

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

МИНСК. БЕЛОРУССКАЯ НАУКА. 2022. ТОМ 66. № 6

Выходит шесть номеров в год

Журнал основан в июле 1957 года

Учредитель – Национальная академия наук Беларуси

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,
свидетельство о регистрации № 387 от 18.05.2009.

*Входит в Перечень научных изданий Республики Беларусь
для опубликования результатов диссертационных исследований, включен в базу данных
Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)*

Главный редактор

Владимир Григорьевич Гусаков

Председатель Президиума Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

Редакционная коллегия

А. В. Кильчевский

заместитель Председателя Президиума Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
(заместитель главного редактора)

Т. П. Петрович

(ведущий редактор журнала)

С. В. Абламейко – Белорусский государственный университет, Республика Беларусь

П. А. Витязь – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

И. Д. Волотовский – Институт биофизики и клеточной инженерии Национальной академии наук Беларуси,
Республика Беларусь

С. В. Гапоненко – Белорусский республиканский фонд фундаментальных исследований, Республика Беларусь

А. Я. Григорьев – Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого Национальной академии
наук Беларуси, Республика Беларусь

С. В. Губкин – Институт физиологии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

А. Е. Дайнеко – Белорусский национальный технический университет, Республика Беларусь

Н. Желев – Абертейский университет, Соединенное Королевство Великобритании и Северной Ирландии

В. Г. Залесский – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

А. И. Иванец – Министерство образования Республики Беларусь, Республика Беларусь

Н. С. Казак – Научно-производственное объединение «Оптика, оптоэлектроника и лазерная техника»,
Республика Беларусь

Н. Н. Казанский – Институт лингвистических исследований Российской академии наук, Российская Федерация

С. П. Карпов – Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Российская Федерация

С. Я. Килин – Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
(заместитель главного редактора)

А. А. Коваленя – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

В. И. Корзюк – Белорусский государственный университет, Республика Беларусь

В. В. Лапа – Институт почвоведения и агрохимии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

М. Ларссон – Университетский научный центр Алба Нова Стокгольмского университета, Королевство Швеция

- А. П. Ласковнев** – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
В. Ф. Логинов – Институт природопользования Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
Г. Маркрам – Институт мозга, Центр неврологии и технологии Швейцарского федерального института технологий, Швейцария
А. А. Махнач – Институт геологии, Республика Беларусь
А. Г. Наумовец – Институт физики Национальной академии наук Украины, Украина
В. А. Орлович – Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
В. Н. Пармон – Российская академия наук, Российская Федерация
О. Г. Пенязьков – Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
И. Д. Рашаль – Институт биологии Латвийского университета, Латвийская Республика
Б. А. Ривжа – Латвийская академия сельскохозяйственных и лесных наук, Латвийская Республика
В. А. Садовничий – Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Российская Федерация
А. М. Сергеев – Российская академия наук, Российская Федерация
Н. С. Сердюченко – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
В. И. Торчик – Центральный ботанический сад Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
А. В. Тузиков – Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
Тьяу Ван Минь – Вьетнамская академия наук и технологий, Социалистическая Республика Вьетнам
С. А. Усанов – Институт биоорганической химии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
Ю. С. Харин – Научно-исследовательский институт прикладных проблем математики и информатики, Республика Беларусь
Л. В. Хотылева – Институт генетики и цитологии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
А. Цайлингер – Австрийская академия наук, Австрийская Республика
С. А. Чижик – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
(*заместитель главного редактора*)
И. П. Шейко – Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по животноводству, Республика Беларусь
В. И. Янчевский – Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

Адрес редакции:

*ул. Академическая, 1, к. 119, 220072, Минск, Республика Беларусь.
Тел.: +375 17 272-19-19; e-mail: doklady_nanb@mail.ru
doklady.belnauka.by*

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ. 2022. Т. 66. № 6

Выходит на русском, белорусском и английском языках

Редактор Т. П. Петрович
Компьютерная верстка Н. И. Кашуба

Сдано в набор 14.12.2022. Выпуск в свет 27.12.2022. Формат 60×84¹/₈. Бумага офсетная. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 10,23. Уч.-изд. л. 11,3. Тираж 140 экз. Заказ 252.

Цена: индивидуальная подписка – 12,66 руб.; ведомственная подписка – 29,74 руб.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/18 от 02.08.2013. ЛП № 02330/455 от 30.12.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220084, г. Минск.

© РУП «Издательский дом «Беларуская навука».
Доклады НАН Беларуси, 2022

DOKLADY OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

MINSK. BELARUSKAYA NAVUKA. 2022. Vol. 66. No. 6

Published bimonthly

The journal has been published since July, 1957

Founder – National Academy of Sciences of Belarus

The journal is registered on May 18, 2009 by the Ministry of Information of the Republic of Belarus
in the State Registry of Mass Media, reg. no. 387.

*The journal included in the List of Journal for Publication of the Results of Dissertation Research
in the Republic of Belarus and in the Database of Russian Science Citation Index (RSCI)*

E d i t o r - i n - C h i e f

Vladimir G. Gusakov

Chairman of the Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

E d i t o r i a l B o a r d

Alexander V. Kilchevsky

Vice Chairman of the Presidium of the National Academy of Sciences
of Belarus, Republic of Belarus (*Associate Editor-in-Chief*)

Tatiana P. Petrovich

(*Lead editor*)

Sergey V. Ablameyko – Belarusian State University, Republic of Belarus

Chau Van Minh – Vietnam Academy of Science and Technology, Vietnam

Sergey A. Chizhik – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

(*Associate Editor-in-Chief*)

Alexey Ye. Dayneko – Belarusian National Technical University, Republic of Belarus

Sergey V. Gaponenko – Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research, Republic of Belarus

Andrey Ya. Grigoriev – Institute of Mechanics of Metal-Polymeric Systems named after V. A. Bely of the National
Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

Sergey V. Gubkin – Institute of Physiology of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

Andrei I. Ivanets – Ministry of education of the Republic of Belarus, Republic of Belarus

Sergey P. Karpov – Lomonosov Moscow State University, Russian Federation

Nikolay S. Kazak – State Research and Production Association “Optics, Optoelectronics and Laser Technics”,
Republic of Belarus

Nikolay N. Kazansky – Institute for Linguistic Studies of the Russian Academy of Sciences, Russian Federation

Yuri S. Kharin – Research Institute of Applied Problems of Mathematics and Informatics, Republic of Belarus

Lyubov V. Khotylova – Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus,
Republic of Belarus

Sergey Ya. Kilin – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

(*Associate Editor-in-Chief*)

Viktor I. Korzuyk – Belarusian State University, Republic of Belarus

- Alexander A. Kovalenya** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Vitaly V. Lapa – Institute for Soil Science and Agrochemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Mats Larsson – Alba Nova University Center of the University of Stockholm, Sweden
Alexander P. Laskovnev – Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Vladimir F. Loginov – Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Anatoly A. Makhnach – Institute of Geology, Republic of Belarus
Henry Markram – Brain Institute, Center for Neurology and Technology of the Swiss Federal Institute of Technology, Switzerland
Anton G. Naumovets – Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine
Valentin A. Orlovich – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Valentin N. Parmon – Russian Academy of Sciences, Russian Federation
Oleg G. Penyazkov – A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Isaak D. Rasha – Institute of Biology of the University of Latvia, Latvia
Baiba A. Rivza – Latvian Academy of Agricultural and Forestry Sciences, Latvia
Viktor A. Sadovnichiy – Lomonosov Moscow State University, Russian Federation
Nikolay S. Serdyuchenko – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Alexander M. Sergeev – Russian Academy of Sciences, Russian Federation
Ivan P. Sheyko – Scientific and Practical Center for Animal Breeding, Republic of Belarus
Vladimir I. Torchik – Central Botanical Garden of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Alexander V. Tuzikov – United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Sergey A. Usanov – Institute of Bioorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Petr A. Vityaz – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Igor D. Volotovskiy – Institute of Biophysics and Cell Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Vitali G. Zaleski – Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus
Anton Zeilinger – Austrian Academy of Sciences, Austria
Nikolas Zhelev – Abertay University, United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

Address of the Editorial Office:

1, Akademicheskaya Str., room 119, 220072, Minsk, Republic of Belarus.

Phone: +375 17 272-19-19; e-mail: doklady_nanb@mail.ru

doklady.belnauka.by

DOKLADY OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS. 2022. Vol. 66. No. 6

Printed in Russian, Belarusian and English languages

Editor T. P. Petrovich
Computer Imposition N. I. Kashuba

Sent for press 14.12.2022. Output 27.12.2022. Format 60×84¹/₈. Offset paper.
Digital press. Printed sheets 10.23. Publisher's signatures 11.3. Circulation 140 copies. Order 252.
Price: individual subscription – 12.66 BYN, departmental subscription – 29.74 BYN.

Publisher and printing execution:

Republican unitary enterprise "Publishing House "Belaruskaya Navuka".
Certificate on the state registration of the publisher, manufacturer, distributor of printing editions
no. 1/18 dated of August 2, 2013. License for press no. 02330/455 dated of December 30, 2013.
40, F. Skorina Str., 220084, Minsk, Republic of Belarus.

© RUE "Publishing House "Belaruskaya Navuka".
Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Бахтин В. И., Иванишко И. А., Лебедев А. В.** Спектральный потенциал трансфер-операторов и топологическое давление 567

ФИЗИКА

- Ивашкевич А. В., Бурый А. В., Овсюк Е. М., Кисель В. В., Редьков В. М.** Безмассовая частица со спином 2: цилиндрическая симметрия, проективные операторы, калибровочные степени свободы (на англ. яз.) ... 574

ХИМИЯ

- Адзерихо И. Э., Кулак А. И., Рачок С. М., Минченя В. Т.** Кинетика разрушения фибриновых сгустков под действием ультразвуковой кавитации..... 587

БИОЛОГИЯ

- Бусева Ж. Ф., Фарахани Ш. Г., Разлуцкий В. И., Сысова Е. А., Майсак Н. Н., Мягкова К. В., Фрост П. С.** Стехиометрия и структура планктонных сообществ в литорали и пелагиали двух озер разного трофического статуса в Беларуси (на англ. яз.) 595

- Еловская Н. А., Калацкая Ж. Н., Ламан Н. А., Гилевская К. С., Куликовская В. И., Николайчук В. В.** Стимулирующее действие оксикоричных кислот и их конъюгатов с хитозаном на рост и биохимические показатели микроклонов картофеля *in vitro*..... 605

МЕДИЦИНА

- Никитченко Н. В., Козыро И. А., Белькевич А. Г., Сукало А. В., Гончарова Р. И.** Ассоциация rs699947 и rs201063 гена *VEGF* с уровнями фактора роста эндотелия сосудов в сыворотке крови детей с люпус нефритом 614

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

- Кухарик Е. А., Матвеев А. В.** Особенности проявления современных водно-эрозионных процессов на территории Центральной Беларуси 622

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

- Базров Б. М., Родионова Н. А., Хейфец М. Л., Гуревич В. Л.** Схемы базирования изделий в самоцентрирующих механизмах с использованием комплектов скрытых баз..... 631

- Зотов С. В., Кадолич Ж. В., Цветкова Е. А., Кравцов А. Г.** Физический метод электретно-термического анализа..... 638

CONTENTS

MATHEMATICS

- Bakhtin V. I., Ivanishko I. A., Lebedev A. V.** Spectral potential of transfer operators and topological pressure... 567

PHYSICS

- Ivashkevich A. V., Bury A. V., Ovsyuk E. M., Kisel V. V., Red'kov V. M.** Massless spin 2 particle: cylindrical symmetry, projective operators, gauge degrees of freedom..... 574

CHEMISTRY

- Adzerikho I. E., Kulak A. I., Rachok S. M., Minchenya V. T.** Kinetics of fibrin clot destruction under ultrasonic cavitation 587

BIOLOGY

- Buseva Zh. F., Farahani Sh. G., Razlutskiy V. I., Sysova E. A., Maisak N. N., Myagkova K. V., Frost P. C.** Stoichiometry and planktonic communities structure in littoral and pelagic zones of two lakes with different trophic types in Belarus..... 595

- Yaloukaya N. A., Kalatskaja J. N., Laman N. A., Hileuskaya K. S., Kulikouskaya V. I., Nikalaichuk V. V.** Effect of the hydroxycinnamic acids and their chitosan-based conjugates on the growth and biochemical parameters of microclone potato plants *in vitro* 605

MEDICINE

- Nikitchenko N. V., Kazyra I. A., Bialkevich H. G., Sukalo A. V., Goncharova R. I.** Association of *VEGF* gene rs699947 and rs2010963 polymorphisms with vascular endothelial growth factor levels in the blood serum of children with lupus nephritis 614

EARTH SCIENCES

- Kukharik E. A., Matveyev A. V.** Features of manifestation of modern water-erosion processes in the Central Belarus territory 622

TECHNICAL SCIENCES

- Bazrov B. M., Rodionova N. A., Kheifetz M. L., Gurevich V. L.** Schemes for locating and fixing an object in self-centering mechanisms with a set of hidden bases 631

- Zotov S. V., Kadolich Zh. V., Tsvetkova E. A., Kravtsov A. G.** Physical method of electret-thermal analysis..... 638

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

МАТЕМАТИКА
MATHEMATICS

УДК 513.88
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-567-573>

Поступило в редакцию 10.03.2022
Received 10.03.2022

В. И. Бахтин, И. А. Иванишко, А. В. Лебедев

Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь

**СПЕКТРАЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ТРАНСФЕР-ОПЕРАТОРОВ
И ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ**

Аннотация. Описаны взаимосвязи между спектральным радиусом трансфер-операторов и топологическим давлением для конечнолистных накрытий. Связи описываются с использованием новых динамических характеристик – разветвленности и форвард-энтропии. В общей ситуации эти характеристики позволяют выписать оценки для упомянутых объектов, которые переходят в равенства для несжимающих отображений.

Ключевые слова: спектральный потенциал, топологическое давление, топологическая энтропия, разветвленность, форвард-энтропия

Для цитирования. Бахтин, В. И. Спектральный потенциал трансфер-операторов и топологическое давление / В. И. Бахтин, И. А. Иванишко, А. В. Лебедев // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 6. – С. 567–573. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-567-573>

Victor I. Bakhtin, Iya A. Ivanishko, Andrei V. Lebedev

Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus

SPECTRAL POTENTIAL OF TRANSFER OPERATORS AND TOPOLOGICAL PRESSURE

Abstract. The article describes the relations between spectral radius of transfer operators and topological pressure. The key role is played by new dynamical characteristics – rami-rate and forward entropy.

Keywords: spectral potential, topological pressure, topological entropy, rami-rate, forward entropy

For citation. Bakhtin V. I., Ivanishko I. A., Lebedev A. V. Spectral potential of transfer operators and topological pressure. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 6, pp. 567–573 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-567-573>

Трансфер-операторы и операторы взвешенного сдвига являются важными объектами как в теории динамических систем, так и во многих других областях анализа. Невозможно переоценить роль энтропии и топологического давления в теории информации и математических основах термодинамического формализма. Сообщение посвящено анализу взаимосвязей между спектральным радиусом упомянутых операторов и топологическим давлением.

Пусть X – компактное хаусдорфово пространство, $C(X)$ – банахово пространство непрерывных функций на X , снабженное равномерной нормой, и $\alpha: X \rightarrow X$ – непрерывное отображение. Это отображение задает динамическую систему с дискретным временем, которую мы обозначаем через (X, α) . Линейный оператор $A: C(X) \rightarrow C(X)$ называется *трансфер-оператором* для динамической системы (X, α) , если

а) A – положительный оператор (т. е. отображает неотрицательные функции в неотрицательные) и

б) удовлетворяет *гомологическому тождеству*

$$A((f \circ \alpha)g) = fAg, \quad f, g \in C(X).$$

Типичным (популярным) примером трансфер-оператора является классический оператор Перрона–Фробениуса

$$Af(x) := \sum_{y \in \alpha^{-1}(x)} a(y)f(y), \quad (1)$$

где $a \in C(X)$ – некоторая неотрицательная функция. Этот оператор корректно определен, если α является локальным гомеоморфизмом и отображением на.

Для заданного трансфер-оператора A мы определяем семейство операторов $A_\psi: C(X) \rightarrow C(X)$, зависящих от функционального параметра $\psi \in C(X, \mathbb{R})$, где $C(X, \mathbb{R})$ – пространство непрерывных вещественнозначных функций, с помощью формулы

$$A_\psi f := A(e^\psi f). \quad (2)$$

Очевидно, все операторы семейства являются трансфер-операторами. Через $\lambda(\psi)$ обозначаем логарифм спектрального радиуса оператора A_ψ , т. е.

$$\lambda(\psi) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \|A_\psi^n\|. \quad (3)$$

Функционал $\lambda(\psi)$ называется *спектральным потенциалом*.

Одним из важных объектов в теории динамических систем является топологическое давление $P(\alpha, \psi)$, $\psi \in C(X, \mathbb{R})$ (см. [1], подробное определение топологического давления дано в разделе 1). Топологическое давление появляется, в частности, в анализе динамических систем (X, α) , где X – компактное метрическое пространство и является принципиальной компонентой термодинамического формализма.

Пусть X – компактное метрическое пространство, $\alpha: X \rightarrow X$ – локальный гомеоморфизм и на $C(X)$ задан трансфер-оператор

$$Af(x) := \sum_{y \in \alpha^{-1}(x)} f(y).$$

Один из фундаментальных принципов термодинамического формализма может быть записан в виде

$$\lambda(\psi) = P(\alpha, \psi) \text{ для растягивающего отображения } \alpha.$$

В этом направлении получено довольно много результатов [2–9]. Однако ни в одном из этих источников не рассматривается общий случай: обычно предполагается, что α – топологически перемешивающее, e^ψ – гелдеровская и пространство X – конечномерное многообразие или пространство цепи Маркова. Недавно в [10] доказано, что $\lambda(\psi) = P(\alpha, \psi)$ для произвольного открытого растягивающего отображения $\alpha: X \rightarrow X$ компактного метрического пространства и произвольной функции $\psi \in C(X, \mathbb{R})$.

Как мы отметили, вышеупомянутые объекты: спектральный потенциал и топологическое давление имеют разную природу и, в общей ситуации, не могут быть сведены один к другому. Цель работы – вскрыть общие аналитические условия, при которых $\lambda(\psi)$ и $P(\alpha, \psi)$ связаны между собой и описать возникающие связи.

Спектральный потенциал Перрона–Фробениуса и топологическое давление. Напомним определение топологического давления и топологической энтропии. Эти объекты определяются для динамической системы (X, α) , где X – компактное метрическое пространство с метрикой d .

Определение использует так называемые (n, ε) -стягивающие подмножества X . Для каждого $n \in \mathbb{N}$ рассматривается метрика d_n на X , заданная формулой

$$d_n(x, y) := \max_{i=0, n-1} d(\alpha^i(x), \alpha^i(y)),$$

где d – исходная метрика на X . Для каждого $\varepsilon > 0$ подмножество $E \subset X$ называется (n, ε) -*стягивающим*, если оно является ε -сетью для X по отношению к метрике d_n , т. е. для любого $x \in X$ существует $y \in E$, такой что $d_n(x, y) < \varepsilon$.

Определение *топологической энтропии* дается следующим образом:

$$h(\alpha) := \ln \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \inf \left\{ |E|^{1/n} : E - (n, \varepsilon)\text{-стягивающее} \right\}. \quad (4)$$

Топологическое давление является (взвешенным) обобщением понятия топологической энтропии. Именно, для каждой положительной функции $a \in C(X)$ *топологическое давление* $P(\alpha, \ln a)$ задается формулой

$$P(\alpha, \ln a) := \ln \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \inf \left\{ \left(\sum_{y \in E} \prod_{i=0}^{n-1} a(\alpha^i(y)) \right)^{1/n} : E - (n, \varepsilon)\text{-стягивающее} \right\}.$$

Ясно, что $h(\alpha) = P(\alpha, 0)$.

Введем теперь числовые характеристики, которые будут использоваться для оценивания энтропии, спектрального потенциала и топологического давления.

Всюду в дальнейшем будем предполагать, что α – конечнолистное накрытие X , т. е. удовлетворяет условию

$$\sup_{x \in X} |\alpha^{-1}(x)| < \infty, \quad (5)$$

Положим

$$\omega(\alpha) := \ln \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in X} |\alpha^{-n}(x)|^{1/n}. \quad (6)$$

Мы называем число $\omega(\alpha)$ *разветвленностью*, так как оно оценивает скорость разрастания прообразов α .

В случае, когда X – метрическое пространство мы полагаем

$$\gamma(\alpha) := \ln \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \inf \left\{ |\alpha^n(E)|^{1/n} : E - (n, \varepsilon)\text{-стягивающее для } X \right\}. \quad (7)$$

Сравнивая формулы (4) и (7) мы естественным образом называем $\gamma(\alpha)$ *форвард-энтропией*.

Так как $|\alpha^n(E)| \leq |E|$, то из определений (4) и (7) следует, что

$$\gamma(\alpha) \leq h(\alpha). \quad (8)$$

Можно привести примеры, когда $\gamma(\alpha) < h(\alpha)$ (см., напр., лемму 2), поэтому в общей ситуации $\gamma(\alpha)$ и $h(\alpha)$ – разные характеристики α .

Легко проверить, что для локального гомеоморфизма α выполняется

$$\omega(\alpha) \leq h(\alpha). \quad (9)$$

При этом, например, для обратимого α имеем $\omega(\alpha) = 0$, в то время как (выбирая подходящее обратимое отображение α) $h(\alpha)$ может быть любым неотрицательным числом (см., напр., [1, § 7.3]).

Поэтому $\omega(\alpha)$ и $h(\alpha)$ – различные характеристики α .

Л е м м а 1. *Для характеристик $h(\alpha)$, $\gamma(\alpha)$ и $\omega(\alpha)$ выполняется неравенство*

$$h(\alpha) \leq \gamma(\alpha) + \omega(\alpha). \quad (10)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о вытекает из соотношений

$$\begin{aligned} h(\alpha) &= \ln \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \inf \left\{ |E|^{1/n} : E - (n, \varepsilon)\text{-стягивающее} \right\} \leq \\ &\leq \ln \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \left[\inf \left\{ |\alpha^n(E)|^{1/n} : E - (n, \varepsilon)\text{-стягивающее} \right\} \times \sup_{x \in X} |\alpha^{-n}(x)|^{1/n} \right] \leq \\ &\leq \ln \left[\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \inf \left\{ |\alpha^n(E)|^{1/n} : E - (n, \varepsilon)\text{-стягивающее} \right\} \times \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in X} |\alpha^{-n}(x)|^{1/n} \right] = \\ &= \gamma(\alpha) + \omega(\alpha). \quad \square \end{aligned}$$

Из данной леммы и наблюдения (8) вытекает

С л е д с т в и е 1. В условиях, когда выполняется неравенство (9), имеет место

(i) если $\omega(\alpha) = 0$, то $h(\alpha) = \gamma(\alpha)$,

(ii) если $\gamma(\alpha) = 0$, то $h(\alpha) = \omega(\alpha)$.

З а м е ч а н и е. Неравенство в (10) может быть строгим, и равенства $h(\alpha) = \gamma(\alpha)$ и $h(\alpha) = \omega(\alpha)$ могут иметь место не только в случае, когда второе слагаемое (т. е. $\omega(\alpha)$ или $\gamma(\alpha)$ соответственно) равно 0 (см. пример далее).

Далее мы будем использовать объект типа спектрального потенциала, с помощью которого результаты представляются в наглядном виде.

Пусть (X, α) – динамическая система, удовлетворяющая условию (5). Для каждой неотрицательной функции $a \in C(X)$ мы полагаем

$$\ell(\alpha, a) := \ln \limsup_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in X} \alpha \left(\sum_{y \in \alpha^{-n}(x)} \prod_{i=0}^{n-1} a(\alpha^i(y)) \right)^{1/n}, \quad (11)$$

где принято соглашение $\ln 0 = -\infty$. Число $\ell(\alpha, a)$ называется *потенциалом Перрона–Фробениуса*.

З а м е ч а н и е. Заметим, что $\ell(\alpha, a)$ – логарифм «спектрального радиуса» оператора Перрона–Фробениуса A , ассоциированного с (X, α) . Здесь выражение «спектральный радиус» взято в кавычки, поскольку, в общем случае когда α не является локальным гомеоморфизмом формула (1) не определяет оператора в $C(X)$.

Следующий результат связывает топологическое давление со спектральным потенциалом Перрона–Фробениуса с помощью форвард-энтропии $\gamma(\alpha)$.

Т е о р е м а 1. Пусть X – компактное метрическое пространство, $\alpha: X \rightarrow X$ – локальный гомеоморфизм и $a \in C(X)$ – положительная функция, тогда

$$P(\alpha, \ln a) - \gamma(\alpha) \leq \ell(\alpha, a) \leq P(\alpha, \ln a).$$

С л е д с т в и е 2. В условиях теоремы 1, если $\gamma(\alpha) = 0$, то $P(\alpha, \ln a) = \ell(\alpha, a)$.

З а м е ч а н и е. Если $\gamma(\alpha) > 0$, то может возникнуть ситуация

$$P(\alpha, \ln a) - \gamma(\alpha) = \ell(\alpha, a) < P(\alpha, \ln a).$$

В самом деле, пусть $\alpha: X \rightarrow X$ – гомеоморфизм. Тогда $\omega(\alpha) = 0$ и $h(\alpha) = \gamma(\alpha)$. Выбирая подходящие X и α можем предполагать, что $h(\alpha) = \gamma(\alpha)$ – любое (наперед заданное) положительное число. Для этих X и α выберем $a = 1$. Тогда $\ell(a, 1) = 0$ и

$$P(\alpha, \ln 1) = P(\alpha, 0) = h(\alpha) = \gamma(\alpha) > 0.$$

Теорема 1 показывает важность форвард-энтропии $\gamma(\alpha)$. Эта характеристика легко вычисляется в присутствии следующего свойства.

С в о й с т в о (*). Для любой пары (n, ε) , $n \in \mathbb{N}$, $\varepsilon > 0$ существует конечное множество $F(n, \varepsilon) \subset X$, такое, что множество $\alpha^{-n}(F(n, \varepsilon))$ – (n, ε) -стягивающее и $\lim_{(n \rightarrow \infty)} |F(n, \varepsilon)|^{1/n} = 1$.

Это свойство выглядит несколько сложно. Частным (более удобным) вариантом является

С в о й с т в о ().** Для любого $\varepsilon > 0$ существует конечное множество $F(\varepsilon) \subset X$, такое, что для каждого $n \in \mathbb{N}$ множество $\alpha^{-n}(F(\varepsilon))$ является (n, ε) -стягивающим.

Ясно, что свойство (**) влечет свойство (*), так как можно просто положить $F(n, \varepsilon) := F(\varepsilon)$ для всех $n \in \mathbb{N}$.

Л е м м а 2. Если α обладает свойством (*), то $\gamma(\alpha) = 0$ (и, следовательно, $h(\alpha) = \omega(\alpha)$).

Д о к а з а т е л ь с т в о. По определению $\gamma(\alpha)$ (7) имеем

$$\gamma(\alpha) \leq \ln \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \left| \alpha^n(\alpha^{-n}(F(n, \varepsilon))) \right|^{1/n} = \ln \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} |F(n, \varepsilon)|^{1/n} = 0. \quad \square$$

Из леммы 2 и теоремы 1 вытекает

Т е о р е м а 2. Если α обладает свойством (*), то $P(\alpha, \ln a) = \ell(\alpha, a)$.

Приводимая ниже лемма 3 представляет широкий класс динамических систем, обладающих свойством (**) (а, значит, и свойством (*)).

Напомним, что отображение $\alpha: X \rightarrow X$ метрического пространства (X, d) называется *несжимающим*, если существует $r > 0$, такое, что неравенство $d(x, y) \leq r$ влечет неравенство $d(\alpha(x), \alpha(y)) \geq d(x, y)$.

Л е м м а 3. *Если отображение $\alpha: X \rightarrow X$ является несжимающим и открытым, то оно обладает свойством (**).*

Из леммы 2, теоремы 2 и леммы 3 вытекает

Т е о р е м а 3. *Пусть $\alpha: X \rightarrow X$ – непрерывное и несжимающее отображение. Тогда*

(i) $\gamma(\alpha) = 0$ и, соответственно, $h(\alpha) = \omega(\alpha)$;

(ii) $P(\alpha, \ln a) = \ell(\alpha, a)$.

З а м е ч а н и е. Свойства (i) и (ii) для растягивающих диффеоморфизмов компактных гладких многообразий анонсированы без доказательств в [7].

