaccines*, 2021, vol. 9, no. 8, art. 917. <https://doi.org/10.3390/vaccines9080917>
5. Wang C., Hao M., Qi Q., Chen Y., Hartig J. S. Chemical synthesis, purification, and characterization of 3'-5'-linked canonical cyclic dinucleotides (CDNs). *Methods in Enzymology*, 2019, vol. 625, pp. 41–59. <https://doi.org/10.1016/bs.mie.2019.04.022>
6. Villaverde A., Carrio M. M. Protein aggregation in recombinant bacteria: Biological role of inclusion bodies. *Biotechnology Letters*, 2003, vol. 25, no. 17, pp. 1385–1395. <https://doi.org/10.1023/a:1025024104862>
7. Schramm F. D., Schroeder K., Jonas K. Protein aggregation in bacteria. *FEMS Microbiology Reviews*, 2020, vol. 44, no. 1, pp. 54–72. <https://doi.org/10.1093/femsre/fuz026>
8. Shchokolova A. S., Rymko A. N., Kvach S. V., Shabunya P. S., Fatykhava S. A., Zinchenko A. I. Enzymatic synthesis of 2'-ara and 2'-deoxy analogues of c-di-GMP. *Nucleosides, Nucleotides and Nucleic Acids*, 2015, vol. 34, no. 6, pp. 416–423. <https://doi.org/10.1080/15257770.2015.1006775>
9. Kamel S., Walczak M. C., Kaspar F., Westarp S., Neubauer P., Kurreck A. Thermostable adenosine 5'-monophosphate phosphorylase from *Thermococcus kodakarensis* forms catalytically active inclusion bodies. *Scientific Reports*, 2021, vol. 11, no. 1, art. 16880. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-96073-5>
10. Singh A. K., Praharaaj M., Lombardo K. A., Yoshida T., Matoso A., Baras A. S., Zhao L., Srikrishna G., Huang J., Prasad P., Powell J. D., Kates M., McConkey D., Pardoll D. M., Bishai W. R., Bivalacqua T. J. Re-engineered BCG overexpressing cyclic di-AMP augments trained immunity and exhibits improved efficacy against bladder cancer. *Nature Communications*, 2022, vol. 13, no. 1, art. 878. <https://doi.org/10.1038/s41467-022-28509-z>
11. Mehne F. M., Gunka K., Eilers H., Herzberg C., Kaever V., Stülke J. Cyclic di-AMP homeostasis in *Bacillus subtilis*: both lack and high level accumulation of the nucleotide are detrimental for cell growth. *Journal of Biological Chemistry*, 2013, vol. 288, no. 3, pp. 2004–2017. <https://doi.org/10.1074/jbc.m112.395491>
12. Kazlovskij I. S., Radevich D. S., Rymko A. N., Shchokolova A. S., Kvach S. V., Zinchenko A. I. Construction of *Escherichia coli* strain, producing di-adenylate cyclase and its application for cyclic di-AMP synthesis. *Vestsi Natsy-anal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya byalagichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Biological series*, 2015, no. 4, pp. 51–55 (in Russian).
13. Green M. R., Sambrook J. *Molecular cloning: a laboratory manual, fourth ed.* New York, 2012. 630 p.
14. Quan J., Tian J. Circular polymerase extension cloning of complex gene libraries and pathways. *PLoS ONE*, 2009, vol. 4, no. 7, art. e6441. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0006441>
15. Bhatwa A., Wang W., Hassan Y. I., Abraham N., Li X.-Z., Zhou T. Challenges associated with the formation of recombinant protein inclusion bodies in *Escherichia coli* and strategies to address them for industrial applications. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, 2021, vol. 9, art. 630551. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2021.630551>

Информация об авторах

Винтер Маргарита Андреевна – мл. науч. сотрудник. Институт микробиологии НАН Беларуси (ул. Купревича, 2, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: rita.vinter.abc@gmail.com.

Казловский Илья Сергеевич – канд. биол. наук, науч. сотрудник. Институт микробиологии НАН Беларуси (ул. Купревича, 2, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kazlouski.illia@gmail.com.

Зинченко Анатолий Иванович – член-корреспондент, д-р биол. наук, профессор, заведующий лабораторией. Институт микробиологии НАН Беларуси (ул. Купревича, 2, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: zinch@mbio.bas-net.by. ORCID: 0000-0003-2401-2586.

Information about the authors

Vinter Margarita A. – Junior Researcher. Institute of Microbiology of the National Academy of Sciences of Belarus (2, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: rita.vinter.abc@gmail.com.

Kazlouski Illia S. – Ph. D. (Biology), Researcher. Institute of Microbiology of the National Academy of Sciences of Belarus (2, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kazlouski.illia@gmail.com.

Zinchenko Anatoliy I. – Corresponding Member, D. Sc. (Biology), Professor, Head of the Laboratory. Institute of Microbiology of the National Academy of Sciences of Belarus (2, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: zinch@mbio.bas-net.by. ORCID: 0000-0003-2401-2586.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

УДК 575.73:633.11
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-517-524>

Поступило в редакцию 19.04.2022
Received 19.04.2022

**О. А. Орловская, С. И. Вакула, К. К. Яцевич, академик Л. В. Хотылева,
академик А. В. Кильчевский**

Институт генетики и цитологии Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

ПОКАЗАТЕЛИ ПРОДУКТИВНОСТИ И ПИТАТЕЛЬНОЙ ЦЕННОСТИ ЗЕРНА У ГЕНОТИПОВ ПШЕНИЦЫ С РАЗЛИЧНЫМИ АЛЛЕЛЯМИ ГЕНА *NAM-B1*

Аннотация. Обнаружение у сородичей пшеницы функционального (дикого) аллеля гена *NAM-B1*, ассоциированного с высоким содержанием белка и ключевых микроэлементов в зерне, увеличило значимость отдаленной гибридизации для повышения питательной ценности зерна *T. aestivum* L. Изучен аллельный состав гена *NAM-B1* у 22 линий мягкой пшеницы с генетическим материалом *T. dicoccoides*, *T. dicoccum*, *T. spelta*, *T. kiharae* и их родительских форм и оценен эффект различных аллелей гена *NAM-B1* на содержание белка, основных микроэлементов в зерне и признаки продуктивности (вегетационные периоды 2017–2021 гг.). Среди родительских форм функциональный аллель гена *NAM-B1* обнаружен только у образцов видов-сородичей. Все родительские сорта и большая часть интрогрессивных линий (77,3 %) имели мутантный (нефункциональный) аллель. Анализ средних многолетних значений основных количественных признаков выявил, что генотипы с функциональным аллелем *NAM-B1* характеризовались большей высотой растения и продуктивной кустистостью, но более низкими показателями продуктивности колоса по сравнению с генотипами, несущими нефункциональный аллель. Установлено, что наличие аллеля дикого типа обеспечивает высокий уровень накопления белка и цинка в зерне независимо от погодных условий, и при этом не приводит к существенному снижению массы 1000 зерен. Показана эффективность интрогрессии функционального аллеля *NAM-B1* от видов-сородичей для повышения питательной ценности зерна мягкой пшеницы.

Ключевые слова: мягкая пшеница, сородичи пшеницы, интрогрессивные линии пшеницы, ген *NAM-B1*, содержание белка и микроэлементов в зерне, продуктивность

Для цитирования. Показатели продуктивности и питательной ценности зерна у генотипов пшеницы с различными аллелями гена *NAM-B1* / О. А. Орловская [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 517–524. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-517-524>

**Olga A. Orlovskaya, Svetlana I. Vakula, Kanstantsyia K. Yatsevich, Academician Lubov V. Khotyleva,
Academician Alexander V. Kilchevsky**

Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

PRODUCTIVITY AND GRAIN NUTRITIONAL VALUE TRAITS IN WHEAT GENOTYPES WITH DIFFERENT *NAM-B1* GENE ALLELIC VARIATIONS

Abstract. The identification of a functional *NAM-B1* allele associated with a high content of grain protein and essential microelements in wheat relatives increased the distant hybridization significance for bread wheat nutritional value. The allelic polymorphism of the *NAM-B1* gene in 22 wheat lines with a genetic material of *T. dicoccoides*, *T. dicoccum*, *T. spelta*, *T. kiharae* and their parental forms and the effects of *NAM-B1* gene allelic variations on the content of grain protein and essential microelements and productivity traits (vegetation period 2017–2021) were evaluated. The functional *NAM-B1* allele was identified only in the samples of wheat relatives among the parental forms. All parental varieties and most of introgressive lines (77.3 %) had a non-functional allele. The genotypes with the functional *NAM-B1* allele were characterized by a higher plant height and tillering, but by lower spike productivity compared to the non-functional allele genotypes. The presence of the functional *NAM-B1* allele provided a high level of grain protein and zinc content and never decreased significantly a thousand-kernel weight across all studied environments. The functional *NAM-B1* allele introgression could be a resource for improving the grain wheat nutritional value.

Keywords: bread wheat, wheat relatives, wheat introgressive lines, *NAM-B1* gene, grain protein and microelements content, productivity

For citation. Orlovskaya O. A., Vakula S. I., Yatsevich K. K., Khotyleva L. V., Kilchevsky A. V. Productivity and grain nutritional value traits in wheat genotypes with different *NAM-B1* gene allelic variations. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi* = *Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 517–524 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-517-524>

Введение. Пшеница – один из наиболее широко выращиваемых злаков в мире, который обеспечивает около 20 % суточной потребности человека в калориях, а в развивающихся странах данный показатель может достигать 60 % [1]. За последние 50 лет произошел существенный рост продуктивности пшеницы, но при этом снизилась питательная ценность зерна. В первую очередь это связывают с отрицательной корреляцией между данными признаками, хотя природа этой зависимости окончательно не ясна [2]. Общее содержание белка – главный признак, определяющий питательную и рыночную ценность зерна пшеницы, а минеральные элементы играют важную роль в биохимических и физиологических процессах всех живых организмов, в связи с чем данным параметрам уделяется пристальное внимание в селекционных программах. Новые возможности для повышения качества зерна появились с выявлением у *T. dicoccoides* функционального аллеля гена *NAM-B1* (аллель дикого типа), обеспечивающего высокое содержание белка в зерне [3]. Установлено, что этот аллель содержит 1542 п. н., включает три экзона и два интрона и встречается преимущественно у сородичей пшеницы. Сорты, как правило, имеют нефункциональный (мутантный) аллель из-за инсерции 1 п. н. в первом экзоне, приводящей к сдвигу рамки считывания [3]. Наличие в геноме растений пшеницы мутантного аллеля ассоциировано со снижением поступления азота, а также ионов железа и цинка в зерно [4]. В связи с этим в решении проблемы по повышению питательной ценности зерна пшеницы большие надежды возлагаются на интрогрессивную гибридизацию. С целью обогащения и улучшения генофонда мягкой пшеницы в скрещиваниях с сортами нами были привлечены дикорастущие и культурные сородичи *T. aestivum* (*T. dicoccoides*, *T. dicoccum*, *T. spelta*, *T. kiharae*).

Целью данной работы была оценка эффекта различных аллелей гена *NAM-B1* на содержание белка, основных микроэлементов в зерне и признаки продуктивности у линий мягкой пшеницы с интрогрессиями чужеродного генетического материала.

Материалы и методы исследования. В исследование включены сорта яровой мягкой пшеницы (Рассвет, Саратовская 29, Фестивальная, Белорусская 80, Pitic S62), образцы тетраплоидных *T. dicoccoides*, *T. dicoccum* ($2n = 28$) и гексаплоидных *T. spelta*, *T. kiharae* ($2n = 42$) видов рода *Triticum*, а также 22 интрогрессивные линии, полученные с их участием. Образцы чужеродных доноров получены из коллекции ВИР. Растения выращивали на экспериментальных полях Института генетики и цитологии НАН Беларуси в 2017–2021 гг. (Минск) на дерново-подзолистой супесчаной почве. Минеральные удобрения вносили в следующих дозах: азотные – 80 кг д. в/га, фосфорные – 70 кг д. в/га, калийные – 90 кг д. в/га. При уборке проводили учет признаков: высота растения, количество продуктивных побегов на растение, длина главного колоса, число колосков и зерен главного колоса, масса зерна с колоса и растения, масса 1000 зерен.

Нуклеотидные последовательности первого экзона гена *NAM-B1* определяли секвенированием по Сэнгеру. Для амплификации последовательностей использовали специфичные праймеры, разработанные Yang и соавт., 2018 [5]. Реакцию секвенирования проводили с использованием набора BigDye Terminator v3.1 Cycle Sequencing kit (Applied Biosystems), разделение продуктов секвенирующей реакции – на генетическом анализаторе ABI PRISM 3500 (Applied Biosystems). Выравнивание нуклеотидных последовательностей и анализ гомологии осуществляли при помощи анализатора BLAST Национального центра биотехнологической информации США (<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/BLAST>).

Общее содержание белка в зерне пшеницы определяли в соответствии с ГОСТ 10846–91 в Центральной республиканской лаборатории ГУ «Государственная инспекция по испытанию и охране сортов растений»; уровень накопления микроэлементов (Zn, Fe, Cu, Mn) в зерне – в Центре аналитических и спектральных измерений Института физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси на атомно-эмиссионном спектрометре IRIS Intrepid II XDL DUO. Результаты эксперимента обобщены с использованием методов описательной статистики, дисперсионного анализа, *U*-критерия Манна–Уитни. Статистические процедуры реализованы в программных пакетах Statistica 10.0, MS Excel.

Результаты и их обсуждение. Анализ секвенограмм по полиморфной позиции в первом экзоне гена *NAM-B1* выявил функциональный аллель у образцов *T. dicoccoides*, *T. dicoccoides* к-5199, *T. dicoccum* к-45926, *T. kiharae*, *T. spelta* к-1731 и у 5 из 22 интрогрессивных линий пшеницы

(13-3 и 15-7-1 комбинации *T. dicoccoides* × Фестивальная, 19 и 25-2 *T. kiharae* × Саратовская 29 и 7 комбинации *T. spelta* к-1731 × Саратовская 29). Все родительские сорта и большая часть линий пшеницы с чужеродным генетическим материалом (77,3 %) имели мутантный аллель, что согласуется с данными литературы. Например, у сортов мягкой пшеницы из Австралии дикий тип аллеля гена *NAM-B1* обнаружен только у 2 сортов из 51 [5]. Исследование коллекции сортов мягкой и твердой пшеницы и ее сородичей выявило у всех изученных сортов инсерцию 1 п. н., или делецию гена, при этом у проанализированных 42 образцов *T. dicoccoides* и у 17 из 19 образцов *T. dicoccut* (Schrank) Schuebl был обнаружен функциональный аллель [3].

Для оценки вклада различных аллельных вариантов гена *NAM-B1*, погодных условий (вегетационные периоды 2017–2021 гг.) и их взаимодействия в изменчивость количественных признаков была использована общая линейная модель двухфакторного дисперсионного анализа. Установлена высокая статистическая значимость вклада погодных условий года выращивания в изменчивость всех изученных признаков. Отсутствие генотип-средовых взаимодействий показано только для длины колоса и числа зерен с колоса (таблица). Высокая роль влияния факторов внешней среды на урожай и его компоненты доказана многими исследованиями [6; 7]. Однако в литературе встречаются сведения как о значимом влиянии взаимодействия «*NAM-B1* × среда» на признаки продуктивности [8], так и об его отсутствии [9]. Данные результаты подчеркивают, что для достижения наибольшего экономического эффекта необходимо отбирать генотипы с функциональным аллелем *NAM-B1*, наиболее адаптированные для выращивания в определенных условиях.

Двухфакторный дисперсионный анализ количественных признаков генотипов пшеницы с различными аллелями гена *NAM-B1* (вегетационные периоды 2017–2021 гг.)

Two-way analysis of variance for quantitative traits of wheat genotypes with different alleles of the *NAM-B1* gene (vegetation period 2017–2021)

Признак Feature	Параметры общей линейной модели General Linear Model Parameters						
	MS				F		
	df = 1	df = 4	df = 4	Ошибка Error	Аллель Allele	Погодные условия Weather	Аллель × пого- дные условия Allele × Weather
	Аллель Allele	Погодные условия Weather	Аллель × погодные условия Allele × Weather				
Высота растения	14011*	60678*	426*	75	187,3	811,1	5,7
Продуктивная кустистость	82,12*	28,35*	7,85*	0,62	132,07	45,60	12,62
Длина колоса	6,0	17,3*	1,9	2,3	2,62	7,51	0,84
Число колосков в колосе	373,0*	591,3*	19,2*	5,6	66,61	105,59	3,42
Число зерен с колоса	19651*	1743*	130	85	232,24	20,60	1,53
Масса зерен с колоса	33,141*	4,122*	1,550*	0,183	180,77	22,48	8,46
Масса зерен с растения	42,46*	61,80*	13,78*	1,17	36,44	53,04	11,82
Масса 1000 зерен	2	5007*	527*	48	0,05	105,13	11,07

П р и м е ч а н и е: MS – средние квадраты; F – критерий Фишера; df – число степеней свободы; * – достоверно при $p < 0,01$.

N o t e: MS – mean square; F – Fisher’s test; df – number of degrees of freedom; * – statistically significant at $p < 0,01$.

Различия средних многолетних значений признаков продуктивности и питательной ценности зерна в группах линий, несущих различные аллели гена *NAM-B1*, оценивали с использованием *U*-критерия Манна–Уитни. Установлено, что эффект аллельного состава *NAM-B1* статистически значим для признаков «высота растения», «продуктивная кустистость», «число и масса зерен в колосе», «содержание белка и цинка в зерне». Для детального анализа изученных признаков использовали диаграммы размаха значений признаков в группах генотипов с функциональным и мутантным аллелями гена *NAM-B1* (рис. 1).

У генотипов с функциональным аллелем высота растений находилась в пределах 73,33–99,61 см, продуктивная кустистость – 3,03–4,43 шт., что значимо выше, чем у генотипов с мутантным аллелем (рис. 1). Такие же результаты были получены в работах Tabbita и соавт. и Vishwakarma и соавт. при оценке эффектов аллелей *NAM-B1* на хозяйственно ценные признаки линий мягкой пшеницы

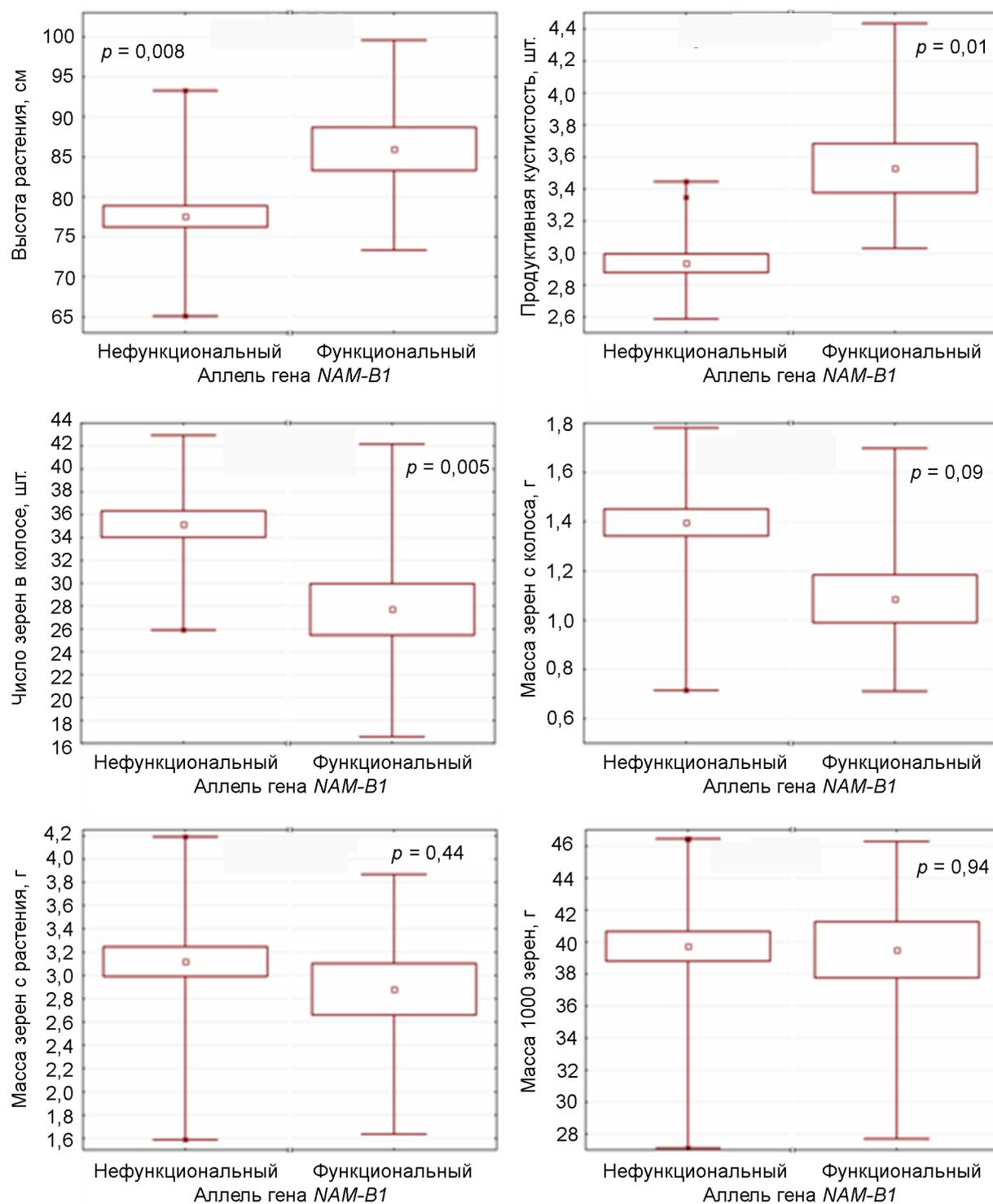


Рис. 1. Диаграммы размаха значений признаков «высота растения», «продуктивная кустистость», «число зерен в колосе», «масса зерен с колоса», «масса зерен с растения», «масса 1000 зерен» в группах генотипов пшеницы с различными аллелями гена *NAM-B1*: \square – среднее; \square – среднее \pm ошибка, I – минимум–максимум, * – экстремумы, p – уровень значимости различий признака в группах

Fig. 1. Boxpot of traits «plant height», «tillering», «grains per spike», «grain weight per spike», «grain weight per plant», «thousand-kernel weight» variation in groups of wheat genotypes with different alleles of the *NAM-B1* gene: \square – mean, \square – mean \pm SE, I – min–max, * – extremes, p – the significance level

[9; 10]. На продуктивную кустистость оказывают влияние многие факторы окружающей среды, включая доступность азота. Возможно, функциональный аллель *NAM-B1* способствует формированию продуктивных стеблей благодаря тому, что влияет на улучшение метаболизма данного элемента питания. Продуктивность колоса (число и масса зерен с колоса) в группе образцов с диким аллелем, напротив, была значимо ниже (рис. 1). Можно отметить значительную вариацию признаков продуктивности колоса в обеих группах. Например, в группе с функциональным аллелем при среднем значении массы зерен с колоса 1,09 г диапазон изменчивости 0,71–1,7 г, а в группе с мутантным аллелем среднее значение признака – 1,40 г с размахом вариации от 0,71 до 1,78 г. Отдельные генотипы с функциональным аллелем характеризовались высокими показателями по признакам продуктивности колоса (линии 19 *T. kiharae* × Саратовская 29 и 15-7-1 *T. dicoccoides* × Фестивальная). Между группами с различными аллельными вариантами гена *NAM-B1* не показана достоверная статистическая разница по массе зерен с растения и массе 1000 зерен (рис. 1). Так, масса 1000 зерен в обеих группах была около 40 г. Во многих зарубежных исследованиях не установлено статистически значимого влияния полиморфизма *NAM-B1* на урожайность пшеницы [11]. Данный факт объясняют положительным влиянием функционального аллеля на формирование продуктивных стеблей, так как именно благодаря высокой продуктивной кустистости не происходит существенного снижения урожайности зерна, даже несмотря на низкую продуктивность колоса [9].