Следующий пример показывает, что неравенство в (10) может быть строгим.

П р и м е р. Пусть $X = S^1 \sqcup Y$, где S^1 – единичная окружность $S^1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ и Y – некоторое компактное метрическое пространство. Положим $\alpha := \alpha_1 \oplus \alpha_2$, где $\alpha_1(z) = z^N$, $z \in S^1$, а α_2 – гомеоморфизм Y . По теореме 3 (i) $\gamma(\alpha_1) = 0$ и $h(\alpha_1) = \omega(\alpha_1) = \ln N$ (последнее равенство вытекает непосредственно из (6)). С другой стороны, так как α_2 – гомеоморфизм, то $\omega(\alpha_2) = 0$, и поэтому $\gamma(\alpha_2) = h(\alpha_2)$. Выбирая подходящим образом Y и α_2 мы можем считать, что $\gamma(\alpha_2) = h(\alpha_2)$ – произвольное наперед заданное неотрицательное число. Заметим также, что $\omega(\alpha) = \omega(\alpha_1)$ и $\gamma(\alpha) = \gamma(\alpha_2)$. Следовательно

$$h(\alpha) = \max\{h(\alpha_1), h(\alpha_2)\} = \max\{\omega(\alpha_1), \gamma(\alpha_2)\} = \max\{\omega(\alpha), \gamma(\alpha)\}.$$

В частности, если $\gamma(\alpha_2) > 0$, то

$$h(\alpha) < \omega(\alpha) + \gamma(\alpha).$$

Отметим также, что такой конструкцией мы можем получить $h(\alpha) = \omega(\alpha)$ или $h(\alpha) = \gamma(\alpha)$ и при этом $\gamma(\alpha) \neq 0$ и $\omega(\alpha) \neq 0$.

Спектральный потенциал и топологическое давление. Переходим к описанию связей между спектральным потенциалом $\lambda(\psi)$ и топологическим давлением. В этом разделе предполагается, что A – заданный трансфер-оператор для динамической системы (X, α) , которая удовлетворяет условию (5); и A_ψ , $\lambda(\psi)$ и $\ell(\alpha, a)$ определены соответственно формулами (2), (3) и (11). В такой ситуации трансфер-оператор A имеет вид

$$[Af](x) = \sum_{y \in \alpha^{-1}(x)} \rho(y)f(y), \quad f \in C(X), \quad x \in X,$$

где ρ – некоторая неотрицательная функция на X . Функцию ρ обычно называют *коциклом*, ассоциированным с трансфер-оператором A .

Коцикл ρ обладает весьма специальными свойствами. Некоторые из них описаны ниже.

Точку $x \in X$ будем называть

точкой локальной инъективности (ТЛИ), если у нее существует окрестность $U(x)$, такая, что отображение $\alpha: U(x) \rightarrow X$ инъективно;

точкой локальной открытости (ТЛО), если для любой ее окрестности $U(x)$ образ $\alpha(U(x))$ содержит некоторую окрестность точки $\alpha(x)$;

точкой локального гомеоморфизма (ТЛГ), если x и $\alpha(x)$ обладают α -гомеоморфными окрестностями.

Л е м м а 4. *При выполнении условия (5) имеет место*

а) *если $\rho(x_0) = 0$, то ρ – непрерывная функция в точке x_0 ;*

б) *если $\rho(x_0) \neq 0$, то ρ непрерывна в x_0 тогда и только тогда, когда x_0 – ТЛИ;*

в) *если $\rho(x_0) \neq 0$, то x_0 – ТЛО;*

г) *если $\rho(x_0) \neq 0$, то x_0 – ТЛГ тогда и только тогда, когда она – ТЛГ.*

Следующее наблюдение связывает спектральный потенциал $\lambda(\psi)$, определенный в (3), и спектральный потенциал Перрона–Фробениуса $\ell(\alpha, a)$, определенный в (11).

Т е о р е м а 4. Пусть α обладает свойством (5) и ρ – непрерывная функция в частности, это справедливо, если $\alpha: X \rightarrow X$ – локальный гомеоморфизм. Тогда

$$\lambda(\psi) = \ell(\alpha, \rho e^\psi).$$

Данное утверждение вместе с результатами раздела «Спектральный потенциал Перрона–Фробениуса и топологическое давление» позволяет связать спектральный потенциал с топологическим давлением.

Т е о р е м а 5. Пусть X – компактное метрическое пространство и α – локальный гомеоморфизм. Если α обладает свойством (*) и ρ – строго положительная функция, то

$$\lambda(\psi) = P(\alpha, \psi + \ln \rho).$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Положим $a_\psi := \rho e^\psi$. Применяя теоремы 4 и 1 получаем

$$\lambda(\psi) = \ell(\alpha, a_\psi) = P(\alpha, \ln a_\psi) = P(\alpha, \psi + \ln \rho). \quad \square$$

Используя в приведенном доказательстве теорему 3 вместо теоремы 1 мы приходим к следующему утверждению.

Т е о р е м а 6. Пусть X – компактное метрическое пространство, $\alpha: X \rightarrow X$ – непрерывное, несжимающее, открытое отображение и ρ – строго положительная функция, тогда

$$\lambda(\psi) = P(\alpha, \psi + \ln \rho).$$

Список использованных источников

1. Walters, P. An introduction to ergodic theory / P. Walters // Graduate Texts in Mathematics. – New York; Berlin: Springer-Verlag, 1982. – Vol. 79.
2. Bowen, R. Equilibrium states and the ergodic theory of Anosov diffeomorphisms / R. Bowen // Lecture Notes in Mathematics. – Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1975. – Vol. 470. <https://doi.org/10.1007/bfb0081279>
3. Ruelle, D. Thermodynamic formalism / D. Ruelle // Encyclopedia of Math. and its Appl., Reading, Mass. – Addison-Wesley, 1978. – Vol. 5.
4. Walters, P. Invariant measures and equilibrium states for some mappings which expand distances / P. Walters // Trans. Am. Math. Soc. – 1978. – Vol. 236. – P. 121–153. <https://doi.org/10.1090/s0002-9947-1978-0466493-1>
5. Латушкин, Ю. Д. Операторы взвешенного сдвига на топологической марковской цепи / Ю. Д. Латушкин, А. М. Степин // Функц. анализ и его приложения. – 1988. – Т. 22, № 4. – С. 86–87.
6. Ruelle, D. The thermodynamic formalism for expanding maps / D. Ruelle // Comm. Math. Phys. – 1989. – Vol. 125, N 2. – P. 239–262. <https://doi.org/10.1007/bf01217908>
7. Лебедев, А. Спектральный радиус оператора взвешенного сдвига, вариационные принципы и топологическое давление / А. Лебедев, О. Маслак // Spectral and evolutionary problems. Proceedings of the Eighth Crimean Autumn Mathematical School Symposium (Simferopol, 1998). – Moscow, 1998. – P. 26–34.
8. Fan, A. H. On Ruelle–Perron–Frobenius Operators. I. Ruelle’s Theorem / A. H. Fan, Y. P. Jiang // Commun. Math. Phys. – 2001. – Vol. 223, N 1. – P. 125–141. <https://doi.org/10.1007/s002200100538>
9. Przytycki, F. Conformal Fractals: Ergodic Theory Methods, London Mathematical Society Lecture Note Series 371 / F. Przytycki, M. Urbanski. – Cambridge University Press, 2010. <https://doi.org/10.1017/cbo9781139193184>
10. Bardadyn, K. Spectrum of weighted isometries: C^* -algebras, transfer operators and topological pressure / K. Bardadyn, B. K. Kwasiński // Israel J. Math. – 2021. – Vol. 246, N 1. – P. 149–210. <https://doi.org/10.1007/s11856-021-2246-6>

References

1. Walters P. An introduction to ergodic theory. *Graduate Texts in Mathematics*, vol. 79. New York, Berlin, Springer-Verlag, 1982.
2. Bowen R. Equilibrium states and the ergodic theory of Anosov diffeomorphisms. *Lecture Notes in Mathematics*, vol. 470. Berlin, Heidelberg, New York, Springer, 1975. <https://doi.org/10.1007/bfb0081279>
3. Ruelle D. Thermodynamic formalism. *Encyclopedia of Math. and its Appl.*, Vol. 5, Reading, Mass. Addison-Wesley, 1978.
4. Walters P. Invariant measures and equilibrium states for some mappings which expand distances. *Transactions of the American Mathematical Society*, 1978, vol. 236, pp. 121–153. <https://doi.org/10.1090/s0002-9947-1978-0466493-1>
5. Latushkin Yu. D., Stepin A. M. Weighted shift operators on a topological Markov chain. *Functional Analysis and Its Applications*, 1988, vol. 22, no. 4, pp. 330–331. <https://doi.org/10.1007/bf01077431>

6. Ruelle D. The thermodynamic formalism for expanding maps. *Communications in Mathematical Physics*, 1989, vol. 125, no. 2, pp. 239–262. <https://doi.org/10.1007/bf01217908>
7. Lebedev A., Maslak O. Spectral radius of weighted shift operator, variational principles and topological pressure. *Spectral and evolutionary problems. Proceedings of the Eighth Crimean Autumn Mathematical School Symposium (Simferopol, 1998)*. Moscow, 1998, pp. 26–34 (in Russian).
8. Fan A. H., Jiang Y. P. On Ruelle–Perron–Frobenius Operators. I. Ruelle Theorem. *Communications in Mathematical Physics*, 2001, vol. 223, no. 1, pp. 125–141. <https://doi.org/10.1007/s002200100538>
9. Przytycki F., Urbanski M. *Conformal Fractals: Ergodic Theory Methods*, London Mathematical Society Lecture Note Series 371. Cambridge University Press, 2010. <https://doi.org/10.1017/cbo9781139193184>
10. Bardadyn K., Kwasniewski B. K. Spectrum of weighted isometries: C^* -algebras, transfer operators and topological pressure. *Israel Journal of Mathematics*, 2021, vol. 246, no. 1, pp. 149–210. <https://doi.org/10.1007/s11856-021-2246-6>

Информация об авторах

Бакhtин Виктор Иванович – д-р физ.-мат. наук, профессор. Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: bakhtin@tut.by.

Иванишко Ия Александровна – канд. физ.-мат. наук, ст. преподаватель. Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: iya.ivanishko@gmail.com.

Лебедев Андрей Владимирович – д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой. Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: lebedev@bsu.by.

Information about the authors

Bakhtin Victor I. – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor. Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: bakhtin@tut.by.

Ivanishko Iya A. – Ph. D. (Physics and Mathematics), Senior Lecturer. Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: iya.ivanishko@gmail.com.

Lebedev Andrei V. – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Department. Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: lebedev@bsu.by.

ФИЗИКА

PHYSICS

UDC 539.12

<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-574-586>

Received 10.08.2022

Поступило в редакцию 10.08.2022

Alina V. Ivashkevich¹, Anton V. Bury¹, Elena M. Ovsiyuk², Vasily V. Kisel³,
Viktor M. Red'kov¹

¹*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

²*Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin, Mozyr, Republic of Belarus*

³*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus*

**MASSLESS SPIN 2 PARTICLE: CYLINDRICAL SYMMETRY,
PROJECTIVE OPERATORS, GAUGE DEGREES OF FREEDOM**

(Communicated by Corresponding Member Dmitry S. Mogilevtsev)

Abstract. In the present paper, we have developed the theory of a massless spin 2 particle. We apply the matrix equation in Minkowski space-time, specifying it in cylindrical coordinates t, r, ϕ, z and tetrad. By diagonalizing energy operators, the third projection of total angular momentum, and the third projection of linear momentum, we derive the system of 39 differential equations in a polar coordinate r . In order to resolve this system, we apply the Fedorov–Gronskiy method based on the projective operator method. In accordance with this method, the dependence of all 39 functions is determined only by five different functions of the polar variable r that in the considered case are expressed in terms of Bessel functions. We find the explicit form of six independent solutions of the basic matrix equation. In order to eliminate gauge degrees of freedom, we use the general structure of gauge solutions according to the Pauli–Fierz approach, when the gauge solutions for the spin 2 field are constructed on the basis of the exact solution for a massless spin 1 field (in Bessel functions as well). In this way, we find the explicit form of two independent gauge solutions for the spin 2 field. In the end, we derive the explicit form of two gauge-free solutions for the massless spin 2 field, as should be expected by physical reason.

Keywords: massless particles, spin 2, matrix Fedorov–Regge equation, cylindrical symmetry, projective operators, exact solutions, Bessel functions, Pauli–Fierz theory, gauge degrees of freedom

For citation. Ivashkevich A. V., Bury A. V., Ovsiyuk E. M., Kisel V. V., Red'kov V. M. Massless spin 2 particle: cylindrical symmetry, projective operators, gauge degrees of freedom. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 6, pp. 574–586. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-574-586>

А. В. Ивашкевич¹, А. В. Бурый¹, Е. М. Овсиюк², В. В. Кисель³, В. М. Редьков¹

¹*Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

²*Мозырский государственный педагогический университет имени И. П. Шамякина, Мозырь, Республика Беларусь*

³*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Республика Беларусь*

**БЕЗМАССОВАЯ ЧАСТИЦА СО СПИНОМ 2: ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ СИММЕТРИЯ,
ПРОЕКТИВНЫЕ ОПЕРАТОРЫ, КАЛИБРОВОЧНЫЕ СТЕПЕНИ СВОБОДЫ**

(Представлено членом-корреспондентом Д. С. Могилевцевым)

Аннотация. Исследуется безмассовая частица со спином 2, при этом применяется матричное уравнение в цилиндрической тетраде пространства Минковского. На решениях диагонализуются операторы энергии, третьей проекции полного момента и третьей проекции импульса; после разделения переменных получена система из 39 уравнений по полярной координате r . Для нахождения решений этих уравнений используется метод Федорова–Гронского, основанный на теории проективных операторов. В соответствии с этим 39 функций выражаются через пять основных функций от переменной r , строящихся в терминах функций Бесселя. Найден явный вид шести независимых решений. Чтобы исключить калибровочные степени свободы, используется явный вид четырех калибровочных

решений, строящихся согласно теории Паули–Фирца на основе точных решений уравнения для безмассовой частицы со спином 1 в цилиндрических координатах. После исключения из шести решений четырех калибровочных найдены явные выражения для двух независимых решений, не содержащих калибровочных степеней свободы.

Ключевые слова: безмассовая частица, спин 2, матричное уравнение Федорова–Редже, цилиндрическая симметрия, проективные операторы, точные решения, функции Бесселя, теория Паули–Фирца, калибровочные степени свободы

Для цитирования. Безмассовая частица со спином 2: цилиндрическая симметрия, проективные операторы, калибровочные степени свободы / А. В. Ивашкевич [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 6. – С. 574–586. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-574-586>

Introduction. After the study by Pauli and Fierz [1–4] the theory of massive and massless fields with spin 2 has always attracted much attention [5–20]. Most of the studies were performed in the framework of 2-nd order differential equations. It is known that many specific difficulties may be avoided if from the very beginning we start with 1-st order systems. Apparently, the first systematic study of the theory of spin 2 fields within the first order formalism was done by F. I. Fedorov [5]. It turns out that this description requires a field function with 3 independent components. This theory was re-discovered and improved by Regee [6]. The first order approach is based from the very beginning on the general theory of relativistic wave equations by the Gel’fand–Yaglom [3] and the Lagrangian formalisms.

In the present paper we develop the theory of the massless spin 2 particle. We apply the matrix equation in Minkowski space-time, specifying it in cylindrical coordinates t, r, ϕ, z and tetrad. By diagonalizing the operators of the energy, the third projection of the total angular momentum, and the third projection of the linear momentum, we derive the system of 39 differential equations in polar coordinate r . In order to resolve this system, we apply the method by Fedorov–Gronskiy [7] based on the projective operator method. In accordance with this method, dependance of all 39 functions is determined by only five different functions of the polar variable r , which in the case under consideration are expressed in Bessel functions. We find in explicit form four independent solutions of the basic matrix equation. In order to eliminate the gauge degrees of freedom we use the general structure of gauge solutions according to Pauli–Fierz approach, when the gauge solutions for spin 2 field are constructed on the based of exact solution for massless spin 1 field (in Bessel functions as well). In this way, we find explicit form of two independent gauge solutions for spin 2 field. In the end, we derive explicit form of two gauge-free solutions for massless spin 2 field, as should be expected by physical reason.

The system of differential equations and projective operators. Let us start with the known system of differential equations which describes the spin 2 particle in cylindrical coordinates (we use results obtained in [20] for massive spin 2 particle, but now specified for the massless case). First we write down the first equation related to the scalar field:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}a_{m-1}h_1\varphi_2 - \frac{1}{\sqrt{2}}b_{m+1}h_3\varphi_3 - i\varepsilon h_0\varphi_1 - ikh_2\varphi_1 = 0.$$

Remaining equations are collected in five groups (we preserve notations from [20])

V_1, S_1, P_1

$$\begin{aligned} & -\sqrt{2}b_{m-1}d_1\varphi_2 + \sqrt{2}a_{m+1}d_3\varphi_3 - 3i\varepsilon h(r) + 2ikd_2\varphi_1 + 2i\varepsilon f_0\varphi_1 = 6h_0\varphi_1, \\ & \sqrt{2}a_{m+1}c_1\varphi_3 - \sqrt{2}b_{m-1}c_3\varphi_2 + 3ikh(r) + 2i\varepsilon d_2\varphi_1 + 2ikf_2\varphi_1 = 6h_2\varphi_1, \\ & 3\sqrt{2}a_{m+1}B_{12}\varphi_3 - \sqrt{2}b_{m-1}B_{21}\varphi_2 - \sqrt{2}a_{m+1}B_{23}\varphi_3 + 3\sqrt{2}b_{m-1}B_{32}\varphi_2 - \sqrt{2}b_{m-1}E_{10}\varphi_2 + \\ & \quad + \sqrt{2}a_{m+1}E_{30}\varphi_3 + 2\sqrt{2}b_{m-1}h_1\varphi_2 - 2\sqrt{2}a_{m+1}h_3\varphi_3 - \\ & -2ikB_{11}\varphi_1 - 2i\varepsilon E_{13}\varphi_1 - 6i\varepsilon E_{22}\varphi_1 - 2i\varepsilon E_{31}\varphi_1 - 4i\varepsilon h_0\varphi_1 + 2ikB_{33}\varphi_1 + 2ikE_{20}\varphi_1 + 12ikh_2\varphi_1 = 0, \\ & \sqrt{2}a_{m+1}B_{12}\varphi_3 - \sqrt{2}b_{m-1}B_{21}\varphi_2 - \sqrt{2}a_{m+1}B_{23}\varphi_3 + \\ & \quad + \sqrt{2}b_{m-1}B_{32}\varphi_2 + \sqrt{2}b_{m-1}E_{10}\varphi_2 - \sqrt{2}a_{m+1}E_{30}\varphi_3 + \\ & \quad + 2\sqrt{2}b_{m-1}h_1\varphi_2 - 2\sqrt{2}a_{m+1}h_3\varphi_3 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2i\varepsilon E_{13}\varphi_1 - 2i\varepsilon E_{22}\varphi_1 - 2i\varepsilon E_{31}\varphi_1 + 4i\varepsilon h_0\varphi_1 - 2ikB_{11}\varphi_1 + 2ikB_{33}\varphi_1 - 2ikE_{20}\varphi_1 + 4ikh_2\varphi_1 = 0, \\
& \sqrt{2}a_{m+1}B_{10}\varphi_3 + \sqrt{2}b_{m-1}B_{30}\varphi_2 + \sqrt{2}a_{m+1}E_{32}\varphi_3 - \sqrt{2}b_{m-1}E_{12}\varphi_2 + \\
& + 2ikE_{22}\varphi_1 + 4ikh_0\varphi_1 - 2i\varepsilon E_{20}\varphi_1 - 4i\varepsilon h_2\varphi_1 = 0, \\
& \sqrt{2}a_{m+1}B_{12}\varphi_3 + \sqrt{2}b_{m-1}B_{21}\varphi_2 + \sqrt{2}a_{m+1}B_{23}\varphi_3 + \\
& + \sqrt{2}b_{m-1}B_{32}\varphi_2 - 3\sqrt{2}b_{m-1}E_{10}\varphi_2 + 3\sqrt{2}a_{m+1}E_{30}\varphi_3 - \\
& - 2\sqrt{2}b_{m-1}h_1\varphi_2 + 2\sqrt{2}a_{m+1}h_3\varphi_3 + \\
& + 2i\varepsilon E_{13}\varphi_1 - 2i\varepsilon E_{22}\varphi_1 + 2i\varepsilon E_{31}\varphi_1 - 12i\varepsilon h_0\varphi_1 + 2ikB_{11}\varphi_1 - 2ikB_{33}\varphi_1 + 6ikE_{20}\varphi_1 + 4ikh_2\varphi_1 = 0, \\
& \frac{1}{3\sqrt{2}}a_{m+1}c_1\varphi_3 - \frac{1}{3\sqrt{2}}b_{m-1}c_3\varphi_2 - \frac{2}{3}i\varepsilon d_2\varphi_1 - ikf_0\varphi_1 + \frac{1}{3}ikf_2\varphi_1 - E_{20}\varphi_1 = 0, \\
& \frac{1}{3\sqrt{2}}a_{m+1}c_1\varphi_3 + \frac{1}{3}\sqrt{2}b_{m-1}c_3\varphi_2 + \frac{1}{3}i\varepsilon d_2\varphi_1 + \frac{1}{3}ikf_2\varphi_1 - ikc_2\varphi_1 + B_{11}\varphi_1 = 0, \\
& \frac{1}{3}\sqrt{2}b_{m-1}d_1\varphi_2 + \frac{1}{3\sqrt{2}}a_{m+1}d_3\varphi_3 + \frac{1}{3}i\varepsilon f_0\varphi_1 + \frac{1}{3}ikd_2\varphi_1 + i\varepsilon c_2\varphi_1 + E_{31}\varphi_1 = 0, \\
& \frac{1}{3\sqrt{2}}b_{m-1}d_1\varphi_2 + \frac{1}{3}\sqrt{2}a_{m+1}d_3\varphi_3 - \frac{1}{3}i\varepsilon f_0\varphi_1 - \frac{1}{3}ikd_2\varphi_1 - i\varepsilon c_2\varphi_1 - E_{13}\varphi_1 = 0, \\
& \frac{1}{3\sqrt{2}}b_{m-1}d_1\varphi_2 - \frac{1}{3\sqrt{2}}a_{m+1}d_3\varphi_3 - \frac{1}{3}i\varepsilon f_0\varphi_1 + i\varepsilon f_2\varphi_1 + \frac{2}{3}ikd_2\varphi_1 + E_{22}\varphi_1 = 0, \\
& \frac{1}{3}\sqrt{2}a_{m+1}c_1\varphi_3 + \frac{1}{3\sqrt{2}}b_{m-1}c_3\varphi_2 - \frac{1}{3}i\varepsilon d_2\varphi_1 - \frac{1}{3}ikf_2\varphi_1 + ikc_2\varphi_1 + B_{33}\varphi_1 = 0, \\
& \frac{1}{\sqrt{2}}a_{m+1}c_1\varphi_3 + \frac{1}{\sqrt{2}}b_{m-1}c_3\varphi_2 - B_{22}\varphi_1 = 0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}b_{m-1}d_1\varphi_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}a_{m+1}d_3\varphi_3 - B_{20}\varphi_1 = 0;
\end{aligned}$$

V_2, S_2, P_2

$$\begin{aligned}
& \sqrt{2}a_m c_2\varphi_1 - \sqrt{2}b_{m-2}f_1\varphi_4 - \frac{3}{2}\sqrt{2}a_m h(r) + 2ikc_3\varphi_2 + 2i\varepsilon d_1\varphi_2 = 6h_1\varphi_2, \\
& \sqrt{2}a_m B_{11}\varphi_1 - \sqrt{2}a_m B_{22}\varphi_1 + \sqrt{2}b_{m-2}B_{31}\varphi_4 - 2\sqrt{2}a_m h_2\varphi_1 - \\
& - 2i\varepsilon E_{12}\varphi_2 - 2i\varepsilon E_{21}\varphi_2 + 2ikB_{32}\varphi_2 + 4ikh_1\varphi_2 = 0, \\
& -\sqrt{2}a_m B_{20}\varphi_1 - \sqrt{2}b_{m-2}E_{11}\varphi_4 + \sqrt{2}a_m E_{31}\varphi_1 - 2\sqrt{2}a_m h_0\varphi_1 + 2ikB_{30}\varphi_2 + \\
& + 2ikE_{21}\varphi_2 - 2i\varepsilon E_{10}\varphi_2 - 4i\varepsilon h_1\varphi_2 = 0, \\
& \frac{1}{3\sqrt{2}}b_{m-2}f_1\varphi_4 - \frac{1}{3\sqrt{2}}a_m c_2\varphi_1 - \frac{1}{\sqrt{2}}a_m f_0\varphi_1 - \frac{1}{3}ikc_3\varphi_2 + \frac{2}{3}i\varepsilon d_1\varphi_2 + E_{10}\varphi_2 = 0, \\
& \frac{1}{3\sqrt{2}}b_{m-2}f_1\varphi_4 - \frac{1}{3\sqrt{2}}a_m c_2\varphi_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}a_m f_2\varphi_1 + \frac{2}{3}ikc_3\varphi_2 - \frac{1}{3}i\varepsilon d_1\varphi_2 + B_{32}\varphi_2 = 0, \\
& \frac{2}{3}\sqrt{2}a_m c_2\varphi_1 + \frac{1}{3}\sqrt{2}b_{m-2}f_1\varphi_4 + \frac{1}{3}ikc_3\varphi_2 + \frac{1}{3}i\varepsilon d_1\varphi_2 - B_{21}\varphi_2 = 0, \\
& \frac{1}{\sqrt{2}}a_m d_2\varphi_1 - i\varepsilon c_3\varphi_2 - ME_{12}\varphi_2 = 0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}a_m d_2\varphi_1 + ikd_1\varphi_2 + B_{30}\varphi_2 = 0, \\
& i\varepsilon c_3\varphi_2 + ikd_1\varphi_2 + E_{21}\varphi_2 = 0; \\
& \frac{3}{2}\sqrt{2}b_m h(r) - \sqrt{2}b_m c_2\varphi_1 + \sqrt{2}a_{m+2}f_3\varphi_5 + 2ikc_1\varphi_3 + 2i\varepsilon d_3\varphi_3 = 6h_3\varphi_3, \\
& \sqrt{2}a_{m+2}B_{13}\varphi_5 - \sqrt{2}b_m B_{22}\varphi_1 + \sqrt{2}b_m B_{33}\varphi_1 + 2\sqrt{2}b_m h_2\varphi_1 - \\
& - 2i\varepsilon E_{23}\varphi_3 - 2i\varepsilon E_{32}\varphi_3 - 2ikB_{12}\varphi_3 + 4ikh_3\varphi_3 = 0,
\end{aligned}$$

$$-\sqrt{2}b_m B_{20}\varphi_1 - \sqrt{2}b_m E_{13}\varphi_1 + \sqrt{2}a_{m+2}E_{33}\varphi_5 + 2\sqrt{2}b_m h_0\varphi_1 - 2ikB_{10}\varphi_3 + 2ikE_{23}\varphi_3 - 2i\varepsilon E_{30}\varphi_3 - 4i\varepsilon h_3\varphi_3 = 0;$$

V_3, S_3, P_3

$$\begin{aligned} \frac{1}{3\sqrt{2}}b_m c_2\varphi_1 - \frac{1}{3\sqrt{2}}a_{m+2}f_3\varphi_5 + \frac{1}{\sqrt{2}}b_m f_0\varphi_1 - \frac{1}{3}ikc_1\varphi_3 + \frac{2}{3}i\varepsilon d_3\varphi_3 + E_{30}\varphi_3 &= 0, \\ \frac{1}{3\sqrt{2}}b_m c_2\varphi_1 - \frac{1}{3\sqrt{2}}a_{m+2}f_3\varphi_5 - \frac{1}{\sqrt{2}}b_m f_2\varphi_1 + \frac{2}{3}ikc_1\varphi_3 - \frac{1}{3}i\varepsilon d_3\varphi_3 - B_{12}\varphi_3 &= 0, \\ \frac{2}{3}\sqrt{2}b_m c_2\varphi_1 + \frac{1}{3}\sqrt{2}a_{m+2}f_3\varphi_5 - \frac{1}{3}ikc_1\varphi_3 - \frac{1}{3}i\varepsilon d_3\varphi_3 - B_{23}\varphi_3 &= 0, \\ \frac{1}{\sqrt{2}}b_m d_2\varphi_1 - ikd_3\varphi_3 + B_{10}\varphi_3 = 0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}b_m d_2\varphi_1 + i\varepsilon c_1\varphi_3 + E_{32}\varphi_3 &= 0, \\ i\varepsilon c_1\varphi_3 + ikd_3\varphi_3 + E_{23}\varphi_3 &= 0; \end{aligned}$$