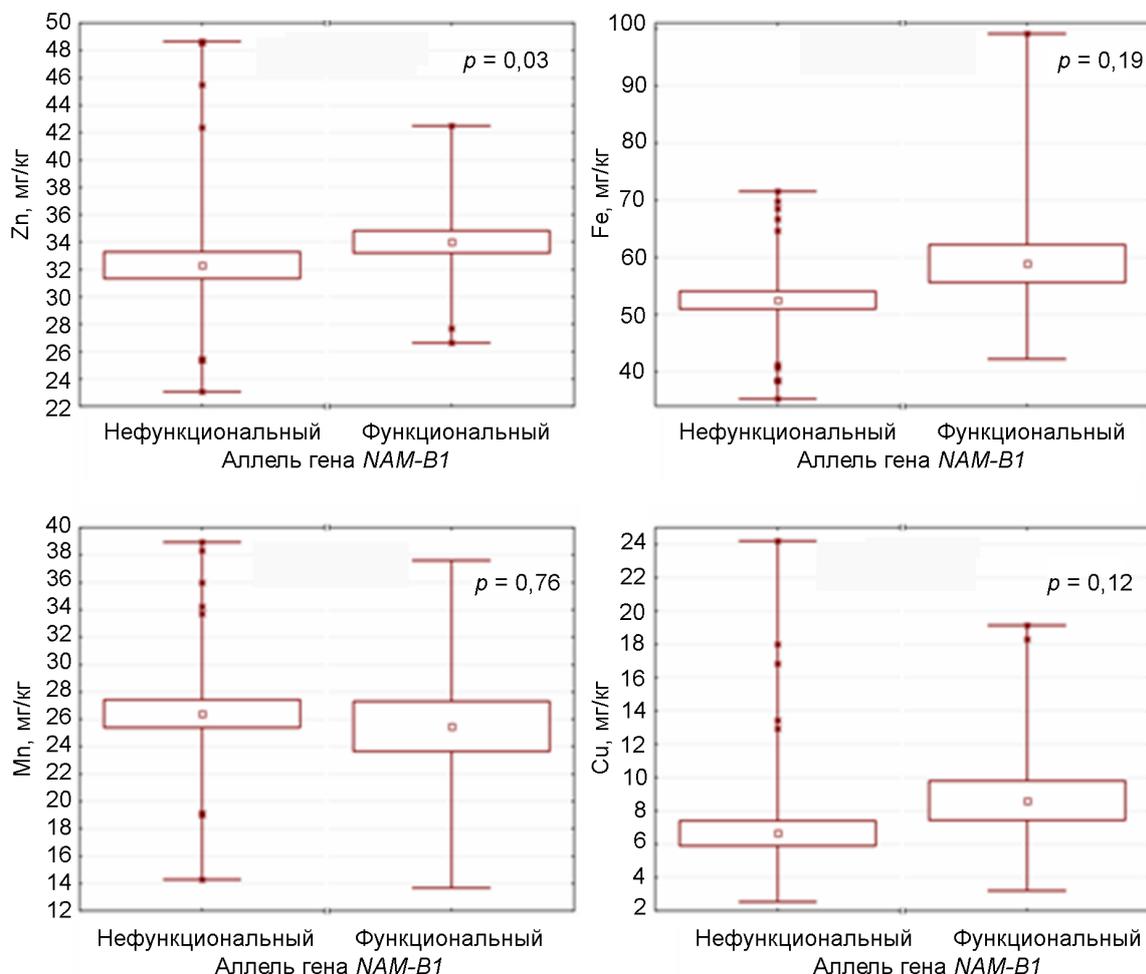


Рис. 2. Диаграммы размаха содержания микроэлементов в зерне в группах генотипов пшеницы с различными аллелями гена *NAM-B1*: ◦ – среднее, □ – среднее ± ошибка, I – минимум–максимум, * – экстремумы, *p* – уровень значимости различий признака в группах

Fig. 2. Boxpot of microelements variation in groups of wheat genotypes with different alleles of the *NAM-B1* gene: ◦ – mean, □ – mean ± SE, I – min–max, * – extremes, *p* – the significance level

Содержание белка в зерне у генотипов пшеницы, несущих дикий аллель *NAM-B1*, достоверно выше этого показателя у генотипов с мутантным аллелем (соответственно 22,53 и 19,46 %, $p = 0,0004$). Такая тенденция сохраняется вне зависимости от погодных условий, что подтверждается отсутствием генотип-средового взаимодействия ($F = 3,63$; $p = 0,24$) для данного признака и указывает на эффективность интрогрессии функционального аллеля для улучшения качества зерна пшеницы в условиях Беларуси.

Анализ содержания микроэлементов в зерне пшеницы проведен в 2018 и 2020 гг. В среднем за два года накопление Zn, Fe, Cu в зерне генотипов с диким аллелем больше, чем у генотипов с нефункциональным аллелем (рис. 2). Концентрация Mn была на одном уровне в обеих группах: с функциональным аллелем – 25,49 мг/кг, с мутантным – 26,41 мг/кг. Согласно критерию Манна–Уитни образцы с диким аллелем гена *NAM-B1* достоверно превосходили образцы с нефункциональным аллелем только по накоплению Zn ($p = 0,03$). Для содержания остальных изученных микроэлементов уровень внутрigrупповой вариации превышал межгрупповую вариацию и значимых различий между изученными группами по данным признакам не найдено.

Высокий уровень накопления белка и микроэлементов в зерне у генотипов пшеницы с диким аллелем *NAM-B1*, выявленный нами, подтверждается другими учеными. Анализ данных 25 различных исследований влияния аллельных вариантов гена *NAM-B1* на хозяйственно важные признаки пшеницы показал, что 91 % линий с функциональным аллелем гена *NAM-B1* превосходили линии с мутантным аллелем по содержанию белка в зерне [11]. Кроме того, установлено, что интрогрессия функционального аллеля *NAM-B1* в геном культурных пшениц обеих уровней плоидности приводит к повышению концентрации ключевых минералов в зерне (в частности Zn и Fe) [8; 10]. Ассоциация между содержанием белка и Zn, Fe показана для образцов дикой полбы, культурной полбы, спельты и для сортов культурной пшеницы [12]. В одной из наших работ показано, что общее содержание белка в зерне пшеницы также статистически достоверно связано с уровнем накопления микроэлементов (Zn, Fe, Cu) [13]. Это указывает на наличие общих физиологических и (или) генетических факторов, контролирующих накопление нутриентов в зерне пшеницы. Например, известно, что *NAM-B1* регулирует не только ремобилизацию питательных веществ из листьев в зерно, оказывая существенное влияние на уровень накопления белка [3], но и экспрессию некоторых генов, отвечающих за транспорт Zn и Fe из цитоплазмы во флоэму и из флоэмы в зерно [14].

Закключение. В исследуемой выборке генотипов пшеницы функциональный аллель гена *NAM-B1* обнаружен только у образцов видов-сородичей и у 5 из 22 интрогрессивных линий пшеницы. Все родительские сорта и большая часть линий с чужеродным генетическим материалом (77,3 %) имели мутантный аллель. Анализ средних значений основных количественных признаков (вегетационные периоды 2017–2021 гг.) показал, что генотипы с функциональным аллелем *NAM-B1* характеризовались большей высотой растения и продуктивной кустистостью, но более низкими показателями продуктивности колоса по сравнению с генотипами, несущими нефункциональный аллель. Выявлено, что наличие функционального аллеля *NAM-B1* обеспечивает высокий уровень накопления белка и цинка в зерне независимо от погодных условий, и при этом не приводит к существенному снижению массы 1000 зерен. Полученные результаты свидетельствуют об эффективности интрогрессии функционального аллеля *NAM-B1* от видов-сородичей для повышения питательной ценности мягкой пшеницы.

Список использованных источников

1. Biofortification and bioavailability of Zn, Fe and Se in wheat: present status and future prospects / P. K. Gupta [et al.] // Theor. Appl. Genet. – 2021. – Vol. 134, N 1. – P. 1–35. <https://doi.org/10.1007/s00122-020-03709-7>
2. Brevis, J. C. Effects of the chromosome region including the *Gpc-B1* locus on wheat grain and protein yield / J. C. Brevis, J. Dubcovsky // Crop Sci. – 2010. – Vol. 50, N 1. – P. 93–104. <https://doi.org/10.2135/cropsci2009.02.0057>
3. A NAC gene regulating senescence improves grain protein, zink, and iron content in wheat / C. Uauy [et al.] // Science. – 2006. – Vol. 314, N 5803. – P. 1298–1301. <https://doi.org/10.1126/science.1133649>
4. Wheat (*Triticum aestivum*) NAM proteins regulate the translocation of iron, zinc, and nitrogen compounds from vegetative tissues to grain / B. M. Waters [et al.] // J. Exp. Bot. – 2009. – Vol. 60, N 15. – P. 4263–4274. <https://doi.org/10.1093/jxb/erp257>

5. Molecular characterization of the *NAM-1* genes in bread wheat in Australia / R. Yang [et al.] // *Crop and Pasture Science*. – 2018. – Vol. 69, N 12. – P. 1173–1181. <https://doi.org/10.1071/cp18273>
6. Genome-wide association mapping through 90K SNP array for quality and yield attributes in bread wheat against water-deficit conditions / H. G. M. Ahmed [et al.] // *Agriculture*. – 2020. – Vol. 10, N 9. – P. 392. <https://doi.org/10.3390/agriculture10090392>
7. Temperature response of wheat affects final height and the timing of stem elongation under field conditions / L. Kronenberg [et al.] // *J. Exp. Bot.* – 2021. – Vol. 72, N 2. – P. 700–717. <https://doi.org/10.1093/jxb/eraa471>
8. Assessment of the effects of the *Gpc-B1* allele on senescence rate, grain protein concentration and mineral content in hard red spring wheat (*Triticum aestivum* L.) from the Pacific Northwest Region of the USA / A. H. Carter [et al.] // *Plant Breeding*. – 2012. – Vol. 131, N 1. – P. 62–68. <https://doi.org/10.1111/j.1439-0523.2011.01900.x>
9. Effects of the *Gpc-B1* locus on high grain protein content introgressed into Argentinean wheat germplasm / F. Tabbita [et al.] // *Plant Breeding*. – 2013. – Vol. 132, N 1. – P. 48–52. <https://doi.org/10.1111/pbr.12011>
10. Marker-assisted improvement of grain protein content and grain weight in Indian bread wheat / M. K. Vishwakarma [et al.] // *Euphytica*. – 2016. – Vol. 208, N 2. – P. 313–321. <https://doi.org/10.1007/s10681-015-1598-6>
11. Breeding for increased grain protein and micronutrient content in wheat: ten years of the *GPC-B1* gene / F. Tabbita [et al.] // *J. Cereal Sci.* – 2017. – Vol. 73. – P. 183–191. <https://doi.org/10.1016/j.jcs.2017.01.003>
12. Variation in mineral micronutrient concentrations in grain of wheat lines of diverse origin / F. J. Zhao [et al.] // *J. Cereal Sci.* – 2009. – Vol. 49, N 2. – P. 290–295. <https://doi.org/10.1016/j.jcs.2008.11.007>
13. Корреляции и структура вариации признаков качества зерна и продуктивности линий пшеницы с чужеродным генетическим материалом / О. А. Орловская [и др.] // *Молекулярная и прикладная генетика*. – 2021. – Т. 31. – С. 42–52. <https://doi.org/10.47612/1999-9127-2021-31>
14. Regulation of Zn and Fe transporters by the GPC1 gene during early wheat monocarpic senescence / S. Pearce [et al.] // *BMC Plant Biol.* – 2014. – Vol. 14, N 1. – P. 368. <https://doi.org/10.1186/s12870-014-0368-2>

References

1. Gupta P. K., Balyan H. S., Sharma S., Kumar R. Biofortification and bioavailability of Zn, Fe and Se in wheat: present status and future prospects. *Theoretical and Applied Genetics*, 2021, vol. 134, no. 1, pp. 1–35. <https://doi.org/10.1007/s00122-020-03709-7>
2. Brevis J. C., Dubcovsky J. Effects of the chromosome region including the *Gpc-B1* locus on wheat grain and protein yield. *Crop Science*, 2010, vol. 50, no. 1, pp. 93–104. <https://doi.org/10.2135/cropsci2009.02.0057>
3. Uauy C., Distelfeld A., Fahima T., Blechl A., Dubcovsky J. A NAC gene regulating senescence improves grain protein, zinc, and iron content in wheat. *Science*, 2006, vol. 314, no. 5803, pp. 1298–1301. <https://doi.org/10.1126/science.1133649>
4. Waters B. M., Uauy C., Dubcovsky J., Grusak M. A. Wheat (*Triticum aestivum*) NAM proteins regulate the translocation of iron, zinc, and nitrogen compounds from vegetative tissues to grain. *Journal of Experimental Botany*, 2009, vol. 60, no. 15, pp. 4263–4274. <https://doi.org/10.1093/jxb/erp257>
5. Yang R., Juhasz A., Zhang Y., Chen X., Zhang Y., She M., Zhang J., Maddern R., Edwards I., Diepeveen D., Islam S., Ma W. Molecular characterisation of the *NAM-1* genes in bread wheat in Australia. *Crop and Pasture Science*, 2018, vol. 69, no. 12, pp. 1173–1181. <https://doi.org/10.1071/cp18273>
6. Ahmed H. G. M., Sajjad M., Zeng Y., Iqbal M., Khan S. H., Ullah A., Akhtar M. N. Genome-wide association mapping through 90K SNP array for quality and yield attributes in bread wheat against water-deficit conditions. *Agriculture*, 2020, vol. 10, no. 9, pp. 392. <https://doi.org/10.3390/agriculture10090392>
7. Kronenberg L., Yates S., Boer M. P., Kirchgessner N., Walter A., Hund A. Temperature response of wheat affects final height and the timing of stem elongation under field conditions. *Journal of Experimental Botany*, 2021, vol. 72, no. 2, pp. 700–717. <https://doi.org/10.1093/jxb/eraa471>
8. Carter A. H., Santra D. K., Kidwell K. K. Assessment of the effects of the *Gpc-B1* allele on senescence rate, grain protein concentration and mineral content in hard red spring wheat (*Triticum aestivum* L.) from the Pacific Northwest Region of the USA. *Plant Breeding*, 2012, vol. 131, no. 1, pp. 62–68. <https://doi.org/10.1111/j.1439-0523.2011.01900.x>
9. Tabbita F., Lewis S., Vouilloz J. P., Ortega M. A., Kade M., Abbate P. E., Barneix A. J. Effects of the *Gpc-B1* locus on high grain protein content introgressed into Argentinean wheat germplasm. *Plant Breeding*, 2013, vol. 132, no. 1, pp. 48–52. <https://doi.org/10.1111/pbr.12011>
10. Vishwakarma M. K., Arun B., Mishra V. K., Yadav P. S., Kumar H., Joshi A. K. Marker-assisted improvement of grain protein content and grain weight in Indian bread wheat. *Euphytica*, 2016, vol. 208, no. 2, pp. 313–321. <https://doi.org/10.1007/s10681-015-1598-6>
11. Tabbita F., Pearce S., Barneix A. J. Breeding for increased grain protein and micronutrient content in wheat: ten years of the *GPC-B1* gene. *Journal of Cereal Science*, 2017, vol. 73, pp. 183–191. <https://doi.org/10.1016/j.jcs.2017.01.003>
12. Zhao F. J., Su Y. H., Dunham S. J., Rakszegi M., Bedo Z., McGrath S. P., Shewry P. R. Variation in mineral micronutrient concentrations in grain of wheat lines of diverse origin. *Journal of Cereal Science*, 2009, vol. 49, no. 2, pp. 290–295. <https://doi.org/10.1016/j.jcs.2008.11.007>
13. Орловская О. А., Вакла С. И., Хотылева Л. В., Килчевский А. В. Correlations and variation structure of grain quality traits and yield of wheat lines with foreign genetic material. *Молекулярная и прикладная генетика = Molecular and Applied Genetics*, 2021, vol. 31, pp. 42–52 (in Russian). <https://doi.org/10.47612/1999-9127-2021-31>
14. Pearce S., Tabbita F., Cantu D., Buffalo V., Avni R., Vazquez-Gross H., Zhao R., Conley C. J., Distelfeld A., Dubcovsky J. Regulation of Zn and Fe transporters by the GPC1 gene during early wheat monocarpic senescence. *BMC Plant Biol*, 2014, vol. 14, no. 1, p. 368. <https://doi.org/10.1186/s12870-014-0368-2>

Информация об авторах

Орловская Ольга Александровна – канд. биол. наук, доцент, заместитель заведующего лабораторией. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: O.Orlovskaya@igc.by. ORCID: 0000-0002-1187-1317.

Вакула Светлана Ивановна – канд. биол. наук, ст. науч. сотрудник. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: svettera@yandex.ru. ORCID: 0000-0002-2242-7107.

Яцевич Констанция Константиновна – науч. сотрудник. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: K.Yatsevich@igc.by.

Хотылева Любовь Владимировна – академик, д-р биол. наук, профессор, гл. науч. сотрудник. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: lvkhotyleva@gmail.com. ORCID: 0000-0003-0295-5022.

Кильчевский Александр Владимирович – академик, д-р биол. наук, профессор, заместитель Председателя Президиума НАН Беларуси (пр-т Независимости, 66, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kilchev@presidium.bas-net.by. ORCID: 0000-0002-0175-9786.

Information about authors

Orlovskaya Olga A. – Ph. D. (Biology), Associate Professor, Deputy Head of the Laboratory. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: O.Orlovskaya@igc.by. ORCID: 0000-0002-1187-1317.

Vakula Svetlana I. – Ph. D. (Biology), Senior Researcher. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: svettera@yandex.ru. ORCID: 0000-0002-2242-7107.

Yatsevich Kanstantsya K. – Researcher. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: K.Yatsevich@igc.by.

Khotyleva Lubov V. – Academician, D. Sc. (Biology), Professor, Chief Researcher. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: lvkhotyleva@gmail.com. ORCID: 0000-0003-0295-5022.

Kilchevsky Alexander V. – Academician, D. Sc. (Biology), Professor, Deputy Chairman of the Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus (66, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: Kilchev@presidium.bas-net.by. ORCID: 0000-0002-0175-9786.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

МЕДИЦИНА
MEDICINE

УДК 616.13-091.8:[616.12-008.331.1+616.831-005.8.06]-07
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-525-532>

Поступило в редакцию 07.06.2022
Received 07.06.2022

О. Г. Киндалёва¹, Т. П. Пронько¹, М. А. Добродей¹, член-корреспондент С. В. Губкин²

¹Гродненский государственный медицинский университет, Гродно, Республика Беларусь

²Институт физиологии Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

**ПРОГНОСТИЧЕСКАЯ РОЛЬ ПАРАМЕТРОВ ЖЕСТКОСТИ АРТЕРИЙ
У ПАЦИЕНТОВ С АРТЕРИАЛЬНОЙ ГИПЕРТЕНЗИЕЙ, ВКЛЮЧАЯ ЛИЦ
С ОТЯГОЩЕННЫМ АНАМНЕЗОМ ПО ИНФАРКТУ ГОЛОВНОГО МОЗГА**

Аннотация. Представлены сведения о прогностической значимости комплексного подхода в определении параметров жесткости сосудистой стенки. Обследовано 159 человек с артериальной гипертензией (АГ) и с АГ после перенесенного ишемического инфаркта головного мозга. При помощи уравнения бинарной регрессии с пробит-функцией связи построена модель с условным линейным предиктором (ЛП), представляющим собой совокупность показателей возраста (В), скорости клубочковой фильтрации (СКД-ЕПИ), скорости распространения пульсовой волны (СРПВ), толщины комплекса интима-медиа (КИМ), сердечно-лодыжечного сосудистого индекса (СЛСИ) и индекса аугментации (ИА) с целью составления прогноза в отношении сердечно-сосудистых событий. Уравнение имеет следующий вид: $ЛП = -6,6139 - 0,0978В + 0,031СКД-ЕПИ + 0,0758СРПВ + 3,2086КИМ + 0,4421СЛСИ + 1,2429ИА$. Порог отсечения по ЛП = 0,0238, чувствительность (Se) 85,71 %, специфичность (Sp) 77,0 % и точность (Acc) 78,07 %.

Ключевые слова: жесткость сосудистой стенки, прогноз, артериальная гипертензия, ишемический инфаркт головного мозга

Для цитирования. Прогностическая роль параметров жесткости артерий у пациентов с артериальной гипертензией, включая лиц с отягощенным анамнезом по инфаркту головного мозга / О. Г. Киндалёва [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 525–532. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-525-532>

Volha G. Kindaliova¹, Tatiana P. Pronko¹, Maria A. Dobrodey¹, Corresponding Member Sergey V. Gubkin²

¹Grodno State Medical University, Grodno, Republic of Belarus

²Institute of Physiology of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

**PREDICTIVE SIGNIFICANCE OF A COMPLEX APPROACH IN DETERMINING
THE VASCULAR WALL STIFFNESS PARAMETERS IN PATIENTS WITH ARTERIAL HYPERTENSION
AND IN PATIENTS WITH ARTERIAL HYPERTENSION AFTER ISCHEMIC STROKE**

Abstract. The article presents the information about the predictive significance of a complex approach in determining vascular wall stiffness parameters. A total of 159 people with arterial hypertension (AH) and AH after a previous ischemic stroke were examined. A model with a conditional linear predictor (LP) was constructed, using a binary regression equation with a probit-link function for prediction of cardiovascular events. LP is a combination of indicators such as age (A), glomerular filtration rate (CKD-EPI), pulse wave velocity (PWV), intima-media thickness (IMT), cardio-ankle vascular index (CAVI) and augmentation index (AI). The equation has the following form: $LP = -6.6139 - 0.0978A + 0.031CKD-EPI + 0.0758PWV + 3.2086IMT + 0.4421CAVI + 1.2429AI$. The cut-off threshold for LP = 0.0238, sensitivity (Se) 85.71 %, specificity (Sp) 77 % and accuracy (Acc) 78.07 %.

Keywords: arterial stiffness, prognosis, arterial hypertension, ischemic stroke

For citation. Kindaliova V. G., Pronko T. P., Dobrodey M. A., Gubkin S. V. Predictive significance of a complex approach in determining the vascular wall stiffness parameters in patients with arterial hypertension and in patients with arterial hypertension after ischemic stroke. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 525–532 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-525-532>

Введение. Артериальная гипертензия (АГ) – одно из самых распространенных заболеваний, повышающих риск смерти от ишемической болезни сердца (ИБС) и инфаркта головного мозга [1–4].

Согласно современным представлениям, одну из основных ролей в развитии АГ и ее осложнений играет повышение жесткости стенки артерий, так как сосудистая стенка является органом-мишенью гипертензивного процесса [2; 3; 5; 6].

Наиболее частым и давно используемым неинвазивным методом оценки жесткости сосудистой стенки является измерение скорости распространения пульсовой волны (СРПВ) [7; 8].

Еще одним показателем, связанным с состоянием сосудистой стенки при АГ, а именно с ее упругоэластичными свойствами, является систоло-диастолическое соотношение или, по-другому, индекс резистентности [2]. Это отношение величины максимальной систолической к конечной диастолической скорости кровотока. Согласно литературным данным, индекс резистентности у лиц при АГ и ее осложнениях выше по сравнению со здоровыми лицами [9]. Специфическим ультразвуковым эквивалентом дистальных сосудистых реакций при АГ, связанных с ремоделированием и фиброзно-склеротической трансформацией, является повышение индекса периферического сопротивления.

Также в настоящее время сердечно-лодыжечный сосудистый индекс (СЛСИ) рассматривается как информативный показатель жесткости магистральных артерий.

Жесткость сосудистой стенки, безусловно, является прогностическим фактором сердечно-сосудистых событий и смертности у пациентов с АГ. Однако практически не встречается оценка прогностической значимости разных методов определения сосудистой жесткости у пациентов одной выборки. Также имеются противоречивые сведения в отношении прогностической значимости СЛСИ, что диктует необходимость проведения исследования в данном направлении.

Цель исследования – оценить прогностическую значимость параметров жесткости магистральных, региональных и периферических артерий у пациентов с АГ, в том числе после перенесенного инфаркта головного мозга (ИГМ) в анамнезе.

Материалы и методы исследования. Обследование пациентов проводилось на базе кафедры пропедевтики внутренних болезней Гродненского государственного медицинского университета. Все обследуемые подписывали информированное согласие на участие в исследовании, протокол которого был одобрен комитетом по биомедицинской этике Гродненского государственного медицинского университета.

Всего обследованы 159 человек в возрасте от 45 до 75 лет. Группу I составили 90 пациентов с АГ, среди них 38 мужчин и 52 женщины. Группу II составили 69 человек с АГ II ст., перенесших атеротромботический инфаркт головного мозга давностью более 6 месяцев, среди них 45 мужчин и 24 женщины.

Всем пациентам исходно проводился ряд исследований: общеклиническое обследование, липидограмма, определялись такие параметры жесткости сосудистой стенки, как индекс резистентности сонных артерий, СРПВ и СЛСИ. Пациентам с АГ II–III степени дополнительно была проведена велоэргометрия либо тредмил-тест с целью исключения ИБС.

Исследование индекса резистентности сонных артерий проводили на аппарате Aloka 5000 (Япония) линейным датчиком 7–19 МГц в В-режиме. Толщину КИМ более 0,8 расценивали как патологическую [11].

Измерение СРПВ по сосудам мышечного типа осуществлялось с помощью аппаратно-программного комплекса «Импекард-М» (Беларусь) [12]. За референсную величину принимали значение СРПВ ≤ 10 м/с [13].

Показатель жесткости магистральных артерий – СЛСИ у обследуемых лиц определялся при помощи сфигмоманометра-сфигмографа VaSera VS-1500N Fukuda Denshi (Япония). СЛСИ для лиц среднего возраста более 9 свидетельствует о наличии системного атеросклероза, более 8 является пограничным значением для данной возрастной категории [5].