V_4, S_4, P_4

$$\begin{aligned} a_{m-1}B_{21}\varphi_2 + 2a_{m-1}h_1\varphi_2 - \sqrt{2}ikB_{31}\varphi_4 + \sqrt{2}i\varepsilon E_{11}\varphi_4 &= 0, \\ \frac{1}{\sqrt{2}}a_{m-1}d_1\varphi_2 - i\varepsilon f_1\varphi_4 - E_{11}\varphi_4 = 0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}a_{m-1}c_3\varphi_2 + ikf_1\varphi_4 + B_{31}\varphi_4 &= 0; \end{aligned}$$

V_5, S_5, P_5

$$\begin{aligned} -b_{m+1}B_{23}\varphi_3 + 2b_{m+1}h_3\varphi_3 - \sqrt{2}ikB_{13}\varphi_5 - \sqrt{2}i\varepsilon E_{33}\varphi_5 &= 0, \\ \frac{1}{\sqrt{2}}b_{m+1}d_3\varphi_3 + i\varepsilon f_3\varphi_5 + E_{33}\varphi_5 = 0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}b_{m+1}c_1\varphi_3 - ikf_3\varphi_5 + B_{13}\varphi_5 &= 0, \end{aligned}$$

where short notations for differential operators are used

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{d}{dr} + \frac{m}{r}, \quad a_{m+2} = \frac{d}{dr} + \frac{m+2}{r}, \quad a_{m+1} = \frac{d}{dr} + \frac{m+1}{r}, \quad a_{m-1} = \frac{d}{dr} + \frac{m-1}{r}, \\ b_m &= \frac{d}{dr} - \frac{m}{r}, \quad b_{m-2} = \frac{d}{dr} - \frac{m-2}{r}, \quad b_{m+1} = \frac{d}{dr} - \frac{m+1}{r}, \quad b_{m-1} = \frac{d}{dr} - \frac{m-1}{r}. \end{aligned}$$

According to Fedorov–Gronskiy method [7], the above system should be consistent with the following differential constraints (they permit us to transform the above system to algebraic form)

$$\begin{aligned} b_{m-1}\varphi_2 = C_1\varphi_1, \quad a_m\varphi_1 = C_3\varphi_2; \quad a_{m+1}\varphi_3 = C_2\varphi_1, \quad b_m\varphi_1 = C_5\varphi_3; \\ b_{m-2}\varphi_4 = C_4\varphi_2, \quad a_{m-1}\varphi_2 = C_7\varphi_4; \quad a_{m+2}\varphi_5 = C_6\varphi_3, \quad b_{m+1}\varphi_3 = C_8\varphi_5; \end{aligned}$$

we can assume identities $C_3 = C_1, C_5 = C_2, C_7 = C_4, C_8 = C_6$, they lead to equations for separate functions:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{m^2}{r^2} - X \right] \varphi_1 &= 0, \\ \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(m-1)^2}{r^2} - X \right] \varphi_2 &= 0, \quad \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(m+1)^2}{r^2} - X \right] \varphi_3 &= 0, \\ \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(m-2)^2}{r^2} - X \right] \varphi_4 &= 0, \quad \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(m+2)^2}{r^2} - X \right] \varphi_5 &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

where $X = C_3^2 = C_5^2 = C_7^2 = C_8^2$. Solutions of these equations should be in agree with the gauge solutions. Because, the gauge solution are expressed in terms of Bessel functions of the argument $z = \sqrt{\varepsilon^2 - k^2} r$

(see below), in equations (1) we should set $X = -(\varepsilon^2 - k^2)$. In this way, instead of (1) we get equations of Bessel type in the variable $z = \sqrt{\varepsilon^2 - k^2} r$:

$$\varphi_1 = L_1 J_m(z), \varphi_2 = L_2 J_{m-1}(z), \varphi_3 = L_3 J_{m+1}(z), \varphi_4 = L_4 J_{m-2}(z), \varphi_5(z) = L_5 J_{m+2}(z). \quad (2)$$

Eliminating the variables referring to the tensors of first and third ranks, we should get 13 equations for the variables $h, f_1, f_2, f_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3, f_0$. After performing calculations in the resulting algebraic system, we find 6 independent solutions (they are presented in Bessel form):

$$h(r) = 0, \quad \Psi_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ -J_{m-2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} J_m \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{2\sqrt{2}\varepsilon} iJ_{m-1} \\ 0 \\ \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{2\sqrt{2}\varepsilon} iJ_{m+1} \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \Psi_2 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -J_{m+2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} J_m \\ 0 \\ +\frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{2\sqrt{2}\varepsilon} iJ_{m-1} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{2\sqrt{2}\varepsilon} iJ_{m+1} \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \Psi_3 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}k} J_m \\ 0 \\ iJ_{m+1} \\ \frac{k}{\sqrt{2}\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}} J_m \\ 0 \\ +\frac{k}{2\varepsilon} iJ_{m-1} \\ 0 \\ -\frac{k}{2\varepsilon} iJ_{m+1} \\ 0 \end{vmatrix},$$

$$\Psi_4 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}k} J_m \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k}{\sqrt{2}\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}} J_m \\ -iJ_{m-1} \\ +\frac{k}{2\varepsilon} iJ_{m-1} \\ 0 \\ -\frac{k}{2\varepsilon} iJ_{m+1} \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \Psi_5 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\varepsilon}{k} J_m \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k\varepsilon}{k^2 - \varepsilon^2} J_m \\ 0 \\ -\frac{k}{\sqrt{2}\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}} iJ_{m-1} \\ J_m \\ -\frac{k}{\sqrt{2}\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}} iJ_{m+1} \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \Psi_6 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\varepsilon^2}{k^2 - \varepsilon^2} J_m \\ 0 \\ -\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}} iJ_{m-1} \\ 0 \\ -\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}} iJ_{m+1} \\ J_m \end{vmatrix}.$$

Gauge type solutions for massless spin 2 field. For massless spin 2 field there exist gauge solutions, which are defined through an arbitrary vector $L_c^C(x), c = 0, 1, 2, 3$; the symbol $C = (\text{Cart})$ designates Cartesian basis. In this way, the gauge scalar field $\bar{h}(x)$ is given by the formula

$$\bar{h}(x) = \bar{\Phi} = \partial_t L_0^C - \left(\partial_r + \frac{1}{r} \right) L_1^C - \frac{1}{r} \partial_\phi L_2^C - \partial_z L_3^C;$$

in turn, 10 components of the gauge symmetric tensor are given by the formula

$$\bar{f}_1 = \bar{\Phi}_{11} = 2\partial_r L_1^C + \frac{1}{2} \left[\partial_t L_0^C - \left(\partial_r + \frac{1}{r} \right) L_1^C - \frac{1}{r} \partial_\phi L_2^C - \partial_z L_3^C \right],$$

$$\bar{f}_2 = \bar{\Phi}_{22} = \frac{2}{r} L_1^C + \frac{2}{r} \partial_\phi L_2^C + \frac{1}{2} \left[\partial_t L_0^C - \left(\partial_r + \frac{1}{r} \right) L_1^C - \frac{1}{r} \partial_\phi L_2^C - \partial_z L_3^C \right],$$

$$\bar{f}_3 = \bar{\Phi}_{33} = 2\partial_z L_3^C + \frac{1}{2} \left[\partial_t L_0^C - \left(\partial_r + \frac{1}{r} \right) L_1^C - \frac{1}{r} \partial_\phi L_2^C - \partial_z L_3^C \right],$$

$$\bar{c}_1 = \bar{\Phi}_{23} = \frac{1}{r} \partial_\phi L_3^C + \partial_z L_2^C, \quad \bar{c}_2 = \bar{\Phi}_{31} = \partial_z L_1^C + \partial_r L_3^C, \quad \bar{c}_3 = \bar{\Phi}_{12} = -\frac{1}{r} L_2^C + \partial_r L_2^C + \frac{1}{r} \partial_\phi L_1^C,$$

$$\bar{d}_1 = \bar{\Phi}_{01} = \partial_t L_1^C + \partial_r L_0^C, \quad \bar{d}_2 = \bar{\Phi}_{02} = \partial_t L_2^C + \frac{1}{r} \partial_\phi L_0^C, \quad \bar{d}_3 = \bar{\Phi}_{03} = \partial_t L_3^C + \partial_z L_0^C;$$

$$\bar{f}_0 = \bar{\Phi}_{00} = 2\partial_t L_0^C - \frac{1}{2} \left[\partial_t L_0^C - \left(\partial_r + \frac{1}{r} \right) L_1^C - \frac{1}{r} \partial_\phi L_2^C - \partial_z L_3^C \right],$$

these relations are referred to Cartesian basis. Taking into account expressions for the gauge vector $L_c^C(x)$

$$L^{\text{Cart}}(t, r, \varphi, z) = e^{-i\epsilon t} e^{im\varphi} e^{ikz} \begin{vmatrix} L_0^C \\ L_1^C \\ L_2^C \\ L_3^C \end{vmatrix} = e^{-i\epsilon t} e^{im\varphi} e^{ikz} \begin{vmatrix} L_0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(L_3 - L_1) \\ \frac{-i}{\sqrt{2}}(L_3 + L_1) \\ L_2 \end{vmatrix},$$

the previous formulas transform to the following form (the total multiplier $e^{-i\epsilon t} e^{im\varphi} e^{ikz}$ is omitted):

$$\bar{h}(r) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) (L_3 - L_1) - \frac{m}{r\sqrt{2}} (L_3 + L_1) - i\epsilon L_0 - ikL_2;$$

$$\bar{f}_1(r) = +\sqrt{2} \frac{d}{dr} (L_3 - L_1) - \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) (L_3 - L_1) - \frac{m}{2\sqrt{2}r} (L_3 + L_1) - \frac{i\epsilon}{2} L_0 - \frac{ik}{2} L_2,$$

$$\bar{f}_2(r) = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) (L_3 - L_1) + \frac{\sqrt{2}}{r} (L_3 - L_1) + \frac{\sqrt{2}m}{r} (L_3 + L_1) - \frac{m}{2\sqrt{2}r} (L_3 + L_1) - \frac{i\epsilon}{2} L_0 - \frac{ik}{2} L_2,$$

$$\bar{f}_3(r) = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) (L_3 - L_1) - \frac{m}{2\sqrt{2}r} (L_3 + L_1) + 2ikL_2 - \frac{i\epsilon}{2} L_0 - \frac{ik}{2} L_2;$$

$$\bar{c}_1(r) = \frac{im}{r} L_2 + \frac{k}{\sqrt{2}} (L_3 + L_1), \quad \bar{c}_2(r) = \frac{d}{dr} L_2 + \frac{ik}{\sqrt{2}} (L_3 - L_1),$$

$$\bar{c}_3(r) = -\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{d}{dr} (L_3 + L_1) + \frac{i}{r\sqrt{2}} (L_3 + L_1) + \frac{im}{r\sqrt{2}} (L_3 - L_1);$$

$$\begin{aligned}\bar{d}_1(r) &= +\frac{d}{dr}L_0 - \frac{i\varepsilon}{\sqrt{2}}(L_3 - L_1), & \bar{d}_2(r) &= +\frac{im}{r}L_0 - \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}(L_3 + L_1), & \bar{d}_3(r) &= -i\varepsilon L_2 + ikL_0; \\ \bar{f}_0(r) &= +\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r}\right)(L_3 - L_1) + \frac{m}{2\sqrt{2}r}(L_3 + L_1) - 2i\varepsilon L_0 + \frac{i\varepsilon}{2}L_0 + \frac{ik}{2}L_2.\end{aligned}$$

For symmetric tensor, transition to cyclic basis is performed by means of the known linear transformation. After needed calculation, we obtain expressions for 10 components of the symmetric tensor in cyclic basis

$$\begin{aligned}\bar{f}_1(z) &= -\sqrt{2}\lambda\left(\frac{d}{dz} + \frac{m-1}{z}\right)L_1(z), & \bar{f}_3(z) &= \sqrt{2}\lambda\left(\frac{d}{dz} - \frac{m+1}{z}\right)L_3(z), \\ \bar{f}_2(z) &= \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda\left(\frac{d}{dz} - \frac{m-1}{z}\right)L_1(z) - \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda\left(\frac{d}{dz} + \frac{m+1}{z}\right)L_3(z) - \frac{1}{2}i(\varepsilon L_0(z) - 3kL_2(z)), \\ \bar{c}_1(z) &= \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda\left(\frac{d}{dz} - \frac{m}{z}\right)L_2(z) + ikL_3(z), & \bar{c}_3(z) &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda\left(\frac{d}{dz} + \frac{m}{z}\right)L_2(z) + ikL_1(z), \\ \bar{c}_2(z) &= \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda\left(\frac{d}{dz} - \frac{m-1}{z}\right)L_1(z) - \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda\left(\frac{d}{dz} + \frac{m+1}{z}\right)L_3(z) + \frac{1}{2}i(\varepsilon L_0 + kL_2(z)), \\ \bar{d}_1(z) &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda\left(\frac{d}{dz} + \frac{m}{z}\right)L_0(z) - i\varepsilon L_1(z), & \bar{d}_3(z) &= \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda\left(\frac{d}{dz} - \frac{m}{z}\right)L_0(z) - i\varepsilon L_3(z), \\ & & \bar{d}_2(z) &= i(kL_0(z) - \varepsilon L_2(z)), \\ \bar{f}_0(z) &= -\frac{\sqrt{2}}{4}\lambda\left(\frac{d}{dz} - \frac{m-1}{z}\right)L_1(z) + \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda\left(\frac{d}{dz} + \frac{m+1}{z}\right)L_3(z) - \frac{1}{2}i(3\varepsilon L_0(z) - kL_2(z)).\end{aligned}$$

Explicit expressions for four vectors $L_c^{(0,1,2,3)}$ in terms of Bessel functions are known; note notations $z = \sqrt{\varepsilon^2 - k^2} r$; let $\sqrt{\varepsilon^2 - k^2} = \lambda$ (to have the same dimension for all four solutions, we set $L = 1/\lambda$):

$$\begin{aligned}\bar{L}_0^{(0)} &= -i\varepsilon L J_m, & \bar{L}_2^{(0)} &= ikL J_m, & \bar{L}_1^{(0)} &= -\frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}}L J_{m-1}, & \bar{L}_3^{(0)} &= -\frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}}L J_{m+1}; \\ L_1^{(1)} &= -i J_{m-1}, & L_2^{(1)} &= 0, & L_3^{(1)} &= 0, & L_0^{(1)} &= \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}\varepsilon} J_m; \\ L_1^{(2)} &= 0, & L_2^{(2)} &= J_m, & L_3^{(2)} &= 0, & L_0^{(2)} &= -\frac{k}{\varepsilon} J_m; \\ L_1^{(3)} &= 0, & L_2^{(3)} &= 0, & L_3^{(3)} &= +i J_{m+1}, & L_0^{(3)} &= -\frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}\varepsilon} J_m.\end{aligned}\tag{3}$$

We substitute these expressions (3) in the formula for components of the gauge tensor. This results in

$$\begin{aligned}L_c^{(1)}, & \quad \bar{f}_1 = i\sqrt{2}\lambda J_{m-2}, \quad \bar{f}_2 = 0, \quad \bar{f}_3 = 0, \quad \bar{c}_1 = 0, \quad \bar{c}_2 = \frac{i\lambda}{\sqrt{2}}J_m, \quad \bar{c}_3 = kJ_{m-1}, \\ & \quad \bar{d}_1 = -\left(\frac{\lambda^2}{2\varepsilon} + \varepsilon\right)J_{m-1}, \quad \bar{d}_2 = ik\frac{\lambda}{\sqrt{2}\varepsilon}J_m, \quad \bar{d}_3 = -\frac{\lambda^2}{2\varepsilon}J_{m+1}, \quad \bar{f}_0 = -i\sqrt{2}\lambda J_m; \\ L_c^{(2)}, & \quad \bar{f}_1 = 0, \quad \bar{f}_2 = 2ikJ_m, \quad \bar{f}_3 = 0, \quad \bar{c}_1 = -\frac{\lambda}{\sqrt{2}}J_{m+1}, \quad \bar{c}_2 = 0, \quad \bar{c}_3 = -\frac{\lambda}{\sqrt{2}}J_{m-1}, \\ & \quad \bar{d}_1 = \frac{k\lambda}{\varepsilon\sqrt{2}}J_{m-1}, \quad \bar{d}_2 = -i\varepsilon\left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1\right)J_m, \quad \bar{d}_3 = \frac{k\lambda}{\varepsilon\sqrt{2}}J_{m+1}, \quad \bar{f}_0 = 2ikJ_m;\end{aligned}$$

$$L_c^{(3)}, \quad \begin{aligned} \bar{f}_1 = 0, \bar{f}_2 = 0, \bar{f}_3 = -\sqrt{2}i\lambda J_{m+2}, \bar{c}_1 = -kJ_{m+1}, \bar{c}_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}i\lambda J_m, \bar{c}_3 = 0, \\ \bar{d}_1 = \frac{\lambda^2}{2\varepsilon}J_{m-1}, \bar{d}_2 = -ik\frac{\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}}J_m, \bar{d}_3 = \left(\frac{\lambda^2}{2\varepsilon} + \varepsilon\right)J_{m+1}, \bar{f}_0 = \sqrt{2}i\lambda J_m. \end{aligned}$$

Verifying the gauge solutions. We should remind expressions for all 6 solutions from Section 2. With 4 vectors, $L_c^{(1)}, L_c^{(2)}, L_c^{(3)}, L_c^{(0)}$ we may associate corresponding 10-dimensional columns Q, R, S, T with the structure $\{f_i, c_i, d_i, f_0\}$:

$$L_c^{(1)} \Rightarrow Q, \quad \begin{aligned} \bar{f}_1 = i\sqrt{2}\lambda J_{m-2}, \bar{f}_2 = 0, \bar{f}_3 = 0, \bar{c}_1 = 0, \bar{c}_2 = \frac{i\lambda}{\sqrt{2}}J_m, \bar{c}_3 = kJ_{m-1}, \\ \bar{d}_1 = -\left(\frac{\lambda^2}{2\varepsilon} + \varepsilon\right)J_{m-1}, \bar{d}_2 = ik\frac{\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}}J_m, \bar{d}_3 = -\frac{\lambda^2}{2\varepsilon}J_{m+1}, \bar{f}_0 = -i\sqrt{2}\lambda J_m; \end{aligned}$$

$$L_c^{(2)} \Rightarrow R, \quad \begin{aligned} \bar{f}_1 = 0, \bar{f}_2 = 2ikJ_m, \bar{f}_3 = 0, \bar{c}_1 = -\frac{\lambda}{\sqrt{2}}J_{m+1}, \bar{c}_2 = 0, \bar{c}_3 = -\frac{\lambda}{\sqrt{2}}J_{m-1}, \\ \bar{d}_1 = \frac{k\lambda}{\varepsilon\sqrt{2}}J_{m-1}, \bar{d}_2 = -i\varepsilon\left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1\right)J_m, \bar{d}_3 = \frac{k\lambda}{\varepsilon\sqrt{2}}J_{m+1}, \bar{f}_0 = 2ikJ_m; \end{aligned}$$

$$L_c^{(3)} \Rightarrow S, \quad \begin{aligned} \bar{f}_1 = 0, \bar{f}_2 = 0, \bar{f}_3 = -\sqrt{2}i\lambda J_{m+2}, \bar{c}_1 = -kJ_{m+1}, \bar{c}_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}i\lambda J_m, \bar{c}_3 = 0, \\ \bar{d}_1 = \frac{\lambda^2}{2\varepsilon}J_{m-1}, \bar{d}_2 = -ik\frac{\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}}J_m, \bar{d}_3 = \left(\frac{\lambda^2}{2\varepsilon} + \varepsilon\right)J_{m+1}, \bar{f}_0 = \sqrt{2}i\lambda J_m; \end{aligned}$$

$$L_c^{(0)} \Rightarrow T, \quad \begin{aligned} \bar{f}_1 = \lambda J_{m-2}, \bar{f}_2 = -2\frac{k^2}{\lambda}J_m, \bar{f}_3 = \lambda J_{m+2}, \\ \bar{c}_1 = -\sqrt{2}ikJ_{m+1}, \bar{c}_2 = \lambda J_m, \bar{c}_3 = -\sqrt{2}ikJ_{m-1}, \\ \bar{d}_1 = \sqrt{2}i\varepsilon J_{m-1}, \bar{d}_2 = 2\frac{\varepsilon k}{\lambda}J_m, \bar{d}_3 = \sqrt{2}i\varepsilon J_{m+1}, \bar{f}_0 = -\frac{2\varepsilon^2}{\lambda}J_m. \end{aligned}$$

These 4 columns Q, R, S, T should be decomposed in linear combinations of solutions $\Psi_i, i = 1, \dots, 6$:

$$\begin{aligned} Q &= q_1\Psi_1 + q_2\Psi_2 + q_3\Psi_3 + q_4\Psi_4 + q_5\Psi_5 + q_6\Psi_6, \\ R &= r_1\Psi_1 + r_2\Psi_2 + r_3\Psi_3 + r_4\Psi_4 + r_5\Psi_5 + r_6\Psi_6, \\ S &= s_1\Psi_1 + s_2\Psi_2 + s_3\Psi_3 + s_4\Psi_4 + s_5\Psi_5 + s_6\Psi_6, \\ T &= t_1\Psi_1 + t_2\Psi_2 + t_3\Psi_3 + t_4\Psi_4 + t_5\Psi_5 + t_6\Psi_6; \end{aligned}$$

whence we derive 4 algebraic systems. The first system has the form

$$Q, \quad \begin{aligned} -i\sqrt{2}\lambda = q_1, \quad 0 = \sqrt{2}(q_4 - q_3)\lambda - 2q_5\varepsilon, \quad 0 = -q_2, \quad 0 = iq_3, \\ \frac{i\lambda}{\sqrt{2}} = q_1\lambda^2 + q_2\lambda^2 + \sqrt{2}q_3k\lambda - \sqrt{2}q_4k\lambda - 2q_5k\varepsilon - 2q_6\varepsilon^2, \\ k = -iq_4, \quad -\left(\frac{\lambda^2}{2\varepsilon} + \varepsilon\right) = -i\frac{\sqrt{2}(q_1 - q_2)\lambda^2 - 2(q_3 + q_4)k\lambda + 2\sqrt{2}\varepsilon(q_5k + q_6\varepsilon)}{4\lambda\varepsilon}, \\ ik\frac{\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}} = q_5, \quad -\frac{\lambda^2}{2\varepsilon} = i\frac{\sqrt{2}(q_1 - q_2)\lambda^2 - 2(q_3 + q_4)k\lambda - 2\sqrt{2}\varepsilon(q_5k + q_6\varepsilon)}{4\lambda\varepsilon}, \quad -i\sqrt{2}\lambda = q_6. \end{aligned}$$

Its solution reads

$$Q, \quad q_1 = -i\sqrt{2}\lambda, \quad q_2 = 0, \quad q_3 = 0, \quad q_4 = ik, \quad q_5 = ik \frac{\lambda}{\sqrt{2}\varepsilon}, \quad q_6 = -i\sqrt{2}\lambda.$$

The second system reads

$$\begin{aligned} R, \quad 0 &= -r_1, \quad 2ik = \frac{\sqrt{2}(r_4 - r_3)\lambda - 2r_5\varepsilon}{2k}, \quad 0 = -r_2, \quad -\frac{\lambda}{\sqrt{2}} = ir_3, \\ 0 &= r_1\lambda^2 + r_2\lambda^2 + \sqrt{2}r_3k\lambda - \sqrt{2}r_4k\lambda - 2r_5k\varepsilon - 2r_6\varepsilon^2, \quad -\frac{\lambda}{\sqrt{2}} = -ir_4, \\ \frac{k\lambda}{\varepsilon\sqrt{2}} &= -i \frac{\sqrt{2}(r_1 - r_2)\lambda^2 - 2(r_3 + r_4)k\lambda + 2\sqrt{2}\varepsilon(r_5k + r_6\varepsilon)}{4\lambda\varepsilon}, \quad -i\varepsilon \left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1 \right) = r_5, \\ \frac{k\lambda}{\varepsilon\sqrt{2}} &= i \frac{\sqrt{2}(r_1 - r_2)\lambda^2 - 2(r_3 + r_4)k\lambda - 2\sqrt{2}\varepsilon(r_5k + r_6\varepsilon)}{4\lambda\varepsilon}, \quad 2ik = r_6; \end{aligned}$$

its solution has a structure

$$R, \quad r_1 = 0, \quad r_2 = 0, \quad r_3 = i \frac{\lambda}{\sqrt{2}}, \quad r_4 = -i \frac{\lambda}{\sqrt{2}}, \quad r_5 = -i\varepsilon \left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1 \right), \quad r_6 = 2ik.$$

The third system reads

$$\begin{aligned} S, \quad 0 &= -s_1J_{m-2}, \quad 0 = \frac{\sqrt{2}(s_4 - s_3)\lambda - 2s_5\varepsilon}{2k} J_m, \quad -i\sqrt{2}\lambda J_{m+2} = -s_2J_{m+2}, \quad -kJ_{m+1} = is_3J_{m+1}, \\ \frac{1}{2}(-\sqrt{2})i\lambda J_m &= \frac{s_1\lambda^2 + s_2\lambda^2 + \sqrt{2}s_3k\lambda - \sqrt{2}s_4k\lambda - 2s_5k\varepsilon - 2s_6\varepsilon^2}{2\lambda^2} J_m, \quad 0 = -is_4J_{m-1}, \\ \frac{\lambda^2 J_{m-1}}{2\varepsilon} &= -i \frac{\sqrt{2}(s_1 - s_2)\lambda^2 - 2(s_3 + s_4)k\lambda + 2\sqrt{2}\varepsilon(s_5k + s_6\varepsilon)}{4\lambda\varepsilon} J_{m-1}, \quad -\frac{ik\lambda J_m}{\sqrt{2}\varepsilon} = s_5J_m, \\ \varepsilon \left(1 + \frac{\lambda^2}{2\varepsilon^2} \right) J_{m+1} &= i \frac{(\sqrt{2}(s_1 - s_2)\lambda^2 - 2(s_3 + s_4)k\lambda - 2\sqrt{2}\varepsilon(s_5k + s_6\varepsilon))}{4\lambda\varepsilon} J_{m+1}, \quad \sqrt{2}i\lambda J_m = s_6J_m; \end{aligned}$$

its solution reads

$$S, \quad s_1 = 0, \quad s_2 = i\sqrt{2}\lambda, \quad s_3 = -\frac{k}{i}, \quad s_4 = 0, \quad s_5 = -\frac{ik\lambda}{\sqrt{2}\varepsilon}, \quad s_6 = \sqrt{2}i\lambda.$$

The fourth system reads

$$T, \quad t_1 = -\lambda, \quad t_2 = -\lambda, \quad t_3 = -\sqrt{2}k, \quad t_4 = \sqrt{2}k, \quad t_5 = \frac{2k\varepsilon}{\lambda}, \quad t_6 = -\frac{2\varepsilon^2}{\lambda}.$$

So we have found 4 decompositions

$$\begin{aligned} Q &= -i\sqrt{2}\lambda\Psi_1 + ik\Psi_4 + ik \frac{\lambda}{\sqrt{2}\varepsilon} \Psi_5 - i\sqrt{2}\lambda\Psi_6, \\ R &= i \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \Psi_3 - i \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \Psi_4 - i\varepsilon \left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1 \right) \Psi_5 + 2ik\Psi_6, \\ S &= i\sqrt{2}\lambda\Psi_2 - \frac{k}{i} \Psi_3 - \frac{ik\lambda}{\sqrt{2}\varepsilon} \Psi_5 + \sqrt{2}i\lambda\Psi_6, \\ T &= -\lambda\Psi_1 - \lambda\Psi_2 - \sqrt{2}k\Psi_3 + \sqrt{2}k\Psi_4 + \frac{2k\varepsilon}{\lambda} \Psi_5 - \frac{2\varepsilon^2}{\lambda} \Psi_6. \end{aligned} \tag{4}$$

Because when finding 6 independent solutions in massless case it was shown that corresponding scalar function is equal to zero, $\bar{h}(r) = 0$, we have to calculate the component $\bar{h}(r)$ for each gauge vector $L_c^{(i)}$, $i = 1, 2, 3, 0$. First, we find the general expression for $\bar{h}(r)$:

$$\bar{h}(r) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) (L_3 - L_1) - \frac{m}{r\sqrt{2}} (L_3 + L_1) - i\varepsilon L_0 - ikL_2;$$

in the variable $z = \sqrt{\varepsilon^2 - k^2} r$, $\sqrt{\varepsilon^2 - k^2} = \lambda$ this equality reads

$$\bar{h}(z) = -\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \left(\frac{d}{dz} + \frac{1}{z} \right) (L_3 - L_1) - \lambda \frac{m}{z\sqrt{2}} (L_3 + L_1) - i\varepsilon L_0 - ikL_2,$$

after performing needed calculations, we obtain

$$\begin{aligned} L_c^{(1)}, \quad \bar{h}(z) &= i \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}} J_m - i \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}} J_m \equiv 0, \\ L_c^{(2)}, \quad \bar{h}(z) &= ikJ_m - ikJ_m \equiv 0, \\ L_c^{(3)}, \quad \bar{h}(z) &= -i \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}} J_m + i \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2}}{\sqrt{2}} J_m \equiv 0, \\ L_c^{(0)}, \quad \bar{h}(z) &= \sqrt{\varepsilon^2 - k^2} J_m - \sqrt{\varepsilon^2 - k^2} J_m \equiv 0. \end{aligned}$$

We conclude that for all 4 cases the gauge component $\bar{h}(r)$ turns out to be vanishing.

Eliminating the gauge degrees of freedom. As shown above, the four gauge solutions are decomposed on 6 independent solutions (see (4)). The six solutions Ψ_i can be considered as an orthogonal basis:

$$\Psi_i \Psi_j = \delta_{ij}, \quad i, j \in \{1, \dots, 6\}.$$

Let us search two solutions, which are decomposed in combination of 6 vectors Ψ_i :

$$\begin{aligned} \Phi^{(1)} &= \phi_1^{(1)} \Psi_1 + \phi_2^{(1)} \Psi_2 + \phi_3^{(1)} \Psi_3 + \phi_4^{(1)} \Psi_4 + \phi_5^{(1)} \Psi_5 + \phi_6^{(1)} \Psi_6, \\ \Phi^{(2)} &= \phi_1^{(2)} \Psi_1 + \phi_2^{(2)} \Psi_2 + \phi_3^{(2)} \Psi_3 + \phi_4^{(2)} \Psi_4 + \phi_5^{(2)} \Psi_5 + \phi_6^{(2)} \Psi_6; \end{aligned}$$

besides, these 2 solutions should be orthogonal to 4 gauge solutions

$$\begin{aligned} \Phi^{(1)} Q = 0, \quad \Phi^{(1)} R = 0, \quad \Phi^{(1)} S = 0, \quad \Phi^{(1)} T = 0; \\ \Phi^{(2)} Q = 0, \quad \Phi^{(2)} R = 0, \quad \Phi^{(2)} S = 0, \quad \Phi^{(2)} T = 0. \end{aligned}$$

It suffices to study only one equation (the index in brackets is omitted)

$$\Phi Q = 0, \quad \Phi R = 0, \quad \Phi S = 0, \quad \Phi T = 0. \tag{5}$$

In detailed form we get equations

$$\begin{aligned} (\phi_1 \Psi_1 + \phi_2 \Psi_2 + \phi_3 \Psi_3 + \phi_4 \Psi_4 + \phi_5 \Psi_5 + \phi_6 \Psi_6) \left(-i\sqrt{2}\lambda \Psi_1 + ik\Psi_4 + ik \frac{\lambda}{\sqrt{2}\varepsilon} \Psi_5 - i\sqrt{2}\lambda \Psi_6 \right) &= 0; \\ (\phi_1 \Psi_1 + \phi_2 \Psi_2 + \phi_3 \Psi_3 + \phi_4 \Psi_4 + \phi_5 \Psi_5 + \phi_6 \Psi_6) \left(i \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \Psi_3 - i \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \Psi_4 - i\varepsilon \left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1 \right) \Psi_5 + 2ik\Psi_6 \right) &= 0; \\ (\phi_1 \Psi_1 + \phi_2 \Psi_2 + \phi_3 \Psi_3 + \phi_4 \Psi_4 + \phi_5 \Psi_5 + \phi_6 \Psi_6) \left(i\sqrt{2}\lambda \Psi_2 - \frac{k}{i} \Psi_3 - \frac{ik\lambda}{\sqrt{2}\varepsilon} \Psi_5 + \sqrt{2}i\lambda \Psi_6 \right) &= 0; \end{aligned}$$

$$(\phi_1\Psi_1 + \phi_2\Psi_2 + \phi_3\Psi_3 + \phi_4\Psi_4 + \phi_5\Psi_5 + \phi_6\Psi_6) \times \\ \times \left(-\lambda\Psi_1 - \lambda\Psi_2 - \sqrt{2}k\Psi_3 + \sqrt{2}k\Psi_4 + \frac{2k\varepsilon}{\lambda}\Psi_5 - \frac{2\varepsilon^2}{\lambda}\Psi_6 \right) = 0.$$

Therefore, from conditions (5) we derive algebraic system of 4 equations

$$\begin{aligned} \phi_1(-i\sqrt{2}\lambda) + \phi_4(ik) + \phi_5\left(ik\frac{\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}}\right) + \phi_6(-i\sqrt{2}\lambda) &= 0, \\ \phi_3\left(i\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\right) + \phi_4\left(-i\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\right) + \phi_5\left(-i\varepsilon\left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1\right)\right) + \phi_6^{(1)}(2ik) &= 0, \\ \phi_2(i\sqrt{2}\lambda) + \phi_3\left(-\frac{k}{i}\right) + \phi_5\left(-\frac{ik\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}}\right) + \phi_6(\sqrt{2}i\lambda) &= 0, \\ \phi_1(-\lambda) + \phi_2(-\lambda) + \phi_3(-\sqrt{2}k) + \phi_4(\sqrt{2}k) + \phi_5\left(\frac{2k\varepsilon}{\lambda}\right) + \phi_6\left(-\frac{2\varepsilon^2}{\lambda}\right) &= 0. \end{aligned}$$

This system may presented in the matrix form $B_{4 \times 6}^{(1)}\Phi^{(1)} = 0$:

$$\begin{pmatrix} -i\sqrt{2}\lambda & . & . & ik & ik\frac{\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}} & -i\sqrt{2}\lambda \\ . & . & i\frac{\lambda}{\sqrt{2}} & -i\frac{\lambda}{\sqrt{2}} & -i\varepsilon\left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1\right) & 2ik \\ . & i\sqrt{2}\lambda & -\frac{k}{i} & . & -\frac{ik\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}} & \sqrt{2}i\lambda \\ -\lambda & -\lambda & -\sqrt{2}k & \sqrt{2}k & \frac{2k\varepsilon}{\lambda} & -\frac{2\varepsilon^2}{\lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \end{pmatrix} = 0.$$

The rank of the matrix B equals 3. We readily verify that after eliminating the fourth row we obtain matrix with the same rank 3. Thus, we have an equivalent system

$$\begin{pmatrix} -i\sqrt{2}\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{i\lambda}{\sqrt{2}} \\ 0 & i\sqrt{2}\lambda & -\frac{k}{i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} = -\phi_4 \begin{pmatrix} ik \\ -\frac{i\lambda}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} - \phi_5 \begin{pmatrix} \frac{ik\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}} \\ -i\varepsilon\left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1\right) \\ -\frac{ik\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}} \end{pmatrix} - \phi_6 \begin{pmatrix} -i\sqrt{2}\lambda \\ 2ik \\ \sqrt{2}i\lambda \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Because all parameters $\phi_i, i = 1, \dots, 6$, are fixed up to an arbitrary total multiplier, we can set $\phi_3 = 1$. In this way, from (6) we derive the simple solution

$$\begin{aligned} -i\sqrt{2}\lambda\phi_1 &= -ik\phi_4 - \frac{ik\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}}\phi_5 + i\sqrt{2}\lambda\phi_6, & \frac{i\lambda}{\sqrt{2}} &= \frac{i\lambda}{\sqrt{2}}\phi_4 + i\varepsilon\left(\frac{k^2}{\varepsilon^2} + 1\right)\phi_5 - 2ik\phi_6, \\ i\sqrt{2}\lambda\phi_2 + ik &= \frac{ik\lambda}{\sqrt{2\varepsilon}}\phi_5 - i\sqrt{2}\lambda\phi_6. \end{aligned}$$

The second equation permits us to eliminate ϕ_4 :

$$\phi_3 = 1, \phi_4 = 1 - \sqrt{2} \frac{k^2 + \varepsilon^2}{\varepsilon \lambda} \phi_5 + 2\sqrt{2} \frac{k}{\lambda} \phi_6,$$

$$\phi_1 = \frac{k}{\sqrt{2}\lambda} - \frac{k}{\varepsilon} \frac{\varepsilon^2 + 3k^2}{2\lambda^2} \phi_5 + 2 \frac{2k^2 - \varepsilon^2}{\lambda^2} \phi_6, \phi_2 = \frac{k}{2\varepsilon} \phi_5 - \phi_6 - \frac{k}{\sqrt{2}\lambda}.$$

Thus, we can fix 2 independent solutions as follows

$$\phi_3 = 1, \phi_5 = 1, \phi_6 = 0, \phi_4 = \frac{\lambda\varepsilon - \sqrt{2}(\varepsilon^2 + k^2)}{\lambda\varepsilon}, \phi_1 = \frac{(\sqrt{2}\lambda\varepsilon - \varepsilon^2 - 3k^2)k}{2\lambda^2\varepsilon}, \phi_2 = \frac{(\lambda - \sqrt{2}\varepsilon)k}{2\varepsilon\lambda};$$

$$\phi_3 = 1, \phi_5 = 0, \phi_6 = 1, \phi_4 = 2\sqrt{2} \frac{k}{\lambda}, \phi_1 = \frac{\lambda k + 2\sqrt{2}k^2 - \sqrt{2}\varepsilon^2 + \sqrt{2}k^2}{\sqrt{2}\lambda^2}, \phi_2 = -\frac{k}{\sqrt{2}\lambda} - 1.$$

So, we have found two gauge-free solutions for massless spin 2 field, as expected by physical reason.

References

1. Fierz M., Pauli W. On relativistic wave equations for particles of arbitrary spin in an electromagnetic field. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 1939, vol. 173, no. 953, pp. 211–232. <https://doi.org/10.1098/rspa.1939.0140>
2. Pauli W., Fierz M. Über relativistische Feldgleichungen von Teilchen mit beliebigem Spin im elektromagnetischen Feld. *Helvetica Physica Acta*, 1939, vol. 12, pp. 297–300 (in German).
3. Gel'fand I. M., Yaglom A. M. General relativistically invariant equations and infinite-dimensional representations of the Lorentz group. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1948, vol. 18, no. 8, pp. 703–733.
4. Fradkin E. S. To the theory of particles with higher spins. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1950, vol. 20, no. 1, pp. 27–38 (in Russian).
5. Fedorov F. I. To the theory of particles with spin 2. *Proceedings of Belarus State University, Seria Physics-Mathematics*, 1951, vol. 12, pp. 156–173 (in Russian).
6. Regge T. On the properties of spin 2 particles. *Nuovo Cimento*, 1957, vol. 5, no. 2, pp. 325–326. <https://doi.org/10.1007/bf02855242>
7. Gronskiy V. K., Fedorov F. I. Magnetic properties of a particle with spin 3/2. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 1960, vol. 4, no. 7, pp. 278–283 (in Russian).
8. Krylov B. V., Fedorov F. I. Equations of the first order for graviton. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 1967, vol. 11, no. 8, pp. 681–684 (in Russian).
9. Bogush A. A., Krylov B. V., Fedorov F. I. On matrices of the equations for spin 2 particles. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 1968, vol. 1, pp. 74–81 (in Russian).
10. Fedorov F. I. Equations of the first order for gravitational field. *Doklady of the Academy of Sciences of USSR*, 1968, vol. 179, no. 4, pp. 802–805 (in Russian).
11. Cox W. First-order formulation of massive spin-2 field theories. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1982, vol. 15, no. 1, pp. 253–268.
12. Kisel V. V. On relativistic wave equations for a spin 2 particle. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 1986, vol. 5, pp. 94–99 (in Russian).
13. Bogush A. A., Kisel V. V., Tokarevskaya N. G., Red'kov V. M. On equations for a spin 2 particle in external electromagnetic and gravitational fields. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2003, vol. 1, pp. 62–67 (in Russian).
14. Red'kov V. M., Tokarevskaya N. G., Kisel V. V. Graviton in a curved space-time background and gauge symmetry. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, 2003, vol. 6, no. 3, pp. 772–778.
15. Ovsiyuk E. M., Kisel V. V., Red'kov V. M. Maxwell electrodynamics and boson fields in spaces of constant curvature. New York, Nova Science Publishers Inc, 2014. 486 p.
16. Kisel V. V., Ovsiyuk E. M., Veko O. V., Red'kov V. M. Contribution of gauge degrees of freedom to the spin 2 field energy-momentum tensor. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2015, no. 2, pp. 58–63 (in Russian).
17. Kisel V. V., Ovsiyuk E. V., Veko O. V., Red'kov V. M. Non-relativistic approximation in the theory of a spin 2 particle. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2015, vol. 59, no. 3, pp. 21–27 (in Russian).

18. Ivashkevich A., Buryy A., Ovsyuk E., Balan V., Kisel V., Red'kov V. On the matrix equation for a spin 2 particle in pseudo-Riemannian space-time, tetrad method. *Proceedings of Balkan Society of Geometers*, 2021, vol. 28, pp. 45–66.

19. Bury A. V., Ivashkevich A. V., Ovsyuk E. M., Red'kov V. M. The structure of the plane waves for spin 2 field, massive and massless cases. *Problemy fiziki, matematiki i tekhniki = Problems of Physics, Mathematics and Technics*, 2021, vol. 47, no. 2, pp. 23–34 (in Russian).

20. Ivashkevich A. V., Semenyu O. A., Ovsyuk E. M., Kisel V. V., Red'kov V. M. Spin 2 particle, cylindric symmetry, projective operator method, external magnetic field. *Nelineinaya dinamika i prilozheniya: trudy 29 Mezhdunarodnogo seminara, Minsk, 21–24 iyunya 2022 g.* [Nonlinear Dynamics and Applications: Proceedings of the 29 Anniversary Seminar NPC-2022, Minsk, June 21–24, 2022]. Minsk, 2022, pp. 342–374 (in Russian).

Information about the authors

Ivashkevich Alina V. – Postgraduate Student. B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: ivashkevich.alina@yandex.by.

Bury Anton V. – Postgraduate Student. B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: anton.buryy.97@mail.ru.

Ovsyuk Elena M. – Ph. D. (Physics and Mathematics), Assistant Professor, Head of the Department. Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin (28, Studencheskaya Str., 247760, Mozyr, Republic of Belarus). E-mail: e.ovsyuk@mail.ru.

Kisel Vasily V. – Ph. D. (Physics and Mathematics), Assistant Professor. Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vasily_bspu@mail.ru.

Red'kov Viktor M. – D. Sc. (Physics and Mathematics), Chief Researcher. B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.redkov@dragon.bas-net.by.

Информация об авторах

Ивашкевич Алина Валентиновна – аспирант. Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: ivashkevich.alina@yandex.by.

Бурый Антон Васильевич – аспирант. Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: anton.buryy.97@mail.ru.

Овсюк Елена Михайловна – канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой. Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина (ул. Студенческая, 28, 247760, Мозырь, Гомельская обл., Республика Беларусь). E-mail: e.ovsyuk@mail.ru.

Кисель Василий Васильевич – канд. физ.-мат. наук, доцент. Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (ул. П. Бровки, 6, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vasily_bspu@mail.ru.

Редьков Виктор Михайлович – д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник. Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: redkov@dragon.bas-net.by.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

ХИМИЯ
CHEMISTRY

УДК 544.42+534.29
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-587-594>

Поступило в редакцию 28.09.2022
Received 28.09.2022

И. Э. Адзерихо¹, академик А. И. Кулак², С. М. Рачок¹, В. Т. Минченя³

¹Белорусская медицинская академия последипломного образования, Минск, Республика Беларусь

²Институт общей и неорганической химии Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Республика Беларусь

³Научно-технологический парк БНТУ «Политехник», Минск, Республика Беларусь

**КИНЕТИКА РАЗРУШЕНИЯ ФИБРИНОВЫХ СГУСТКОВ
ПОД ДЕЙСТВИЕМ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КАВИТАЦИИ**

Аннотация. Изучены кинетические особенности разрушения фибриновых сгустков *in vitro* под действием ультразвуковой кавитации, генерированной низкочастотным (36 КГц) с интенсивностью I_0 4,4–51,2 Вт/см² ультразвуком (УЗ), с использованием гибкого волновода-концентратора. Установлено, что скорость УЗ разрушения сгустков, погруженных в физиологический раствор, на начальных стадиях процесса пропорциональна I_0 в интервале 12–51 Вт/см², соответствует кинетике первого порядка и определяется протеканием эрозионных процессов без образования *D*-димеров и других продуктов фибринолиза при минимальном вкладе сонохимических реакций. Скорость разрушения сгустка максимальна в начальный момент времени и снижается при увеличении продолжительности УЗ воздействия (на 35 % за 1 мин и на 72 % к концу второй минуты при $I_0 = 51,2$ Вт/см²). Показано, что для увеличения полноты разрушения сгустка при минимально вводимой УЗ дозе целесообразно минимизировать время УЗ воздействия при использовании наиболее высоких значений УЗ интенсивности, ограниченных уровнем безопасного воздействия кавитации на сосудистую стенку, гемостаз и форменные элементы крови.

Ключевые слова: фибриновый сгусток, кинетика, тромболитизис, акустическая кавитация, стабильная и инерционная кавитация

Для цитирования. Кинетика разрушения фибриновых сгустков под действием ультразвуковой кавитации / И. Э. Адзерихо [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 6. – С. 587–594. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-587-594>

Igor E. Adzerikho¹, Academician Anatoly I. Kulak², Svetlana M. Rachok¹, Vladimir T. Minchenya³

¹Belarusian Medical Academy of Postgraduate Education, Minsk, Republic of Belarus

²Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

³Belarus Scientific and Technological Park of the BNTU “Polytechnic”, Minsk, Republic of Belarus

KINETICS OF FIBRIN CLOT DESTRUCTION UNDER ULTRASONIC CAVITATION

Abstract. We studied the kinetic features of fibrin clot destruction *in vitro* under the action of ultrasonic cavitation generated by low-frequency (36 kHz) ultrasound (US) with the intensity I_0 of 4.4–51.2 W/cm², using a flexible waveguide concentrator. It was established that the rate of US destruction of clots immersed in saline at the initial stage of the process is proportional to I_0 in the range of 12–51 W/cm², corresponds to first-order kinetics, and is determined by the erosive processes without the formation of *D*-dimers and other fibrinolysis products at a minimum contribution of sonochemical reactions. The clot destruction rate is maximum at the initial time moment and decreases with increasing the US exposure duration (by 35 % in 1 min and by 72 % by the end of the second minute at $I_0 = 51.2$ W/cm²). It was shown that in order to increase the completeness of clot destruction at a minimum administered US dose, it is advisable to minimize the US exposure time when using the highest values of the US intensity limited by the level of safe cavitation exposure to the vascular wall, hemostasis, and blood cells.

Keywords: fibrin clot, kinetics, thrombolysis, acoustic cavitation, stable and inertial (transient) cavitation

For citation. Adzerikho I. E., Kulak A. I., Rachok S. M., Minchenya V. T. Kinetics of fibrin clots destruction under ultrasonic cavitation. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 6, pp. 587–594 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-587-594>

Введение. Начиная с 1970-х годов в ряде работ исследовался процесс ультразвуковой (УЗ) ангиопластики с целью разрушения тромбов и атеросклеротических бляшек *in vitro* [1–4], *in vivo* [4–7] и в клиническом эксперименте [8; 9]. Значительный прогресс был достигнут при использовании гибких волноводно-катетерных систем, обеспечивающих введение мощного низкочастотного ультразвука внутрь пораженного сосуда [1; 4–8]. Дополнительное введение фибринолитических ферментов (стрептокиназа) [1; 7], тканевого активатора плазминогена [2; 3; 9], микропузырьков, усиливающих эффекты кавитации [2; 10], позволило активизировать эффекты тромболитика и достичь высокой степени разрушения артериальных тромбов.

Скорость и степень разрушения тромбов, как правило, возрастают с увеличением интенсивности ультразвука, причем наличие кавитации является определяющим фактором [2; 3]. Однако повышение интенсивности УЗ ограничивается появлением ряда негативных факторов, обусловленных повышением уровня риска повреждения эндотелия сосудистой стенки и перфорации сосудов, ингибированием ферментов крови [11], а также локальным повышением температуры в зоне кавитации. Поэтому поиск подходящей комбинации интенсивности ультразвука и длительности его воздействия, обеспечивающей сочетание приемлемого уровня безопасности с достаточно высокой эффективностью разрушения сгустка, является важной и актуальной задачей для медицинского применения высокоинтенсивного ультразвука.

С учетом изложенного, основной целью данной работы являлось изучение влияния интенсивности и продолжительности воздействия низкочастотного (36 кГц) ультразвука на кинетику *in vitro* процесса разрушения фибриновых сгустков и обоснование методологии определения оптимального сочетания УЗ интенсивности и длительности его воздействия для достижения заданной степени разрушения сгустка.

Экспериментальная часть. Бестромбоцитарную плазму приготавливали из свежей цитратной донорской крови (получена на Республиканской станции переливания крови Министерства здравоохранения Республики Беларусь) центрифугированием при 2000 g, 10 мин. Сгустки фибрина получали при комнатной температуре добавлением 0,02 мл тромбина (активность 50 NIH; Sigma-Aldrich) к 1 мл плазмы с последующей инкубацией в течение 30 мин. Полученную субстанцию помещали в U-образную ПВХ трубку, заполненную изотоническим раствором с дистального и проксимального концов.

Для УЗ разрушения фибриновых сгустков использовали генератор электрической мощностью 80 Вт, снабженный пьезокерамическим преобразователем на частоте 36 кГц и волноводом-концентратором длиной 40 см с шаровидным наконечником диаметром 0,8 мм («Политехник» БНТУ, Беларусь). Генератор УЗ функционировал в импульсном режиме с длительностью импульса 0,5 с и скважностью 50 %. Интенсивность УЗ на дистальном конце волновода ступенчато варьировали от 4,4 до 54 Вт/см²; калибровку интенсивности осуществляли калориметрическим методом [12]. В ходе УЗ разрушения сгустка волновод постепенно перемещали от проксимального конца сгустка к его дистальному концу, сохраняя под визуальным контролем расстояние 2–3 мм между концом волновода и границей сгустка. Во время действия УЗ температуру поддерживали на уровне 36 ± 2 °C с помощью водяного ультратермостата ВТЗ-1 (Термекс, РФ). Степень разрушения сгустка определяли как отношение его массы на различных стадиях разрушения (m) к начальному значению (m_0). Для определения массы фибринового сгустка методом оптической спектрофотометрии после УЗ обработки остатки фибринового сгустка удаляли из ПВХ трубки, отжимали, промывали изотоническим раствором и растворяли в 1 мл водного раствора NaOH при медленном нагревании до 60 °C в течение 30 мин. После полного растворения фибрина экстинкцию измеряли на длине волны 560 нм на спектрофотометре Beckman DU-640 (Beckman Coulter Inc., США).

Влияние ультразвука на показатели гемостаза оценивали при УЗ воздействии на фибриновый сгусток, помещенный в плазму. Пробы плазмы отбирали непосредственно после образования сгустка и через 3 мин действия ультразвука с последующим их антикоагулированием 3,8 %-ным раствором цитрата натрия в объемном соотношении 1 : 9. Содержание продуктов деградации фибриногена и фибрина (PDF) и D-димеров определяли полуколичественно по тесту агглютинации с латексом диагностическим набором FDP PLASMA и D-Di TEST (Diagnostica Stago, Франция).

Результаты и их обсуждение. Установлено, что действие ультразвука низкой интенсивности ($I_0 < 4 \text{ Вт/см}^2$) не вызывает статистически значимого изменения массы фибринового сгустка во всем использованном диапазоне времени воздействия, вплоть до 10 мин. Это можно объяснить отсутствием кавитации при интенсивности УЗ ниже определенного порога, играющей, как известно, ключевую роль в процессах индуцированного ультразвуком разрушения тромбов [2; 3; 10]. Как следует из кинетических кривых (рис. 1, *a*), ультразвук интенсивностью 4,4 и 11,4 Вт/см² вызывает относительно небольшое (на 9–12 %) снижение массы фибринового сгустка при максимальной продолжительности воздействия (10 мин). Кривые имеют сигмоидную форму с индукционным периодом 1–2 мин и переходом в область насыщения при времени УЗ воздействия более 4 мин.

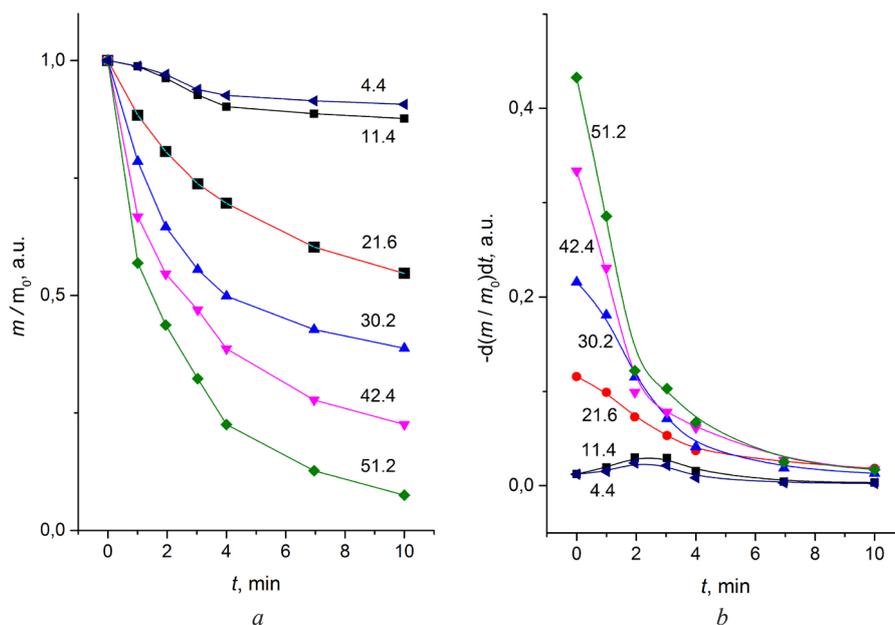


Рис. 1. Кинетические кривые разрушения (потери относительной массы) фибринового сгустка (*a*) и зависимость скорости разрушения от времени (*b*) под действием ультразвука варьируемой интенсивности (цифры на кривых – значения I_0 в Вт/см^2)

Fig. 1. Kinetic curves of fibrin clot destruction (loss of relative mass) (*a*) and the dependence of the destruction rate on time (*b*) under the action of ultrasound of variable intensity (numbers on the curves are I_0 values in W/cm^2)

При более высоких интенсивностях (21,6–51,2 Вт/см^2) индукционный период не наблюдается, и основная потеря массы сгустка происходит в течение первых 4 мин (рис. 1, *a*), затем процесс замедляется, и кинетические кривые постепенно выходят на насыщение.

Как следует из зависимостей скорости разрушения сгустка (dm/dt) от времени (рис. 1, *b*), для наиболее высокой интенсивности УЗ (51,2 Вт/см^2) за первую минуту скорость процесса падает на 35 %, а к концу второй минуты – на 72 % от начального значения. Сопоставимое падение скорости имеет место и для интенсивности 42,4 Вт/см^2 – на 32 и 70 % соответственно. При интенсивности 30,2 Вт/см^2 спад скорости составляет 18 и 47 %, а при 21,6 Вт/см^2 – 14 и 37 % за первую и вторую минуту УЗ воздействия.