В дальнейшем выполнялось динамическое наблюдение за пациентами (длительность $14 \pm 2,6$ месяцев) путем телефонных собеседований. Прогноз строился с применением так называемой комбинированной конечной точки, включающей в себя «мягкие» конечные точки (впервые установ-

ленный диагноз ИБС, транзиторная ишемическая атака), и «твердые» конечные точки (инфаркт миокарда, повторный инфаркт головного мозга и смерть по причине развития инфаркта головного мозга). Выбор комбинированной конечной точки обусловлен малым размером выборки [11] и наличием общих патофизиологических механизмов развития [14] вышеуказанных состояний. После сбора сведений у пациентов и/или их родственников, мы разделили группы испытуемых на 2 подгруппы: подгруппу А (ПГА) составили лица, у которых не было сердечно-сосудистых событий, подгруппу В (ПГВ) – лица, у которых за период наблюдения произошло одно из вышеперечисленных сердечно-сосудистых событий.

Статистическая обработка результатов исследования осуществлялась с помощью пакета прикладных программ Statistica 10.0. Анализ вида распределения осуществлен с использованием критерия Колмагорова–Смирнова с поправкой Лилиефорса. Количественные признаки представлены в виде среднего арифметического значения (M) и стандартного отклонения (SD) при нормальном распределении, медиана (Me), нижний и верхний квартили [LQ; UQ] при распределении, отличном от нормального. При оценке достоверности различий в сравниваемых группах при нормальном распределении использовали параметрический критерий Стьюдента (*t*). При отсутствии нормального распределения сравнение показателей было проведено с использованием непараметрического критерия Манна–Уитни (*Z*). Для оценки связей изучаемых параметров с достижением конечной точки использовали регрессионный анализ полученных данных. Поиск отрезных значений параметров, обладающих наибольшей диагностической эффективностью достижения конечной точки, осуществлялся с помощью ROC-анализа. За критический уровень достоверности нулевых гипотез при исследовании взаимосвязи был принят уровень $p < 0,05$.

Результаты и их обсуждение. В ПГВ группы I характер сердечно-сосудистых событий выглядел следующим образом: у 13 человек впервые был выставлен диагноз ИБС, у 1 – транзиторная ишемическая атака и у 1 – ишемический инфаркт головного мозга с летальным исходом. В ПГВ группы II развились следующие сердечно-сосудистые события: у 6 человек диагностирован повторный ишемический инфаркт головного мозга, у 1 человека – инфаркт миокарда и у 1 человека – повторный ишемический инфаркт головного мозга с летальным исходом. В табл. 1 приведена клиническая характеристика обследуемых лиц.

Т а б л и ц а 1. Клиническая характеристика обследуемых лиц
T a b l e 1. Clinical characteristics of the examined persons

Показатель Index	Группа Group			
	I		II	
	ПГА	ПГВ	ПГА	ПГВ
Пол (м/ж), <i>n</i>	35/40	3/12	38/23	1/7
Возраст, лет	55,4 ± 5,1	55,2 ± 9,2	62,8 ± 9,4	59,7 ± 7,7
Продолжительность АГ, лет	8,5 ± 6,8	11,9 ± 8,7	13,5 ± 3,5	19,0 ± 13,6
Индекс массы тела, кг/м ²	30,02 ± 5,06	29,80 ± 6,51	28,44 ± 4,79	28,51 ± 3,51
Окружность талии, см	97,37 ± 18,78	94,27 ± 20,87	96,51 ± 17,11	101,87 ± 16,46
Глюкоза, ммоль/л	5,46 ± 0,77	5,71 ± 1,11	5,23 ± 1,02	5,01 ± 0,62
Общий холестерин, ммоль/л	5,37 ± 1,08	5,75 ± 1,09	4,96 ± 1,17	5,51 ± 1,29
Креатинин, мкмоль/л	81,80 ± 16,61	80,47 ± 16,01	90,66 ± 28,63	99,04 ± 16,08
Скорость клубочковой фильтрации по формуле СКД-ЕРІ, мл/мин/1,73 м ²	81,93 ± 14,78	82,20 ± 14,64	73,30 ± 21,31	66,23 ± 11,77

Как видно из табл. 1, ПГА и ПГВ по клиническим параметрам достоверно не отличались в обеих группах.

В табл. 2 представлены данные параметров жесткости сосудистой стенки.

Как видно из табл. 2, СРПВ в ПГВ группы I была выше по сравнению с ПГА ($p = 0,04$), в то время как СРПВ в группе II достоверно не отличалась между подгруппами. По результатам проведенного исследования, определение СРПВ по сосудам мышечного типа оказалось более информативно у пациентов с АГ среднего возраста в отношении прогноза «мягких» конечных

Т а б л и ц а 2. Показатели параметров жесткости сосудистой стенки у обследуемых лиц

T a b l e 2. Parameters of the stiffness of the vascular wall in the examined persons

Показатель Index	Группа I Group I		Группа II Group II	
	ПГА	ПГВ	ПГА	ПГВ
СРПВ, м/с	12,5 [6,5; 14,2]	13,10 [10,8; 19,3]*	13,0 [7,6; 18,5]	13,5 [9,45; 18,8]
Индекс периферического сопротивления слева	0,7 [0,68; 0,7]	0,7 [0,7; 0,8]	0,7 [0,7; 1,0]	0,75 [0,5; 1,5]
Индекс периферического сопротивления справа	0,7 [0,6; 0,7]	0,74 [0,7; 0,8]*	0,75 [0,5; 1,43]	0,75 [0,7; 1,0]
СЛСИ	8,3 [7,9; 9,1]	8,7 [7,7; 9,2]	9,25 [8,6; 10,6]	9,50 [8,95; 9,9]

П р и м е ч а н и е: СРПВ – скорость распространения пульсовой волны; СЛСИ – сердечно-лодыжечно сосудистый индекс; * – достоверные отличия между подгруппами А и В внутри групп, где * – $p < 0,05$.

N o t e: СРПВ – pulse wave propagation velocity; СЛСИ – cardio-ankle vascular index; * – significant differences between subgroups A and B within the groups, where * – $p < 0.05$.

точек, которыми являются ИБС и транзиторная ишемическая атака. Полученные результаты можно объяснить тем, что увеличение СРПВ по сосудам мышечного типа патогенетически связано с вазоспазмом, который возникает в результате дисфункции эндотелия [15]. Определение СРПВ по сосудам мышечного типа у пациентов с АГ после перенесенного ишемического инфаркта головного мозга оказалось не достаточно информативным, так как у данной группы пациентов морфологический этап ремоделирования сосудистой стенки является ведущим, и его диагностика в большей степени информативна по сосудам эластического типа.

Как видно из табл. 2, у пациентов всех подгрупп индекс периферического сопротивления сонных артерий находился в пределах референсных значений, что может объясняться приемом антигипертензивных препаратов. Однако несмотря на это в ПГВ группы I прослеживалась четкая тенденция к росту индекса периферического сопротивления, так как данный показатель в вышеуказанной группе был достоверно выше по сравнению с ПГА ($p = 0,03$). Согласно литературным источникам, увеличение индекса резистентности ассоциировано с развитием ишемического инсульта и ИБС [16], что подтверждается результатами нашего исследования в отношении прогноза у пациентов с АГ. Тем не менее, для пациентов группы II данный вид исследования оказался недостаточно информативным вследствие того, что факт перенесенного в анамнезе инфаркта головного мозга у пациентов группы II определяет наличие морфологического этапа ремоделирования регионарных артерий, проявляющегося исходно измененным индексом резистентности сонных артерий [1; 17] у всех исследуемых, что затрудняет прогнозирование повторных неблагоприятных сердечно-сосудистых событий и требует дополнительных методов диагностики с целью успешного проведения вторичной профилактики у данной категории лиц.

Как видно из табл. 2, величина СЛСИ в ПГА и ПГВ обеих групп достоверно не отличалась. У пациентов с АГ как в ПГА, так и в ПГВ СЛСИ находился в пределах пограничных значений, что свидетельствует о наличии начальных морфологических изменений в стенке артерий эластического типа [2]. У пациентов с АГ после перенесенного ишемического инфаркта головного мозга как в ПГА, так и в ПГВ СЛСИ был выше референсных значений, что свидетельствует о наличии распространенного атеросклероза и выраженном морфологическом этапе ремоделирования сосудистой стенки. Однако в отношении прогноза комбинированной конечной точки четкой взаимосвязи с величиной СЛСИ как у пациентов с АГ, так и у пациентов с АГ после перенесенного ишемического инфаркта головного мозга установить не удалось.

Таким образом, составить прогноз в отношении комбинированной конечной точки у пациентов с АГ, в том числе и с перенесенным инфарктом головного мозга в анамнезе, используя только один из вышеперечисленных параметров жесткости сосудистой стенки, не представляется возможным. Это объясняется гетерогенностью и гетерохронностью ремоделирования сосудистого русла [4] под воздействием многочисленных факторов, которые очень сложно оценить одномерно. Все используемые в данном исследовании параметры жесткости несут информацию о сосудистой стенке различных типов артерий и характеризуют преимущественно функциональный либо морфологический этап ремоделирования сосудистой стенки, и не один из них не может комплексно оценить состояние сосудистой стенки на различных уровнях артериальной системы.

Учитывая вышеизложенное, можно предположить, что существует модель с условным линейным предиктором, опираясь на который, можно будет предсказать развитие сердечно-сосудистых событий как у пациентов с АГ, так и у пациентов с АГ после перенесенного ишемического инфаркта головного мозга.

Нами построено уравнение бинарной регрессии с пробит-функцией связи.

В табл. 3 представлены оценки параметров модели.

Т а б л и ц а 3. Оценки коэффициентов регрессионной модели

T a b l e 3. Estimates of the coefficients of the regression model

Показатель Index	Оценка Estimate	Стандартная ошибка Std. Error	z-значение z value	Pr (> z)
(Intercept)	-17,06	2,68	-6,36	0,0001
ЛПНП	-0,32	0,13	2,38	0,02
Скорость клубочковой фильтрации по формуле СКД-ЕРІ, мл/мин/1,73 м ²	0,09	0,02	5,69	0,00001
Индекс периферического сопротивления сонной артерии слева	9,94	1,91	5,21	0,00001
Индекс периферического сопротивления сонной артерии справа	3,81	1,56	2,444	0,015
СЛСИ	0,24	0,12	2,03	0,04

П р и м е ч а н и е: ЛПНП – липопротеиды низкой плотности; СЛСИ – сердечно-лодыжечный сосудистый индекс.
N o t e: ЛПНП – low density lipoproteins; СЛСИ – cardio-ankle vascular index.

Как видно из табл. 3, оценки коэффициентов предикторов статистически значимы (при пороговом значении $p = 0,05$), поэтому все предикторы включены в модель. Линейный предиктор (ЛП) уравнения логистической регрессии, согласно данной модели, будет иметь вид: $ЛП = -17,064 + 0,32ЛПНП + 0,09СКД-ЕРІ + 0,13СРПВ + 9,94R_{L} + 3,81R_{R} + 0,24СЛСИ$, где ЛПНП – липопротеиды низкой плотности; СКД-ЕРІ – скорость клубочковой фильтрации (мл/мин/1,73 м²); СРПВ – скорость распространения пульсовой волны; R_{L} – индекс периферического сопротивления сонной артерии слева; R_{R} – индекс периферического сопротивления сонной артерии справа; СЛСИ – сердечно-лодыжечный сосудистый индекс.

Пациенты, у которых не было зарегистрировано сердечно-сосудистых событий в течение периода наблюдения, условно составили группу 0. Пациенты, у которых было зарегистрировано одно из сердечно-сосудистых событий, условно составили группу 1. Принятие решения об отнесении испытуемого к группе 0 или группе 1 выполняется следующим образом:

если $\Phi(ЛП) < p_0$, то принимается решение об отнесении испытуемого к группе 0, если $\Phi(ЛП) > p_0$, то принимается решение об отнесении испытуемого к группе 1.

В описанных условиях $\Phi(ЛП)$ – функция нормального стандартного распределения для аргумента ЛП, p_0 – порог отсечения. Выбор порога отсечения определяется значениями чувствительности, специфичности и точности классификации. На рис. 1, 2 приведены ROC-кривая модели и зависимость точности классификации от порога отсечения.

Площадь под ROC-кривой (AUC) составила 0,876, что свидетельствует об удовлетворительной предсказательной способности построенной модели. В качестве порога отсечения была выбрана вероятность $p_0 = 0,54$. При данном пороге отсечения чувствительность равна $Se = 91,67\%$, специфичность $Sr = 79,07\%$, точность $Acc = 80,61\%$.

Решение уравнения $p_0 = \Phi(-17,064 + 0,32ЛПНП + 0,09СКД-ЕРІ + 0,13СРПВ + 9,94R_{L} + 3,81R_{R} + 0,24СЛСИ)$ дает нам следующее значение порога отсечения по линейному предиктору: $ЛП_0 = 0,1$.

На рис. 3 представлена бинарная схема классификации моделью (стрелками также указаны порог отсечения линейного предиктора $ЛП = 0,1$ и соответствующая пороговая вероятность $p_0 = 0,54$).

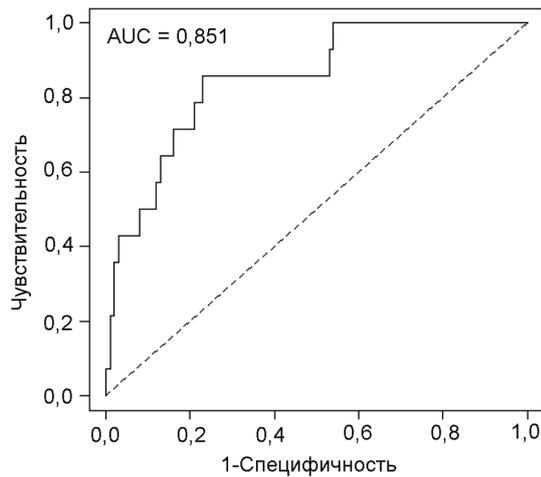


Рис. 1. ROC-кривая модели

Fig. 1. ROC-curve of the model

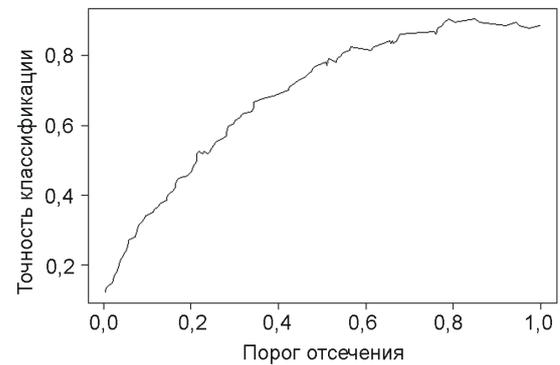


Рис. 2. Зависимость точности классификации от порога отсеечения

Fig. 2. Dependence of the classification accuracy on the cut-off threshold

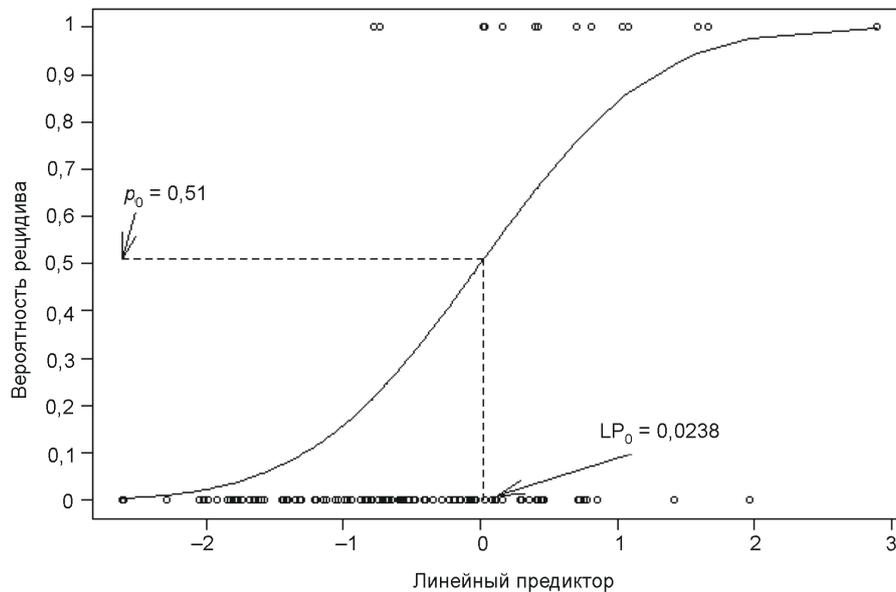


Рис. 3. Бинарная схема классификация моделью. Точки – наблюдаемая классификация, сплошная линия – теоретически предсказанная вероятность отнесения к группе (стрелками также указаны порог отсеечения по линейному предиктору и соответствующая пороговая вероятность)

Fig. 3. Binary scheme classification by model. The dots are the observed classification, the solid line is the theoretically predicted probability of being assigned to a group (the arrows also indicate the cut-off threshold for the linear predictor and the corresponding threshold probability)

Таким образом, если линейный предиктор для конкретного испытуемого больше чем $LP_0 = 0,1$, то принимается решение об отнесении испытуемого к группе 1.

С точки зрения математических допущений полученная модель является адекватной, так как, как было указано выше, оценки коэффициентов являются статистически значимыми; остаточный девианс модели равен 145,06, в то время как для нуль-модели он составляет 235,65; значение информационного критерия Акаике равно 159,06, для нуль-модели – 481,61; также была выполнена кросс-валидация модели методом скользящего контроля с точностью в качестве функции цены: средняя точность составила 75,01 %.

Выводы:

1. У пациентов с АГ наиболее весомыми прогностическими факторами являются СРПВ и ИР внутренних сонных артерий.

2. Определение параметров жесткости периферических, регионарных и магистральных артерий у пациентов с АГ, в том числе после перенесенного ИГМ позволит более точно определить прогноз путем решения уравнения логистической регрессии: $PNC = -17,06 + 0,32ЛПНП - 0,09СКФ + 0,13СРПВ + 9,93ИРлев + 3,81ИРправ + 0,24СЛСИ$ с порогом отсечения $PNC = 0,097$, $SE = 91,67\%$, $SP = 79,07\%$, $Acc = 80,61\%$.

Список использованных источников

1. Шальнова, С. А. Факторы, влияющие на смертность от сердечно-сосудистых заболеваний в российской популяции / С. А. Шальнова, А. Д. Деев, Р. Г. Оганов // Кардиоваскулярная терапия и профилактика. – 2005. – Т. 4, № 1. – С. 4–9.
2. 2013 ESH/ESC Guidelines for the management of arterial hypertension / G. Mancia [et al.] // Journal of Hypertension. – 2013. – Vol. 31, N 7. – P. 1281–1357. <https://doi.org/10.1097/01.hjh.0000431740.32696.cc>
3. 2018 ESC/ESH Guidelines for the management of arterial hypertension / B. Williams [et al.] // Journal of Hypertension. – 2018. – Vol. 36, N 10. – P. 1953–2041. <https://doi.org/10.1097/hjh.0000000000001940>
4. Чазова, Е. И. Диагностика и лечение артериальной гипертензии / И. Е. Чазова, Е. В. Ощепкова, Ю. В. Жернокова // Евразийский кардиолог. журн. – 2015. – № 2. – С. 3–30.
5. Nilson, P. M. Early vascular aging (EVA): New Directions in cardiovascular protection / P. M. Nilson, M. H. Olsen, S. Laurent. – Acad. Press, 2015. – 376 p. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-19168-4>
6. Троицкая, Е. А. Концепция сосудистого возраста: новый инструмент оценки сердечно-сосудистого риска / Е. А. Троицкая, С. В. Вельмакин, Ж. Д. Кобалава // Артериальная гипертензия. – 2017. – Т. 23, № 2. – С. 160–171. <https://doi.org/10.18705/1607-419X-2017-23-2-160-171>
7. Arterial Stiffness and Cardiovascular Events / G. F. Mitchell [et al.] // Circulation. – 2010. – Vol. 121, N 4. – P. 505–511. <https://doi.org/10.1161/circulationaha.109.886655>
8. Arterial Stiffness and Risk of Coronary Heart Disease and Stroke / F. U. Mattace-Raso [et al.] // Circulation. – 2006. – Vol. 113, N 5. – P. 657–663. <https://doi.org/10.1161/circulationaha.105.555235>
9. Состояние мозговой гемодинамики и цереброваскулярной реактивности у больных артериальной гипертензией / И. В. Логачева [и др.] // Артериальная гипертензия. – 2005. – Т. 11, № 4. – С. 245–248.
10. Драпкина, О. М. Сосудистый возраст как фактор риска сердечно-сосудистых заболеваний / О. М. Драпкина, М. В. Фадеева // Артериальная гипертензия. – 2014. – Т. 20, № 4. – С. 224–231.
11. Kotani, K. Cardio-Ankle Vascular Index (CAVI) and its Potential Clinical Implications for Cardiovascular Disease / K. Kotani, A. T. Remaley // Cardiovascular Pharmacology: Open Access. – 2013. – Vol. 2, N 2. <https://doi.org/10.4172/2329-6607.1000108>
12. Nilson, P. M. The early life origins of vascular ageing and cardiovascular risk: the EVA syndrome / P. M. Nilson, E. Lurbe, S. Laurent // Journal of Hypertension. – 2008. – Vol. 26, N 6. – P. 1049–1057. <https://doi.org/10.1097/hjh.0b013e3282f82c3e>
13. Согласованное мнение российских экспертов по оценке артериальной жесткости в клинической практике / Ю. А. Васюк [и др.] // Кардиоваскулярная терапия и профилактика. – 2016. – Т. 15, № 2. – С. 4–19. <https://doi.org/10.15829/1728-8800-2016-2-4-19>
14. Сердечно-лодыжечный сосудистый индекс у больных артериальной гипертензией / А. Н. Сумин [и др.] // Доктор.Ру. – 2016. – № 11 (128). – С. 28–32.
15. Logan, J. G. Genetic Determinants of Arterial Stiffness / J. G. Logan, M. B. Engler, H. Kim // Journal of Cardiovascular Translational Research. – 2015. – Vol. 8, N 1. – P. 23–43. <https://doi.org/10.1007/s12265-014-9597-x>
16. Эхографические признаки выраженных стеноокклюзирующих поражений основной артерии у пациентов с вертебрально-базиллярным ишемическим инсультом / А. Ю. Вишнякова [и др.] // Ультразвуковая и функциональная диагностика. – 2012. – № 3. – С. 65–75.
17. Prognostic impact of regional arterial stiffness in hypertensive patients / T. Kawai [et al.] // Heart and Vessels. – 2015. – Vol. 30, N 3. – P. 338–346. <https://doi.org/10.1007/s00380-014-0485-8>

References

1. Shalnova S. A., Deev A. D., Oganov R. G. Factors influencing cardiovascular mortality in Russian population. *Cardiovascular Therapy and Prevention*, 2005, vol. 4, no. 1, pp. 4–9 (in Russian).
2. Mancia G., Fagard R., Narkiewicz K., Redón J., Zanchetti A., Böhm M., Christiaens T., Cifkova R., De Backer G., Dominiczak A., Galderisi M., Grobbee D. E., Jaarsma T., Kirchhof P., Kjeldsen S. E., Laurent S., Manolis A. J., Nilsson P. M., Ruilope L. M., Schmieder R. E., Sirnes Per A., Sleight P., Viigimaa M., Waeber B., Zannad F. 2013 ESH/ESC Guidelines for the management of arterial hypertension. *Journal of Hypertension*, 2013, vol. 31, no. 7, pp. 1281–1357. <https://doi.org/10.1097/01.hjh.0000431740.32696.cc>
3. Williams B., Mancia G., Spiering W., Rosei E. A., Azizi M., Burnier M., Clement D. L., Coca A., de Simone G., Dominiczak A., Kahan T., Mahfoud F., Redon J., Ruilope L., Zanchetti A., Kerins M., Kjeldsen S. E., Kreutz R., Laurent S., Lip G. Y. H., McManus R., Narkiewicz K., Ruschitzka F., Schmieder R. E., Shlyakhto E., Tsioufis C., Aboyans V., Desormais I. 2018 ESC/ESH Guidelines for the management of arterial hypertension. *Journal of Hypertension*, 2018, vol. 36, no. 10, pp. 1953–2041. <https://doi.org/10.1097/hjh.0000000000001940>

4. Chazova I. E., Oshepkova E. V., Zhernakova Yu. V. Diagnostics and treatment of arterial hypertension. *Evrasiiskii kardiologicheskii zhurnal = Eurasian Heart Journal*, 2015, no. 2, pp. 3–30 (in Russian).
5. Nilson P. M., Olsen M. H., Laurent S. *Early vascular aging (EVA): New Directions in cardiovascular protection*. Acad. Press, 2015. 376 p. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-19168-4>
6. Troitskaya E. A., Velmakin S. V., Kobalava Z. D. Concept of vascular age: new tool in cardiovascular risk assessment. *Arterial'naya Gipertenziya = Arterial Hypertension*, 2017, vol. 23, no. 2, pp. 160–171 (in Russian). <https://doi.org/10.18705/1607-419X-2017-23-2-160-171>
7. Mitchell G. F., Hwang S.-J., Vasan R. S., Larson M. G., Pencina M. J., Hamburg N. M., Vita J. A., Levy D., Benjamin E. J. Arterial Stiffness and Cardiovascular Events. *Circulation*, 2010, vol. 121, no. 4, pp. 505–511. <https://doi.org/10.1161/circulationaha.109.886655>
8. Mattace-Raso F. U., van der Cammen T. J. M., Hofman A., van Popele N. M., Bos M. L., Schalekamp M. A. D. H., Asmar R., Reneman R. S., Hoeks A. P. G., Breteler M. M. B., Witteman J. C. M. Arterial Stiffness and Risk of Coronary Heart Disease and Stroke. *Circulation*, 2006, vol. 113, no. 5, pp. 657–663. <https://doi.org/10.1161/circulationaha.105.555235>
9. Logacheva I. V., Ivanova I. V., Pocheptsova L. V., Tsypliyashova I. V., Perevozchikova O. S., Krivileva S. P. Cerebral hemodynamics and cerebrovascular responsiveness in patients with arterial hypertension. *Arterial'naya gipertenziya = Arterial Hypertension*, 2005, vol. 11, no. 4, pp. 245–248 (in Russian).
10. Drapkina O. M., Fadeeva M. V. Arterial aging as the cardiovascular risk factor. *Arterial'naya gipertenziya = Arterial Hypertension*, 2014, vol. 20, no. 4, pp. 224–231 (in Russian).
11. Kotani K., Remaley A. T. Cardio-Ankle Vascular Index (CAVI) and its Potential Clinical Implications for Cardiovascular Disease. *Cardiovascular Pharmacology: Open Access*, 2013, vol. 2, no. 2. <https://doi.org/10.4172/2329-6607.1000108>
12. Nilson P. M., Lurbe E., Laurent S. The early life origins of vascular ageing and cardiovascular risk: the EVA syndrome. *Journal of Hypertension*, 2008, vol. 26, no. 6, pp. 1049–1057. <https://doi.org/10.1097/hjh.0b013e3282f82c3e>
13. Vasyuk Yu. A., Ivanova S. V., Shkolnik E. L., Kotovskaya Yu. V., Milyagin V. A., Oleynikov V. E., Orlova Y. A., Sumin A. N., Baranov A. A., Boytsov S. A., Galyavich A. S., Kobalava Z. D., Kozhevnikova O. V., Konradi A. O., Lopatin Yu. M., Mareev V. Yu., Novikova D. S., Oganov R. G., Rogoza A. N., Rotar O. P., Sergatskaya N. V., Skibitsky V. V. Consensus of Russian experts on the evaluation of arterial stiffness in clinical practice. *Cardiovascular Therapy and Prevention*, 2016, vol. 15, no. 2, pp. 4–19 (in Russian). <https://doi.org/10.15829/1728-8800-2016-2-4-19>
14. Sumin A. N., Shcheglova A. V., Fyodorova N. V., Artamonova G. V. Cardio-ankle vascular index in patients with hypertension. *Doctor.ru*, 2016, no. 11 (128), pp. 28–32 (in Russian).
15. Logan J. G., Engler M. B., Kim H. Genetic Determinants of Arterial Stiffness. *Journal of Cardiovascular Translational Research*, 2015, vol. 8, no. 1, pp. 23–43. <https://doi.org/10.1007/s12265-014-9597-x>
16. Vishnyakova A. Yu., Anisimov K. V., Lelyuk S. Eh., Lelyuk V. G. Ultrasound characteristics of basilar artery occlusion in patients with vertebrobasilar ischemic stroke. *Ul'trazvukovaya i Funktsional'naya Diagnostika = Ultrasonic and Functional Diagnosis*, 2012, no. 3, pp. 65–75 (in Russian).
17. Kawai T., Ohishi M., Onishi M., Ito N., Takeya Ya., Oguro R., Takami Yo., Yamamoto K., Rakugi H. Prognostic impact of regional arterial stiffness in hypertensive patients. *Heart and Vessels*, 2015, vol. 30, no. 3, pp. 338–346. <https://doi.org/10.1007/s00380-014-0485-8>

Информация об авторах

Киндалёва Ольга Генриковна – канд. мед. наук, ст. преподаватель. Гродненский государственный медицинский университет (ул. Горького, 80, 230009, Гродно, Республика Беларусь). E-mail: kindaliova.volha@mail.ru.

Пронько Татьяна Павловна – канд. мед. наук, доцент, заведующий кафедрой. Гродненский государственный медицинский университет (ул. Горького, 80, 230009, Гродно, Республика Беларусь). E-mail: tanya_pronko@mail.ru.

Добродей Мария Александровна – канд. мед. наук, доцент. Гродненский государственный медицинский университет (ул. Горького, 80, 230009, Гродно, Республика Беларусь). E-mail: dobrodeimaria@gmail.com.

Губкин Сергей Владимирович – член-корреспондент, д-р мед. наук, профессор, директор. Институт физиологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 28, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: goubkin@yandex.ru.

Information about the authors

Kindaliova Volha G. – Ph. D. (Medicine), Senior Lecturer. Grodno State Medical University (80, Gorky Str., 230009, Grodno, Republic of Belarus). E-mail: kindaliova.volha@mail.ru.

Pronko Tatiana P. – Ph. D. (Medicine), Associate Professor, Head of Department. Grodno State Medical University (80, Gorky Str., 230009, Grodno, Republic of Belarus). E-mail: tanya_pronko@mail.ru.

Dobrodey Maria A. – Ph. D. (Medicine), Associate Professor. Grodno State Medical University (80, Gorky Str., 230009, Grodno, Republic of Belarus). E-mail: dobrodeimaria@gmail.com.

Gubkin Sergey V. – Corresponding Member, D. Sc. (Medicine), Professor, Director. Institute of Physiology of the National Academy of Sciences of Belarus (28, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: goubkin@yandex.ru.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

НАУКИ О ЗЕМЛЕ
EARTH SCIENCES

УДК 551.24(477+553.98)
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-533-543>

Поступило в редакцию 01.06.2022
Received 01.06.2022

Член-корреспондент **Р. Е. Айзберг**, Я. Г. Грибик, академик Р. Г. Гарецкий

Институт природопользования Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

**ЗАПАДНОЕ СТРУКТУРНОЕ ЗАМЫКАНИЕ
ПРИПЯТСКО-ДНЕПРОВСКО-ДОНЕЦКОГО АВЛАКОГЕНА**

Аннотация. В сегментированных палеорифтовых системах типа Припятско-Днепровско-Донецкого авлакогена, которые проникают со стороны палеоокеанической окраины в глубь континента и здесь чаще всего замыкаются, каждый сегмент представляет собой автономную структуру литосферы. В представленном сообщении показано, что тектоническая позиция Припятского палеорифта как западного замыкающего сегмента указанного авлакогена была обусловлена изменением интенсивности синрифтовых и плейт-тектонических процессов в протяженной рифтовой системе с востока на запад. В полосе палеопротерозойской Фенносарматской коллизии Центрально-Белорусская шовная зона обособленного С. В. Богдановой в 2019 г. Центрально-Русского транспрессионного пояса явилась блокирующей поперечной преградой относительно развития герцинских синрифтовых процессов в западном направлении.

Ключевые слова: структурное замыкание протяженной рифтовой системы, Припятско-Днепровско-Донецкий авлакоген, Припятский палеорифт, Центрально-Белорусская шовная зона, Белорусско-Московский (Центрально-Русский) транспрессионный пояс

Для цитирования. Айзберг, Р. Е. Западное структурное замыкание Припятско-Днепровско-Донецкого авлакогена / Р. Е. Айзберг, Я. Г. Грибик, Р. Г. Гарецкий // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 533–543. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-533-543>

Corresponding Member **Romma E. Aizberg**, Yaroslav G. Gribik, Academician Radim G. Garetsky

Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

WESTERN STRUCTURAL CLOSING OF THE PRIPYAT–DNEPROV–DONETSK AULACOGEN

Abstract. In segmented paleorift systems such as the Pripyat–Dnieper–Donetsk aulacogen, which penetrate deep into the continent from the side of the paleocean margin and most often close here, each segment represents an autonomous structure of the lithosphere. The presented article shows that the tectonic position of the Pripyat paleorift as the western closing segment of the indicated aulacogen was due to a change in the intensity of syn-rift and plate-tectonic processes in the extended rift system from east to west. In the band of the Paleoproterozoic Fenno-Sarmatian collision, the Central Belarusian suture zone of the Central Russian transpression belt isolated by S. V. Bogdanova in 2018 was a blocking transverse barrier to relative development of Hercynian synrift processes in the western direction.

Keywords: structural closure of an extended rift system, Pripyat–Dnieper–Donetsk aulacogen, Pripyat paleorift, Central Belarusian suture zone, Belarusian-Moscow (Central Russian) transpressional belt

For citation. Aizberg R. E., Gribik Ya. G., Garetsky R. G. Western structural closing of the Pripyat–Dneprov–Donetsk aulacogen. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 533–543 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-533-543>

Припятско-Днепровско-Донецкий герцинский авлакоген (далее – ПДД авлакоген), как и иные протяженные палеорифтовые системы, характеризуется отчетливо выраженной продольной сегментацией. Обособляемые основные первопорядковые продольные сегменты – неинверсированные Припятский и Днепровский прогибы, инверсированное Донецкое складчатое сооружение

© Айзберг Р. Е., Грибик Я. Г., Гарецкий Р. Г., 2022

(далее – ДСС) контролируют в пределах Беларуси и Украины размещение крупных нефтегазоносных, угленосных и соленосных горно-промышленных регионов. К востоку от Донецкого сегмента на территории России располагается пространственно и генетически сопряженный с ним погребенный вал (кряж) Карпинского, также представляющий собой инверсированную пострифтовую структуру ПДД авлакогена. Весь авлакоген является западным звеном Сарматско-Туранского литосферного линеамента.

В сегментированных палеорифтовых системах типа ПДД авлакогена, которые проникают со стороны палеоокеанической окраины в глубь континента и здесь чаще всего замыкаются, каждый сегмент представляет собой первопорядковую автономную структуру литосферы. Они, как правило, различаются строением, син- и пострифтовыми условиями формирования платформенного чехла, консолидированной коры и литосферной мантии. При этом внутриконтинентальным фланговым сегментам типа Припятского, замыкающим на западе ПДД авлакоген, присущи определенные особенности структуры, связанные с истощенным (деградированным) характером рифтогенеза рассматриваемой зоны рифтовой системы, утолщением земной коры, поперечной преградой литосферного уровня [1].

Сегментация рифтовых систем, как было теоретически показано ранее рядом исследователей, отражает, главным образом, реакцию литосферы на поперечные растяжения по отношению к простиранию этих структур. Реальные признаки полноразвитого или истощенного (деградированного) характера палеорифтовых процессов в пределах одного или нескольких сегментов авлакогена определяются совокупными геолого-геофизическими показателями: тектонической позицией в общем ансамбле сегментированной палеорифтовой системы и подстилающих региональных и субглобальных структур фундамента; глубиной залегания коро-мантийной границы, отражающей мощность консолидированной коры; мощностью платформенного чехла (глубиной залегания поверхности фундамента); проявлением или отсутствием синрифтового магматизма и корреляция этих факторов с подстилающими магматическими комплексами (андерплейтингом) в нижних слоях консолидированной коры; наличием или отсутствием приосевого выступа поверхности Мохо; особенностью поперечного литосферного барьера, ограничивающего внутриконтинентальный фланговый сегмент авлакогена.

Анализ приведенных ниже геолого-геофизических показателей применительно к Припятскому палеорифту позволяет определить отличительные черты этого замыкающего сегмента палеорифтовой системы в пределах ПДД авлакогена. Они дают основание указать на нелинейный деградирующий характер пространственных процессов герцинского рифтогенеза в направлении

с востока на запад в этом авлакогене. Их начальная стадия в зоне Сарматско-Туранского линеамента связана, вероятно, со срединно-океаническим хребтом Палеотетиса, подходившего в девонское время к юго-восточному краю Евразийского континента.

Припятский палеорифтовый сегмент, являясь замыкающим на западном фланге ПДД авлакогена, наиболее удален в пространстве от начального региона его формирования (рис. 1).

Западное замыкание в платформенном чехле отчетливо проявляется в широтных Старобинской и Туровской центриклинальных зонах Припятского прогиба. В кристаллическом фундаменте и всей консолидированной коре граница западного фланга авлакогена соответствует юго-восточному рубежу северо-восточного простирания пограничной зоны, разделяющей в пределах Беларуси Сарматский протоконтинент от Центрально-Белорусской

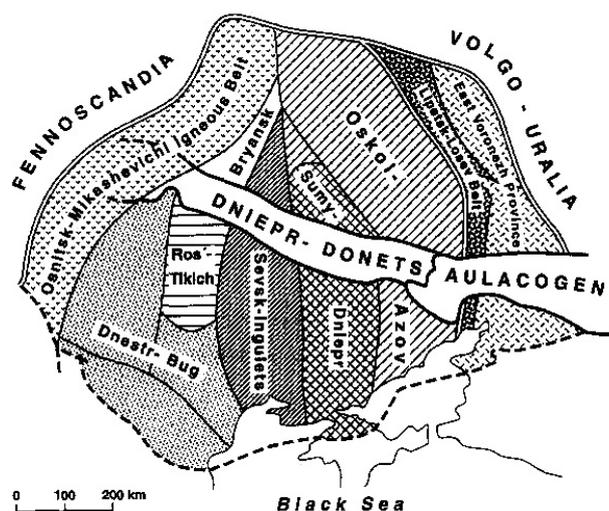


Рис. 1. Позиция Припятско-Днепровско-Донецкого авлакогена относительно структур фундамента ВЕП [2]

Fig. 1. The position of the Pripet–Dnieper–Donetsk aulacogen relative to the basement structures of the EEP [2]

шовной зоны. Впервые она была обособлена И. В. Найденковым в 1985 г. [3] под названием «Смолевичско-Дрогичинская шовная зона», а в настоящее время чаще определяется согласно многолетним исследованиям Р. Г. Гарецкого [4] как «Центрально-Белорусская шовная зона». В кристаллическом фундаменте Беларуси в соответствии с исследованиями И. В. Найденкова [3] эта зона простирается через центральную часть Беларуси в северо-восточном направлении полосой с шириной от 60 до 110 км на протяжении более 600 км до района Полоцка. Ее естественными границами являются глубинные разломы: Кореличский (на севере сочленяющийся с Минским, отделяющий шовную зону от Белорусско-Прибалтийского гранулитового пояса) и Стоходско-Могилевский, по которому шовная зона граничит с Осницко-Микашевичским вулканоплутоническим поясом архейского Сарматского протоконтинента. Стоходско-Могилевский разлом имеет падение на юго-восток. В соответствии с представлениями С. В. Богдановой [5] Осницко-Микашевичский пояс фундамента, подстилающий Припятский палеорифт, в раннем протерозое являлся окраинно-континентальной структурой андийского типа Сарматского архейского континентального домена, отделенного от Центрально-Белорусского тектонического шва, являвшегося частью Фенноскандинавской раннепротерозойской океанической плиты. Таким образом, с учетом представлений С. В. Богдановой [6; 7] можно сделать вывод, что основным поперечным барьером литосферного уровня, препятствовавшим ПДД авлакогену проградации в западном направлении, являлся Центрально-Белорусский тектонический шов в зоне коллизии Фенноскандинавской океанической плиты и Сарматского архейского протоконтинента.

Общее падение интенсивности процессов герцинского рифтогенеза в направлении к западному флангу ПДД авлакогена определена сравнительным анализом геолого-геофизических факторов, характерных для отдельных сегментов и прежде всего – сопредельных неинверсированных замыкающего Припятского и внутреннего Днепровского рифтовых прогибов.

Особенности строения платформенного чехла. Продольные сегменты ПДД авлакогена характеризуются изменением простирания, переменной шириной и коэффициентом поперечного растяжения в процессе рифтогенеза, различием условий седиментации синрифтовых отложений и синрифтового магматизма на западном фланге относительно других сегментов, проявлением пострифтового инверсионного тектогенеза в центре (Донбасс) и на восточном фланге (погребенный вал Карпинского). Деградирующий характер процессов рифтогенеза наглядно экспонирован закономерным уменьшением глубины залегания поверхности фундамента и, соответственно, суммарной мощности платформенного чехла от 20 до 6,4 км в направлении с востока (вал Карпинского) на запад (Припятский прогиб).

По данным украинских исследователей, в процессе рифтогенеза в позднедевонское и каменноугольное время центральная и юго-восточная части Днепровского прогиба, Донецкий и Карпинский сегменты представляли собой единый глубокий седиментационный бассейн. Поперечные структуры типа сбросо-сдвигов лишь опосредованно влияли здесь на автономизацию центральных и восточных сегментов ПДД авлакогена. Существенно приподнятый к западу от Брагинско-Лоевской седловины до минус 6,4 км уровень кристаллического фундамента в значительной степени определяет резкое уменьшение синрифтовой и общей мощности платформенного чехла в Припятском сегменте относительно этих показателей в Днепровском, Донецком и Карпинском сегментах. Указанные выше крупные поперечные сдвиговые зоны, разделяющие внутренние и фланговый восточный сегменты ПДД авлакогена, объединяют смещенные по простиранию Карпинский, Донецкий, Днепровский и Припятский сегменты. Именно эти сдвиги (применительно к Припятскому палеорифту к ним относятся субмеридиональные сдвиги в зоне его сочленения с Брагинско-Лоевской седловине) в процессе рифтообразования были тождественны трансформам и трансферам срединноокеанических спрединговых систем. Западная же граница Припятского палеорифта и всего ПДД авлакогена, как уже отмечено, была ограничена в литосфере принципиально иной структурой более высокого ранга – Центрально-Белорусским тектоническим швом, в зоне которого, согласно С. В. Богдановой [7], происходила Фенносарматская коллизия. С этими тектоно-геодинамическими процессами раннего протерозоя связаны особенности строения синрифтового комплекса и платформенного чехла западной центриклинали Припятского герцинского палеорифта и общего замыкания в этой зоне всего ПДД авлакогена.

На рифтовой стадии развития Припятского прогиба западное его замыкание – субширотные Старобинская и Туровская депрессии достигли юго-восточной границы Центрально-Белорусской шовной зоны. Постколлизийные краевые структуры этой зоны, по-видимому, оказались непреодолимой поперечной преградой пропагации процессов рифтогенеза в западном направлении. Строение синрифтовых Старобинской и Туровской центриклиналей отражают спад интенсивности и «затухание» процессов рифтогенеза, которые здесь имеют определенные особенности по сравнению с центральной частью прогиба.

В строении Старобинской центриклинали принимают участие две системы герцинских разломов разных простираний, образующих в плане угол, близкий к 60° (рис. 2). Разломы запад-северо-западного (припятского) простирания, субпараллельные Северо-Припятскому краевому разлому, образуют систему небольших ступеней с общим наклоном подсолевых горизонтов на север, но с максимальным их погружением в центральной части депрессии. Это – западные части Речицко-Шатилковской, Червонослободско-Малодушинской и Заречинско-Великоборской тектонических ступеней. В свою очередь эти ступени разбиты разломами северо-восточной ориентировки, по которым происходит уступообразное интенсивное выполаживание отрицательной структуры палеорифта на запад. Обе системы разломов по характеру соотношения наклона поверхности разрыва к вектору вертикального смещения крыльев являются сбросами, но по генезису и кинематике отличаются друг от друга.

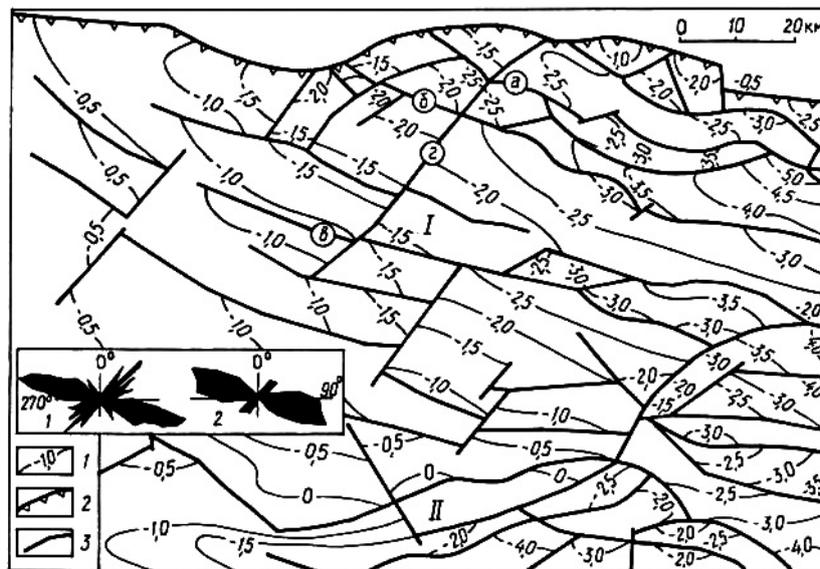


Рис. 2. Схематическая структурная карта поверхности фундамента Старобинской центриклинали Припятского палеорифта: 1 – изогипсы поверхности фундамента, км; разломы: 2 – краевой Северо-Припятский, 3 – прочие (буквы в кружках: а – Речицко-Вишанский, б – Северо-Калиновский, в – Червонослободской, г – Центральный).

I – Старобинская центриклиналь, II – Микашевичско-Житковичский выступ. На врезке: розы-диаграммы простирания разломов Старобинской центриклинали (1) и Северного структурного района (2) [8]

Fig. 2. Schematic structural map of the basement surface of the Starobinskaya centricline of the Pripyat paleorift: 1 – isohypses of the basement surface, km; faults: 2 – marginal North Pripyat, 3 – other (letters in circles: a – Rechitsko-Vishansky, б – North Kalinovskiy, в – Chervonoslobodskaya, г – Central). I – Starobinskaya centricline, II – Mikashevichsko-Zhitkovichi ledge. Inset: rose diagrams of the strike of the faults of the Starobinsk centricline (1) and the Northern structural region (2) [8]

Сбросы «припятского» простирания сформировались в результате взаимообусловленных процессов синрифтового растяжения и раскалывания земной коры. Их простирание ортогонально оси максимального растяжения регионального поля напряжения палеорифта. По классификации М. В. Гзовского – это истинные сбросы, образованные нормальными активными усилиями со стороны висячего (опущенного) крыла, а по типу соотношения наклона сбрасывателей и разобщаемых ими горизонтов они являются несогласными (антитетическими). Природа сбросов

северо-восточного простирания иная. По типу сочленения блоков большинство их относится к согласным (синтетическим) и соответствует общему наклону поверхности фундамента вдоль продольной оси структуры к центру с запада на восток. Согласно математическим расчетам Е. В. Артющкова [8], механизм формирования вертикальной амплитуды таких сбросов – это скорее реакция фундамента на общее погружение, а не растяжение, как в первом случае. Происходило своеобразное «пассивное» сползание блоков по пологому склону отрицательной структуры. Вектор же регионального растяжения палеорифта, близкий к простиранию северо-восточных разломов, реализовался в горизонтальных сдвиговых подвижках вдоль плоскостей сбрасывателей. Действительно, по результатам реконструкции синрифтовых напряжений все разломы Припятского прогиба по своей кинематике являются сдвиго-сбросами с разной долей участия горизонтальной (сдвиговой) составляющей в разных частях прогиба.

В пределах Старобинской центриклинали доля сдвиговой составляющей возрастает по сравнению с региональным фоном Северного структурного района Припятского палеорифта и отражена в основном в разломах северо-восточного простирания. Угол разброса максимумов сопряженных разрывов этой системы достигает 35° (рис. 2). Увеличение такого угла – одно из свидетельств нарастания горизонтальной составляющей при разломообразовании. Для сравнения, разломы «припятского» простирания представлены одним четко очерченным лучом с углом разброса сопряженных разломов 20° и менее.

В пользу горизонтальных движений вдоль сбросов северо-восточной ориентировки могут свидетельствовать и данные изменения в пределах Старобинского горнопромышленного района вертикальной амплитуды Центрального разлома по простиранию сместителя. На небольшом отрезке разлома в пределах погруженной части Червонослободской ступени его амплитуда по поверхности фундамента постоянна и составляет примерно 200 м, а по поверхности межсолевой толщи увеличивается на север от 100 до 250–270 м. Такое увеличение амплитуды разлома в этой части разреза, казалось бы, могло произойти под влиянием инверсионных вертикальных движений соседних блоков в отдельные отрезки времени.