Из рис. 1, *b* следует, что чем выше интенсивность ультразвука, тем более резко происходит спад скорости процесса разрушения сгустка во времени, и, особенно, в первые 1–2 мин процесса. Эта закономерность не распространяется на относительно низкие интенсивности – 4,4 и 11,4 Вт/см^2 , максимальная скорость при которых достигается лишь на 3-й минуте, а кинетические сигмоидные кривые существенно отличаются от кривых, полученных при более высоких УЗ интенсивностях.

На рис. 2, *a* представлены зависимости относительной убыли массы фибринового сгустка $1 - (m/m_0)$ от УЗ интенсивности при фиксированном времени УЗ воздействия от 1 до 10 мин,

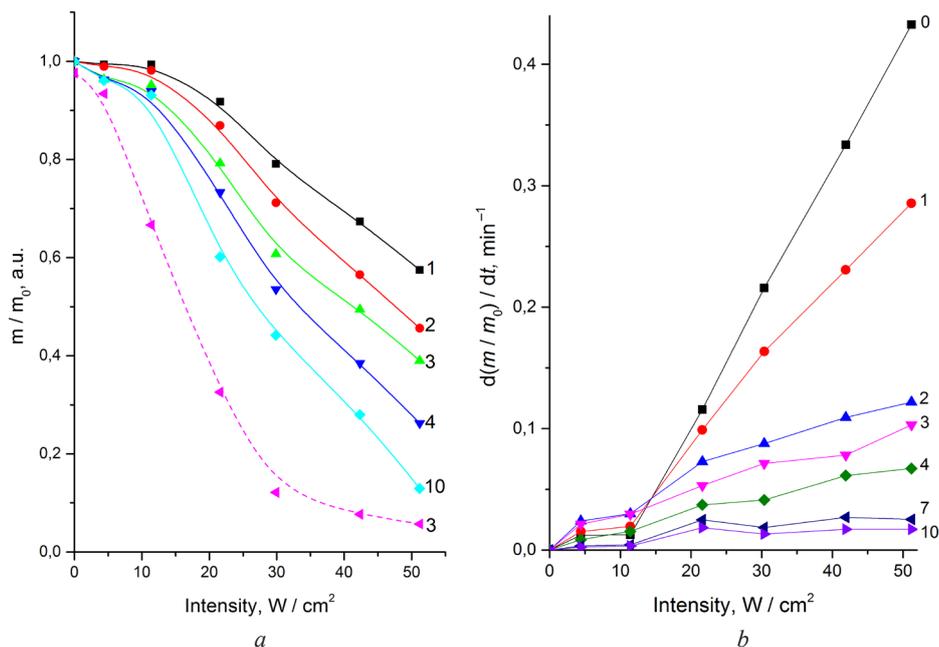


Рис. 2. Зависимости степени разрушения фибринового сгустка (*a*) и скорости разрушения (*b*) от интенсивности ультразвука. Цифры на кривых обозначают продолжительность УЗ воздействия (мин); кривая 3 относится к кровяному сгустку

Fig. 2. Dependences of the degree of fibrin clot destruction (*a*) and the destruction rate (*b*) on the ultrasound intensity. The numbers on the curves indicate the duration of the ultrasonic exposure (min); the curve 3 refers to a blood clot

построенные по данным кинетических кривых. Из рисунка следует, что при интенсивности ультразвука выше 10–15 Вт/см² степень разрушения фибринового сгустка почти линейно возрастает с интенсивностью во всем временном диапазоне УЗ экспозиции. Следует отметить, что при переходе от фибринового сгустка, у которого удалено основное количество форменных элементов крови, к кровяному сгустку, вид $[1 - (m/m_0)]$, I_0 – зависимости принципиально иной – почти линейный участок в интервале I_0 5–25 Вт/см² выходит на насыщение при более высоких УЗ интенсивностях (рис. 2, *a*, кривая 3). Кроме того, эффективность процесса существенно более высокая, чем для фибринового сгустка, обеспечивая за трехминутное УЗ воздействие интенсивностью выше 40 Вт/см² почти полное разрушение сгустка. Такой характер зависимости для кровяного сгустка можно объяснить предположительно тем, что основная потеря массы этого сгустка происходит не только в результате разрушения фибриновой сетки, но и за счет индуцированного кавитационными струями вымывания форменных элементов крови и других относительно легко удаляемых компонентов кровяного сгустка.

Кривые зависимости скорости разрушения фибринового сгустка от интенсивности ультразвука несколько различаются для начального и последующих участков кинетической кривой (рис. 2, *b*). Построенная по начальным участкам кинетических кривых ($t = 0$) зависимость от УЗ интенсивности характеризуется пологим начальным участком с переходом к линейной при интенсивностях выше 12 Вт/см². Такая форма кривой является типичной для соноиндуцированных (сонохимических, эрозионных, сонолюминесцентных [13; 14]) процессов, иллюстрируя переход от квадратичной при малых УЗ интенсивностях к линейной в широком интервале интенсивностей. Однако на приведенных на рис. 2, *b* кривых отсутствует типичный для соноиндуцированных процессов резкий спад при достижении определенного, достаточно высокого уровня УЗ интенсивности, обусловленный кардинальным увеличением акустического сопротивления жидкой среды, наполненной кавитационными пузырьками [13]. Отсутствие такого спада в изучаемой системе представляется несколько необычным, принимая во внимание используемые высокие значения УЗ интенсивности, достигающие 50 Вт/см². Сохранение линейной зависимости скорости разрушения фибринового сгустка с УЗ интенсивностью в области ее высоких значений

можно предположительно связать со спецификой генерации ультразвука малоразмерным излучателем (диаметром 0,8 мм), анализ которой планируется в качестве предмета дальнейшего исследования.

Отклонения от линейности зависимости скорости разрушения сгустка от УЗ интенсивности возрастают при переходе от начальных участков кинетических кривых ($R^2 = 0,999$ при $t \rightarrow 0$) к большим временам УЗ воздействия, характеризующаясь снижением R^2 до 0,992 при $t = 1$ мин и до 0,985 при $t = 4$ мин. Для $t = 7$ и 10 мин линейная зависимость от УЗ интенсивности вообще отсутствует. В то же время для всех использованных продолжительностей УЗ воздействия имеет место начальный нелинейный участок при $I_0 < 10\text{--}20$ Вт/см² (рис. 2, *b*), интерпретируемый как квадратичная зависимость от УЗ интенсивности, обусловленная комбинированием эффекта роста концентрации кавитационных пузырьков и роста их размеров при увеличении интенсивности ультразвука [13; 14].

Таким образом, из кривых, приведенных на рис. 2, *b*, следует, что наиболее близкий к линейному вид зависимости скорости разрушения сгустка от УЗ интенсивности, соответствующий кинетике первого порядка [14], имеет место лишь на самой начальной стадии процесса разрушения (до истечения первой минуты УЗ воздействия). При больших продолжительностях процесс существенно осложняется, вероятно, вследствие экранирующего действием образующихся в зоне действия кавитации осколков разрушающегося сгустка, а также из-за постепенного обогащения сгустка остающимися (не разрушившимися) фрагментами сгустка с большей прочностью, и, соответственно, требующими большей активности кавитации для их разрушения. Именно последний фактор представляется наиболее важным, обуславливающим наличие характерного для каждого значения УЗ интенсивности остаточного количества неразрушенного сгустка.

В качестве характеристики, позволяющей оценить влияние УЗ интенсивности на эффективность разрушения фибринового сгустка, можно использовать продолжительность УЗ воздействия $\tau_{1/2}$, обеспечивающую снижение массы сгустка на половину от его исходного значения. Построенная на основании данных кинетической кривой (рис. 1, *a*) зависимость времени «полуразрушения» сгустка от УЗ интенсивности (рис. 3, *a*) содержит близкое к линейному уменьшение $\tau_{1/2}$ при

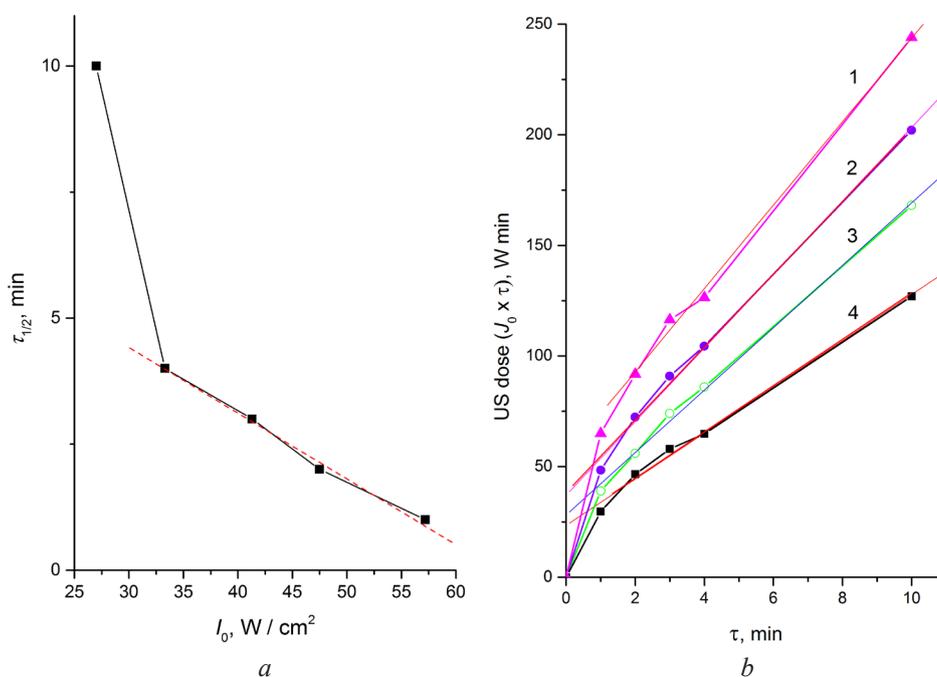


Рис. 3. Зависимости от УЗ интенсивности времени $\tau_{1/2}$, необходимого для разрушения 50 % массы сгустка (*a*), и зависимость УЗ дозы от временного периода (τ) УЗ воздействия, необходимого для достижения заданной степени разрушения сгустка (*b*): 1 – 50 %, 2 – 40 %, 3 – 30 %, 4 – 20 %

Fig. 3. Dependences on the ultrasound intensity of the time $\tau_{1/2}$ required to destroy 50 % of the mass of the clot (*a*) and the dependence of the ultrasound dose on the time period (τ) of the ultrasound exposure required to achieve a given degree of destruction of the clot (*b*): 1 – 50 %, 2 – 40 %, 3 – 30 %, 4 – 20 %

увеличении I_0 в интервале 30–51 Вт/см² и резкий излом при УЗ интенсивности I_0 ниже 30 Вт/см². Этот излом свидетельствует о резком возрастании времени УЗ воздействия, требуемом для обеспечения заданной степени разрушения сгустка при понижении УЗ интенсивности ниже определенного уровня.

В более общем виде неважозаменяемость интенсивности и продолжительности УЗ воздействия может быть выражена в зависимостях УЗ дозы от времени, необходимого для достижения заданной степени разрушения сгустка (рис. 3, *b*). Здесь под УЗ дозой понимается интегральное значение УЗ интенсивности по времени, и для фиксированной (постоянной во времени) интенсивности – произведение ее на время УЗ воздействия [3; 14]. Как следует из рис. 3, *b*, если длительность УЗ обработки, необходимая для 20–50 %-ной степени разрушения сгустка, составляет более 2 мин, зависимость УЗ дозы линейно увеличивается пропорционально длительности воздействия ($R^2 = 0,995, 0,998, 0,999, 0,997$ соответственно для 50, 40, 30 и 20 % разрушения сгустка). Фактически если УЗ интенсивность в процессе разрушения сгустка выбрана таким образом, что для 50 %-ной потери массы сгустка требуется 10-минутная экспозиция, то УЗ доза составит 244 В·мин; для 20 %-ной потери массы – 127 В·мин. Если же необходима всего 2-минутная экспозиция, то потребуются УЗ доза всего 92 и 47 В·мин соответственно для 50 и 20 %-ной потери массы сгустка. Данные примеры указывают на существенную для медицинских приложений особенность процесса УЗ разрушения фибриновых сгустков – резкое снижение скорости и глубины разрушения сгустка при снижении УЗ интенсивности ниже определенного уровня. Именно это обстоятельство требует существенно увеличивать продолжительность УЗ воздействия для достижения заданной степени разрушения сгустка, в итоге приводя к необходимости использовать значительные дозы УЗ обработки. Иными словами, недостаточную эффективность УЗ разрушения сгустка в связи с низкой интенсивностью ультразвука невозможно компенсировать пропорциональным увеличением продолжительности УЗ воздействия. Это обстоятельство ограничивает потенциальные возможности метода УЗ ангиопластики и других аналогичных медицинских приложений, поскольку максимально приемлемые интенсивности ультразвука определяются факторами безопасности, начиная от паразитного теплового воздействия (локального перегрева) до кавитационно-эрозионных разрушений в интимальном (эпителиальном) и медиальном слоях сосудистой стенки, нарушений в системе гемостаза, индуцированных кавитацией патологических изменений форменных элементов крови, сонохимической деструкции ферментов крови.

Характерно, что несмотря на использованные в данной работе высокие значения УЗ интенсивностей (вплоть до 51,2 Вт/см²) в ходе УЗ деструкции фибринового сгустка в среде плазмы, омывающей сгусток, даже на глубоких стадиях этого процесса не выявлено заметного увеличения содержания маркеров фибринолиза – PDF ($3,93 \pm 0,63$ мкг/мл) и *D*-димеров ($0,56 \pm 0,17$ мкг/мл).

На основании данных, представленных в виде кинетических кривых (рис. 1, *a*), зависимостей скорости потери массы сгустком от УЗ интенсивности (рис. 2, *b*) и дозо-временных зависимостей (рис. 3, *b*), можно заключить, что кинетические закономерности разрушения сгустка при относительно небольших интенсивностях ($I_0 = 4,4$ и $11,4$ Вт/см²) резко изменяются при переходе к более высоким интенсивностям ($I_0 = 21,6$ Вт/см² и выше), а далее, в наиболее важном с точки зрения медицинских приложений, интервале 21,6–51,2 Вт/см² остаются неизменными. Это обстоятельство в сочетании с фактом существования остаточного количества сгустка, определенного для каждого фиксированного значения УЗ интенсивности, позволяет предположить, что кинетика УЗ разрушения фибринового сгустка определяется поэтапным (в зависимости от УЗ интенсивности) удалением из сгустка той его фракции, связь которой с оставшейся частью сгустка может быть разорвана под действием кавитации, генерированной ультразвуком заданной интенсивности. Иными словами, предположительно, ключевую роль в разрушении сгустка играет не объемная концентрация кавитационных пузырьков и их интегральное количество за время УЗ воздействия, а энергия их схлопывания, которая способна обеспечить отрыв фрагментов (осколков) от фибринового сгустка. Поскольку в этом процессе независимо от УЗ интенсивности концентрация PDF и *D*-димеров не возрастает, можно заключить, что фрагментация сгустка не выходит на молекулярный уровень и ограничивается формированием осколков со

средними размерами, варьируемыми, согласно полученным ранее данным, в пределах от 1–4 [15] до 20 мкм [4].

Заключение. Скорость разрушения фибриновых сгустков под действием низкочастотного (36 КГц) ультразвука, вводимого с помощью длинного (40 см) тонкого волновода с излучаемой сферической поверхностью (диаметр 0,8 мм) на начальных стадиях процесса разрушения, пропорциональна интенсивности ультразвука в интервале 12–51 Вт/см² и не имеет тенденции к спаду при достижении верхнего предела УЗ интенсивности. В таких условиях достигаемая степень разрушения фибринового сгустка определяется, в первую очередь, ультразвуковой интенсивностью в связи с поочередным удалением из сгустка фрагментов, способных отделяться от сгустка при заданной интенсивности ультразвука. Существенно, что в процессе деградации фибринового сгустка процесс деполимеризации фибрина не выражен и ограничен образованием достаточно крупных фрагментов, что свидетельствует об эрозионном, а не сонохимическом механизме этого процесса.

На основании анализа кинетических кривых, полученных при варьируемой интенсивности ультразвука, можно заключить, что имеет место выраженная невазимоменяемость таких составляющих УЗ дозы, как интенсивность и длительность УЗ воздействия. Это можно рассматривать как существенное ограничение метода УЗ ангиопластики, поскольку недостаточно высокую УЗ интенсивность, обоснованную с точки зрения безопасности УЗ воздействия, невозможно компенсировать увеличением длительности УЗ обработки. Поэтому представляется целесообразным в каждом конкретном практическом приложении данного метода осуществлять тщательный подбор интенсивности ультразвука с точки зрения достижения приемлемой степени разрушения сгустка при соблюдении критериев безопасного его воздействия на сосудистую стенку.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант M21-004).

Acknowledgements. The work was supported by the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (grant M21-004).

Список использованных источников

1. Ultrasonic clot disruption: an *in vitro* study / A. S. Hong [et al.] // *Am. Heart J.* – 1990. – Vol. 120, N 2. – P. 418–422. [https://doi.org/10.1016/0002-8703\(90\)90088-f](https://doi.org/10.1016/0002-8703(90)90088-f)
2. Bader, K. B. Shaken and stirred: mechanisms of ultrasound-enhanced thrombolysis / K. B. Bader, M. J. Gruber, C. K. Holland // *Ultrasound Med. Biol.* – 2015. – Vol. 41, N 1. – P. 187–196. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2014.08.018>
3. Correlation of cavitation with ultrasound enhancement of thrombolysis / S. Datta [et al.] // *Ultrasound Med. Biol.* – 2006. – Vol. 32, N 8. – P. 1257–1267. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2006.04.008>
4. Experimental ultrasonic angioplasty: disruption of atherosclerotic plaques and thrombi *in vitro* and arterial recanalization *in vivo* / U. Rosenschein [et al.] // *J. Am. Coll. Cardiol.* – 1990. – Vol. 15, N 3. – P. 711–717. [https://doi.org/10.1016/0735-1097\(90\)90651-5](https://doi.org/10.1016/0735-1097(90)90651-5)
5. Thrombolysis by ultrasound / G. Trübestein [et al.] // *Clin. Sci.* – 1976. – Vol. 51, N 3. – P. 697–698. <https://doi.org/10.1042/cs051697s>
6. *In vivo* arterial recanalization of atherosclerotic total occlusions / R. J. Siegel [et al.] // *J. Am. Coll. Cardiol.* – 1990. – Vol. 15, N 2. – P. 345–351. [https://doi.org/10.1016/s0735-1097\(10\)80059-2](https://doi.org/10.1016/s0735-1097(10)80059-2)
7. Combined low-frequency ultrasound and streptokinase intravascular destruction of arterial thrombi *in vivo* / I. E. Adzerikho [et al.] // *Ultrasound Med. Biol.* – 2011. – Vol. 37, N 10. – P. 1644–1652. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2011.06.027>
8. Clinical trial of percutaneous peripheral ultrasound angioplasty / R. J. Siegel [et al.] // *J. Am. Coll. Cardiol.* – 1993. – Vol. 22, N 2. – P. 480–488. [https://doi.org/10.1016/0735-1097\(93\)90053-4](https://doi.org/10.1016/0735-1097(93)90053-4)
9. Ultrasound-enhanced systemic thrombolysis for acute ischemic stroke / A. V. Alexandrov [et al.] // *New Engl. J. Med.* – 2004. – Vol. 351, N 21. – P. 2170–2178. <https://doi.org/10.1056/nejmoa041175>
10. Hitchcock, K. E. Ultrasound-assisted thrombolysis for stroke therapy: better thrombus break-up with bubbles / K. E. Hitchcock, C. K. Holland // *Stroke.* – 2010. – Vol. 41, N 10. – P. S50–S53. <https://doi.org/10.1161/strokeaha.110.595348>
11. Effects of low frequency ultrasound on some properties of fibrinogen and its plasminolysis / E. A. Cherniavsky [et al.] // *BMC Biochem.* – 2011. – Vol. 12, N 1. – P. 1–11. <https://doi.org/10.1186/1471-2091-12-60>
12. Power measurement in sonochemistry / R. F. Contamine [et al.] // *Ultrasonics Sonochem.* – 1995. – Vol. 2, N 1. – P. 43–47. [https://doi.org/10.1016/1350-4177\(94\)00010-p](https://doi.org/10.1016/1350-4177(94)00010-p)
13. Margulis, M. A. Sonochemistry and cavitation / M. A. Margulis. – Amsterdam, 1995. – 547 p.
14. Dependence of the Rate and Completeness of Fibrin Clot Destruction on the Acoustic Dose and Ultrasound Intensity / I. Adzerikho [et al.] // *Ultrasound Med. Biol.* – 2022. – Vol. 48, N 5. – P. 846–855. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2022.01.005>
15. Ultrasound fibrin clot destruction *in vitro* in the presence of fibrinolytic agents / I. E. Adzerikho [et al.] // *Ultrasonics Sonochem.* – 2001. – Vol. 8, N 3. – P. 315–318. [https://doi.org/10.1016/s1350-4177\(01\)00092-x](https://doi.org/10.1016/s1350-4177(01)00092-x)

References

1. Hong A. S., Chae J.-S., Dubin S. B., Lee S., Fishbein M. C., Siegel R. J. Ultrasonic clot disruption: an *in vitro* study. *American Heart Journal*, 1990, vol. 120, no. 2, pp. 418–422. [https://doi.org/10.1016/0002-8703\(90\)90088-f](https://doi.org/10.1016/0002-8703(90)90088-f)
2. Bader K. B., Gruber M. J., Holland C. K. Shaken and stirred: mechanisms of ultrasound-enhanced thrombolysis. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 2015, vol. 41, no. 1, pp. 187–196. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2014.08.018>
3. Datta S., Coussios C.-C., McAdory L. E., Tan J., Porter T., De Courten-Myers G., Holland C. K. Correlation of cavitation with ultrasound enhancement of thrombolysis. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 2006, vol. 32, no. 8, pp. 1257–1267. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2006.04.008>
4. Rosenschein U., Bernstein J. J., DiSegni E., Kaplinsky E., Bernheim J., Rozenzajn L. A. Experimental ultrasonic angioplasty: disruption of atherosclerotic plaques and thrombi *in vitro* and arterial recanalization *in vivo*. *Journal of the American College of Cardiology*, 1990, vol. 15, no. 3, pp. 711–717. [https://doi.org/10.1016/0735-1097\(90\)90651-5](https://doi.org/10.1016/0735-1097(90)90651-5)
5. Trübestein G., Engel C., Etzel F., Sobbe A., Cremer H., Stumpf U. Thrombolysis by ultrasound. *Clinical Science*, 1976, vol. 51, no. 3, pp. 697–698. <https://doi.org/10.1042/cs051697s>
6. Siegel R. J., DonMichael T. A., Fishbein M. C., Bookstein J., Adler L., Reinsvold T., DeCastro E., Forrester J. S. *In vivo* ultrasound arterial recanalization of atherosclerotic total occlusions. *Journal of the American College of Cardiology*, 1990, vol. 15, no. 2, pp. 345–351. [https://doi.org/10.1016/s0735-1097\(10\)80059-2](https://doi.org/10.1016/s0735-1097(10)80059-2)
7. Adzerikho I. E., Mrochek A. G., Minchenya V. T., Dmitriev V. V., Kulak A. I. Combined low-frequency ultrasound and streptokinase intravascular destruction of arterial thrombi *in vivo*. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 2011, vol. 37, no. 10, pp. 1644–1652. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2011.06.027>
8. Siegel R. J., Gaines P., Crew J. R., Cumberland D. C. Clinical trial of percutaneous peripheral ultrasound angioplasty. *Journal of the American College of Cardiology*, 1993, vol. 22, no. 2, pp. 480–488. [https://doi.org/10.1016/0735-1097\(93\)90053-4](https://doi.org/10.1016/0735-1097(93)90053-4)
9. Alexandrov A. V., Molina C. A., Grotta J. C., Garami Z., Ford S. R., Alvarez-Sabin J., Montaner J., Saqqur M., Demchuk A. M., Moyé L. A., Hill M. D., Wojner A. W. Ultrasound-enhanced systemic thrombolysis for acute ischemic stroke. *New England Journal of Medicine*, 2004, vol. 351, no. 21, pp. 2170–2178. <https://doi.org/10.1056/nejmoa041175>
10. Hitchcock K. E., Holland C. K. Ultrasound-assisted thrombolysis for stroke therapy: better thrombus break-up with bubbles. *Stroke*, 2010, vol. 41, no. 10, pp. S50–S53. <https://doi.org/10.1161/strokeaha.110.595348>
11. Cherniavsky E. A., Strakha I. S., Adzerikho I. E., Shkumatov V. M. Effects of low frequency ultrasound on some properties of fibrinogen and its plasminolysis. *BMC Biochemistry*, 2011, vol. 12, no. 1, pp. 1–11. <https://doi.org/10.1186/1471-2091-12-60>
12. Contamine R. F., Wilhelm A. M., Berlan J., Delmas H. Power measurement in sonochemistry. *Ultrasonics Sonochemistry*, 1995, vol. 2, no. 1, pp. 43–47. [https://doi.org/10.1016/1350-4177\(94\)00010-p](https://doi.org/10.1016/1350-4177(94)00010-p)
13. Margulis M. A. *Sonochemistry and cavitation*. Amsterdam, 1995. 547 p.
14. Adzerikho I., Kulak A., Rachok S., Minchenya V. Dependence of the Rate and Completeness of Fibrin Clot Destruction on the Acoustic Dose and Ultrasound Intensity. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 2022, vol. 48, no. 5, pp. 846–855. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2022.01.005>
15. Adzerikho I. E., Mrochek A. G., Dmitriev V. V., Lukiyanenko O. A., Kulak A. I. Ultrasound fibrin clot destruction *in vitro* in the presence of fibrinolytic agents. *Ultrasonic Sonochemistry*, 2001, vol. 8, no. 3, pp. 315–318. [https://doi.org/10.1016/s1350-4177\(01\)00092-x](https://doi.org/10.1016/s1350-4177(01)00092-x)

Информация об авторах

Адзерихо Игорь Эдуардович – д-р мед. наук, профессор. Белорусская медицинская академия последипломного образования (ул. П. Бровки, 3/3, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: adzerikhoigor@mail.ru.

Кулак Анатолий Иосифович – академик, д-р хим. наук, профессор, директор. Институт общей и неорганической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 9/1, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kulak@igic.bas-net.by.

Рачок Светлана Михайловна – канд. мед. наук, доцент. Белорусская медицинская академия последипломного образования (ул. П. Бровки, 3/3, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: svetlana-rachok@yahoo.com.

Минченя Владимир Тимофеевич – канд. техн. наук, доцент. Научно-технологический парк БНТУ «Политехник» (ул. Я. Коласа, 24, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vlad_minch@mail.ru.

Information about the authors

Adzerikho Igor E. – D. Sc. (Medicine), Professor. Belarusian Medical Academy of Postgraduate Education (3/3, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: adzerikhoigor@mail.ru.

Kulak Anatoly I. – Academician, D. Sc. (Chemistry), Professor, Director. Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (9/1, Surganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kulak@igic.bas-net.by.

Rachok Svetlana M. – Ph. D. (Medicine), Associate Professor. Belarusian Medical Academy of Postgraduate Education (3/3, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: svetlana-rachok@yahoo.com.

Minchenya Vladimir T. – Ph. D. (Engineering), Associate Professor. Science and Technology Park BNTU “Polytechnic” (24, Ya. Kolas Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vlad_minch@mail.ru.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

БИОЛОГИЯ
BIOLOGY

UDC 543.841.8:556.55.(212)
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-595-604>

Received 30.03.2022
Поступило в редакцию 30.03.2022

**Zhanna F. Buseva¹, Shabnam G. Farahani¹, Vladimir I. Razlutskiy¹, Elena A. Sysova¹,
Natallia N. Maisak¹, Ksenia V. Myagkova¹, Paul C. Frost²**

¹*Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Bioresources,
Minsk, Republic of Belarus*

²*Trent University, Peterborough, Canada*

**STOICHIOMETRY AND PLANKTONIC COMMUNITIES STRUCTURE
IN LITTORAL AND PELAGIC ZONES OF TWO LAKES
WITH DIFFERENT TROPHIC TYPES IN BELARUS**

(Communicated by Corresponding Member Vitaly P. Semenchenko)

Abstract. Stoichiometric C : N : P ratios were compared between primary producers in littoral and pelagic ecosystems of mesotrophic relatively shallow lake Obsterno and shallow macrophyte covered low trophic lake Nobisto from May to October over the next two years. Elemental seston ratios of lake Obsterno revealed smaller differences between littoral and pelagic zones in comparison with lake Nobisto in 2017. During the studied period, in the both lakes, the seston C : N and C : P ratios were higher than the Redfield ratio (106 : 16 : 1 C : N : P) on most dates and N : P was always more than 16. Pelagic C : P and N : P ratios in lake Obsterno were the highest in May in 2017, July and September in 2018 with significant differences between littoral and pelagic zones. N : P ratios decreased in October but there were no significant differences among habitats. In lake Nobisto in 2018, seston C : P and N : P ratios increased from May to July in littoral and pelagic zones but then decreased in September to October. Our research shows differences in stoichiometric ratios in littoral and pelagic zones of these two lakes, which indicates food quality (seston C : N : P ratios) differences for zooplankton species depending on season and location.