Однако этому предположению противоречит детальная корреляция разрезов скважин в поднятом и опущенном крыльях. Она свидетельствует об унаследованном конседиментационном развитии разлома на синрифтовой стадии с постепенным затуханием вертикальных движений по нему. Более вероятно предположить, что в позднюю фазу рифтовой стадии происходили горизонтальные (сдвиговые) перемещения вдоль плоскости сбрасывателя [8]. При горизонтальном перемещении вдоль сброса призмы пород (в нашем случае – увеличение ее мощности по падению ступени на север), когда направление падения слоев субпараллельно линии сместителя, возможны разные варианты кажущихся изменений вертикальной амплитуды вдоль разлома. В зависимости от направления смещения (лево- или правостороннего), возможно кажущееся увеличение вертикальной амплитуды разлома, или наоборот, ее уменьшение вплоть до смены положения поднятого и опущенного крыльев разлома на противоположных концах этой призмы. Левосторонние горизонтальные движения по Центральному разлому, при сохранении его амплитуды по поверхности фундамента, могли привести к увеличению вертикальной амплитуды по вышележащим горизонтам (в нашем случае, по кровле межсолевых отложений) в сторону их погружения.

Кроме изложенных представлений о динамике замыкания крупной отрицательной структуры – по системе согласных сдвиго-сбросов, поперечных к ее длинной оси, на примере Старобинской центриклинали четко прослеживается еще один механизм выполаживания – по системе продольных ступенеобразующих разломов с уменьшением их амплитуды с востока на запад [8, рис. 2.24, а–в]. Изменение гипсометрии поверхности фундамента вдоль кромок поднятых и погруженных крыльев указывает на шарнирный, вращательный, характер относительного вертикального перемещения блоков-ступеней вдоль плоскостей ограничивающих их разломов. Более активно выполаживание структуры с востока на запад, как видно на профилях, осуществлялось по системе погруженных крыльев. Подобное строение характерно и для юго-западной центриклинали Припятского палеорифта – Туровской депрессии. Она является своеобразным зеркальным отражением Старобинской центриклинали. Роль поперечных разломов, осложняющих склон Наровляно-Ельской ступени на западе, выполняют в основном согласные сбросы северо-западного

простираются. Они вместе с системой разломов северо-восточной ориентировки Старобинской центриклинали образуют в плане дугообразный контур, разорванный в центре клином Микашевичско-Житковичского выступа фундамента.

Одним из общих структурных проявлений, связанных с затуханием активных геодинамических процессов, является разветвление крупного тектонического элемента на ряд более мелких, например, структура компенсации крупного сдвига типа «конский хвост». Подобного типа система на окончании сброса образуется в результате его дробления по простиранию на несколько сбросов с уменьшением их амплитуды. Таков механизм затухания западных окончаний суперрегиональных краевых разломов Припятского прогиба. Северо-Припятский разлом делится на несколько ветвей, в числе которых Налибокский и Ляховичский региональные разломы, а Южно-Припятский «раздваивается» на Северо- и Южно-Ратновский региональные разломы. Применительно к крупной отрицательной структуре Припятского палеорифта два его центриклинальных замыкания (два полуграбена) также выполняют роль системы более мелких компенсационных структур. Это явление типично для рифтовых грабенов, в том числе Припятского. Подобное картографическое изображение центриклинальных замыканий имеют многие грабены (Верхнерейнский, Красного моря и др.). Разветвления на их периферийных замыканиях отражают разветвление зоны максимального растяжения. Соответственно, уменьшается, дробится абсолютная величина этого растяжения и затухают вызванные им тектонические процессы.

Таким образом, на примере особенностей строения западной части Припятского палеорифта показан механизм выполаживания отрицательной структуры. В региональном плане он реализован посредством разветвления зоны максимального растяжения и дробления его абсолютной величины. Локально, в пределах каждой центриклинали, затухание тектонических процессов осуществлялось по двум системам разломов разного генезиса и кинематики.

Особенности строения консолидированной коры и синрифтовой геодинамики. Результаты ГСЗ Евробридж-97 и Георифт-2013 подтвердили представления о том, что формирование герцинского Припятского рифта в отличие от Днепровского с характерным для него влиянием мантийных плюмов (астенолитов) [9] было связано с доминирующим пассивным механизмом рифтогенеза [10; 11].

Днепровский и Припятский сегменты единого ансамбля внутриконтинентальных рифтовых структур в начальную фазу (соответственно, с раннего и позднего франа позднедевонской эпохи) развивались согласованно или квазисинхронно, но с различающимися автономными условиями проявления герцинского рифтогенеза. На первоначальное проявление пассивного механизма рифтогенеза в Днепровском сегменте были наложены плюм-тектонические процессы, которые в его западной части проявились наиболее полно в позднефранское, фаменское время девонского периода и, возможно, в начале каменноугольного периода. По мнению многих украинских исследователей (А. В. Чекунов, В. Г. Гавриш, А. Е. Лукин, З. М. Ляшкевич и др.) указанное время, которое рассматривается нами как главная фаза рифтогенеза в Днепровском грабене, характеризовалось сильным проявлением магматизма, формированием блоковых структур, резким увеличением скорости и амплитуд погружения блоковых структур, высокоамплитудным разломообразованием. Вероятно, именно к этому времени относится мощная тектоно-термальная переработка нижнего и отчасти среднего слоев коры – активное формирование под западной частью Днепровского грабена и пограничной зоной блокирующей поперечной Брагинско-Лоевской седловины высокоскоростного субширотного тела протяженностью ~240 км, отождествляемую с «рифтовой подушкой» (“rift pillow”) (рис. 3).

С этими процессами можно связывать генезис пологосводового поднятия поверхности Мохо в поперечных и приосевом продольном сечениях Днепровского грабена. Проявление здесь плюм-тектоники, скорее всего, стало своеобразным триггером, который привел (судя по структуре земной коры и поверхности Мохо) к смене пассивного механизма рифтогенеза – активным. Выявление исследованиями по программе «Георифт-2013» крупнейшей региональной нижнекоревой Западно-Днепровской рифтовой подушки подвело реальную геолого-геофизическую основу для обоснования масштабного проявления плюм-тектоники и в этом звене ПДД авлакогена.

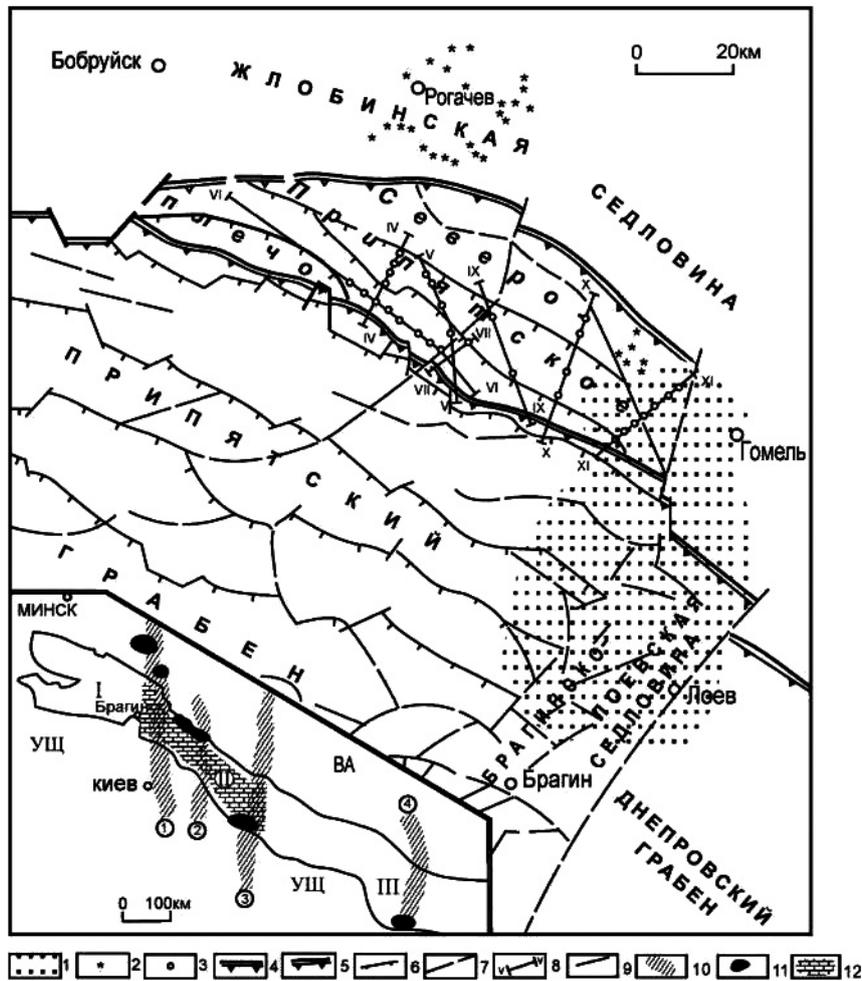


Рис. 3. Припятский ареал позднедевонского синрифтового магматизма [12]: 1 – зона развития верхнефранско-фаменской щелочно-ультраосновной формации Припятского прогиба; 2 – трубы взрыва, установленные бурением; 3 – субвулканические тела, установленные сейсморазведкой (по данным С. В. Клушина и др.); 4–7 – разломы, ограничивающие: 4 – Припятский прогиб, 5 – Припятский и Днепровский грабены, 6 – ступени Припятского прогиба, 7 – прочие разломы; 8 – сейсмические профили. На врезке – схема проявления франского щелочно-ультраосновного магматизма Припятско-Донецкого авлакогена (по З. М. Ляшкевич, с доп. авторов): 9 – краевые глубинные разломы ПДДА; 10 – зоны древних допозднепротерозойских поперечных глубинных разломов (цифры в кружках: 1 – Одесский, 2 – Знаменско-Пирятинский, 3 – Криворожский, 4 – Кальмиусско-Айдарский); 11 – поля развития щелочно-ультраосновных пород; 12 – нижнекоровое сейсмическое высокоскоростное тело, отождествляемое с Западно-Днепровской рифтовой подушкой (rift pillow); тектонические элементы: ВА – Воронежская антеклиз, УЩ – Украинский щит, ПДДА: I – Припятский прогиб, II – Днепровский прогиб, III – Донецкое складчатое сооружение

Fig. 3. Pripyat area of Late Devonian syn-rift magmatism [12]: 1 – development zone of the Upper Frasnian-Famennian alkaline-ultrabasic formation of the Pripyat trough; 2 – explosion tubes installed by drilling; 3 – subvolcanic bodies identified by seismic exploration (according to S.V. Klushin et al.); 4–7 – faults limiting: 4 – Pripyat trough, 5 – Pripyat and Dnieper grabens, 6 – steps of the Pripyat trough, 7 – other faults; 8 – seismic profiles. The inset shows a diagram of the manifestation of the Frasnian alkaline-ultrabasic magmatism of the Pripyat-Donetsk aulacogen (according to Z. M. Lyashkevich, with additional authors): 9 – edge deep faults PDDA; 10 – zones of ancient pre-Late Proterozoic transverse deep faults (numbers in circles: 1 – Odessa, 2 – Znamensko-Pyryatinsky, 3 – Krivorozhsky, 4 – Kalmiussko-Aydarsky); 11 – fields of development of alkaline-ultrabasic rocks; 12 – low-crustal high-velocity seismic body identified with the West Dnieper rift pillow; tectonic elements: BA – Voronezh anticline, УЩ – Ukrainian shield, ПДДА: I – Pripyat trough, II – Dnieper trough, III – Donetsk folded structure

По данным геофизических (А. В. Чекунов, В. К. Гавриш, В. И. Старостенко) и петролого-геохимических (З. М. Ляшкевич, М. Wilson, А. Е. Лукин) исследований установлено активное влияние плюм-тектонических процессов на эволюцию, магматизм, создание специфической флюидодинамической системы почти на всем протяжении ПДД авлакогена – от Прикаспийского региона до Брагинско-Лоевской седловины и сопредельной периферии Припятской зоны рифтогенеза.

Согласно представлениям А. В. Чекунова [9], герцинские плюмы ПДД авлакогена были унаследованы от неопротерозойского суперплюма, который возник в Прикаспии и развивался в сторону апикальной части Сарматского континента. Как показал А. Е. Лукин [13], по мере удаления от эпицентров глубинной активности из подлитосферных плюмов их энергетический потенциал слабел и в зоне литосферной верхней мантии они начали приобретать субвертикальную или субгоризонтальную форму. На основе сейсмотомографических данных было подтверждено реальное существование плюмов различных масштабов как по размерам грибообразной головной части, так и по диапазону глубин локализации их корней. Обособленные постплюмовые проницаемые каналы являлись важнейшими трассерами на пути магматических флюидов в нижнюю литосферу и консолидированную кору [13]. А. В. Чекунов полагал, что центральный герцинский Днепровско-Донецкий плюм «в виде мантийного диапира структурно отражается в виде антиклинального перегиба раздела М со сводом типа узкого эллипса неправильной формы». На основе представлений А. В. Чекунова и А. Е. Лукина, данных по профилю ГСЗ Георифт-2013 можно сделать вывод, что формирование протяженной (320 км) высокоамплитудной «рифтовой подушки» – мощной зоны магматического подслаивания, является индикатором подъема мантийных флюидных масс, которые проявились на западе Днепровского рифта в виде крупных первичных и зональных вторичных плюмов (дериватов). Как было указано ранее, «рифтовая подушка» на западе ограничена северо-восточной периферией Припятской зоны герцинского рифтогенеза (рис. 3).

В Припятском сегменте, отделенном от Днепровского поперечными блокирующими эшелонированными глубинными структурами в зоне Брагинско-Лоевской седловины, строение коромантийной границы отличается по сравнению с Днепровским сегментом более мощной корой, более глубоким (на 5–6 км) уровнем залегания раздела Мохо и сформированной только в этом сегменте протяженной субгоризонтальной границей субМохо [10, рисунки]. Высокоградиентная современная граница раздела Мохо, которая является единой для Припятско-Днепровской неинверсированной рифтовой системы, в пределах Припятского прогиба, в отличие от Днепровского, является субгоризонтальной в поперечных сечениях. Здесь не проявились сколько-нибудь значимые по масштабу плюм-тектонические процессы. Их непосредственное или опосредованное влияние на замыкающий палеорифт ПДД авлакогена отразилось в повышенной деструкции и проницаемости земной коры в примыкающей к Днепровскому сегменту и подстилающей его Западно-Днепровской рифтовой подушке (rift-pillow) северо-восточной периферии Припятской зоны рифтогенеза на площади развития верхнефранско-фаменской щелочно-ультраосновной – щелочно-базальтоидной формации и позднефранских диатрем.

Основная часть Припятского рифтового грабена развивалась на герцинской синрифтовой стадии вне области непосредственного геодинамического и геотермического влияния астеносферных плюмов Днепровского герцинского рифта и на утолщенной по сравнению с последним консолидированной земной коре.

В результате развития ПДД авлакогена Припятский рифт в позднюю стадию герцинского тектогенеза оказался замыкающей структурой на западном фланге этой протяженной рифтовой системы, частично пересекая юго-восточную границу Фенносарматской коллизии – раннепротерозойскую Центрально-Белорусскую шовную зону. Она является юго-западной частью обособленного С. В. Богдановой Центрально-Русского трансгрессионного пояса северо-восточного простиранья [7]. Постколлизийные коровые или верхнемантийно-коровые структуры Центрально-Белорусской зоны трансгрессионного пояса явились в позднедевонское время основной блокирующей поперечной, которая к западу от Припятского рифта способствовала коллапсу обстановки рифтогенеза. Этому способствовали и заметные отличия замыкающего Припятского сегмента литосферы от иных сегментов ПДД авлакогена и особенно сопредельного Днепровского сегмента: максимальным удалением от Восточно-Прикаспийского региона зарождения ПДД авлакогена; минимальной мощностью платформенного чехла (до 6,4 км); утолщенной консолидированной корой; большой глубиной залегания поверхности Мохо; отсутствием характерного для большинства внутриконтинентальных рифтов продольного выступа поверхности Мохо; четким обособлением ниже поверхности Мохо сейсмоскоростной границы субМохо, которая

непосредственно к востоку от Брагинско-Лоевского выступа резко погружается в глубь верхней мантии, разделяя Припятский и Днепровский сегменты ПДД авлакогена; ограниченным распределением позднедевонских синрифтовых магматических комплексов на стыке с Днепровским палеорифтом; различием синрифтовой структурной делимости центриклинальной депрессии Припятского палеорифта от его Центральной и Восточной субмеридиональных зон.

При значительном различии в строении консолидированной коры и коро-мантийной границы относительно других сегментов ПДД авлакогена замыкающий Припятский палеорифт обладает, в общем, типичной синрифтовой делимостью платформенного чехла и поверхности фундамента.

Выводы. Установлено, что тектоническая позиция Припятского палеорифта как западного замыкающего сегмента герцинского Припятско-Днепровско-Донецкого авлакогена была обусловлена следующими основными факторами.

Нелинейным изменением процессов рифтогенеза, которое происходило в продольных сегментах ПДД авлакогена. Их положение контролировалось Сарматско-Туранским линейментом. Активный или пассивный механизм формирования рифтовых структур в значительной степени определялся плюм-тектоникой. Как показали А. В. Чекунов, А. М. Никишин, Е. А. Лукин, суперплюм из Прикаспийского региона проградировал в виде средних по масштабу отдельных плюмов с востока на запад в сторону апикальной части Сарматского континента. В неопротерозое, среднем палеозое (герцинский этап) общее уменьшение потенциала глубинных (верхняя и нижняя мантии) источников плюм-тектонических событий в западном направлении и деградация по этому же вектору процессов рифтогенеза наглядно отражены в зоне сочленения Припятского и Днепровского неинверсированных палеорифтов.

Отличием Припятского замыкающего сегмента ПДД авлакогена от сопредельного Днепровского проявилось прежде всего существенно повышенной мощностью земной коры, иным обликом ее сейсмоскоростной и реологической стратификации, более глубоким положением поверхности Мохо. Оно не отражает характерный для рифтов региональный продольный выступ этой поверхности. Залегающая только в пределах Припятского прогиба и Брагинско-Лоевской седловины ниже поверхности Мохо субгоризонтальная сейсмоскоростная граница субМохо резко погружается на стыке с Днепровским прогибом в глубь верхней мантии, отделяя, таким образом, на западном фланге авлакогена замыкающий Припятский сегмент от сопредельного Днепровского. Платформенный чехол Припятского сегмента характеризуется сравнительно небольшой мощностью (до 6,4 км) по сравнению с другими сегментами авлакогена (до 20–21 км), но обладает типичной для рифтов структурной делимостью.

Налеганием Старобинской центриклинальной депрессии Припятского палеорифта на постколлизийные структуры палеопротерозойской Центрально-Белорусской шовной зон (см. рис. 1).

Исходя из того, что обособленный С. В. Богдановой транспрессионный пояс на юго-западе охватывает периферию Украины и при северо-восточном простираии пересекает всю Беларусь и Московский регион, целесообразно именовать его Белорусско-Московским. Формирование структур Центрально-Белорусской зоны транспрессионного пояса северо-восточного простираия предопределили на длительный период развитие в этой зоне геодинамической обстановки сжатия и сдвигообразования. Сформированные в такой обстановке постколлизийные палеопротерозойские структуры консолидированной коры, вероятней всего, существенно отразились на герцинском этапе спадом интенсивности и затуханием свойственных рифтогенезу процессов, которые в центриклинальных депрессиях Припятского прогиба имеют существенные различия с его центральной и восточной частями. Они проявились также в дроблении и разветвлении крупных тектонических элементов на ряд более мелких. Например, подобного типа система на окончании сброса трансформируется в несколько сбросов с существенным уменьшением их амплитуды. Таков механизм затухания западных окончаний суперрегиональных краевых разломов Припятского прогиба. Северо-Припятский разлом делится на несколько ветвей, в числе которых Налибокский и Ляховичский региональные разломы, а Южно-Припятский «раздваивается» на Северо- и Южно-Ратновский региональные разломы. Применительно к крупной отрицательной структуре Припятского палеорифта две его центриклинальные депрессии также выполняют роль системы более мелких компенсационных структур.

Изложенные результаты исследований дают основание сделать выводы, что тектоническая позиция Припятского палеорифта как западного замыкающего сегмента в системе Припятско-Днепровско-Донецкого авлакогена была в основном определена:

нелинейной деградацией плейт-тектонических и синрифтовых процессов в зоне Сарматско-Туранского линеамента от Прикаспийского региона в западном направлении в сторону Сарматского континента и Белорусско-Московского (Центрально-Русского) палеопротерозойского протяженного транспрессионного пояса, сформированного в результате Фенносарматской коллизии;

существенной повышенной мощностью консолидированной коры Припятского палеорифта; преобладанием на герцинском этапе в Центрально-Белорусской зоне транспрессионного пояса обстановки сжатия и сдвигообразования северо-восточного простирания. Эти геодинамические условия являлись глубинной блокирующей поперечной преградой относительно развития синрифтовых процессов в западном направлении;

установленным торможением синрифтовых процессов в западной центриклинали Припятского прогиба.

Список использованных источников

1. Айзберг, Р. Е. О сегментации Припятско-Днепровско-Донецкого авлакогена / Р. Е. Айзберг // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2016. – Т. 60, № 6. – С. 111–116.
2. Shchipansky, A. A. The Sarmatian crustal segment: Precambrian correlation between the Voronezh Massif and the Ukrainian Shield across the Dniepr-Donets Aulacogen / A. A. Shchipansky, S. V. Bogdanova // *Tectonophysics*. – 1996. – Vol. 268, N 1–4. – P. 109–125. [https://doi.org/10.1016/s0040-1951\(96\)00227-2](https://doi.org/10.1016/s0040-1951(96)00227-2)
3. Найденов, И. В. Смоленско-Дрогичинская зона – структура шовного типа в кристаллическом фундаменте Беларуси / И. В. Найденов // *Литасфера*. – 1998. – № 8. – С. 83–91.
4. Гарецкий, Р. Г. Модель строения литосферы по Центрально-Белорусскому геотрансекту / Р. Г. Гарецкий // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 1999. – Т. 43, № 2. – С. 87–89.
5. Bogdanova, S. Segments of the East European Craton / S. Bogdanova // *EUROPROBE in Jablonna 1991 / Institute of Geophysics, Polish Academy of Sciences – European Science Foundation*. – Warszawa, 1993. – P. 33–38.
6. Богданова, С. В. О литосфере запада Восточно-Европейского кратона / С. В. Богданова // *Геотектоника*. – 1997. – № 6. – С. 91–93.
7. Богданова, С. В. Восточно-Европейский кратон: ключевые этапы докембрийской эволюции. Проблемы тектоники континентов и океанов / С. В. Богданова // *Материалы LI Тектонического совещания*. – М., 2019. – Т. 1. – С. 64–70.
8. Айзберг, Р. Е. Синрифтовая геодинамика Припятского прогиба / Р. Е. Айзберг, Т. А. Старчик. – Минск, 2013. – 146 с.
9. Чекунов, А. В. Эволюция астенолитов и ее геологические следствия / А. В. Чекунов // Докл. АН УССР. – Сер. Б. Геол., хим. и биол. науки. – 1988. – № 3. – С. 30–34.
10. Айзберг, Р. Е. Особенности глубинного строения и синрифтовой геодинамики Припятского и Днепровского сегментов земной коры / Р. Е. Айзберг, Я. Г. Грибик // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2018. – Т. 62, № 4. – С. 473–479. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2018-62-4-473-479>
11. Lithospheric structure along wide-angle seismic profile GEORIFT 2013 in Pripyat–Dnieper–Donets Basin (Belarus and Ukraine) / V. Starostenko [et al.] // *Geophysical Journal International*. – 2018. – Vol. 212, N 3. – P. 1932–1962. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx509>
12. Айзберг, Р. Е. Припятский ареал позднедевонского магматизма и его связь с плюм-тектоникой Днепровского сегмента литосферы / Р. Е. Айзберг // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2019. – Т. 63, № 5. – С. 597–607. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-5-597-607>
13. Лукин, А. Е. Глубинная дегазация Земли – ведущий фактор газовой дегазации литосферы / А. Е. Лукин // *Очерки дегазации Земли*. – Киев, 2018. – С. 35–123.

References

1. Aizberg R. E. Segmentation of the Pripyat–Dnieper–Donetsk aulacogen. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2016, vol. 60, no. 6, pp. 111–116 (in Russian).
2. Shchipansky A. A., Bogdanova S. V. The Sarmatian crustal segment: Precambrian correlation between the Voronezh Massif and the Ukrainian Shield across the Dniepr–Donets Aulacogen. *Tectonophysics*, 1996, vol. 268, no. 1–4, pp. 109–125. [https://doi.org/10.1016/s0040-1951\(96\)00227-2](https://doi.org/10.1016/s0040-1951(96)00227-2)
3. Naidenkov I. V. Smolevichy–Drogichin zone – a suture type structure in the crystalline basement of Belarus. *Litasfera [Lithosphere]*, 1998, no. 8, pp. 83–91 (in Russian).
4. Garetsky R. G. Model of the structure of the lithosphere along the Central Belarusian geotransect. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 1999, vol. 43, no. 2, pp. 87–89 (in Russian).