Keywords: Seston stoichiometry, shallow lakes, pelagic zone, littoral, phytoplankton, zooplankton

For citation. Buseva Zh. F., Farahani Sh. G., Razlutskiy V. I., Sysova E. A., Maisak N. N., Myagkova K. V., Frost P. C. Stoichiometry and planktonic communities structure in littoral and pelagic zones of two lakes with different trophic types in Belarus. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 6, pp. 595–604. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-595-604>

Ж. Ф. Бусева¹, Ш. Г. Фарахани¹, В. И. Разлуцкий¹, Е. А. Сысова¹, Н. Н. Майсак¹, К. В. Мягкова¹, П. С. Фрост²

¹*Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по биоресурсам, Минск, Республика Беларусь*

²*Университет Трента, г. Питерборо, Канада*

**СТЕХИОМЕТРИЯ И СТРУКТУРА ПЛАНКТОННЫХ СООБЩЕСТВ В ЛИТОРАЛИ
И ПЕЛАГИАЛИ ДВУХ ОЗЕР РАЗНОГО ТРОФИЧЕСКОГО СТАТУСА В БЕЛАРУСИ**

(Представлено членом-корреспондентом В. П. Семенченко)

Аннотация. Изучали стехиометрию сестона (соотношения C : N : P) двух мелководных озер разной трофности – мезотрофного озера Обстерно и дистрофного макрофитного типа озера Нобисто в течение двух последовательных лет. Сравнивали сезонные изменения в стехиометрии продуцентов в литоральной и пелагической зонах. Соотношения элементов в сестоне оз. Обстерно выявили меньшие различия между литоральной и пелагической зонами по сравнению с оз. Нобисто в 2017 г. В течение исследуемого периода в обоих озерах соотношения C : N и C : P в сестоне были выше классического соотношения Редфилда (C₁₀₆ : N₁₆ : P₁), а соотношение N : P всегда превышало 16. Соотношения C : P в пелагиали оз. Обстерно имели самые высокие показатели в мае 2017 г., а N : P в июле и сентябре 2018 г. со значимыми различиями между литоральной и пелагической зонами, но соотношения N : P уменьшились

в октябре и не различались между местообитаниями. В оз. Нобисто в 2018 г. соотношения C : P и N : P в сестоне увеличивались с мая по июль в прибрежной и пелагической зонах, но затем снижались осенью. Как показали наши исследования, сезонные различия в стехиометрии сестона двух озер (соотношение C : N : P как показатель качества пищи) в разных местообитаниях отражают видовой состав фитопланктона, а также структуру сообществ зоопланктона, изменяющуюся в течение сезона и между местообитаниями.

Ключевые слова: стехиометрия сестона, мелководные озера, пелагиаль, литоральная зона, фитопланктон, зоопланктон

Для цитирования. Стехиометрия и структура планктонных сообществ в литорали и пелагиали двух озер разного трофического статуса в Беларуси / Ж. Ф. Бусева [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 6. – С. 595–604. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-595-604>

Introduction. Littoral ecosystems are important components of lakes due to their high productivity and biodiversity. Despite this, many early studies examining the causes and consequences of elemental imbalances between producers and consumers were conducted on pelagic organisms [1]. In those studies, imbalanced nutrient ratios between trophic levels resulted from the elevation of C : nutrient ratios in primary producers and more constrained elemental ratios in the bodies of zooplankton [2; 3]. Elemental imbalances between consumer and food results in slower animal growth and altered rates and ratios of nutrient release [4]. Whether these types of elemental dynamics are important for littoral ecosystems and their zoobenthos and fish consumers remains to be seen given the lack of directed studies on these communities.

Stoichiometric dynamics could differ in littoral zones compared to pelagic ecosystems. First, the elemental composition of particulate food might be different due to differences in nutrient supply resulting from more sediment release or lateral transport from the shoreline and water level fluctuation [5; 6]. Alternatively, substantial levels of macrophyte production could result in greater nutrient competition or more C-rich particles in littoral zones. These differences in source food material and/or nutrient supply could affect the C:nutrient ratios in food material and result in more or less nutrient limitation in zoobenthic consumers.

In addition, consumer communities also differ between littoral and pelagic ecosystems, which could alter the type or severity of stoichiometric imbalances. Some taxa such as cyclopoid copepods and *Bosmina longirostris* are primarily pelagic, but also found in the littoral zone. According to the previous research on Lake Obsterno [7], the total summer population abundance of *Cladocera* is minimum in the littoral without macrophytes and considerably high in the pelagic zone and rush-covered littoral. Some of the littoral species, for instance *D. brachyurum*, dominated in pelagic zone but *C. pulchella* dominated the rush-covered littoral. These differences in species composition could affect zooplankton C : N : P ratios and the size of elemental imbalances if different zooplankton species have contrasting elemental ratios.

To assess this possibility, patterns of species composition and biomass need to be linked to individual zooplankton C : N : P content. In this study, seasonal dynamics in elemental composition (carbon (C), nitrogen (N) and phosphorus (P)) of seston was studied over two years in two shallow lakes with different trophic status. We determined whether elemental ratios differ in littoral zones from that in the adjacent pelagic zones.

Methods. Lake Obsterno is a mesotrophic relatively shallow lake with surface area of 9.89 km², max depth 12 m, mean depth of 5.3 m. The lake has wide macrophyte beds occupying most of the shallow water area in littoral zone. Interconnected lake Nobisto with 3.75 km² surface area is shallow macrophyte covered lake, has a max and mean depths of 2.8 and 1.4 m respectively. Lake Nobisto has one shoreline bounded by swamp forests and wide and dense macrophyte beds grow all around the lake.

Water samples were collected in two consecutive years 2017 and 2018 from May to October in three seasons – spring (May), summer (July) and autumn (September and/or October). All samples were taken once a day at around 10:00–12:00 o'clock. Seston samples for carbon, nitrogen and phosphorus analysis were stored in clean amber plastic bottles that were first washed and rinsed in distilled water. In the laboratory, water samples were filtered through pre-combusted (400 °C for 5 h) glass fibre GF/F filters (Microbio, pore size 0.7 µm) and dried at 60 °C for 72 h. Final volume of filtering water on GF/F for seston >100 µm was up to 0.05 liter and for seston <100 µm from 0.8–1.2 liter. Flash EA 1112 NC Soil/MAS 200, Thermo Quest, Italy, CHN analyzer was used for carbon and nitrogen determination. Particulate matter for P content was analyzed after persulfate oxidation via spectrophotometer.

At each habitat, we sampled zooplankton communities using a 100 µm mesh tow net. These samples were preserved in 4 % formalin. Preserved zooplankton communities were examined with a stereomicroscope (MBS-10) to count and measure species composition. Phytoplankton samples were kept in 1 litre jars, preserved with Lugol’s solution and after sedimentation identified under a light stereomicroscope (Micros MC CAM500, Austria) measured via Fuchs–Rosenthal counting chamber method (0.0032 ml volume) at 400× magnification. Phytoplankton biomass was counted via calculation of algae biovolume equated to appropriate geometric shapes (or their combinations) and relevant sizes were measured using an ocular micrometer.

To test the significant differences among seasons and habitats, we used one-way ANOVA with Tukey post hoc test. To recognize the existence of significant relations among the abundance of zooplankton and phytoplankton dominant species in all habitats with the main hydrochemical parameters (temperature, NO₃, PO₄, NH₄) we ran Eigen analysis of the Correlation Matrix Variable with the association ($r < 0.4$ weak, $r = 0.4$ is an average and $r > 0.4$ high correlation). Data were log-transformed, if necessary, to help meet the assumptions of Normality. All statistical analyses were conducted using Minitab 17.

Results and Discussion. During this study, in Lake Obsterno in 2017 and 2018, water temperature varied from 18.4–18.7 °C in May with maximum of 19.1–21.9 °C in July to 10.60–14.1 °C in October. In lake Nobisto in 2017–2018, water temperature varied from 16.7–19.6 °C in May with maximum of 18.7–22.4 °C in summer within pelagic zone location to October 9.6–12.3 °C. The Secchi disc transparency in Obsterno differed from spring to autumn shifted from 4.1–5.0 m in May to 3.5–4.0 m in July and 5.1–2.5 m in October. The transparency in Nobisto shifted seasonally from 1.8–2.3 m in May and 2.2–3.0 m in July and 2.9–2.3 m in October. Year 2018 was warmer but transparency was lower in Nobisto lake from July to October. Contrary, in lake Obsterno transparency was higher from May to July in the same warmer year 2018. The other hydrochemical parameters are presented in Table 1.

Table 1. Hydrochemical parameters of lakes Obsterno and Nobisto (2017–2018)

Lake	Month	Habitats	T, °C	Secchi depth, m	PO ₄ , mg/l	NO ₃ , mg/l	NH ₄ , mg/l	O ₂ , mg/l	TDS, mS/cm	
<i>2017</i>										
Obsterno	May	Pelagic	18.4	4.1	1.56	1.1	0.37	13.2	120	
		Littoral	19.1		1.1–2.0	0.5–1.3	0.23–0.28	13.2–14.0	120	
	July	Pelagic	19.1	3.5	0.27	0	0.19	7.4	120	
		Littoral	18.3–18.5		0.53–1.4	0	0.14–1.15	8.0–8.6	120	
	Oct	Pelagic	10.8	5.1	1.84	0	0.5	10.5	115	
		Littoral	10.6–10.7		1.39–3.86	0–1.0	0.4–1.12	8.7–9.4	115	
Nobisto	May	Pelagic	16.9	2.3	1.04	0	0.07	10.7	130	
		Littoral	16.7–16.9		1.3–2.04	0	0.05–0.41	4.3–4.5	130	
	July	Pelagic	18.7	3.0	0.6	0.2	0.41	6.9	120	
		Littoral	18.6		0.57–2.6	0	0.31–0.41	5.7–6.8	130	
	Oct	Pelagic	9.6	2.9	2.0	0	0.77	10.0	110	
		Littoral	9.6–9.8		1.04–1.84	0–0.2	0.93–1.56	7.7–8.6	100–110	
<i>2018</i>										
Obsterno	May	Pelagic	19.0	5.0	0.14	0	0.2	13.7	120	
		Littoral	18.5–19.0		0.15–1.56	0–0.5	0.39–2.57	nd	120–130	
	July	Pelagic	21.8	4.0	0.55	0.8	0.45	14.6	140	
		Littoral	21.9		0.35–0.87	0.1–1.2	0.28–0.37	12.3–15.5	130	
	Sept	Pelagic	21.1	5.0	2.43	0	0.18	nd	130	
		Littoral	20.9–21.4		1.02–1.45	0–0.5	0.17–0.38	nd	130	
	Oct	Pelagic	14.9	2.5	1.1	2.2	0.43	nd	140	
		Littoral	14.1–15.2		0.48–0.58	0–0.6	0.11–0.47	nd	140	
	Nobisto	May	Pelagic	20.4	1.8	0.2	0.3	0.36	nd	130
			Littoral	19.6–20.8		0.16–0.41	0.1–0.4	0.19–0.29	nd	130
July		Pelagic	22.2	2.2	1.58	1.4	0.25	14.6	130	
		Littoral	22.1–22.4		0.12–1.15	0.1–0.2	0.23–0.6	15.4–15.5	130	
Sept		Pelagic	20.5	2.0	0.3	0	0.27	nd	130	
		Littoral	20.3–20.4		1.01–1.05	0–0.8	0.13–0.3	nd	130	
Oct		Pelagic	13.0	2.3	0.16	1.4	0.43	nd	145	
		Littoral	12.3–12.8		0.19–0.65	0.7–1.4	0.3–0.37	nd	135–140	

Notes. Data for two/three littoral locations of each lake represent min-max values. Oct – October; Sept – September; nd – no data.

Within 2017–2018, seston stoichiometry showed significant differences between littoral and pelagic zone in Obsterno lake from May to October. During whole study period in lake Obsterno, C : N ratio varied from 7.97 to 13.57 in pelagic zone and ranged from 9.10 to 9.41 in littoral, N : P 18.39 to 47.8 in pelagic zone but from 23.3 to 56.53 in littoral and finally C : P varied from 193.9 to 397.3 in pelagic zone and 221 to 514 in littoral (Table 2, Obsterno lake). Synchronously, seston C : P and N : P ratios in lake Nobisto increased in July in both years, in comparison with May in littoral and pelagic zone. Seston C : P and N : P ratios also showed similar decreasing tendencies but not statistically significant in October. In contrast, although mean seston C : N ratios was significantly higher in May, this difference of C : N ratios were not significant within littoral and pelagic zone in October (Table 2, Nobisto lake). Both N : P and C : P ratios did not show significant differences among habitats but were highest at pelagic habitat in July and generally lower at littoral for C : P.

Table 2. Seston elemental ratios (seston fraction <100 µm) of lakes Obsterno and Nobisto in 2017–2018

Lake	Month	Habitats	C : N	N : P	C : P
<i>2017</i>					
Obsterno	May	Pelagic	11.01 ± 1.64 ^{abc}	38.13 ± 13.83 ^{ab}	408.4 ± 89.7 ^b
		Littoral zone	11.61 ± 2.04 ^{abc}	48.57 ± 15.36 ^{ab}	570.33 ± 238.0 ^{ab}
	July	Pelagic	10.38 ± 2.41 ^{abc}	46.5 ± 28.6 ^{ab}	437.0 ± 225.0 ^b
		Littoral zone	9.60 ± 1.1 ^{bc}	26.17 ± 3.47 ^b	247.56 ± 43.23 ^b
	October	Pelagic	15.62 ± 4.86 ^a	235 ± 300 ^a	4408 ± 5828 ^a
		Littoral zone	10.18 ± 2.91 ^{abc}	31.6 ± 10.62 ^{ab}	317.03 ± 80.86 ^{ab}
Nobisto	May	Pelagic	13.34 ± 2.18 ^a	23.96 ± 9.43 ^b	309.3 ± 73.5 ^b
		Littoral zone	10.0 ± 2.45 ^{ab}	51.47 ± 19.64 ^b	514.5 ± 250.6 ^b
	July	Pelagic	7.23 ± 0.49 ^b	149.2 ± 152.5 ^b	1045 ± 1015 ^b
		Littoral zone	7.79 ± 0.18 ^{ab}	152.0 ± 6.1 ^a	1355.4 ± 65.25 ^a
	October	Pelagic	10.74 ± 0.92 ^{ab}	31.1 ± 13.84 ^b	340.0 ± 177.0 ^b
		Littoral zone	11.42 ± 2.27 ^{ab}	45.29 ± 29.09 ^b	883.5 ± 860.5 ^b
<i>2018</i>					
Obsterno	May	Pelagic	10.68 ± 0.478 ^{ab}	18.39 ± 8.38 ^a	193.9 ± 79.3 ^a
		Littoral zone	9.10 ± 2.58 ^b	30.08 ± 18.32 ^a	275.6 ± 177.4 ^a
	July	Pelagic	7.979 ± 0.949 ^b	47.8 ± 23.1 ^a	387.0 ± 206.0 ^a
		Littoral zone	10.77 ± 2.14 ^{ab}	29.97 ± 11.99 ^a	302.7 ± 103.63 ^a
	September	Pelagic	8.747 ± 0.053 ^{ab}	45.44 ± 6.60 ^a	397.3 ± 55.3 ^a
		Littoral zone	9.16 ± 0.285 ^{ab}	56.53 ± 35.7 ^a	514.3 ± 318.3 ^a
	October	Pelagic	13.52 ± 0.202 ^a	31.23 ± 2.84 ^a	255.61 ± 16.64 ^a
		Littoral zone	9.41 ± 0.85 ^{ab}	23.3 ± 3.36 ^a	221.27 ± 46.66 ^a
Nobisto	May	Pelagic	10.25 ± 1.087 ^a	35.79 ± 10.15 ^{ab}	373.5 ± 146.4 ^{ab}
		Littoral zone	9.79 ± 1.8 ^a	34.87 ± 12.58 ^{ab}	319.65 ± 76.0 ^{ab}
	July	Pelagic	9.279 ± 0.76 ^a	41.96 ± 13.06 ^{ab}	383.2 ± 86.6 ^{ab}
		Littoral zone	10.20 ± 1.31 ^a	45.07 ± 20.48 ^{ab}	486.2 ± 297.75 ^{ab}
	September	Pelagic	8.97 ± 0.43 ^a	45.4 ± 18.0 ^{ab}	411.0 ± 181.0 ^{ab}
		Littoral zone	9.62 ± 1.29 ^a	27.44 ± 5.25 ^{ab}	255.15 ± 23.66 ^{ab}
	October	Pelagic	9.26 ± 0.55 ^a	23.99 ± 12.66 ^{ab}	218.8 ± 111.3 ^b
		Littoral zone	10.16 ± 2.155 ^a	22.69 ± 11.56 ^{ab}	217.25 ± 70.6 ^b

Notes. Elements in µg/l, seston fraction <100 µm. Grouping information using Tukey test for C : N : P ratios, different labels (a, b, c) show significant differences ($p < 0.05$) of ratios among habitats (a, b) and seasons (c)

Seston phosphorus content of the lake Obsterno in 2017 was recorded from 2–10 µg/l by spring to autumn. But in Nobisto from 0.02–13 µg/l. In 2018, phosphorus (P) content of seston in lake Obsterno increased from 6–28 µg/l and 4–14 µg/l in lake Nobisto. Within 2017–2018, we observed higher phosphorus in warm season in littoral than in pelagic zone as well as in Nobisto lake but higher in pelagic zone during May and October.

In both Obsterno and Nobisto, seston C : N and C : P ratios were higher than the Redfield ratio (106 : 16 : 1 C : N : P) on most dates and N : P was frequently more than 16, suggesting a general excess

of N relative to P, which is consistent with high dissolved N : P values in late summer. Seston C : P and N : P ratios exceeded Redfield proportions on most dates, showing the existence of P-limited phytoplankton growth. Increases in seston C : P and N : P ratios during the sampling season indicated that phytoplankton P limitation in pelagic zone habitats became more intense in Obsterno. Both N : P and C : P ratios were higher at pelagic habitat in July and October and generally lower than in littoral. Throughout the study period in 2017 in Obsterno lake, nutrient ratios in seston showed marked temporal changes, it peaked once in late May, maintained a relatively lower level in July specially in littoral, and increased again in October (Table 2, Obsterno lake). However, no studies have quantified differences between pelagic and littoral food stoichiometry but a logical way to achieve this goal is to characterize the species composition of zooplankton and their body stoichiometry of dominant zooplankton taxa in both habitats. Given the compared results of those factors with seston stoichiometry of shallow lakes could be an outstanding step for future stoichiometric investigations. Together, these differences in the elemental composition of suspended food would alter the frequency and severity of growth limitation of these secondary consumers. In addition, this could affect their rates of nutrient release and the resupply ratios of nutrients back into the littoral environment.

Regarding to phytoplankton, lake Obsterno in May and July 2017 and 2018, *Chrysophyta* and then *Bacillariophyta* were the most abundant algae groups in pelagic zone, bare littoral, rush beds and yellow water-lily zone respectively but with almost 4 fold more abundance in May 2018 in comparison with May 2017. In autumn 2017, *Bacillariophyta* but in 2018 *Cryptophyta* was also the most widespread group in all habitats. During these two years, *Cyanophyta* were absent in May in pelagic zone and bare littoral and had minimum values in rush beds and yellow water lily zone.

According to the phytoplankton community composition of lake Nobisto in May 2017 *Chrysophyta* and then *Bacillariophyta* in pelagic zone, bare littoral and bulrush were registered as the most abundant ones. In summer, phytoplankton community composition did not substantially change but its total abundance decreased to almost two folders in all habitats; just in bulrush we registered more *Bacillariophyta* than *Chrysophyta*. During autumn in pelagic zone *Chrysophyta* but in bare littoral and bulrush, *Bacillariophyta* were the dominant groups. In lake Nobisto, we identified minimum values of *Cyanophyta* in all habitats in autumn. In Nobisto lake in 2018, only total abundance of phytoplankton community composition increased in comparison with 2017. In May, *Chrysophyta* and then *Bacillariophyta* in pelagic zone, bare littoral and bulrush, in July, *Chlorophyta* and *Bacillariophyta* in all habitats and finally in October, *Euglenophyta* in all habitats specially in pelagic zone then *Bacillariophyta* were the most abundant groups. Correlation analysis expressed mostly weak correlation between phytoplankton groups and C : N : P as well as water chemistry (Tables 3, 4). *Chrysophyta* in May and July and *Bacillariophyta* and *Euglenophyta* in October were identified as the most abundant groups in lake Nobisto within 2017 and 2018.

Table 3. Results of Eigen analysis of the Correlation Matrix Variable between elements and their ratios in seston with biomass of dominant zooplankton species, biomass of dominant phytoplankton groups and hydrochemical parameters in Obsterno and Nobisto lakes (2017)

Index	Lake Obsterno						Lake Nobisto					
	C	N	P	C : N	N : P	C : P	C	N	P	C : N	N : P	C : P
<i>Bosmina</i>	0.151	0.394		0.309						0.401	0.248	
<i>Daphnia</i>				0.341	0.120	0.318				0.378	0.704	
<i>Ceriodaphnia</i>					0.640						0.299	
<i>Diaphnosoma</i>		0.595	0.062				0.708				0.298	
<i>Eudiaptomus</i>			0.512	0.309	0.328	0.372				0.332		
<i>Thermocyclops</i>		0.322		0.318		0.340				0.416	0.345	
T, °C	0.140	0.143	0.245	0.433							0.271	
O ₂		0.183	0.434			0.301			0.782			
NO ₃	0.705	0.219				0.351		0.702		0.229	0.261	
NH ₄	0.442		0.558		0.203				0.558	0.423		

The end of the table. 3

Index	Lake Obsterno						Lake Nobisto					
	C	N	P	C : N	N : P	C : P	C	N	P	C : N	N : P	C : P
PO ₄					0.661		0.265	0.388			0.704	
<i>Cyanophyta</i>	0.789	0.698	0.339	0.343	0.041							0.236
<i>Chlorophyta</i>	0.044		0.334	0.389	0.675					0.486		
<i>Chrysophyta</i>			0.482	0.436						0.375		
<i>Cryptophyta</i>				0.424							0.482	
<i>Bacillariophyta</i>				0.410						0.475		
<i>Dinophyta</i>										0.303	0.392	0.209

Notes. Correlations are weak at $PC < 0.4$, average at $PC = 0.4$, strong $PC > 0.4$ ($p > 0.05$); only positive correlations are presented. Significant correlations with significance level $p < 0.05$ are highlighted bold.

Table 4. Results of Eigen analysis of the Correlation Matrix Variable between elements and their ratios in seston with biomass of dominant zooplankton species, biomass of dominant phytoplankton groups and hydrochemical parameters in Obsterno and Nobisto lakes (2018)

Index	Lake Obsterno						Lake Nobisto					
	C	N	P	C : N	N : P	C : P	C	N	P	C : N	N : P	C : P
<i>Bosmina</i>			0.374						0.423	0.603		
<i>Daphnia</i>								0.423	0.278		0.664	
<i>Ceriodaphnia</i>			0.727	0.413			0.106	0.443	0.121			0.101
<i>Diaphanosoma</i>	0.263	0.674			0.864		0.723	0.440	0.234			
<i>Eudiaptomus</i>				0.502			0.301	0.331	0.112			0.174
<i>Thermocyclops</i>								0.442	0.205			0.120
T, °C					0.365	0.292		0.399	0.431			
NO ₃					0.533			0.576				
NH ₄		0.656	0.285	0.326								
PO ₄				0.375	0.680				0.221			
<i>Cyanophyta</i>	0.105	0.604		0.634			0.721					
<i>Chlorophyta</i>	0.297		0.199	0.278	0.784					0.265	0.655	0.542
<i>Chrysophyta</i>							0.142	0.233	0.039			
<i>Cryptophyta</i>	0.347	0.316	0.179				0.391	0.371				
<i>Bacillariophyta</i>	0.335	0.342	0.683	0.289								

Notes. The same as for table 3.

The zooplankton community composition was strikingly similar for both these lakes. The three dominating groups were *Bosmina* spp. (mostly *B. longispina* and *B. longirostris*), *Daphnia* (mostly *D. cucullata*) and *Thermocyclops* (*Th. oithonoides*). Small cyclopoides were rare in both lakes but with maximum densities in midsummer, while both small *Bosmina* and *Daphnia* had peak densities in early summer. Copepods were most abundant in late summer and fall. The number of all species was lowest in autumn when P content peaked, but it is hard to separate the seasonality effect from the food quality. Neither of the dominant zooplankton species significantly correlated either with food quality in terms of seston C, except *Diaphanosoma* in Nobisto lake within two years (Tables 3, 4).

We found significant differences in seston stoichiometry between littoral and pelagic zone in both lakes. In Obsterno lake in spring of 2017, both N : P and C : P ratios were highest at pelagic habitat whilst this variability was related to higher zooplankton biomass (especially *Bosmina*, *Ceriodaphnia*, *Daphnia*) and less to *Diaphanosoma*. In 2018 in lake Obsterno, the highest N : P and C : P ratios were recorded in July and September and decreased in October without significant differences among habitats which were related to higher zooplankton biomass (especially *Cer. pulchella* and *Diaphanosoma*) and less to *Daphnia*, *Bosmina*, *Thermocyclops* and *Eudiaptomus* (Tables 3, 4, lake Obsterno).

In lake Nobisto in 2017, seston C : P and N : P ratios, increased in July in comparison with May in littoral and pelagic zone. C : P and N : P ratios were more positively correlated to large *Bosmina* and *Daphnia* and less to *Ceriodaphnia*, *Diaphnosoma*, *Thermocyclops* and *Eudiaptomus*. In lake Nobisto in 2018, seston C : P and N : P ratios increased from May to July in littoral and pelagic zones then decreased in September to October. These ratios were statistically different between littoral and pelagic zones while N : P was more correlated to *Daphnia* and C : P to copepods (tables 3 and 4, lake Nobisto). Variability of seston C : P ratios may be partly related to this fact that zooplankton taxa differ considerably in their body construction, which affects their elemental composition, as its shown *Daphnia*, *Ceriodaphnia*, *Bosmina* with lower C : P ratios and copepods with higher C : P [2].

Seston elemental ratios of lake Obsterno revealed smaller changes between littoral and pelagic zone in comparison with lake Nobisto from May to October. As it was reported by Elser et al. (2000) [8] C : N ratio of seston limits in freshwater systems are ranged in 6–14 (by mass). In our studied lakes these ratios didn't differ a lot between lakes and locations showing insignificant decrease in summer in both lakes. Lakes' seston have high N and C relative to P ratios because of phosphorus-limited growth and usually don't exceed 14–54 for N : P and 123–1842 for C : P. Elser & Hassett (1994) [9] showed that majority of lakes have seston C : P values higher than 200 : 1 (by mass) possibly reflecting the contribution of allochthonous detritus that is high in C relative to P (rather than phytoplankton composition). In our studied lakes, we registered low abundance *Daphnia* species in summer and autumn in both lakes whereas *Eudiaptomus* spp. and *Bosmina* spp. in lake Obsterno greatly contributed in pelagic communities within autumn and spring. In lake Nobisto *Ceriodaphnia pulchella* and plant-dwelling detritivorous Cladocera were abundant within all seasons. Also *Cyanophyta* were the least abundant group respectively from late spring to autumn in Obsterno and Nobisto within two years but they had their highest abundance during periods increasing of temperature and lower nitrate. These temperature effects are supported by chemostat experiments reported by Tilman et al. (1986) [10] who showed that at N : P ratios ranging from 0.1 to 500. In Lake Superior, *Cyanophyta* were outcompeted by diatoms and green algae when the temperature was held at 10 and 17 °C, but that at 24 °C, *Cyanophyta* dominated up to an N : P ratio of 30 : 1. In our lakes, *Cyanophyta* was the least widespread algal group but increases in abundance in summer when N : P ratio was more or less near to 30 : 1. Jasser (1995) [11] showed that release of organic compounds by macrophytes apparently contributed to a decline of cyanobacteria by changing the phytoplankton dominance structure by increases green algae. This is in agreement with our data from lake Nobisto with high N : P and C : P specially in summer when the C : P values exceeded 1000 (Table 2) unless biomass of *Cyanophyta* was twice lower in littoral than in pelagic zone (2.44 and 5.01 mg · l⁻¹ respectively). High N : P and C : P values in littoral locations show strong P-limitation and that might reflect the influence of allochthonous organic matter. According to Frost et al. (2006) [12], detritivorous invertebrates have higher body C : P ratios than their grazing and predatory counterparts consequently. Due to this, detritivores are predicted to have relatively lower P requirements for growth metabolism compared with grazers and predators, which is in agreement with our data where detritivorous zooplankton were dominant in late September and early October within both lakes (Table 2). When the food C : P ratios exceed 200, it may reduce the growth rates of some zooplankton taxa such as *Daphnia* spp. but would not strongly affect the development of some taxa which are not typically P limited. Such taxa would include *Bosmina* spp. and calanoid copepods and other herbivorous-detritivorous species [13]. Eigen analysis of our data showed positive correlation with copepods such as *Eudiaptomus* spp. (0.502) and seston C : P ratios by more biomass in studied lakes having nutrient poor food.