5. Bogdanova S. Segments of the East European Craton. *EUROPROBE in Jablonna 1991*. Warszawa, 1993, pp. 33–38.
6. Bogdanova S. V. On the lithosphere of the west of the East European Craton. *Geotektonika = Geotectonics*, 1997, no. 6, pp. 91–93 (in Russian).
7. Bogdanova S. V. East European Craton: Key Stages of Precambrian Evolution. *Problemy tektoniki kontinentov i okeanov. Materialy LI Tektonicheskogo soveshchaniya. T. 1* [Problems of tectonics of continents and oceans. Proceedings of the LI Tectonic meeting. Vol. 1]. Moscow, 2019, pp. 64–70 (in Russian).
8. Aizberg R. E., Starchik T. A. *Synrift geodynamics of the Pripyat trough*. Minsk, 2013. 146 p. (in Russian).
9. Chekunov A. V. Evolution of asthenoliths and its geological consequences. *Doklady Akademii Nauk Ukrainiskoi Sovetskoi Sotsialisticheskoi Respubliki, Seriya B: geologicheskie, khimicheskie i biologicheskie nauki* [Doklady of the Academy of Sciences of the Ukrainian Soviet Socialist Republic. Series B: Geological, Chemical and Biological Sciences], 1988, no. 3, pp. 30–34 (in Russian).
10. Aizberg R. Ye., Gribik Ya. G. Features of the deep structure and synrift geodynamics of the Pripyat and Dnieper segments of the earth crust. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2018, vol. 62, no. 4, pp. 473–479 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2018-62-4-473-479>
11. Starostenko V., Janik T., Yegorova T., Czuba W., Środa P., Lysynchuk D., Aizberg R., Garetsky R., Karataev G., Gribik Y., Farfuliak L., Kolomiyets K., Omelchenko V., Komminaho K., Tiira T., Gryn D., Guterch A., Legostaeva O., Thybo H., Tolkunov A. Lithospheric structure along wide-angle seismic profile GEORIFT 2013 in Pripyat–Dnieper–Donets Basin (Belarus and Ukraine). *Geophysical Journal International*, 2018, vol. 212, no. 3, pp. 1932–1962. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx509>
12. Aizberg R. Ye. Pripyat area of the late-devonian magmatism and its association with the plume tectonics of the Dnieper lithosphere segment. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2019, vol. 63, no. 5, pp. 597–607 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-5-597-607>
13. Lukin A. E. Deep degassing of the Earth is the leading factor of gaseous degassing of the lithosphere. *Essays on degassing of the Earth*. Kiev, 2018, pp. 35–123 (in Russian).

Информация об авторах

Айзберг Ромма Ефимович – член-корреспондент, д-р геол.-минер. наук.

Грибик Ярослав Гаврилович – канд. геол.-минер. наук, доцент, заведующий лабораторией. Институт природопользования НАН Беларуси (ул. Ф. Скорины, 10, 220076, Минск, Республика Беларусь). E-mail: yaroslavgribik@tut.by.

Гарецкий Радим Гаврилович – академик, д-р геол.-минер. наук, гл. науч. сотрудник. Институт природопользования НАН Беларуси (ул. Ф. Скорины, 10, 220076, Минск, Республика Беларусь). E-mail: info@nature-nas.by.

Information about the authors

Aizberg Romma E. – Corresponding Member, D. Sc. (Geology and Mineralogy).

Gribik Yaroslav G. – Ph. D. (Geology and Mineralogy), Associate Professor, Head of the Laboratory. Institute of Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus (10, F. Skorina Str., 220076, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: yaroslavgribik@tut.by.

Garetsky Radim G. – Academician, D. Sc. (Geology and Mineralogy), Chief Researcher. Institute of Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus (10, F. Skorina Str., 220076, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: info@nature-nas.by.

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ**TECHNICAL SCIENCES**

УДК 721.763:661.666.22

<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-544-551>

Поступило в редакцию 02.02.2022

Received 02.02.2022

Академик А. Ф. Ильющенко, О. А. Прохоров, Н. В. Кривуленко*Институт порошковой металлургии имени академика О. В. Романа Национальной академии наук
Беларуси, Минск, Республика Беларусь***ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПЛОТНЕНИЯ В ТЕХНОЛОГИЯХ
ИЗГОТОВЛЕНИЯ ВЫСОКОПЛОТНЫХ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ
КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Аннотация. Углерод-углеродные композиционные материалы (УУКМ) используются для работы в экстремальных условиях благодаря их высокотемпературной эрозионной стойкости, абляционной стойкости и высоким механическим характеристикам при экстремально высоких температурах. Производство таких материалов включает несколько циклов газофазного или жидкофазного уплотнения пористого каркаса из углеродных волокон. Проанализированы основные параметры и технологические схемы уплотнения и их роль при изготовлении УУКМ. Предложены условия оптимизации технологических режимов и маршрутов многоциклового уплотнения для получения высокоплотных УУКМ при минимальном числе циклов. Разработан метод расчета изменений плотности и пористости в ходе многоциклового уплотнения УУКМ. Точность этого метода подтверждена экспериментальными данными.

Ключевые слова: углерод-углеродный композиционный материал, многоцикловое уплотнение, термоградиентное газофазное осаждение, жидкофазная пропитка/карбонизация под высоким давлением, плотность, пористость

Для цитирования. Ильющенко, А. Ф. Повышение эффективности уплотнения в технологиях изготовления высокоплотных углерод-углеродных композиционных материалов / А. Ф. Ильющенко, О. А. Прохоров, Н. В. Кривуленко // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 544–551. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-544-551>

Academician Alexander F. Ilyushchenko, Oleg A. Prokhorov, Nikita V. Krivulenko*O. V. Roman Powder Metallurgy Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus***INCREASING THE DENSIFICATION EFFICIENCY IN THE MANUFACTURING TECHNOLOGIES
OF HIGH-DENSITY CARBON-CARBON COMPOSITE MATERIALS**

Abstract. Carbon-carbon composite materials (CCCM) are used in extreme environments due to their high-temperature erosion resistance, ablative resistance, and high mechanical performance at extremely high temperatures. The production of such materials includes several cycles of gas-phase or liquid-phase compaction of a porous reinforcement of carbon fibers. The article analyzes the main parameters and technological schemes of densification, and their role in manufacturing CCCM. Conditions of optimizing technological regimes and routes of multi-cycle densification for obtaining high-density CCCM with a minimum number of cycles are proposed. A method for calculating density and porosity changes during multi-cycle compaction of CCCM is developed. The accuracy of this method is confirmed by experimental data.

Keywords: carbon-carbon composite material, multi-cycle densification, thermal-gradient chemical vapour infiltration, liquid-phase high pressure impregnation/carbonization, density, porosity

For citation. Ilyushchenko A. F., Prokhorov O. A., Krivulenko N. V. Increasing the densification efficiency in the manufacturing technologies of high-density carbon-carbon composite materials. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 544–551 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-544-551>

Введение. Углерод-углеродные композитные материалы (УУКМ) благодаря эрозионной стойкости и высоким механическим характеристикам при экстремально высоких температурах широко применяются для работы в экстремальных условиях в ракетно-космической отрасли, судо-

строении, авиационной промышленности, автомобилестроении, строительстве, медицине и других отраслях промышленности. Высокоплотные УУКМ обладают крайне высокой себестоимостью и длительностью производственного цикла и из-за этого применяются обычно только при таких условиях эксплуатации, где другие материалы разрушаются вследствие воздействия высоких температур либо газо-абразивной эрозии. Весьма актуальной задачей, наряду с улучшением эксплуатационных характеристик таких материалов, является сокращение длительности и себестоимости их изготовления.

УУКМ содержат углеродные волокна, организованные в однонаправленные (1D), планарные (2D), или многомерные (3D, 4D и др.) армирующие структуры. Пространство между волокнами заполняется углеродной матрицей, защищающей их от внешних воздействий и обеспечивающей перераспределение механических нагрузок между отдельными волокнами. Пространство между волокнами заполняется углеродной матрицей, которая обеспечивает защиту волокон от внешних воздействий и перераспределение нагрузки между волокнами.

В настоящее время для заполнения каркаса из углеродных волокон углеродом применяются такие технологии, как химическая инфильтрация из газовой фазы (Chemical Vapour Infiltration, CVI), при которой матрица формируется за счет осаждения на волокнах пироуглерода, получаемого декомпозицией углеводородных газов, жидкофазная пропитка/карбонизация под высоким давлением (Liquid-Phase High Pressure Impregnation/Carbonization, LP HPIC), при которой между волокнами формируется матрица из кокса, полученного термическим разложением под давлением каменноугольного или нефтяного пеков, или комбинация указанных технологий. Композиционный материал с плотностью выше $1,5 \text{ г/см}^3$, пригодный для изготовления изделий высокой прочности, за один цикл уплотнения по жидкофазной технологии получить невозможно. Поэтому часто используют многоцикловую технологию уплотнения, при которой поры, оставшиеся в материале после очередного цикла уплотнения, повторно заполняются углеродом из жидкой или газовой фаз.

Оптимизация технологии многоциклового уплотнения УУКМ состоит из оптимизации технологических режимов и маршрутов уплотнения. Как оптимальные режимы, так и маршруты будут в значительной степени определяться характеристиками исходного сырья, особенностями используемого технологического оборудования, требуют проведения значительного объема экспериментальных исследований.

Для сложных схем нагружения и изделий, работающих в экстремальных условиях, предпочтительно использовать 4D или 3D УУКМ. Если изделие при эксплуатации подвергается воздействию высокотемпературной эрозии и высоким механическим нагрузкам, композиционный материал должен обладать минимальным уровнем пористости, и иметь графитированную матрицу.

Оптимизация технологических режимов должна проводиться с целью получения наиболее плотного заполнения пор материала на каждом из циклов уплотнения.

При многоцикловом уплотнении необходимо заполнить поры материала углеродом за минимальное количество циклов $N \rightarrow N_{\min}$. Вместе с тем по мере уплотнения в УУКМ увеличивается доля закрытых пор и поэтому в технологической цепочке должны быть предусмотрены операции, позволяющие обеспечить доступ прекурсоров углеродной матрицы к порам внутри материала для последующего уплотнения. Полученный композит должен содержать минимальное количество термически нестабильных компонентов.

Оптимизация процессов и технологических режимов. Особенности формирования пироуглеродной матрицы при использовании технологии CVI достаточно подробно рассмотрены в [1–5]. Для уплотнения заготовок толщиной более нескольких миллиметров наиболее эффективно использование метода подвижного фронта уплотнения (Thermal-Gradient Chemical Vapour Infiltration, TG-CVI), при котором разложение газообразного углеводородного прекурсора происходит в узкой области заготовки шириной w_d , перемещающейся от ее центра к периферии с заданной скоростью $\frac{dx}{d\tau}$. Область осаждения ограничена со стороны нагревателя условной границей, за которой поры становятся непроницаемы для газа-прекурсора, а с другой – минимальной температурой $T_{d\min}$, при которой начинается осаждение пироуглерода (рис. 1).

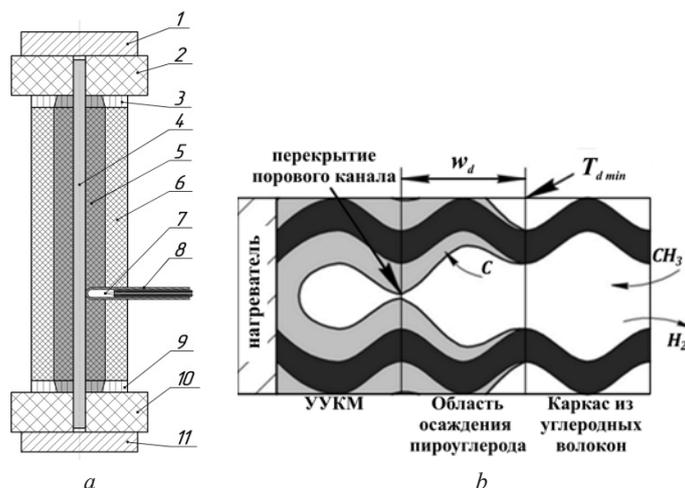


Рис. 1. Принципиальная схема [6] и модель газофазного уплотнения TG-CVI: 1, 11 – медные водоохлаждаемые токоподводы; 2, 10 – графитовые проставки; 3, 9 – углеродная ткань; 4 – молибденовый нагреватель; 5 – уплотненная область заготовки (УУКМ); 6 – неуплотненная заготовка (преформа); 7 – управляющая перемещаемая термопара; 8 – герметичный кварцевый капилляр

Fig. 1. Schematic diagram [6] and gas-phase compaction model TG-CVI: 1, 11 – copper water-cooled current supplies; 2, 10 – graphite spacers; 3, 9 – carbon fabric; 4 – molybdenum heater; 5 – compacted area of a blank (carbon-carbon composite materials); 6 – non-compacted blank (preform); 7 – controlling moving thermocouple; 8 – sealed quartz capillary

В данном случае эффективность уплотнения зависит от характеристик армирующих волокон и топологии порового пространства в армирующем каркасе, ширины, температуры и скорости перемещения зоны пиролиза, особенностей теплообмена, правильного управления газовыми потоками, а также от характеристик газообразного прекурсора (содержания в нем углерода и полноты протекания реакции его разложения на поверхности углеродного волокна).

Наличие на поверхности углеродных волокон посторонних примесей, аппретов, технологических связующих зачастую приводит к замедлению процесса осаждения пироуглерода в поровом пространстве армирующих каркасов. Поэтому перед уплотнением каркасы подвергают предварительной термической или электрохимической обработке для активирования поверхности углеродных волокон.

Эффективность уплотнения обычно увеличивается при уменьшении ширины и скорости перемещения зоны пиролиза, снижении давления P в камере установки. Увеличение температуры осаждения T приводит к осаждению в порах термически более стабильного пироуглерода.

Таким образом, для данного процесса условие оптимизации (достижение максимально возможной плотности ρ_{\max} и минимальной пористости θ_{\min}) может быть записано следующим образом:

$$\left\{ \frac{dx}{d\tau}, w_d, T, P \right\} \rightarrow (\rho_{\max}, \theta_{\min}).$$

Методом TG-CVI можно за один цикл уплотнить армирующий каркас с начальной плотностью 0,5–0,7 г/см³ до плотности на уровне 1,65–1,75 г/см³.

Применение технологии LP NPC отличается большой длительностью и для получения высокоплотного материала требуется не менее 5–6 циклов уплотнения общей длительностью более 10 недель. Каждый из циклов состоит из автоклавной пропитки каркаса или заготовки расплавом пека по схеме «вакуум/давление» с последующей карбонизацией матричного материала.

Использование вакуумирования заготовки с последующим созданием в камере автоклава высокого давления, оптимизация температуры и времени τ при жидкофазной пропитке каркаса из углеродных волокон или пористой заготовки позволяют добиться практически полного заполнения открытых пор материала расплавом пека. Открытая пористость θ_0 становится равной нулю, и для данного процесса условие оптимизации

$$\{P, T, \tau\} \rightarrow (\theta_o = 0).$$

При карбонизации пеков на величину коксового остатка K_o наряду с их химическим составом оказывают существенное влияние скорость нагрева $\frac{dT}{d\tau}$ в интервале температур 400–600 °С, давление и максимальная температура. При уменьшении скорости нагрева и увеличении давления K_o значительно возрастает. Увеличение максимальной температуры карбонизации, с одной стороны, снижает значение K_o , с другой – кокс, полученный при более высокой температуре, содержит меньшее количество неуглеродных составляющих, т. е. для эффективного уплотнения в процессе карбонизации необходимо добиться как можно большей величины коксового остатка, достижения близкой к максимально возможному значению $\rho_{кт}$ плотности кокса, уменьшения в нем закрытой пористости θ_3 :

$$\left\{P, T, \frac{dT}{d\tau}\right\} \rightarrow (K_o \rightarrow K_o \max, \rho_k \rightarrow \rho_{кт}, \theta_{кз} \rightarrow 0).$$

При этом в материале должны оставаться открытые поры ($\theta_o > 0$), доступные для дальнейшего уплотнения.

По мере заполнения пор материала углеродом с ростом числа циклов уплотнения увеличивается доля закрытых пор, недоступных для дальнейшей пропитки, что приводит к снижению конечной плотности материала. Кроме того, при эксплуатации изделия из УУКМ при температурах выше максимальной температуры термической обработки прочность будет снижаться за счет удаления в газовую фазу содержащихся в коксе и волокне неуглеродных компонентов, усадки материала матрицы при графитации, появления напряжений на границе раздела волокно/матрица. Поэтому должна быть проведена термостабилизация материала при максимально возможной температуре (обычно 2250–3000 °С). Такая операция называется графитацией.

В процессе графитации происходит очистка материала, графитация коксовой матрицы, вскрытие закрытых пор, релаксация напряжений на границе раздела волокно/матрица. Вместе с этим длительная выдержка при температурах свыше ~2200 °С приводит к потере части материала за счет сублимации. При этом немного снижается плотность углеродного волокна ρ_{fG} , а плотность кокса растет. Условие оптимизации в данном случае можно записать следующим образом:

$$\{T\} \rightarrow (\theta_{кз} = 0, \delta_{кG} \rightarrow \delta_{кG \min}),$$

где $\theta_{кз}$ – закрытая пористость графитированного кокса, а $\delta_{кG}$ – относительное уменьшение массы кокса в результате графитации.

Оптимизация маршрутов уплотнения. При использовании метода НР LPIC для получения УУКМ с высокой плотностью (свыше 1,8 г/см³) требуется проведение не менее, чем 5–6 циклов обработки. При этом проведение графитации после каждого цикла жидкофазного уплотнения будет способствовать повышению термической стабильности и конечной плотности материала. Кроме того, при графитации, наряду с положительными явлениями, происходит также потеря углеродного материала за счет сублимации. Поэтому при изготовлении УУКМ количество циклов графитации должно быть ограничено.

При использовании метода TG-CVI за один цикл уплотнения можно получить материал с плотностью, сравнимой с плотностью материала после 3–4 циклов уплотнения методом НР LPIC. Вместе с тем основная доля пор в таком материале закрыта, на поверхности может образовываться газоплотная пленка, препятствующая последующему доуплотнению материала. Для удаления такой пленки используют механическую обработку поверхности заготовок и высокотемпературную обработку, подобную графитации кокса. При этом, несмотря на то что пироуглерод и не склонен к переходу в графит, при высокотемпературной обработке (далее такую обработку будем называть графитацией) происходит его термическая стабилизация.

Несмотря на то что при графитации заготовок УУКМ, полученных методом TG-CVI, происходит открытие закрытых пор, повторное уплотнение методом TG-CVI зачастую неэффективно, так как структура порового пространства в таком материале затрудняет поступление газа-пре-

курсора и удаление водорода из областей, расположенных вдали от поверхности. Для дополнительного уплотнения такого материала более приемлема технология HP LPIC. Таким образом, при наличии соответствующего оборудования, наиболее эффективной является комбинированная технология уплотнения.

Условие оптимизации маршрута уплотнения в общем виде может быть записано как

$$\{\text{Маршрут уплотнения}\} \rightarrow (N \rightarrow N_{\min}, \rho \rightarrow \rho_{\max}, \theta \rightarrow \theta_{\min}).$$

Оценка изменения плотности и пористости УУКМ в процессе многоциклового уплотнения. В данном разделе на примере многоциклового уплотнения методом HP LPIC рассматривается возможность оценки плотности и пористости материала.

Для численной оценки изменения характеристик УУКМ в процессе уплотнения и графитации необходимо сделать несколько допущений:

объем образца изменяется незначительно $V = V_0$;

режимы пропитки под давлением образцов обеспечивают полное заполнение открытых пор пеком с плотностью $\rho_{\text{п}}$;

режимы карбонизации под давлением обеспечивают постоянное значение коксового остатка $K_o = \text{const}$;

кокс содержит определенную долю закрытых пор $-\theta_{\text{кз}}$;

объемная доля углеродного волокна при уплотнении и графитации не изменяется $U_f = \text{const}$;

в результате графитации весь кокс превращается в графит с плотностью ρ_G и все закрытые поры в материале вскрываются;

характеристики термически стабилизированного материала не изменяются при дальнейшей обработке.

Кажущаяся плотность заготовки после очередного цикла пропитка/карбонизация будет определяться начальной плотностью ρ_{i-1} , плотностью пека $\rho_{\text{п}}$, открытой пористостью θ_{oi-1} и коксовым остатком

$$\rho_i = \rho_{i-1} + \rho_{\text{п}} \theta_{oi-1} K_o.$$

Открытая пористость уменьшается за счет заполнения пор коксом с теоретической плотностью $\rho_{\text{кт}}$, имеющим закрытую пористость $\theta_{\text{кз}}$

$$\theta_{oi} = \theta_{oi-1} \left(1 - \frac{\rho_{\text{п}} K_o}{\rho_{\text{кт}} (1 - \theta_{\text{кз}})} \right).$$

Обе характеристики зависят от величины коксового остатка, которая может быть экспериментально определена по изменению массы образца ΔM в результате уплотнения с применением формулы

$$K_o = \frac{\Delta M}{\theta_{oi-1} \rho_{\text{п}}}.$$

Графитация при неизменном объеме углеродного волокна приводит к уменьшению его плотности ρ_{fG} (обычно на 3–6 %). Уменьшение плотности зависит от максимальной температуры термической обработки волокна при его производстве и тем ниже, чем выше последняя.

Плотность графитированного материала определяется по формуле

$$\rho_{iG} = U_f \rho_{fG} + U_{ki} (1 - \theta_{\text{кз}}) (1 - \delta_{\text{кG}}) \rho_{\text{кт}},$$

где объемная доля кокса, содержащего закрытые поры, перед графитацией

$$U_{ki} = 1 - U_f - \theta_{oi}.$$

Изменение открытой пористости при графитации связано с тремя явлениями: вскрытием закрытых пор

$$\Delta \theta_{\text{кoi}} = \theta_{\text{кз}} U_{ki};$$

уменьшением массы кокса за счет удаления неуглеродных компонентов и сублимации

$$\Delta\theta_{kMi} = \delta_{kG} U_{ki};$$

превращением кокса в графит с увеличением плотности

$$\Delta\theta_{kGi} = (1 - \delta_{kG}) \frac{\rho_{кт}(1 - \theta_{кз})}{\rho_G} U_{ki}.$$

Таким образом, открытая пористость образца после графитации будет определяться формулой

$$\theta_{iG} = \theta_{oi} + \Delta\theta_{koi} + \Delta\theta_{kMi} + \Delta\theta_{kGi}.$$

При этом все поры будут открытыми и доступными для дальнейшей пропитки.

Указанные зависимости приемлемы также для оценки изменения плотности и пористости при доуплотнении методом НР LPIC заготовок УУКМ, полученных методом TG-CVI. Примеры маршрутов многоциклового уплотнения показаны на рис. 2.

Сравнение результатов расчета и экспериментальных данных. Оценку адекватности расчетных методов, приведенных в предыдущем разделе, проводили путем сравнения результатов расчета и эксперимента для образцов УУКМ, полученных способом НР LPIC.

Рассматривали шесть циклов пропитка/карбонизация. Расчеты значений кажущейся плотности и открытой пористости проводили для следующих маршрутов уплотнения: с графитацией после каждого цикла (6G1–6), с графитацией только после шестого цикла (6G6), с графитацией после первого и четвертого циклов (6G1,4) и с графитацией после второго и пятого циклов уплотнения (6G2,5).

Для проверки метода расчета уплотнения по маршрутам 6G1,4 и 6G2,5 были изготовлены экспериментальные образцы УУКМ. В этих образцах использовали армирование стержнями из углеродного волокна по схеме 4D-L. Такие каркасы характеризовались наличием двух типов пор, которые значительно отличаются по размерам: поры микронного размера между отдельными углеродными волокнами в стержнях, и крупные полости размером в сотни микрометров между армирующими стержнями. Измерение кажущейся плотности и открытой пористости проводили после каждого цикла уплотнения, начиная со второго. Фотография одного из таких образцов и его микроструктура изображены на рис. 3.