In our both lakes, there was a pattern with decreased P-content and increased C : P ratio in seston coinciding with the increase in water temperature. Sestonic C : P ratios increased over the growing season, suggesting that seasonal dynamics among autotrophs with high P-uptake in colder months. These seasonal changes in elemental ratios were also associated with disparity in macrophytes covering of both lakes that reflects contributions an allochthonous detritus potentially from the macrophytes and surrounding forested territories what may influence on P depletion in seston in summer. Shallow macrophytes covered lake Nobisto revealed more variable seston elemental ratios than mesotrophic lake Obsterno. Generally, seston C : N ratios varied the least across all habitats of lakes, but in lake Obsterno in 2017, C : P and N : P ratios varied widely and showed a significant seasonal pattern with lower ratios

of N : P and C : P in littoral than pelagic zone during colder seasons and higher ratios in the warm seasons. Contrary, in lake Nobisto in 2017, C : P and N : P ratios were higher ratios in most littoral locations compared to adjacent pelagic zone seasonally. In 2018, Obsterno exhibited higher C : P and N : P ratios in littoral seston than that in pelagic zones seasonally unlike what was seen in lake Nobisto that year.

Correlation analysis revealed weak relationships between the biomass of zooplankton species and sestonic C : P, suggesting that the variability in the zooplankton community was not primary due to food P content. The weak correlation between sestonic C : P and temperature also could be a seasonal effect but one altered by zooplankton (Tables 3, 4). Temperature follows the seasonality of light, and controls the growth cycle of the autotrophs. Lower temperature could induce changes in stoichiometry so dramatic shifts in seston C : P in autumn could be explained as a seasonal effect of reduced temperature, less light, and increased nutrient supply [14]. The fact that P concentration in seston was rather constant in the lakes over the seasons, but the C : P ratios markedly increased in summer (Table 2), suggests that an increase in seston C with the temperature rise reflects phytoplankton growth almost entirely due to C assimilation. So this could explain most of the increase in C : P ratios of seston from spring to late summer [15]. On the other hand, an increased share of detritus in seston in autumn would tend to increase the sestonic C : P ratio specially in littoral than in pelagic zone in our studied lakes. Beside this, *Cyanophyta* and their predominance during autumn would increase C and N of the seston content (Tables 3, 4) specially in mesotrophic lake Obsterno.

Eigen analysis of the Correlation Matrix Variable suggest that temperature played a minor role for seston C : P and N : P. Changes in composition within the zooplankton community, between dominance of daphniids and copepods, could induce shifts in elemental ratios at the community level [2; 16]. The previous studies show that when P-rich cladocerans like *Daphnia* or *Diaphanosoma* are present, N : P ratio of seston is higher specially in late spring or early summer but the total dominance of the relatively P-poor small *Bosmina* and copepods is high in mid-summer and early autumn when C : P ratio of seston is higher [16; 17] as in our lakes. Finally, dietary changes in C : P may also affect consumer stoichiometry, the very high sestonic C : P would surely pose an additional constraint on P-demanding species such as *Daphnia* and *Diaphanosoma*.

Conclusions. Our field studies found that the relationship between seston elemental ratio and phytoplankton biomass differs between habitats. In addition, zooplankton (*Daphnia*, *Ceriodaphnia* and *Diaphnosoma*) biomass were further explained both by variables but appeared more related to food quality and variables that are primarily a measure of organic matter. The phytoplankton composition played a role as well with the relative biomass of *Cyanophyta* showing a stronger positive relationship with elements in Obsterno lake. We also found that the relative abundance of *Dinophyta* and *Chlorophyta* in both lakes had a positive relationship with C : N : P ratio within two years. Both plankton species composition and hydrochemical parameters were the best predictors of different seston stoichiometry in different habitats. We hypothesize that in these systems, light regime is also important in determining the seston composition, which is a good predictor for zooplankton growth. These proposed relationships between light regime, content of the seston, phytoplankton and zooplankton structure need experimental confirmation in future.

Acknowledgements. We would like to acknowledge Dr. V. P. Semenchko the head of Laboratory of Hydrobiology Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, for his valuable comments, Belarusian State University, Faculty of Biology and T. V. Zhukova Head of Naroch biological station and its staff – E. A. Zhuravliova and E. I. Lapitskaja for their technical assistance. This work was supported by BRFFR (grant no. B17-037).

Благодарности. Благодарим за ценные комментарии заведующего лабораторией гидробиологии члена-корреспондента НАН Беларуси В. П. Семенченко, Белорусский государственный университет, биологический факультет и Т. В. Жукову, начальника Нарочанской биологической станции и ее сотрудников – Е. А. Журавлеву и Е. И. Лапицкую за техническую помощь. Работа выполнена при поддержке БРФФИ (грант № B17-037).

References

1. Sterner R. W., Andersen T., Elser J. J., Hessen D. O., Hood J. M., McCauley E., Urabe J. Scale-dependent carbon : nitrogen : phosphorus seston stoichiometry in marine and freshwaters. *Limnology and Oceanography*, 2008, vol. 53, no. 3, pp. 1169–1180. <https://doi.org/10.4319/lo.2008.53.3.1169>
2. Sterner R. W., Elser J. J. *Ecological stoichiometry: the biology of elements from molecules to the biosphere*. New Jersey, 2003. Vol. 10. 572 p. <https://doi.org/10.1515/9781400885695>
3. Sterner R. W. The ratio of nitrogen to phosphorus resupplied by herbivores: zooplankton and the algal competitive arena. *American Naturalist*, 1990, vol. 136, no. 2, pp. 209–229. <https://doi.org/10.1086/285092>
4. Frost P. C., Evans-White M. A., Finkel Z. V., Jensen T. C., Matzek V. Are you what you eat? Physiological constraints on organismal stoichiometry in an elementally imbalanced world. *Oikos*, 2005, vol. 109, no. 1, pp. 18–28. <https://doi.org/10.1111/j.0030-1299.2005.14049.x>
5. Antenucci J., Imberger J. The effectiveness of reservoirs as water quality barriers. Cadee K., ed. *The effectiveness of reservoirs as water quality barriers*. Australia, Perth, 2003. 354 p.
6. Kolding J., van Zwieten P. A. M. Relative lake level fluctuations and their influence on productivity and resilience in tropical lakes and reservoirs. *Fisheries Research*, 2012, vol. 115–116, pp. 99–109. <https://doi.org/10.1016/j.fishres.2011.11.008>
7. Dubovskaya O. P., Semenchenko V. P., Gladyshev M. I., Buseva J. F., Razlutskiy V. I. Non-predatory mortality indices of cladoceran zooplankton in the pelagial and littoral of a shallow meso-eutrophic lake. *Doklady Biological Sciences*, 2007, vol. 416, no. 1, pp. 391–393. <https://doi.org/10.1134/s0012496607050201>
8. Elser J. J., O'Brien W. J., Dobberfuhl D. R., Dowling T. E. The evolution of ecosystem processes: growth rate and elemental stoichiometry of a key herbivore in temperate and arctic habitats. *Journal of Evolutionary Biology*, 2000, vol. 13, no. 5, pp. 845–853. <https://doi.org/10.1046/j.1420-9101.2000.00215.x>
9. Elser J. J., Hassett R. P. A stoichiometric analysis of the zooplankton–phytoplankton interaction in marine and freshwater ecosystems. *Nature*, 1994, vol. 370, no. 6486, pp. 211–213. <https://doi.org/10.1038/370211a0>
10. Tilman D., Kiesling R., Sterner R., Kilham S. S., Johnson F. Green, blue-green and diatom algae: taxonomic differences in competitive ability for phosphorus, silicon and nitrogen. *Archiv für Hydrobiologie*, 1986, vol. 106, pp. 473–485.
11. Jasser I. The influence of macrophytes on a phytoplankton community in experimental conditions. *Hydrobiologia*, 1995, vol. 306, no. 1, pp. 21–32. <https://doi.org/10.1007/bf00007855>
12. Frost P. C., Benstead J. P., Cross W. F., Hillebrand H., Larson J. H., Xenopoulos M. A., Yoshida T. Threshold elemental ratios of carbon and phosphorus in aquatic consumers. *Ecology Letters*, 2006, vol. 9, no. 7, pp. 774–779. <https://doi.org/10.1111/j.1461-0248.2006.00919.x>
13. Richman S., Rogers J. N. The feeding of *Calanus helgolandicus* on synchronously growing populations of the marine diatom *Ditylurn brightwellii*. *Limnology and Oceanography*, 1969, vol. 14, no. 5, pp. 701–709. <https://doi.org/10.4319/lo.1969.14.5.0701>
14. Gons H. J., Burger-Wiersma T., Otten J. H., Rijkeboer M. Coupling of phytoplankton and detritus in a shallow, eutrophic lake (Lake Loosdrecht, The Netherlands). *Hydrobiologia*, 1992, vol. 233, no. 1–3, pp. 51–59. <https://doi.org/10.1007/bf00016095>
15. Otten J. H., Gons H. J., Rijkeboer M. Dynamics of phytoplankton detritus in a shallow, eutrophic lake (Lake Loosdrecht, The Netherlands). *Hydrobiologia*, 1992, vol. 233, no. 1–3, pp. 61–67. <https://doi.org/10.1007/bf00016096>
16. Andersen T., Hessen D. O. Carbon, nitrogen, and phosphorus content of freshwater zooplankton. *Limnology and Oceanography*, 1991, vol. 36, no. 4, pp. 807–814. <https://doi.org/10.4319/lo.1991.36.4.0807>
17. Hessen D. O., Lyche A. Inter- and intraspecific variations in zooplankton element composition. *Archiv für Hydrobiologia*, 1991, vol. 121, no. 3, pp. 343–353. <https://doi.org/10.1127/archiv-hydrobiol/121/1991/343>

Information about the authors

Buseva Zhanna F. – Ph. D. (Biology), Leading Researcher. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Bioresources (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: buseva_j@mail.ru. ORCID: 0000-0001-8663-6808.

Farahani Shabnam G. – Junior Researcher. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Bioresources (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: sh.farahani1986@gmail.com

Razlutskiy Vladimir I. – Ph. D. (Biology), Leading Researcher, Associate Professor. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Bioresources (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vladimirrazl@gmail.com. ORCID: 0000-0001-8612-6955.

Информация об авторах

Бусева Жанна Федоровна – канд. биол. наук, вед. науч. сотрудник. НПЦ НАН Беларуси по биоресурсам (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: buseva_j@mail.ru. ORCID: 0000-0001-8663-6808.

Фарахани Шабнам Газерани – мл. науч. сотрудник. НПЦ НАН Беларуси по биоресурсам (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: sh.farahani1986@gmail.com.

Разлуцкий Владимир Ильич – канд. биол. наук, доцент, вед. науч. сотрудник. НПЦ НАН Беларуси по биоресурсам (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vladimirrazl@gmail.com. ORCID: 0000-0001-8612-6955.

Sysova Elena A. – Ph. D. (Biology), Senior Researcher. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Bioresources (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: sysovaelena@mail.ru.

Maisak Natallia N. – Researcher. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Bioresources (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vok-n@mail.ru. ORCID: 0000-0001-8872-1141.

Myagkova Ksenia V. – Junior Researcher. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Bioresources (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: myksen@mail.ru.

Frost Paul C. – Ph. D. (Biology), Professor. Trent University (Peterborough, ON K9J 7B8, Canada). E-mail: paulfrost@trentu.ca. ORCID: 0000-0002-8267-1726.

Сысова Елена Александровна – канд. биол. наук, ст. науч. сотрудник. НПЦ НАН Беларуси по биоресурсам (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: sysovaelena@mail.ru.

Майсак Наталия Николаевна – науч. сотрудник. НПЦ НАН Беларуси по биоресурсам (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vok-n@mail.ru. ORCID: 0000-0001-8872-1141.

Мягкова Ксения Владимировна – мл. науч. сотрудник. НПЦ НАН Беларуси по биоресурсам (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: myksen@mail.ru.

Фрост Поль С. – канд. биол. наук, профессор. Университет Трента (г. Петербор, ON K9J 7B8, Канада). E-mail: paulfrost@trentu.ca. ORCID: 0000-0002-8267-1726.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

УДК 581.19; 581.14
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-605-613>

Поступило в редакцию 07.04.2022
Received 07.04.2022

Н. А. Еловская¹, Ж. Н. Калацкая¹, академик Н. А. Ламан¹, К. С. Гилевская²,
В. И. Куликовская², В. В. Николайчук²

¹Институт экспериментальной ботаники имени В. Ф. Купревича Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Республика Беларусь

²Институт химии новых материалов Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Республика Беларусь

СТИМУЛИРУЮЩЕЕ ДЕЙСТВИЕ ОКСИКОРИЧНЫХ КИСЛОТ И ИХ КОНЬЮГАТОВ С ХИТОЗАНОМ НА РОСТ И БИОХИМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ МИКРОКЛОНОВ КАРТОФЕЛЯ *IN VITRO*

Аннотация. Рассматривается влияние кофейной и феруловой кислот и их конъюгатов на основе хитозана на ростовые и отдельные биохимические показатели микроклонов картофеля (*Solanum tuberosum* L.) сорта Бриз в культуре *in vitro*. Выявлен их положительный эффект на рост и развитие растений, при этом максимальное стимулирующее действие наблюдали у кофейной кислоты и ее конъюгата. Добавление хитозана в питательную среду культивирования вызвало развитие оксидативного стресса в клетках микроклональных растений. Оксикоричные кислоты проявили антиоксидантные свойства, снижая образование активных форм кислорода и стресс-индуцируемое накопление пролина. Конъюгат хитозана и кофейной кислоты действовал как умеренной силы стрессор, активизируя метаболизм и адаптационные процессы у формирующихся микроклональных растений.

Ключевые слова: картофель, *in vitro*, конъюгаты, оксикоричные кислоты, хитозан, морфометрические показатели, фотосинтетические пигменты, пролин, перекись водорода, перекисное окисление липидов

Для цитирования. Стимулирующее действие оксикоричных кислот и их конъюгатов с хитозаном на рост и биохимические показатели микроклонов картофеля *in vitro* / Н. А. Еловская [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 6. – С. 605–613. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-605-613>

Ninel A. Yaloukaya¹, Joanna N. Kalatskaja¹, Academician Nikolai A. Laman¹, Kseniya S. Hileuskaya²,
Viktoryia I. Kulikouskaya², Viktoryia V. Nikalaichuk²

¹V. F. Kuprevich Institute of Experimental Botany of the National Academy of Sciences of Belarus,
Minsk, Republic of Belarus

²Institute of Chemistry of New Materials of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

EFFECT OF THE HYDROXYCINNAMIC ACIDS AND THEIR CHITOSAN-BASED CONJUGATES ON THE GROWTH AND BIOCHEMICAL PARAMETERS OF MICROCLONE POTATO PLANTS *IN VITRO*

Abstract. This study determined the effect of exogenously applied hydroxycinnamic acids and their chitosan-based conjugates on growth and biochemical parameters of microclone potato plants (*Solanum tuberosum* L.) *in vitro* under optimal conditions. The findings of the present investigation confirm applying of chitosan-caffeic acid and chitosan-ferulic acid conjugates on microclone potato plants to improve growth and development. A significant growth-stimulating effect was found in caffeic acid and its chitosan-based conjugate. Chitosan behaved like a general elicitor inducing oxidative stress in plant cells. In turn, hydroxycinnamic acids acted as antioxidants to scavenge reactive oxygen species. The chitosan-caffeic acid conjugate can be considered as a low stress factor that activates metabolism and adaptation processes of microclonal potato plants.

Keywords: potato, *in vitro*, conjugates, hydroxycinnamic acids, chitosan, morphometric parameters, photosynthetic pigments, proline, hydrogen peroxide, lipid peroxidation

For citation. Yaloukaya N. A., Kalatskaja J. N., Laman N. A., Hileuskaya K. S., Kulikouskaya V. I., Nikalaichuk V. V. Effect of the hydroxycinnamic acids and their chitosan-based conjugates on the growth and biochemical parameters of microclone potato plants *in vitro*. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 6, pp. 605–613 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-605-613>

Введение. Физиологически активные вещества природного происхождения активно используются для создания препаратов, регулирующих рост растений, активизирующих иммунные реакции и участвующих в формировании комплексной индуцированной устойчивости к биотическим и абиотическим стрессовым факторам. В качестве компонентов таких препаратов

используются соединения, способные даже в низких концентрациях оказывать существенное положительное воздействие на физиологические процессы растений. Например, хитозан – линейный полиаминосакхарид, деацетилированное производное хитина, оказывающий стимулирующее действие на ростовые процессы многих сельскохозяйственных культур, усиливая синтез фотосинтетических пигментов, сахаров, вторичных метаболитов и антиоксидантов и повышая устойчивость культур к неблагоприятным абиотическим и биотическим факторам среды [1–3].

В настоящее время многие исследователи большое внимание уделяют химической модификации хитозана с использованием фенольных соединений, которые ковалентно сшиваются с его полимерной цепью. Ковалентная сшивка с полисахаридом является одним из способов стабилизации фенольного соединения и улучшения его биодоступности. Показано, что наиболее целесообразно получать такие производные на основе низкомолекулярных фенольных соединений [3].

Однако пока еще недостаточно сведений о биологической активности производных хитозана с полифенолами, их действии на рост и развитие растений в оптимальных и неблагоприятных условиях. В связи с этим цель данной работы заключалась в исследовании влияния конъюгатов на основе хитозана и оксикоричных кислот на ростовые и биохимические процессы микроклонов растений картофеля в культуре *in vitro* в оптимальных условиях.

Материалы и методы исследования. Исходные оздоровленные растения-регенеранты картофеля сорта Бриз, предоставленные РУП «НПЦ НАН Беларуси по картофелеводству и плодоовощеводству», клонировали и полученные микроклоны помещали на агаризованные питательные среды согласно схеме опыта:

Контроль – стандартная питательная среда Мурасиге–Скуга (МС-среда);

Хитозан – МС-среда с добавлением хитозана $M = 30$ кДа, $c_{\text{хитозана}} = 0,025$ мг/мл;

Кофейная кислота (КК) – МС-среда с добавлением кофейной кислоты, $c_{\text{КК}} = 0,025$ мг/мл;

Хитозан-кофейная кислота (Хит-КК) – МС-среда с добавлением конъюгата хитозан-кофейная кислота, $c_{\text{конъюгат}} = 0,025$ мг/мл;

Феруловая кислота (ФК) – МС-среда с добавлением феруловой кислоты, $c_{\text{ФК}} = 0,025$ мг/мл;

Хитозан-феруловая кислота (Хит-ФК) – МС-среда с добавлением конъюгата хитозан-феруловая кислота, $c_{\text{конъюгат}} = 0,025$ мг/мл.

Растения выращивали при температуре 23–25 °С, в фотопериоде 16 ч день и 8 ч ночь, освещенности 3000 люкс.

На 28-й день выращивания оценивали ростовые процессы по показателям длины и массы стеблей, накоплению фотосинтетических пигментов, хлорофилльному фотосинтетическому потенциалу (ХФСП) микроклонов; развитие – по числу сформировавшихся междоузлий (метамеров).

Фотосинтетические пигменты экстрагировали 96 %-ным этиловым спиртом и рассчитывали согласно [4], ХФСП определяли по методу, изложенному в [5], перекись водорода (H_2O_2) по цветной реакции с ксиленовым оранжевым [6]. Интенсивность перекисного окисления липидов (ПОЛ) оценивали по накоплению малонового диальдегида (МДА) [7]. Содержание пролина определяли по цветной реакции с нингидрином [8].

Конъюгаты хитозана с кофейной или феруловой кислотой синтезировали в Институте химии новых материалов НАН Беларуси карбодиимидным методом, изложенным в [9]. Степень пришивки оксикоричной кислоты к хитозану составила $41,8 \pm 3,9$ мкг/мг (или $3,6 \pm 0,3$ %) и $48,9 \pm 6,5$ мкг/мг (или $4,5 \pm 0,7$ %) для феруловой и кофейной кислот соответственно.

Статистическая обработка проводилась с использованием программы Statistics 22. Количественные данные проверяли на нормальность распределения с использованием критерия Колмогорова–Смирнова. Оценку различий между вариантами выполняли при помощи однофакторного дисперсионного анализа (ANOVA) с учетом критерия Брауна–Форсайта с последующим проведением апостериорного теста (сравнение частных средних по тесту Дункана). Результаты представлены в виде $M \pm Sd$ (где M – это среднее арифметическое значение, Sd – стандартное отклонение) трех биологических повторностей. Статистически значимыми считали различия при $p < 0,05$. Конъюгаты сравнивали с контролем, хитозаном и соответствующей оксикоричной

кислотой, сравнение конъюгатов или оксикоричных кислот друг с другом не проводили. Буквы латинского алфавита (a, b, c, d) указывают на наличие достоверных различий между вариантами.

Результаты и их обсуждение. Добавление в питательную среду конъюгата на основе хитозана и кофейной кислоты (Хит-КК) оказывало самое высокое стимулирующее действие на рост и развитие микроклонов картофеля. Длина стебля и число междоузлий под действием Хит-КК увеличились соответственно на 33,4 и 22,9 % по сравнению со стандартной средой, на 17,1 и 11,4 % по сравнению с добавлением хитозана и на 5,0 и 6,6 % относительно варианта с кофейной кислотой. Внесение конъюгата Хит-КК положительно действовало на накопление сырой и сухой биомассы стеблей. Исследуемые показатели увеличились на 22,5 % (по сырой массе) и 61,1 % (по сухой массе) по сравнению с контролем. Статистически достоверные различия не получены для вариантов с добавлением Хит-КК, хитозана и кофейной кислоты (табл. 1).

Т а б л и ц а 1. Влияние конъюгатов Хит-КК и Хит-ФК на морфометрические показатели растений-регенерантов картофеля сорта Бриз в культуре *in vitro*

Table 1. The effect of chitosan-caffeic acid and chitosan-ferulic acid conjugates on the morphometric parameters of potato regenerated plants in *in vitro*

Вариант/Показатель Option/Indicator	МС-среда (контроль) MS-medium (control)	МС-среда + MS-medium +				
		Хитозан Chitosan	КК Caffeic acid	Хит-КК Chitosan-caffeic acid	ФК Ferulic acid	Хит-ФК Chitosan-ferulic acid
Длина стебля, см	3,8 ± 0,15 ^a	4,4 ± 0,03 ^b	4,9 ± 0,1 ^c	5,1 ± 0,15 ^d	4,1 ± 0,01 ^a	4,0 ± 0,1 ^a
Число междоузлий, шт.	6,1 ± 0,10 ^a	6,7 ± 0,06 ^b	7,0 ± 0,15 ^c	7,5 ± 0,10 ^d	7,0 ± 0,06 ^c	6,6 ± 0,17 ^b
Сырая масса стебля, мг	75,69 ± 3,25 ^a	88,91 ± 2,52 ^b	93,12 ± 2,73 ^b	92,74 ± 7,52 ^b	90,15 ± 1,26 ^b	78,20 ± 2,93 ^a
Сухая масса стебля, мг	5,89 ± 1,34 ^a	7,95 ± 0,23 ^b	8,82 ± 0,26 ^b	9,49 ± 0,77 ^b	8,45 ± 0,19 ^b	7,94 ± 0,3 ^b
Длина корней, см	3,4 ± 0,11 ^a	3,2 ± 0,09 ^a	4,4 ± 0,14 ^b	5,0 ± 0,15 ^c	3,8 ± 0,06 ^b	4,1 ± 0,16 ^c
Число корней, шт.	4,7 ± 0,06 ^a	4,6 ± 0,06 ^a	8,2 ± 0,17 ^b	5,2 ± 0,06 ^c	6,7 ± 0,36 ^b	4,1 ± 0,12 ^c
Сырая масса корней, мг	28,32 ± 0,40 ^a	15,05 ± 3,02 ^b	39,48 ± 1,35 ^c	33,64 ± 1,82 ^d	33,96 ± 0,86 ^c	27,92 ± 0,26 ^a
Сухая масса корней, мг	3,22 ± 0,05 ^a	1,88 ± 0,38 ^b	5,40 ± 0,18 ^c	4,13 ± 0,22 ^d	3,85 ± 0,10 ^c	3,45 ± 0,03 ^a

Примечания: конъюгаты сравнивались с контролем, хитозаном и соответствующей оксикоричной кислотой, сравнение конъюгатов или оксикоричных кислот друг с другом не проводилось. Разные буквы латинского алфавита свидетельствуют о наличии достоверной разницы между вариантами, $p < 0,05$.

Note: the conjugates were compared with the control, chitosan and the corresponding hydroxycinnamic acid, the conjugates and hydroxycinnamic acids were not compared with each other. Different letters indicate means that are statistically significantly different at 5 % level of significance.

В то же время добавление в питательную среду конъюгата Хит-ФК стимулировало формирование большего числа междоузлий на стебле микроклонов по сравнению с контролем (на 8,2 %), хотя данный показатель оказался на 5,3 % ниже эффекта ФК (табл. 1). Добавление в питательную среду конъюгата Хит-ФК не оказывало действия на накопление сырой биомассы побегов по сравнению с контролем, но снижало ее на 12,1 и 13,3 % по сравнению с хитозаном и ФК соответственно. Сухая биомасса микроклонов возрастала под влиянием вносимого в питательную среду конъюгата Хит-ФК на 34,6 % по сравнению с контролем, но не изменялась по сравнению с растениями, культивировавшимися на средах с добавлением хитозана и ФК (табл. 1).

Наиболее существенный эффект на развитие корневой системы оказала кофейная кислота как по сравнению с контрольными растениями, так и с растениями, выращиваемыми на питательной среде с конъюгатом. При добавлении Хит-КК средняя длина корней увеличилась на 45,7 % по отношению к контролю и на 54,1 и 14,6 % по сравнению с вариантами с добавлением хитозана и кофейной кислоты, а число корней возросло на 10,6 и 12,9 % по сравнению с контролем и хитозаном соответственно. Сырая масса корней под действием конъюгата Хит-КК увеличилась на 18,8 и 123,5 % по сравнению с контролем и хитозаном и снизилась на 14,8 % по сравнению с кофейной кислотой соответственно. Хит-КК стимулировал накопление сухой био-

массы по сравнению с контролем (на 28,2 %) и хитозаном (на 119,0 %), но уступал на 23,7 % варианту с кофейной кислотой (табл. 1).

Конъюгат Хит-ФК оказывал неоднозначный эффект на развитие корневой системы микроклонов: средняя длина корней увеличилась на 18,5, 25,3 и 6,9 %, в то время как число корней уменьшилось на 14,1, 12,2 и 39,3 % по сравнению с контролем, хитозаном и ФК соответственно. Добавление конъюгата Хит-ФК в питательную среду не оказало влияния и на биомассу корней по сравнению с контролем, но увеличило их сырую и сухую биомассу на 85,5 и 83,6 % по сравнению с хитозаном (табл. 1).

Анализ полученного экспериментального материала показывает, что варианты с добавлением кофейной кислоты и ее конъюгата с хитозаном демонстрируют самые высокие эффекты стимуляции практически по всем показателям роста, развития и продукционного процесса микроклонов картофеля (табл. 1). Интересным для дальнейшего изучения представляется статистически достоверное ускорение развития растений (по числу сформированных метамеров) при добавлении в среду выращивания конъюгата Хит-КК по сравнению со всеми другими вариантами опыта.