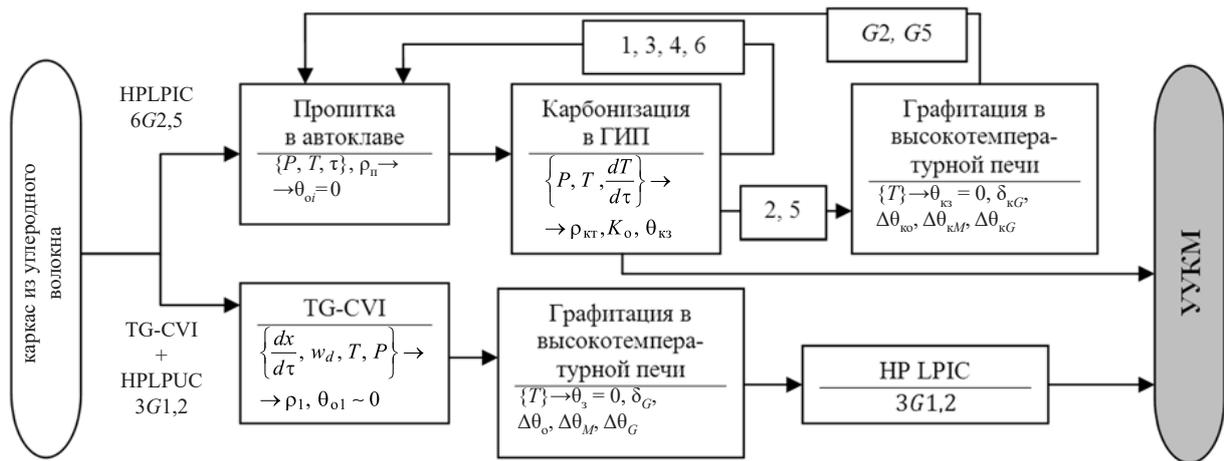


Рис. 2. Пример альтернативных маршрутов многоциклового уплотнения УУКМ (в фигурных скобках представлены оптимизируемые параметры процессов): маршрут уплотнения LP НРPIC 6G2,5 (шесть циклов уплотнения с графитацией после второго и пятого циклов) и маршрут комбинированного уплотнения TG-CVI + LP НРPIC 3G1,2 (три цикла с графитацией после первого и второго циклов)

Fig. 2. Example of alternative routes of multi-cycle compaction of carbon-carbon composite materials (optimized processes parameters are given in braces): compaction routes according to LP НРPIC 6G2,5 (six compaction cycles with graphitization after second and sixth cycles) and combined compaction route according to TG-CVI + LP НРPIC 3G1,2 (three cycles with graphitization after first and second cycles)

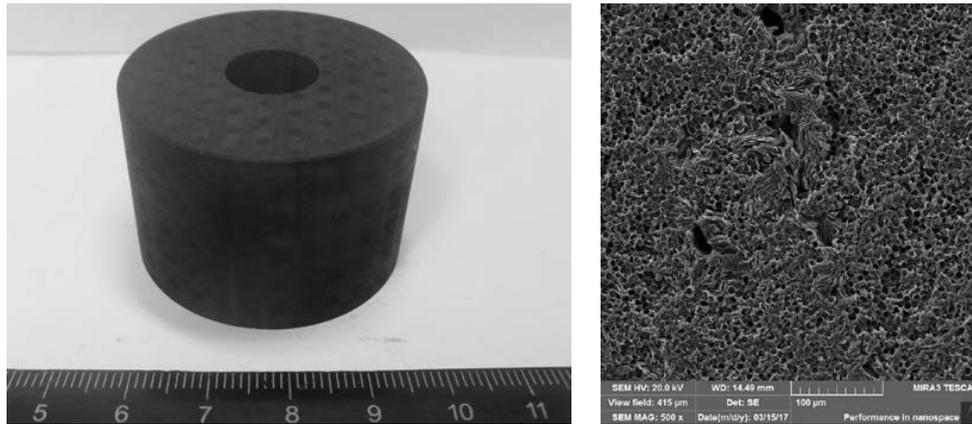


Рис. 3. Образец УУКМ ($\rho = 1,93 \text{ г/см}^3$, $\theta_0 = 6 \%$), изготовленный по технологии LP HPIC 6G1,4, и его микроструктура

Fig. 3. Carbon-carbon composite material sample ($\rho = 1.93 \text{ g/cm}^3$, $\theta_0 = 6 \%$) manufactured according to LP HPIC 6G1,4 and its microstructure

Полученный материал содержит углеродные волокна, собранные в пучки, и графитированную матрицу. Как видно из рис. 3, в структуре материала преобладают поры размером в десятки микрометров, оставшиеся преимущественно на месте крупных пустот между пучками волокон. На рис. 4 представлены результаты расчетов и измерений характеристик образцов.

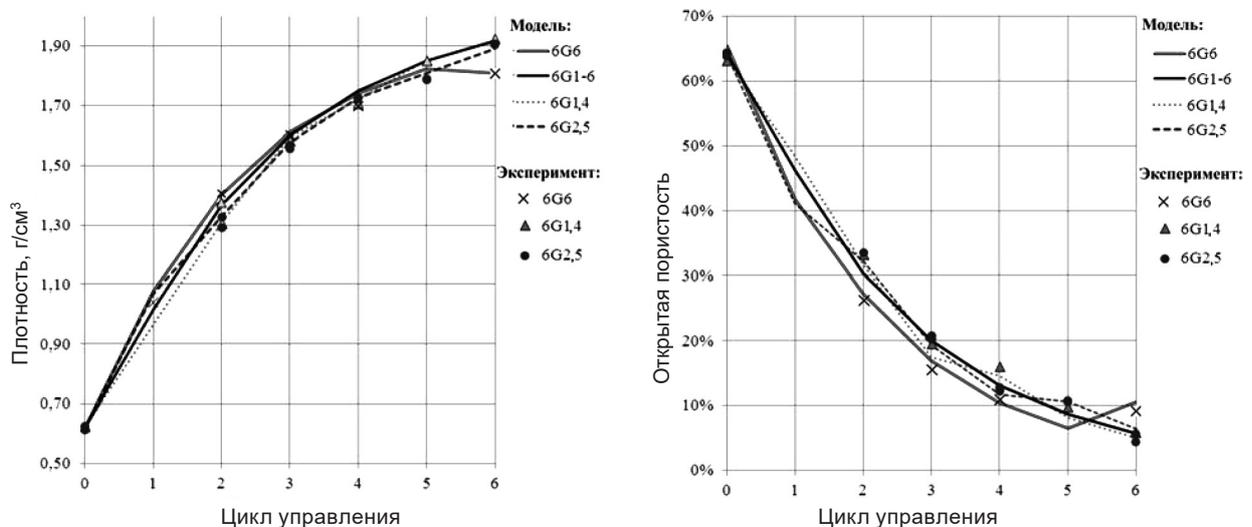


Рис. 4. Зависимость кажущейся плотности и открытой пористости УУКМ от маршрута жидкофазного уплотнения

Fig. 4. Apparent density and open porosity of carbon-carbon composite materials as a function of liquid-phase compaction route

Если графитацию проводить только после шестого цикла уплотнения (маршрут 6G6), полученный материал будет иметь наименьшую кажущуюся плотность и наибольшую открытую пористость из рассматриваемых вариантов. Максимальное значение кажущейся плотности образцов может быть получено при уплотнении по маршруту 6G1–6, когда графитацию проводят после каждого цикла уплотнения. В обоих этих случаях весь материал является термически стабилизированным. Образцы материала, полученные по маршрутам 6G1,4 и 6G2,5, незначительно отличаются по характеристикам от образцов, полученных по маршруту 6G1–6. Вместе с тем в таких образцах присутствует от 4,3 до 10,2 мас. % кокса, не прошедшего высокотемпературную обработку. Это приводит к некоторому снижению термической стабильности материала при высоких температурах эксплуатации.

Как видно из рис. 4, результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными, что свидетельствует о корректности используемых допущений и метода расчета.

Предложенный метод расчета пригоден для прогнозирования характеристик УУКМ, полученных по любым другим маршрутам жидкофазного уплотнения.

Заключение. Таким образом, в результате анализа основных закономерностей процессов уплотнения методами НР LPIC и TG-CVI, а также процесса графитации были предложены условия оптимизации технологических режимов и маршрутов многоциклового уплотнения для получения высокоплотных УУКМ при минимальном числе циклов.

Разработан метод расчета, описывающий изменение кажущейся плотности и открытой пористости в течение многоциклового процесса уплотнения УУКМ по технологии LP НРIC с промежуточными графитациями. Результаты экспериментов подтвердили адекватность этого метода.

Метод расчета является полезным также при изменении параметров процессов уплотнения, когда изменяется, например, коксовый выход или количество закрытых пор, либо при замене исходного сырья, отличающегося по плотности.

Список использованных источников

1. Morgan P. Carbon fibers and their composites / P. Morgan. – Boca Raton, 2005. – 1131 p. <https://doi.org/10.1201/9781420028744>
2. Ceramic- and Carbon-matrix Composite / ed. by V. I. Trefilov. – London, 1995. – 444 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-011-1280-2>
3. Golecki, I. Rapid vapour-phase densification of refractory composites / I. Golecki // *Materials Science and Engineering: R: Reports*. – 1997. – Vol. 20, N 2. – P. 37–124. [https://doi.org/10.1016/s0927-796x\(97\)00003-x](https://doi.org/10.1016/s0927-796x(97)00003-x)
4. Гурин, В. А. Газофазные методы получения углеродных и углерод-углеродных материалов / В. А. Гурин, В. Ф. Зеленский // *Вопросы атомной науки и техники*. – 1999. – № 4(76). – С. 13–31.
5. Щурик, А. Г. Искусственные углеродные материалы / А. Г. Щурик. – Пермь, 2009. – 342 с.
6. Газофазное уплотнение углерод-углеродных композиционных материалов в установках с радиально движущейся зоной пиролиза / А. Ф. Ильющенко [и др.] // *Порошковая металлургия*. – Минск, 2021. – Вып. 44. – С. 155–165.

References

1. Morgan, P. *Carbon fibers and their composites*. Boca Raton, 2005. 1131 p. <https://doi.org/10.1201/9781420028744>
2. Trefilov V. I., ed. *Ceramic- and Carbon-matrix Composite*. London, 1995. 444 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-011-1280-2>
3. Golecki I. Rapid vapour-phase densification of refractory composites. *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 1997, vol. 20, no. 2, pp. 37–124. [https://doi.org/10.1016/s0927-796x\(97\)00003-x](https://doi.org/10.1016/s0927-796x(97)00003-x)
4. Gurin V. A., Zelensky V. F. Gas-phase methods for fabrication of carbon and carbon-carbon materials. *Voprosy atomnoi nauki i tekhniki* [Questions of Atomic Science and Technology], 1999, no. 4(76), pp. 13–31 (in Russian).
5. Shchurik A. G. *Artificial carbon materials*. Perm, 2009. 342 p. (in Russian)
6. Pyushchenko A. F., Andreev M. A., Prokhorov O. A., Suvorov A. N., Rosikhin M. I. Gas-phase densification of carbon-carbon composite materials in reactors with a radially moving pyrolysis zone. *Poroshkovaya metallurgiya* [Powder metallurgy]. Minsk, 2021, vol. 44, pp. 155–165 (in Russian).

Информация об авторах

Ильющенко Александр Федорович – академик, д-р техн. наук, профессор, директор. Институт порошковой металлургии имени академика О. В. Романа НАН Беларуси (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: Alexil@mail.belpak.by.

Прохоров Олег Александрович – канд. техн. наук, доцент, заведующий группой. Институт порошковой металлургии имени академика О. В. Романа НАН Беларуси (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: prokhorov@tut.by.

Кривуленко Никита Владимирович – заведующий сектором. Институт порошковой металлургии имени академика О. В. Романа НАН Беларуси (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kryvulenko@yandex.ru.

Information about the authors

Ilyushchenko Alexander F. – Academician, D. Sc. (Engineering), Professor, Director. O. V. Roman Powder Metallurgy Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: Alexil@mail.belpak.by.

Prokhorov Oleg A. – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Head of the Group. O. V. Roman Powder Metallurgy Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: prokhorov@tut.by.

Krivulenko Nikita V. – Head of the Sector. O. V. Roman Powder Metallurgy Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kryvulenko@yandex.ru.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

АГРАРНЫЕ НАУКИ
AGRARIAN SCIENCES

УДК 636.234.1(476)
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-552-560>

Поступило в редакцию 12.08.2022
Received 12.08.2022

**Академик И. П. Шейко, член-корреспондент В. Н. Тимошенко, Д. М. Богданович,
Н. В. Климец, Н. И. Песоцкий, Ж. И. Шеметовец, А. А. Музыка**

*Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по животноводству,
Жодино, Республика Беларусь*

**ОСНОВНЫЕ ХОЗЯЙСТВЕННО ПОЛЕЗНЫЕ ПРИЗНАКИ КОРОВ ЗАВОДСКИХ ЛИНИЙ
БУКЕМ 66636657 И БЛИТЦ 17013604 ГОЛШТИНСКОЙ ПОРОДЫ
МОЛОЧНОГО СКОТА ОТЕЧЕСТВЕННОЙ СЕЛЕКЦИИ**

Аннотация. Голштинская порода молочного скота является наиболее распространенной, благодаря высокой продуктивности (7–11 тыс. кг молока при содержании жира 3,6–3,8 % и белка 3,0–3,2 %), хорошей приспособляемости к разнообразным климатическим, кормовым и технологическим условиям, высокой оплате корма молоком. В связи с этим разведение животных этой породы, включающее племенную работу и создание оптимальных условий для направленного выращивания молодняка, имеет большое значение для экономики Республики Беларусь. Любая порода характеризуется качественным своеобразием, определенной структурой, специфическими морфологическими и хозяйственно полезными свойствами. Целью нашей работы было проанализировать основные хозяйственно полезные признаки двух новых заводских линий Букем 66636657 и Блиц 17013604 голштинской породы молочного скота отечественной селекции. Для достижения поставленной цели использовали информационную базу данных племенного молочного скота УП «ГИВЦ Минсельхозпрода». Установлено, что коровы новых заводских линий характеризуются высокими показателями молочной продуктивности, отличаются хорошими воспроизводительными качествами, достаточным развитием независимо от линейной принадлежности. Эффективное использование животных новых заводских линий позволит повысить генетический потенциал молочной продуктивности стад, а также получать высокоценный племенной молодняк отечественного происхождения.

Ключевые слова: крупный рогатый скот, голштинская порода молочного скота отечественной селекции, заводские линии, молочная продуктивность, воспроизводительные качества

Для цитирования. Основные хозяйственно полезные признаки коров заводских линий Букем 66636657 и Блиц 17013604 голштинской породы молочного скота отечественной селекции / И. П. Шейко [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 552–560. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-552-560>

**Academician Ivan P. Sheiko, Corresponding Member Uladzimir N. Tsimashenka, Dzmitry M. Bagdanovich,
Natalia V. Klimets, Nikolai I. Pyasotski, Zhanna I. Shemetavets, Andrei A. Muzyka**

*Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Animal Breeding,
Zhodino, Republic of Belarus*

**MAIN ECONOMIC TRAITS OF COWS OF THE FACTORY LINES BUKEM 66636657 AND BLITZ 17013604
OF THE HOLSTEIN BREED OF DAIRY CATTLE OF DOMESTIC SELECTION**

Abstract. The Holstein breed of dairy cattle is the most widespread due to its high productivity (7000–11000 kg of milk with 3.6–3.8 % of fat and 3.0–3.2 % of protein), good adaptability to a variety of climatic, feed and technological conditions, as well as a high feed conversion ratio. In this regard, the breeding of animals of this breed, including the pedigree breeding and the creation of optimal conditions for directional rearing of young animals, is of great importance for the economy of the Republic of Belarus. Any breed is characterized by a distinctive quality, a certain structure, and specific morphological and economically useful traits. The goal of our work was to analyze the main economically useful traits of two new factory lines Bukem 66636657 and Blitz 17013604 of the Holstein breed of dairy cattle of domestic selection. To achieve this goal, we used the UE “GIVC Minselhozproda” information database of pedigree dairy cattle bred at basic farms. It has been established that cows of new factory lines are characterized by high milk productivity rates, good reproductive performance and sufficient

development regardless of breed line. The effective use of animals of new factory lines will increase the genetic potential of milk productivity of herds, allowing for obtaining high-value young pedigree cattle of domestic origin.

Keywords: cattle, Holstein breed of dairy cattle of domestic selection, factory lines, milk productivity, reproductive performance

For citation. Sheiko I. P., Tsimashenka U. N., Bagdanovich D. M., Klimets N. V., Pyasotski N. I., Shemetavets Zh. I., Muzyka A. A. Main economic traits of cows of the factory lines Bukem 66636657 and Blitz 17013604 of the Holstein breed of dairy cattle of domestic selection. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 552–560 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-552-560>

Введение. Голштинская порода молочного скота – самая высокопродуктивная и распространенная в мире. Статус ведущей породы мира она смогла обрести благодаря крупномасштабной, строго выверенной и рациональной племенной работе. Голштинский скот разводится в США, Канаде (почти 88 % поголовья) и европейских странах, а также в России, Израиле, Японии, Новой Зеландии. Молочная продуктивность коров в условиях оптимального кормления находится в пределах 7–11 тыс. кг молока при содержании жира 3,6–3,8 % и белка 3,0–3,2 % [1–5]. Живая масса коров-первотелок составляет 580–630 кг, взрослых животных – 650–700 кг. В лучших стадах США, Израиля средний удой превышает 12 тыс. кг, живая масса достигает 800 кг. Живая масса телок при рождении составляет 36–39 кг, бычков – 40–45 кг. Голштинский скот отличается хорошей приспособляемостью к разнообразным климатическим, кормовым и технологическим условиям, высокая оплата корма молоком [6–11].

Голштинская порода молочного скота отечественной селекции является результатом проведения сложного комплекса многолетней племенной работы специалистов Республики Беларусь – ученых и практиков, включающей выбор исходных пород, методы скрещивания, оценку и отбор животных, подбор родительских пар, а также создание оптимальных условий для направленного выращивания молодняка. Любая порода характеризуется качественным своеобразием, определенной структурой, специфическими морфологическими и хозяйственно полезными свойствами. Основными структурными единицами созданной отечественной породы являются шесть новых официально утвержденных заводских линий [12; 13].

Цель работы – проанализировать основные хозяйственно полезные признаки животных двух новых заводских линий Букем 66636657 и Блиц 17013604.

Материалы и методы исследования. Объектом исследований были животные новых заводских линий Букем 66636657 и Блиц 17013604, официально утвержденных приказом Министерства сельского хозяйства и продовольствия № 300 от 17 декабря 2020 г. С целью изучения их хозяйственно полезных признаков использовали информационную базу данных племенного молочного скота УП «ГИВЦ Минсельхозпрода», разводимого в базовых хозяйствах СПК «АК «Снов», СПК «Остромечево», ОАО «Городя», КСУП «Совхоз-комбинат «Заря» и ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита».

Биометрическая обработка цифрового материала и оценка селекционно-генетических параметров проводилась по методикам П. Ф. Рокицкого и Ю. П. Шкирандо с использованием ЭВМ [14; 15].

Результаты и их обсуждение. На основе изучения генеалогической структуры поголовья быков-производителей племпредприятий и маток племенных хозяйств Республики Беларусь родоначальниками двух новых линий являются потомки высокоценного быка Блекстера 1929410 – производители Blitz 17013604 (внук) и Bookem 66636657 (праправнук).

Бык-производитель Blitz 17013604 произошел от выдающегося быка Emory 2114601 и высокопродуктивной коровы Tesk Bev 14947858, давшей за наивысшую лактацию 18236 кг молока с количеством молочного жира 637 кг и белка 552 кг (рис. 1).

Производитель оценен в 2769 стадах и является улучшателем удоя на 2205 кг молока, а также носителем аллелей A2A2 бета-казеина молока. Высокоценное потомство быка состоит из 42 продолжателей (5 рядов потомков), в том числе 5 сыновей, 25 внуков, 10 правнуков, 12 праправнуков, 13 прапраправнуков быков-производителей. Лучшими его продолжателями являются сыновья Socrates 133126053 и Baxter 132973942. Бык Socrates 133126053 оценен в 446 стадах по 1027 дочерям и является улучшателем удоя (+1033 кг), молочного жира (+41 кг), молочного белка (+12 кг) дочерей по сравнению со сверстницами, имеет группу бета-казеина молока A2A2, величина

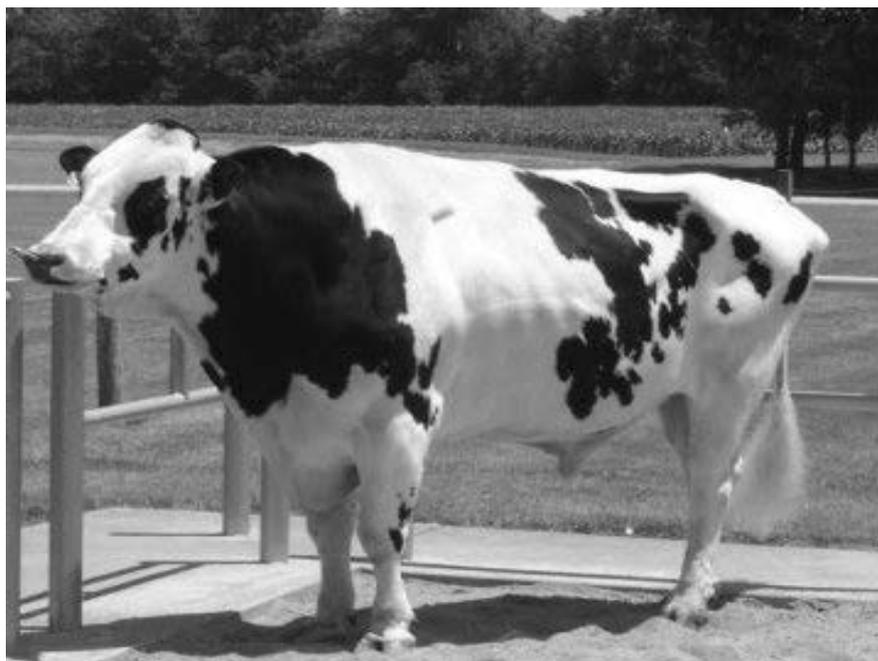


Рис. 1. Бык-производитель Blitz 17013604 – родоначальник новой заводской линии

Fig. 1. Stud bull Blitz 17013604 – the ancestor of the new factory line

комплексного индекса племенной ценности составляет 2373. Бык Вахтер 132973942 оценен на поголовье 10955 дочерей с прибавкой по удою +1454 кг, молочному жиру – +42 кг, молочному белку – +21 кг. Потомство быков Армстед 750267, Зоро 750123, Хайят 750097 отличается продолжительным хозяйственным использованием. Бык Blitz 17013604 является шестым быком в мире по количеству накопленной спермы (всего 1562445 доз) за весь период использования.

Проведена оценка уровня молочной продуктивности коров новых заводских линий Букем 66636657 и Блитца 17013604 в базовых хозяйствах в разрезе лактаций, а также по наивысшей лактации. Установлено, что средние показатели молочной продуктивности новой заводской линии Букем 66636657 по наивысшей лактации высокие и составляют: удой – 9399 кг молока, содержание жира в молоке – 3,74 %, содержание белка – 3,32 %. В приведенных базовых хозяйствах удой варьирует от 8234 до 10521 кг молока, содержание жира в молоке – 3,52–3,99 %, содержание белка – 3,25–3,50 %, показатели линии Блитца 17013604 – 9718 кг, 3,84 %, 3,34 % соответственно. Уровень молочной продуктивности в разрезе хозяйств аналогичен вышеприведенному. Необходимо отметить, что средний уровень удоев с возрастом возрастает, содержание жира и белка у коров обеих линий колеблется в возрастном аспекте (табл. 1 и 2).

Т а б л и ц а 1. Показатели молочной продуктивности коров новой заводской линии Блитц 17013604 голштинской породы молочного скота отечественной селекции в базовых хозяйствах

Table 1. Indicators of milk productivity of cows of the new factory line Blitz 17013604 of the Holstein breed of dairy cattle of domestic selection in basic farms

Лактация по счету Lactation by count	n	Удой, кг Milk yield, kg		Жир, % Fat, %		Белок, % Protein, %	
		M ± m	C _v	M ± m	C _v	M ± m	C _v
<i>СПК «АК «Снов»</i>							
1	133	9055 ± 118	14,9	3,74 ± 0,04	11,4	3,31 ± 0,02	6,5
2	80	10826 ± 164	13,6	3,90 ± 0,06	13,8	3,33 ± 0,03	7,0
3 и ст.	38	11253 ± 227	12,4	3,86 ± 0,08	12,9	3,26 ± 0,03	5,5
наивысш.	133	10506 ± 138	15,2	3,88 ± 0,04	12,2	3,34 ± 0,02	6,2

Окончание табл. 1

Лактация по счету Lactation by count	n	Удой, кг Milk yield, kg		Жир, % Fat, %		Белок, % Protein, %	
		M ± m	C _v	M ± m	C _v	M ± m	C _v
<i>СПК «Остромечеве»</i>							
1	27	8159 ± 321	20,4	3,99 ± 0,05	6,0	3,51 ± 0,03	5,6
2	17	9583 ± 323	13,9	3,88 ± 0,09	10,5	3,56 ± 0,05	6,2
3 и ст.	1	9840		4,31	–	3,27	–
наивысш.	27	9404 ± 222	12,3	3,91 ± 0,06	8,1	3,50 ± 0,04	5,3
<i>ГП с-к «Заря»</i>							
1	24	9146 ± 357	19,0	3,58 ± 0,05	7,0	3,31 ± 0,03	4,0
2	2	9582 ± 307	4,5	3,66 ± 0,02	0,6	3,18 ± 0,03	1,8
наивысш.	24	9146 ± 357	19,0	3,58 ± 0,045	7,5	3,31 ± 0,03	4,2
<i>ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита»</i>							
1	65	7341 ± 180	19,8	3,69 ± 0,03	7,3	3,29 ± 0,02	5,6
2	54	7882 ± 221	20,6	3,71 ± 0,05	9,0	3,31 ± 0,02	5,4
3	29	8163 ± 268	17,7	3,70 ± 0,07	10,0	3,34 ± 0,04	6,1
наивысш.	65	8447 ± 169	16,1	3,83 ± 0,03	8,1	3,30 ± 0,02	5,9
<i>В среднем по линии</i>							
1	250	8543 ± 100	18,5	3,74 ± 0,02	9,9	3,33 ± 0,01	6,3
2	153	9633 ± 163	20,9	3,83 ± 0,04	12,1	3,35 ± 0,02	6,7
3	68	9914 ± 252	20,9	3,80 ± 0,05	11,9	3,29 ± 0,03	5,8
наивысш.	250	9718 ± 111	17,9	3,84 ± 0,03	10,3	3,34 ± 0,01	6,1

Т а б л и ц а 2. Показатели молочной продуктивности коров новой заводской линии Букем 66636657 голштинской породы молочного скота отечественной селекции в базовых хозяйствах

Table 2. Indicators of milk productivity of cows of the new factory line Bokem 66636657 of the Holstein breed of dairy cattle of domestic selection in basic farm

Лактация по счету Lactation by count	n	Удой, кг Milk yield, kg		Жир, % Fat, %		Белок, % Protein, %	
		M ± m	C _v	M ± m	C _v	M ± m	C _v
<i>СПК «АК «Снов»</i>							
1	129	9644 ± 113	13,3	3,45 ± 0,03	10,9	3,25 ± 0,02	5,8
2	59	11647 ± 206	13,6	3,52 ± 0,06	12,2	3,20 ± 0,02	5,9
3 и ст.	8	11342 ± 563	14,0	3,79 ± 0,2	11,4	3,27 ± 0,05	4,3
наивысш.	129	10521 ± 160	17,2	3,52 ± 0,04	11,5	3,25 ± 0,02	6,1
<i>СПК «Остромечеве»</i>							
1	23	8145 ± 279	16,4	3,90 ± 0,07	8,6	3,50 ± 0,05	6,3
2	2	10623 ± 528	7,0	3,83 ± 0,01	4,3	3,47 ± 0,01	5,5
наивысш.	23	8372 ± 318	8,2	3,90 ± 0,07	8,4	3,50 ± 0,05	6,4
<i>СПК «Городея»</i>							
1	104	7529 ± 149	20,1	4,0 ± 0,04	9,6	3,36 ± 0,01	5,2
2	45	8480 ± 310	24,6	3,94 ± 0,06	9,9	3,43 ± 0,02	4,6
3	7	7819 ± 572	9,4	4,18 ± 0,2	18,7	3,39 ± 0,08	6,6
наивысш.	104	8234 ± 170	21,0	3,99 ± 0,04	10,5	3,38 ± 0,02	4,8
<i>В среднем по линии</i>							
1	256	8650 ± 107	19,8	3,72 ± 0,03	12,4	3,32 ± 0,01	6,0
2	102	10283 ± 231	23,1	3,70 ± 0,04	12,3	3,30 ± 0,02	6,4
3	15	9698 ± 609	24,3	3,96 ± 0,02	15,8	3,33 ± 0,05	6,5
наивысш.	256	9399 ± 130	22,2	3,74 ± 0,03	12,4	3,32 ± 0,01	6,1

Установлено, что животные всех возрастов двух новых заводских линий характеризуются высокими показателями удоев, содержания жира и белка в молоке во все оцениваемые периоды. Молочная продуктивность коров новых заводских линий возрастает в возрастном аспекте.

Величина изменчивости признаков молочной продуктивности находится в пределах норм для выборочной совокупности. Значение коэффициентов изменчивости удоев коров заводской

линии Букем 66636657 в среднем по наивысшей лактации составляет 22,2 %, жирности молока – 12,4 %, белковости – 6,1 %. Значение коэффициентов изменчивости удоев коров заводской линии Блитц 17013604 в среднем по четырем базовым хозяйствам составляет 17,9 %, жирности молока – 10,3 %, белковости – 6,1 %. Следовательно, по признакам молочной продуктивности животные заводских линий характеризуются достаточно высокой однородностью.

Бык-производитель Bookem 66636657 получен от широко известного быка Планет 60597003 и высокопродуктивной коровы Clear-Echo 822 Ramo 1199 61765027, давшей по второй лактации 15681 кг молока с количеством молочного жира 492 кг и белка 438 кг (рис. 2). Производитель оценен по 1157 дочерям с прибавкой по удою +1266 кг молока, молочному жиру – +37 кг, молочному белку – +55 кг. Он является носителем аллелей A2A2 бета-казеина молока, что позволит использовать его для создания стад коров, дающих молоко марки А2. Численность его высокоценного потомства в странах мира составляет 8892 гол. В стадах Республики Беларусь используется 59 быков-продолжателей (4 ряда потомков), из них сыновей – 10, внуков – 6, правнуков – 32, праправнуков – 9, прапраправнуков – 1 голова. Основными его продолжателями являются сыновья Boss 355203353 и Mcultchen 69990138. Бык Boss 355203353 оценен по 8911 дочерям в 2766 стадах мира, является улучшателем удоя, молочного жира и молочного белка. Бык Mcultchen 69990138 на большом поголовье дочерей (5513 гол.) показал себя улучшателем по основным показателям молочной продуктивности. Комплексный индекс племенной ценности равен 2846.

В табл. 3 и 4 представлены данные, характеризующие воспроизводительные качества коров заводской линии Букем 66636657 из базовых хозяйств СПК «АК «Снов», СПК «Остромечев», СПК «Городея» и заводской линии Блитца 17013604 в СПК «АК «Снов», СПК «Остромечев», ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита», ГП с-к «Заря». Средний возраст первого отела коров двух линий составляет 24 мес., что является экономически оправданным. Величины коэффициентов вариации (7–12 %) данного показателя указывают на необходимость индивидуального подхода к выращиванию каждой особи. Средний показатель продолжительности сервис-периода при высоком уровне молочной продуктивности коров в стадах двух линий колеблется от 115 до 157 дней ($C_v = 51–75$ %). Отдельные животные имеют продолжительность сервис-периода, превышающую экономически оправданную величину.

Показатели развития животных оценены по результатам их взвешивания. В табл. 5 и 6 приведены данные о живой массе коров двух заводских линий в четырех базовых хозяйствах. Они свидетельствуют о том, что средняя живая масса первотелок линии Букем 66636657 составляет



Рис. 2. Бык-производитель Bookem 66636657 – родоначальник новой заводской линии

Fig. 2. Stud bull Bookem 66636657 – the ancestor of the new factory line

Т а б л и ц а 3. Воспроизводительные качества коров заводской линии Букем 66636657

Т а b l e 3. Reproductive qualities of cows of the factory line Bukem 66636657

Возраст Age	Возраст при 1-м отеле Age at 1st calving			Сервис-период, дн. Service period, days			Межотельный период, дн. Intercalving period, days		
	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>
<i>СПК «АК «Снов»</i>									
1 лактация	129	24 ± 0,2	7	129	129 ± 8	67	123	397 ± 7	21
2 лактация	–	–	–	121	120 ± 7	65	56	398 ± 9	18
3 лактация	–	–	–	51	114 ± 8	51	–	–	–
<i>СПК «Остромечево»</i>									
1 лактация	23	23 ± 0,3	6	23	107 ± 12	55	22	381 ± 12	14
2 лактация	–	–	–	21	124 ± 13	49	–	–	–
3 лактация	–	–	–	–	–	–	–	–	–
<i>СПК «Городея»</i>									
1 лактация	104	24 ± 0,2	6,9	104	155 ± 9	56	98	420 ± 8	19
2 лактация	–	–	–	94	151 ± 9	60	35	399 ± 10	15
3 лактация	–	–	–	20	118 ± 14	2	–	–	–
<i>В среднем по линии</i>									
1 лактация	256	24 ± 0,1	6,9	256	138 ± 5	62	243	430 ± 7	25
2 лактация	–	–	–	235	133 ± 5	63	91	399 ± 7	17
3 лактация	–	–	–	71	115 ± 7	51	–	–	–

Т а б л и ц а 4. Воспроизводительные качества коров заводской линии Блитца 17013604

Т а b l e 4. Reproductive qualities of cows of the factory line Blitz 17013604

Возраст Age	Возраст при 1-м отеле Age at 1st calving			Сервис-период, дн. Service period, days			Межотельный период, дн. Intercalving period, day		
	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>
<i>СПК «АК «Снов»</i>									
1 лактация	133	23 ± 0,1	6,5	133	121 ± 8	71	120	397 ± 8	23
2 лактация	–	–	–	100	150 ± 10	63	63	404 ± 9	18
3 лактация	–	–	–	57	136 ± 13	73	–	–	–
<i>СПК «Остромечево»</i>									
1 лактация	27	23 ± 0,3	7	26	144 ± 14	52	24	426 ± 25	29
2 лактация	–	–	–	24	155 ± 18	56	14	392 ± 16	15
3 лактация	–	–	–	10	78 ± 3	13	–	–	–
<i>ГП «ЖодиоАгроПлемЭлита»</i>									
1 лактация	65	27 ± 0,5	16	65	173 ± 16	76	65	441 ± 16	28
2 лактация	–	–	–	62	177 ± 15	68	52	425 ± 13	23
3 лактация	–	–	–	46	192 ± 18	64	4	429 ± 67	32
<i>ГП с-к «Заря»</i>									
1 лактация	24	24 ± 0,4	7,7	24	100 ± 16	76	2	503 ± 39	11
2 лактация	–	–	–	8	102 ± 26	71	–	–	–
3 лактация	–	–	–	–	–	–	–	–	–
<i>В среднем по линии</i>									
1 лактация	249	24 ± 0,2	12	248	135 ± 60	75	211	414 ± 7	26
2 лактация	–	–	–	194	157 ± 7	65	129	411 ± 7	20
3 лактация	–	–	–	113	154 ± 10	72	–	–	–

566 кг, второго отела 603 кг и третьего и старше – 609 кг; линии Блитца 17013604 – 545, 577 и 600 кг соответственно. Судя по значениям коэффициентов вариации, животные новых линий достаточно однородны. Изменчивость (*C_v*) показателей живой массы составляет 1,8–6,0 %.

Важно отметить, что коровы данных заводских линий являются лучшими представителями голштинской породы молочного скота отечественной селекции, о чем свидетельствует их участие в конкурсе на лучшую корову выставки «БелАгро-2022». Определенными премиями были отмечены следующие коровы: Симпатия 83170621 (ОАО «Снитово-Агро») с продуктивностью по

Т а б л и ц а 5. Характеристика заводской линии Букем 66636657 по живой массе коров в базовых хозяйствах

T a b l e 5. Characteristics of the factory line Bukem 66636657 in terms of live weight of cows in base farms

Хозяйство Farm	Живая масса (кг) в возрасте Live weight (kg) aged								
	1 отел 1 calving			2 отел 2 calving			3 отел 3 calving		
	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>
СПК «АК Снов»	129	551 ± 0,8	1,6	59	576 ± 1,4	1,8	29	594 ± 1,9	1,7
СПК «Остромечев»	23	587 ± 6,3	5,2	19	656 ± 4,1	2,7	–	–	–
СПК «Городея»	104	581 ± 3,4	6,0	31	623 ± 3,7	3,3	14	641 ± 5,0	2,9
В среднем по линии	256	566 ± 1,8	5,1	109	603 ± 3,4	5,9	43	609 ± 3,9	4,3

Т а б л и ц а 6. Характеристика заводской линии Блитца 17013604 по живой массе коров в базовых хозяйствах

T a b l e 6. Characteristics of the factory line Blitz 17013604 in terms of live weight of cows in base farms

Хозяйство Farm	Живая масса (кг) в возрасте Live weight (kg) aged								
	1 отел 1 calving			2 отел 2 calving			3 отел 3 calving		
	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>	<i>n</i>	<i>M ± m</i>	<i>C_v</i>
СПК «АК «Снов»	133	549 ± 0,8	1,6	73	578 ± 1,2	1,8	45	604 ± 2,3	2,5
СПК «Остромечев»	27	581 ± 7,0	6,3	23	635 ± 8,3	6,3	8	664 ± 14,8	6,3
ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита»	60	521 ± 2,6	3,9	56	551 ± 3,1	4,2	39	583 ± 4,9	5,1
ГП с-к «Заря»	24	541 ± 7,0	6,4	4	567 ± 5,5	2	–	–	–
В среднем по линии	245	545 ± 1,7	4,9	156	577 ± 2,8	6,0	92	600 ± 3,5	5,6

2 лактации: удой – 8946 кг молока с содержанием жира 4,17 % и белка 3,11 %; Купалинка 67408861 (ОАО «Чернавчицы») – по 3 лактации: 7738 кг, 3,79 %, 3,33 %; Стеша 97362186 (ф-л «Весна-Энерго») – 11832 кг, 3,64 %, 3,62 %; Сирена 23860702 (СПК «АК «Снов») – по 4 лактации: 13784 кг, 3,94 %, 3,42 %; Фиалка 27257003 (МТК «Александрия») – по 2 лактации: 9916 кг, 3,60 %, 3,15 % соответственно.

Таким образом, эффективное использование животных новых заводских линий позволит повысить генетический потенциал молочной продуктивности стад, а также получать высокоценный племенной молодняк отечественного происхождения.

Заключение. Созданы, апробированы и утверждены новые заводские линии Букем 66636657 и Блитца 17013604 как структурные единицы голштинской породы молочного скота отечественной селекции (приказ Министерства сельского хозяйства и продовольствия № 300 от 17 декабря 2020 г.). Коровы новых заводских линий характеризуются высокими показателями молочной продуктивности: средний удой 256 коров линии Букем 66636657 составляет 9399 кг молока жирностью 3,74 %, белковостью – 3,32 %; линии Блитца 17013604 по 250 коровам – 9718 кг, 3,84 %, 3,34 % соответственно. Животные отличаются хорошими воспроизводительными качествами, достаточным развитием независимо от линейной принадлежности и эффективно используются в условиях промышленной технологии.

Список использованных источников

- Hosseini-Zadeh, N. G. Modelling lactation curve for fat to protein ratio in Holstein cows / N. G. Hosseini-Zadeh // Animal science papers and rep. – 2016. – Vol. 34, N 3. – P. 233–245.
- Modelling of individual lactation curves of Tunisian Holstein-Friesian cows for milk yield, fat and protein contents using parametric, orthogonal, and spline models / M. Bouallegue [et al.] // J. Anim. Feed Sc. – 2015. – Vol. 24, N 1. – P. 11–18. <https://doi.org/10.22358/jafs/65648/2015>
- Results of production parameters of Black-and-White cows improvement with Holstein-Friesian Bulls / J. Klupczynski [et al.] // Coll. of sci. papers, Fac. of agriculture in Ceske Budejovice. Ser. for animal sciences. – Ceske Budejovice, 2004. – Vol. 21, N 2. – P. 171–178.

4. Results of Non-production parameters of Black-and-White Cows Improvement with Holstein-Friesian Bulls / J. Klupczynski [et al.] // Coll. of sci. papers, Fac. of agriculture in Ceske Budejovice. Ser. for animal sciences. – Ceske Budejovice, 2004. – Vol. 21, N 2. – P. 179–183.
5. Fertility and milk production of Holstein cows of American, Australian and Uruguayan origin in conditions of intensive indoors production / J. Hernandez Ceron [et al.] // Arch. Zootecn. – 2006. – Vol. 55, N 211. – P. 289–292.
6. Новицкий, И. Голштинская корова: особенности разведения и ухода [Электронный ресурс] / И. Новицкий // СельхозПортал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://сельхозпортал.рф/articles/golshtinskaya-korova-osobennosti-razvedeniya-i-uhoda>. – Дата доступа: 06.03.2022.
7. Effects of genetic composition and environmental factors on milk production, lactation length and milk production per day of calving interval in crossbred Holstein-Gyr cows / J. R. Gloria [et al.] // Arq. Brasil. Med. Veter. Zootecn. – 2006. – Vol. 58, N 6. – P. 1139–1148.
8. Адаптационные способности импортного скота голштинской породы / И. Н. Коронец [и др.] // Зоотехническая наука Беларуси: сб. науч. тр. – Жодино, 2013. – Т. 48, ч. 1. – С. 110–118.
9. Голштинская порода молочного скота отечественной селекции / И. Н. Коронец [и др.] // Достижения и актуальные проблемы генетики, биотехнологии и селекции животных: материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Витебск, 2021. – С. 115–119.
10. Голштинская порода молочного скота отечественной селекции / И. Н. Коронец [и др.] // Зоотехническая наука Беларуси: сб. науч. тр. – Жодино, 2021. – Т. 56, ч. 1. – С. 65–72.
11. Тулинова, О. В. Алгоритм подбора пар крупного рогатого скота молочных пород / О. В. Тулинова // Генетика и разведение животных. – 2014. – № 1. – С. 4–7.
12. Differing planes of pre- and postweaning phase nutrition in Holstein heifers: I. Effects on feed intake, growth efficiency, and metabolic and development indicators / J. P. Rosadiuk [et al.] // Journal of Dairy Science. – 2021. – Vol. 104, N 1. – P. 1136–1152. <https://doi.org/10.3168/jds.2020-18809>
13. Новые заводские линии скота голштинской популяции отечественной селекции / И. Н. Коронец [и др.] // Зоотехническая наука Беларуси: сб. науч. тр. – Жодино, 2015. – Т. 50, ч. 1. – С. 83–89.
14. Рокицкий, П. Ф. Биологическая статистика / П. Ф. Рокицкий. – Минск, 1973. – 320 с.
15. Шкирандо, Ю. П. Оценка селекционно-генетических параметров продуктивности молочного скота / Ю. П. Шкирандо // Бюл. ВНИИГРЖ. – Пушкин, 1990. – Т. 121. – С. 29–31.

References

1. Hossein-Zadeh N. G. Modelling lactation curve for fat to protein ratio in Holstein cows. *Animal science papers and rep. Jastrzebiec*, 2016, vol. 34, no. 3, pp. 233–245.
2. Bouallegue M., Steri R., M'hamdi N., Hamouda M. B. Modelling of individual lactation curves of Tunisian Holstein-Friesian cows for milk yield, fat and protein contents using parametric, orthogonal, and spline models. *Journal of Animal and Feed Sciences*, 2015, vol. 24, no. 1, pp. 11–18. <https://doi.org/10.22358/jafs/65648/2015>
3. Klupczynski J., Micinski J., Soukup T., Marsalek M. Results of production parameters of Black-and-White cows improvement with Holstein-Friesian Bulls. *Collection of Scientific Papers, Faculty of Agriculture in České Budějovice. Series for Animal Sciences*. Ceske Budejovice, 2004, vol. 21, no. 2, pp. 171–178.
4. Klupczynski J., Micinski J., Soukup T., Marsalek M. Results of Non-production parameters of Black-and-White Cows Improvement with Holstein-Friesian Bulls. *Collection of Scientific Papers, Faculty of Agriculture in České Budějovice. Series for Animal Sciences*. Ceske Budejovice, 2004, vol. 21, no. 2, pp. 179–183.
5. Hernandez Ceron J., Ortega A., Fernandez I., Raigoza G., Montaldo H. Fertility and milk production of Holstein cows of American, Australian and Uruguayan origin in conditions of intensive indoors production. *Arch. Zootecn.*, 2006, vol. 55, no. 211, pp. 289–292.
6. Novitsky I. Holstein cow: features of breeding and care. *Sel'hozPortal*. Available at: <https://сельхозпортал.рф/articles/golshtinskaya-korova-osobennosti-razvedeniya-i-uhoda> (accessed 6 March 2022) (in Russian).
7. Gloria J. R., Bergmann J. A. G., Reis R. B., Coelho M. S., Silva M. A. Effects of genetic composition and environmental factors on milk production, lactation length and milk production per day of calving interval in crossbred Holstein-Gyr cows. *Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia*, 2006, vol. 58, no. 6, pp. 1139–1148.
8. Koronets I. N., Klimets N. V., Dashkevich M. A., Shemetovets Zh. I., Poljanskaja M. V. Adaptive abilities of imported Holstein cattle. *Zootehnicheskaja nauka Belarusi: sbornik nauchnykh trudov* [Zootechnical Science of Belarus: collection of scientific papers]. Zhodino, 2013, vol. 48, part 1, pp. 110–118 (in Russian).
9. Koronets I. N., Klimets N. V., Shemetovets Zh. I., Pesotsky N. I. Holstein breed of dairy cattle of domestic selection. *Dostizheniya i aktual'nye problemy genetiki, biotekhnologii i seleksii zhivotnykh: materialy Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Achievements and actual problems of genetics, biotechnology and animal breeding: materials of the International Scientific and Practical Conference]. Vitebsk, 2021, pp. 115–119 (in Russian).
10. Koronets I. N., Klimets N. V., Pesotsky N. I., Shemetovets Zh. I., Petrova Yu. A., Tsidik O. N., Rogach V. N., Berezovik R. V. Holstein breed of dairy cattle of domestic selection. *Zootehnicheskaja nauka Belarusi: sbornik nauchnykh trudov* [Zootechnical Science of Belarus: collection of scientific papers]. Zhodina, 2021, vol. 56, part 1, pp. 65–72 (in Russian).
11. Tulina O. V. Algorithm of pair selection of dairy cattle. *Genetika i razvedenie zhivotnykh* [Genetics and Animal Breeding], 2014, no 1, pp. 4–7 (in Russian).

12. Rosadiuk J. P., Bruinjé T. C., Moslemipur F., Fischer-Tlustos A. J., Renaud D. L., Ambrose D. J., Steele M. A. Differing planes of pre- and postweaning phase nutrition in Holstein heifers: I. Effects on feed intake, growth efficiency, and metabolic and development indicators. *Journal of Dairy Science*, 2021, vol. 104, no. 1, pp. 1136–1152. <https://doi.org/10.3168/jds.2020-18809>

13. Koronets I. N., Klimets N. V., Shemetovets Zh. I., Sidunova M. N., Antonovich N. V., Veta V. K., Vorobieva T. A. New stud lines of Holstein cattle of domestic selection. *Zootehnicheskaja nauka Belarusi: sbornik nauchnykh trudov* [Zootechnical Science of Belarus: collection of scientific papers]. Zhodino, 2015, vol. 50, part 1, pp. 83–89 (in Russian).

14. Rokitsky P. F. *Biological Statistics*. Minsk, 1973. 320 p. (in Russian).

15. Shkirando Yu. P. Evaluation of breeding and genetic parameters of dairy cattle productivity. *Bulleten' VNIIGRZh* [Bulletin of Institute of genetics and breeding of farm animals], 1990, vol. 121, pp. 29–31 (in Russian).

Информация об авторах

Шейко Иван Павлович – академик, доктор с.-х. наук, профессор, первый заместитель генерального директора. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: belniig@tut.by. ORCID: 0000-0002-4684-9830.

Тимошенко Владимир Николаевич – член-корреспондент, д-р с.-х. наук, профессор, первый заместитель генерального директора. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: belniig@tut.by. ORCID: 0000-0001-5806-1242.

Богданович Дмитрий Михайлович – канд. с.-х. наук, доцент, генеральный директор. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: belniig@tut.by.

Климец Наталья Вячеславовна – канд. с.-х. наук, доцент, вед. науч. сотрудник. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: krsby@mail.ru. ORCID: 0000-0002-0722-0394.

Песоцкий Николай Иванович – канд. с.-х. наук, доцент, и. о. заведующего лабораторией. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: krsby@mail.ru. ORCID: 0000-0002-1437-3540.

Шеметовец Жанна Игоревна – ст. науч. сотрудник. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: krsby@mail.ru. ORCID: 0000-0001-9086-2349.

Музыка Андрей Анатольевич – канд. с.-х. наук, доцент, заведующий лабораторией. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: otchel@tut.by. ORCID: 0000-0003-2582-5888.

Information about the authors

Sheiko Ivan P. – Academician, D. Sc. (Agrarian), Professor, First Deputy Director General. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus on Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: belniig@tut.by. ORCID: 0000-0002-4684-9830.

Tsimashenka Uladzimir N. – Corresponding Member, D. Sc. (Agrarian), Professor, First Deputy Director General. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus on Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: belniig@tut.by. ORCID: 0000-0001-5806-1242.

Bagdanovich Dzmitry M. – Ph. D. (Agrarian), Associate Professor, Director General. Research and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: belniig@tut.by.

Klimets Natalia V. – Ph. D. (Agrarian), Associate Professor, Leading Researcher. Research and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: krsby@mail.ru. ORCID: 0000-0002-0722-0394.

Pyasotski Nikolai I. – Ph. D. (Agrarian), Associate Professor, Head of the Laboratory. Research and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: krsby@mail.ru. ORCID: 0000-0002-1437-3540.

Shemetavets Zhanna I. – Senior Researcher. Research and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: krsby@mail.ru. ORCID: 0000-0001-9086-2349.

Muzyka Andrei A. – Ph. D. (Agrarian), Associate Professor, Head of the Laboratory. Research and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: otchel@tut.by. ORCID: 0000-0003-2582-5888.