Феруловая кислота и ее конъюгат с хитозаном оказали стимулирующее влияние преимущественно на рост корневой системы растений, причем действие феруловой кислоты оказалось более эффективным. Хитозан способствовал ускорению роста побегов, однако ингибировал формирование корневой системы микроклонов.

Известно, что оксикоричные кислоты в низких концентрациях стимулируют корнеобразование в результате предотвращения декарбоксилирования фитогормона индол-3-уксусной кислоты. Также показано, что феруловая и кофейная кислоты, содержащие гидроксил в пара-положении, проявляют антагонистический эффект в отношении абсцизовой кислоты в сравнении с коричной кислотой [10].

Исследования Ли с соавт. [11] показали положительное влияние хитозана на проростки сои, при этом эффективность действия хитозана была прямо пропорциональна его молекулярной массе. Так, замачивание семян в растворе хитозана с высокой молекулярной массой (>1000 кДа) стимулировало рост проростков сои. С другой стороны, в исследованиях Луан с соавт. [12] стимулирующий эффект был получен при использовании низкомолекулярного хитозана (16 кДа).

Значительный ростстимулирующий эффект обработки семян конъюгатами на основе хитозана и оксикоричных кислот получен при выращивании растений огурца, при этом отмечено изменение соотношения развития надземной и подземной частей проростка в сторону увеличения корневой системы [9], преимущественное влияние конъюгатов хитозана и оксикоричных кислот на корневую систему проростков ячменя показано также в [13].

Добавление в питательную среду конъюгата на основе хитозана и кофейной кислоты увеличивало суммарное содержание хлорофиллов на 31,4 % по сравнению с контролем и снижало на 32,6 % по сравнению с кофейной кислотой. Отношение содержания Хл *a* к Хл *b* увеличивалось у растений, выращенных на МС-среде с добавлением хитозана и феруловой кислоты на 10,5 и 11,9 % по сравнению с контролем. Изменение соотношения Хл *a* к Хл *b* может свидетельствовать об ультраструктурной перестройке хлоропластов и потенциальном стрессовом воздействии.

Хит-ФК не оказывал влияния на суммарное содержание хлорофиллов по сравнению с контролем и хитозаном. Отношение Хл *a* к Хл *b* не изменялось при добавлении конъюгата Хит-ФК по сравнению с контролем и опытными вариантами (табл. 2).

Известно, что существует тесная положительная корреляция между скоростью роста растений и количеством хлорофилла в накопленной биомассе. Эта зависимость количественно выражается в форме хлорофилльного фотосинтетического потенциала (ХФСП). ХФСП микроклона показывает, сколько хлорофилла *a* и *b* приходится на единицу массы растения. Наиболее высокими значениями потенциала характеризовались микроклоны, выращенные на МС-средах с добавлением КК и ФК (в 2,7 и 2,3 раза выше контроля соответственно). В варианте с конъюгатом Хит-КК рассматриваемый показатель увеличился в 2,0 и 1,2 раза по сравнению с контролем и хитозаном, Хит-ФК – в 1,3 раз по сравнению с контролем соответственно (табл. 2).

Т а б л и ц а 2. Влияние конъюгатов Хит-КК и Хит-ФК на содержание фотосинтетических пигментов (мг/г сухой массы) в стеблях микроклонов картофеля *in vitro*
 T a b l e 2. The effect of chitosan-caffeic acid and chitosan-ferulic acid on the photosynthetic pigments content (mg/g dry weight) in the stems of potato microclones *in vitro*

Вариант/Показатель Option/Indicator	Контроль Control	Хитозан Chitosan	КК Caffeic acid	Хит-КК Chitosan-caffeic acid	ФК Ferulic acid	Хит-ФК Chitosan-ferulic acid
Хл <i>a</i> + Хл <i>b</i>	4,84 ± 0,41 ^a	6,58 ± 0,07 ^b	9,49 ± 0,04 ^c	6,40 ± 0,44 ^b	7,90 ± 0,64 ^c	5,39 ± 1,12 ^{ab}
Хл <i>a</i> / Хл <i>b</i>	2,19 ± 0,12 ^a	2,42 ± 0,15 ^b	2,45 ± 0,01 ^b	2,10 ± 0,16 ^{ab}	2,41 ± 0,005 ^a	2,32 ± 0,18 ^a
ΣХл / Каротиноиды	4,54 ± 0,25 ^a	5,64 ± 0,14 ^b	6,34 ± 0,11 ^c	4,87 ± 0,35 ^{ab}	5,97 ± 0,18 ^b	4,27 ± 0,27 ^a
ХФСП	0,03 ± 0,007 ^a	0,05 ± 0,001 ^b	0,08 ± 0,002 ^c	0,06 ± 0,007 ^b	0,07 ± 0,006 ^c	0,04 ± 0,009 ^b

П р и м е ч а н и я: конъюгаты сравнивались с контролем, хитозаном и соответствующей оксикоричной кислотой, сравнение конъюгатов друг с другом не проводилось. Разные буквы латинского алфавита свидетельствуют о наличии достоверной разницы между вариантами, $p < 0,05$.

N o t e s: the conjugates were compared with the control, chitosan and the corresponding hydroxycinnamic acid, the conjugates and hydroxycinnamic acids were not compared with each other. Different letters indicate means that are statistically significantly different at 5 % level of significance.

Процесс роста микроклонов во многом определяется степенью сформированности фотосинтетического аппарата и содержанием основных пигментов, участвующих в процессе преобразования световой энергии. Оксикоричные кислоты и хитозан способствовали накоплению суммы хлорофиллов и увеличению хлорофилльного фотосинтетического потенциала в растениях по сравнению с контролем, однако действие оксикоричных кислот оказалось более эффективным.

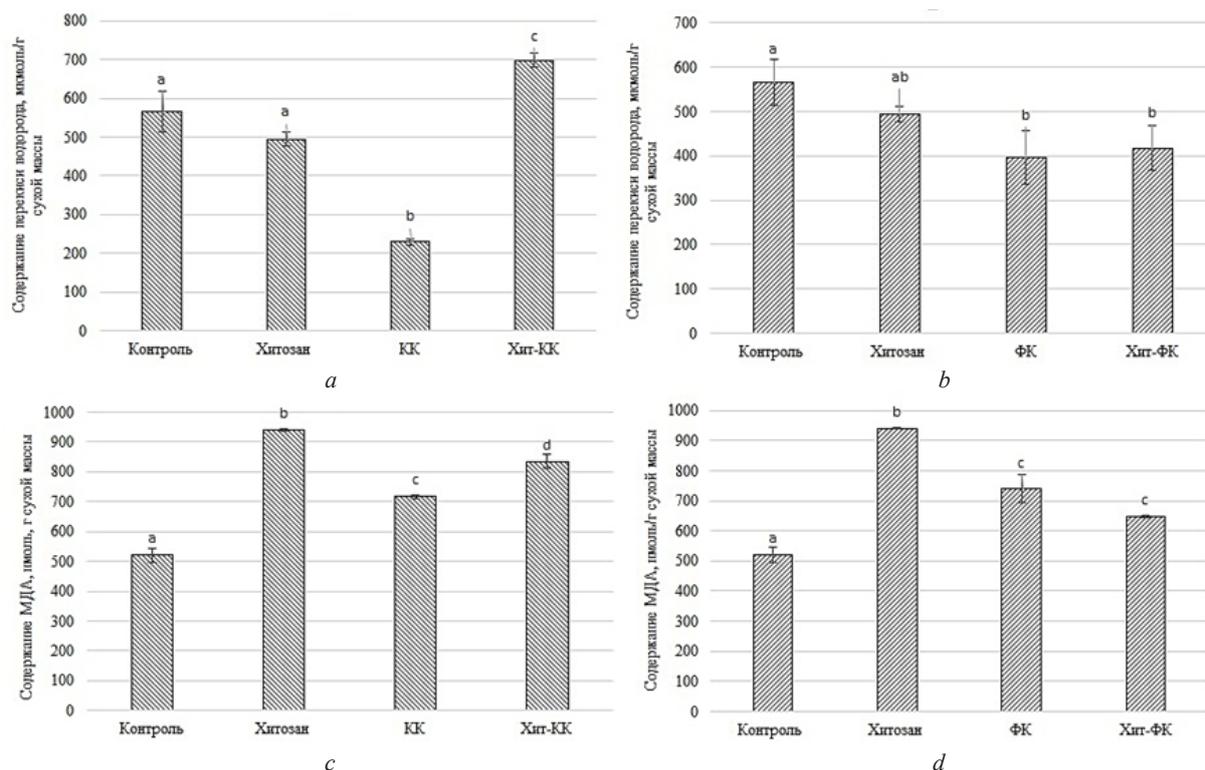
Вместе с тем в вариантах КК и Хит-КК, где сформировались микроклоны с самыми высокими и практически одинаковыми значениями по суммарной сухой биомассе стеблей и корней, показатель ХФСП в варианте с КК в 1,3 раза выше, чем с Хит-КК. Однако если рассчитать количество биомассы, приходящееся на единицу хлорофилла, получаем диаметрально противоположную зависимость – значение показателя в варианте Хит-КК в 1,4 раза выше, чем в КК. Можно предположить, что добавление в среду выращивания Хит-КК способствует формированию более оптимальной структуры фотосинтетического аппарата микроклонов, что обеспечивает высокие скорости накопления биомассы при расчете на единицу хлорофилла и развития растений.

Добавление в среду выращивания оксикоричных кислот и их конъюгатов с хитозаном сопровождается существенными изменениями биохимических показателей растений. Анализ содержания перекиси водорода (H_2O_2) в стеблях микроклонов показал, что добавление в питательную среду конъюгата Хит-КК усиливает ее образование на 23,6, 41,1 и 203,6 % по сравнению с контролем, хитозаном и КК (рисунок, *a*). Обратный эффект был выявлен при использовании конъюгата Хит-ФК: содержание перекиси водорода снизилось на 26,1 % по сравнению с контролем (рисунок, *b*).

Применение хитозана значительно стимулировало накопление продуктов перекисного окисления липидов. Оба конъюгата снижали содержание МДА по сравнению с хитозаном. Однако при сравнении с контролем и оксикоричными кислотами под влиянием конъюгатов содержание МДА повышалось на 60,4 и 16,4 % по сравнению с контролем и КК (рисунок, *c*) и на 24,5 % по сравнению с контролем (рисунок, *d*).

Конъюгат Хит-КК и кофейная кислота, добавляемые в питательные среды, снижали уровень пролина в стеблях по сравнению с контролем на 64,9 и 66,6 % соответственно, в то время как хитозан стимулировал накопление пролина на 53,6 %. Аналогичное влияние на содержание пролина оказывал и конъюгат Хит-ФК (табл. 3).

Конъюгат Хит-КК увеличивал содержание пролина и в корнях микроклонов на 35,4 % по сравнению с контролем, однако снижал на 52,0 % по сравнению с хитозаном. В корнях микроклонов картофеля, культивируемых на среде с добавлением кофейной кислоты, отмечен самый низкий уровень пролина (табл. 3). Добавление конъюгата Хит-ФК снижает уровень пролина в корнях на 29,3, 74,9 и 31,0 % по сравнению с контролем, хитозаном и феруловой кислотой соответственно (табл. 3).



Влияние конъюгатов на содержание перекиси водорода (H_2O_2) (*a* – для Хит-КК; *b* – для Хит-ФК) и малонового диальдегида (МДА) (*c* – для Хит-КК; *d* – для Хит-ФК) в микроклонах картофеля сорта Бриз *in vitro*. Разные буквы латинского алфавита свидетельствуют о наличии достоверной разницы между вариантами, $p < 0,05$

The effect of chitosan and hydroxycinnamic acids conjugates on the hydrogen peroxide (*a* – Chitosan-caffeic; *b* – Chitosan-ferulic) and MDA contents in the stems of potato microclones in *in vitro* (*c* – Chitosan-caffeic; *d* – Chitosan-ferulic). Different letters above the error bars means that are statistically significantly different at 5 % level of significance

Т а б л и ц а 3. Влияние конъюгатов Хит-КК и Хит-ФК на содержание пролина в стеблях и корнях микроклонов картофеля сорта Бриз *in vitro*
 T a b l e 3. The effect of chitosan-caffeic acid and chitosan-ferulic acid on the proline content in the stems and the roots of potato microclones *in vitro*

Вариант/Содержание пролина Variant/Proline content	Контроль Control	Хитозан Chitosan	КК Caffeic acid	Хит-КК Chitosan-caffeic acid	ФК Ferulic acid	Хит-ФК Chitosan-ferulic acid
Стебли, мкг/г сухой массы	23,93 ± 1,45 ^a	36,78 ± 2,30 ^b	8,41 ± 2,69 ^c	8,00 ± 3,44 ^c	10,01 ± 1,66 ^c	13,20 ± 2,04 ^c
Корни, мкг/г сухой массы	14,22 ± 0,24 ^a	40,13 ± 2,25 ^b	1,62 ± 0,04 ^c	19,25 ± 1,23 ^d	14,58 ± 2,55 ^a	10,06 ± 1,14 ^c

П р и м е ч а н и я: конъюгаты сравнивались с контролем, хитозаном и соответствующей оксикоричной кислотой, сравнение конъюгатов друг с другом не проводилось. Разные буквы латинского алфавита свидетельствуют о наличии достоверной разницы между вариантами, $p < 0,05$.

N o t e s: the conjugates were compared with the control, chitosan and the corresponding hydroxycinnamic acid, the conjugates and hydroxycinnamic acids were not compared with each other. Different letters mean that are statistically significantly different at 5 % level of significance.

Известно, что хитозан, являясь элиситором, способен индуцировать у растений стресс разной степени выраженности, при этом в клетках запускаются метаболические реакции защиты, включающие образование активных форм кислорода, которые, в свою очередь, активизируют процессы перекисного окисления липидов [2]. В настоящей работе при добавлении хитозана в питательную среду не выявлено различий в накоплении перекиси водорода в растительной ткани по сравнению с контролем, однако показано существенное накопление продуктов перекисного окисления липидов – малонового диальдегида. Вероятно, вследствие защитной реакции растений на вызванный хитозаном оксидативный стресс, уровень накопления пролина в тканях растений

существенно увеличился, так как известна способность пролина ограничивать неферментативные свободнорадикальные процессы [14].

Присутствие оксикоричных кислот в среде культивирования значительно снизило содержание перекиси водорода в тканях растений. Конъюгаты хитозана с оксикоричными кислотами вызвали несколько разнонаправленное действие. Так, Хит-КК значительно увеличивал содержание пероксида водорода по сравнению с контролем и другими опытными вариантами, а активность Хит-ФК оставалась на уровне феруловой кислоты.

Кроме того, оксикоричные кислоты и их конъюгаты с хитозаном хотя и способствовали снижению накопления продуктов ПОЛ по сравнению с хитозаном, однако количество МДА в этих вариантах значительно превышало его содержание в контрольных растениях.

В исследованиях различных авторов показано, что оксикоричные кислоты проявляют антиоксидантные свойства, снижая образование активных форм кислорода или нейтрализуя свободные радикалы за счет способности окисляться [15]. В модельных тестовых экспериментах установлено, что и конъюгаты хитозана с фенольными соединениями также обладают антиоксидантными свойствами [3]. Напротив, в других работах выявлено, что в растительной клетке простые фенольные кислоты ингибируют активность антиоксидантных ферментов, способствуя тем самым образованию активных форм кислорода и ускорению процессов перекисного окисления липидов [10].

Заключение. Таким образом, показано, что значительный эффект по стимуляции роста и развития микроклонов картофеля достигается при добавлении в среду культивирования кофейной кислоты и ее конъюгата на основе хитозана. Конъюгат Хит-КК в большей степени действует на развитие надземной части микроклональных растений, при этом значительно увеличивая содержание пероксида водорода и МДА по сравнению с контролем, а также накопление пролина в корнях по сравнению с кофейной кислотой и контролем. Вероятно, конъюгат хитозана и кофейной кислоты проявляет себя как слабый стрессор, который приводит к активизации метаболизма и адаптационных процессов у растений. При добавлении хитозана в питательную среду обнаружено развитие оксидативного стресса в растительных клетках, на что указывает существенное накопление продуктов перекисного окисления липидов и высокое содержание пролина в тканях растений. Оксикоричные кислоты проявили антиоксидантные свойства, снижая образование активных форм кислорода, а также стресс-индуцированное накопление пролина.

Список использованных источников

1. The Multifunctional Role of Chitosan in Horticultural Crops; A Review / R. Sharif [et al.] // *Molecules*. – 2018. – Vol. 23, N 4. – Art. 872. <https://doi.org/10.3390/molecules23040872>
2. Chitosan in plant protection / A. El Hadrami [et al.] // *Marine Drugs*. – 2010. – Vol. 8, N 4. – P. 968–987. <https://doi.org/10.3390/md8040968>
3. Хитин/хитозан и его производные: фундаментальные и прикладные аспекты / В. П. Варламов [и др.] // *Успехи биологической химии*. – 2020. – Т. 60. – С. 317–368.
4. Lichtenthaler, H. Determinations of total carotenoids and chlorophylls *a* and *b* of leaf extracts in different solvents / H. Lichtenthaler, A. Wellburn // *Biochemical Society Transactions*. – 1983. – Vol. 11, N 5. – P. 591–592. <https://doi.org/10.1042/bst0110591>
5. Андрианова, Ю. Е. Хлорофилл и продуктивность растений / Ю. Е. Андрианова, И. А. Тарчевский. – М., 2000. – 135 с.
6. Extracellular H₂O₂ induced by Oligagalacturonides is not involved in the inhibition of the auxin-regulated *roIB* gene expression in tobacco leaf explants / D. Bellincampi [et al.] // *Plant Physiology*. – 2000. – Vol. 122, N 4. – P. 1379–1386. <https://doi.org/10.1104/pp.122.4.1379>
7. Copper-induced damage to the permeability barrier in roots of *Silene cucuhalus* / C. H. R. De Vos [et al.] // *J. Plant Physiology*. – 1989. – Vol. 135, N 2. – P. 164–169. [https://doi.org/10.1016/s0176-1617\(89\)80171-3](https://doi.org/10.1016/s0176-1617(89)80171-3)
8. Bates, L. S. Rapid determination of free proline for water-stress studies / L. S. Bates, R. P. Waldren, J. D. Teare // *Plant and Soil*. – 1973. – Vol. 39, N 1. – P. 205–207. <https://doi.org/10.1007/bf00018060>
9. Параметры роста и антиоксидантная активность в проростках огурца при применении конъюгатов хитозана с оксикоричными кислотами в условиях солевого стресса / Е. Л. Недведь [и др.] // *Прикл. биохимия и микробиология*. – 2022. – Т. 58, № 1. – С. 74–82.

10. Biosynthesis and metabolic actions of simple phenolic acids in plants / R. Marchiosi [et al.] // *Phytochemistry Reviews*. – 2020. – Vol. 19, N 4. – P. 865–906. <https://doi.org/10.1007/s11101-020-09689-2>
11. Lee, Y. S. Changes in the respiration, growth and vitamin C content of Soybean sprouts in response to chitosan of different molecular weights / Y. S. Lee, Y. H. Kim, S. B. Kim // *HortScience*. – 2005. – Vol. 40, N 5. – P. 1333–1335. <https://doi.org/10.21273/hortsci.40.5.1333>
12. Biological effect of irradiated chitosan on plants in vitro / V. T. T. Ha [et al.] // *Biotechnology and Applied Biochemistry*. – 2005. – Vol. 41, N 1. – P. 49–57. <https://doi.org/10.1042/ba20030219>
13. Chitosan-hydroxycinnamic acid conjugates: synthesis, photostability and phytotoxicity to seed germination of barley / V. Nikalaichuk [et al.] // *J. Applied Polymer Science*. – 2021. – Vol. 139, N 14. – Art. 51884. <https://doi.org/10.1002/app.51884>
14. Proline mechanisms of stress survival / X. Liang [et al.] // *Antioxid. Redox Signal.* – 2013. – Vol. 19, N 9. – P. 998–1011. <https://doi.org/10.1089/ars.2012.5074>
15. Antioxidant profile of dihydroxy- and trihydroxyphenolic acids – A structure-activity relationship study / C. Siquet [et al.] // *Free Radical Research*. – 2006. – Vol. 40, N 4. – P. 433–442. <https://doi.org/10.1080/10715760500540442>

References

1. Sharif R., Mujtaba M., Rahman M. U., Shalmani A., Ahmad H., Anwar T., Tianchan D., Wang X. The Multifunctional Role of Chitosan in Horticultural Crops; A Review. *Molecules*, 2018, vol. 23, no. 4, art. 872. <https://doi.org/10.3390/molecules23040872>
2. El Hadrami A., Adam L. R., El Hadrami I., Daayf F. Chitosan in Plant Protection. *Marine Drugs*, 2010, vol. 8, no. 4, pp. 968–987. <https://doi.org/10.3390/md8040968>
3. Varlamov V. P., Il'ina A. V., Shagdarova B. C., Lun'cov A. P., Mysyakina I. S. Chitin/chitosan and its derivatives: fundamental and applied aspects. *Uspekhi Biologicheskoi Khimii* [Advances in Biological Chemistry], 2020, vol. 60, pp. 317–368 (in Russian).
4. Lichtenthaler H., Wellburn A. Determinations of total carotenoids and chlorophylls *a* and *b* of leaf extracts in different solvents. *Biochemical Society Transactions*, 1983, vol. 11, no. 5, pp. 591–592. <https://doi.org/10.1042/bst0110591>
5. Andrianova Yu. E., Tarchevskii I. A. *Chlorophyll and plant productivity*. Moscow, 2000. 135 p. (in Russian).
6. Bellincampi D., Dipierro N., Salvi G., Cervone F., De Lorenzo G. Extracellular H₂O₂ induced by Oligagalacturonides is not involved in the inhibition of the auxin-regulated *roIB* gene expression in tobacco leaf explants. *Plant Physiology*, 2000, vol. 122, no. 4, pp. 1379–1386. <https://doi.org/10.1104/pp.122.4.1379>
7. De Vos C. H. R., Schat H., Vooijs R., Ernst W. H. O. Copper-induced damage to the permeability barrier in roots of *Silene cucubalus*. *Journal of Plant Physiology*, 1989, vol. 135, no. 2, pp. 164–169. [https://doi.org/10.1016/s0176-1617\(89\)80171-3](https://doi.org/10.1016/s0176-1617(89)80171-3)
8. Bates L. S., Waldren R. P., Teare I. D. Rapid determination of free proline for water-stress studies. *Plant and Soil*, 1973, vol. 39, no. 1, pp. 205–207. <https://doi.org/10.1007/bf00018060>
9. Nedved E. L., Kalatskaja J. N., Ovchinnikov I. A., Rybinskaya E. I., Laman N. A., Kraskouski A. N., Nikalaichuk V. V., Hileuskaya K. S., Kulikouskaya V. I., Agabekov V. E. Growth parameters and antioxidant activity in cucumber seedlings with the application of chitosan and hydroxycinnamic acids conjugates under salt stress. *Applied Biochemistry and Microbiology*, 2022, vol. 58, no. 1, pp. 69–76. <https://doi.org/10.1134/s0003683822010069>
10. Marchiosi R., dos Santos W. D., Constantin R. P., de Lima R. B., Soares A. R., Finger-Teixeira A., Mota T. R., de Oliveira D. M., de Paiva Foletto-Felipe M., Abrahão J., Ferrarese-Filho O. Biosynthesis and metabolic actions of simple phenolic acids in plants. *Phytochemistry Reviews*, 2020, vol. 19, no. 4, pp. 865–906. <https://doi.org/10.1007/s11101-020-09689-2>
11. Lee Y. S., Kim Y. H., Kim S. B. Changes in the respiration, growth and vitamin C content of Soybean sprouts in response to chitosan of different molecular weights. *HortScience*, 2005, vol. 40, no. 5, pp. 1333–1335. <https://doi.org/10.21273/hortsci.40.5.1333>
12. Ha V. T. T., Luan L. Q., Nagasawa N., Kume T., Yoshii F., Nakanishi T. M. Biological effect of irradiated chitosan on plants in vitro. *Biotechnology and Applied Biochemistry*, 2005, vol. 41, no. 1, pp. 49–57. <https://doi.org/10.1042/ba20030219>
13. Nikalaichuk V., Hileuskaya K., Kraskouski A., Kulikouskaya V., Nedved H., Kalatskaja J., Rybinskaya E., Herasimovich K., Laman N., Agabekov V. Chitosan-hydroxycinnamic acid conjugates: synthesis, photostability and phytotoxicity to seed germination of barley. *Journal of Applied Polymer Science*, 2022, vol. 139, no. 14, art. 51884. <https://doi.org/10.1002/app.51884>
14. Liang X., Zhang L., Natarajan S. K., Becker D. F. Proline mechanisms of stress survival. *Antioxidants and Redox Signaling*, 2013, vol. 19, no. 9, pp. 998–1011. <https://doi.org/10.1089/ars.2012.5074>
15. Siquet C., Paiva-Martins F., Lima J. L. F. C., Reis S., Borges F. Antioxidant profile of dihydroxy- and trihydroxyphenolic acids – A structure-activity relationship study. *Free Radical Research*, 2006, vol. 40, no. 4, pp. 433–442. <https://doi.org/10.1080/10715760500540442>

Информация об авторах

Еловская Нинель Анатольевна – аспирант. Институт экспериментальной ботаники им. В. Ф. Купревича НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: yalousskaya92@mail.ru.

Калацкая Жанна Николаевна – канд. биол. наук, доцент. Институт экспериментальной ботаники им. В. Ф. Купревича НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kalatskayaj@mail.ru.

Ламан Николай Афанасьевич – академик, д-р биол. наук, профессор, заведующий лабораторией. Институт экспериментальной ботаники им. В. Ф. Купревича НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: nikolai.laman@gmail.com.

Гилевская Ксения Сергеевна – канд. хим. наук, доцент, ст. науч. сотрудник. Институт химии новых материалов НАН Беларуси (ул. Ф. Скорины, 36, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: k_hilevskay@mail.ru.

Куликовская Виктория Игоревна – канд. хим. наук, заведующий лабораторией. Институт химии новых материалов НАН Беларуси (ул. Ф. Скорины, 36, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kulikousskaya@gmail.com.

Николайчук Виктория Викторовна – магистрант, мл. науч. сотрудник. Институт химии новых материалов НАН Беларуси (ул. Ф. Скорины, 36, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vica10bcn@gmail.com.

Information about the author

Yalousskaya Ninel A. – Postgraduate Student. V. F. Kuprevich Institute of Experimental Botany of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: yalousskaya92@mail.ru.

Kalatskaja Joanna N. – Ph. D. (Biology), Associate Professor. V. F. Kuprevich Institute of Experimental Botany of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kalatskayaj@mail.ru.

Laman Nikolai A. – Academician, D. Sc. (Biology), Professor, Head of the Laboratory. V. F. Kuprevich Institute of Experimental Botany of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: nikolai.laman@gmail.com.

Hileuskaya Kseniya S. – Ph. D. (Chemistry), Associate Professor, Senior Researcher. Institute of Chemistry of New Materials of the National Academy of Sciences of Belarus (36, F. Skorina Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: k_hilevskay@mail.ru.

Kulikousskaya Viktoriya I. – Ph. D. (Chemistry), Associate Professor, Head of the Laboratory. Institute of Chemistry of New Materials of the National Academy of Sciences of Belarus (36, F. Skorina Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kulikousskaya@gmail.com.

Nikolaichuk Viktoriya V. – Master Student, Junior Researcher. Institute of Chemistry of New Materials of the National Academy of Sciences of Belarus (36, F. Skorina Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vica10bcn@gmail.com.

МЕДИЦИНА

MEDICINE

УДК 575.174.015.3; 616.61-002

<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-614-621>

Поступило в редакцию 12.05.2022

Received 12.05.2022

Н. В. Никитченко¹, И. А. Козыро², А. Г. Белькевич²,
академик А. В. Сукало², Р. И. Гончарова¹

¹Институт генетики и цитологии Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

²Белорусский государственный медицинский университет, Минск, Республика Беларусь

АССОЦИАЦИЯ rs699947 И rs2010963 ГЕНА *VEGF* С УРОВНЯМИ ФАКТОРА РОСТА
ЭНДОТЕЛИЯ СОСУДОВ В СЫВОРОТКЕ КРОВИ ДЕТЕЙ С ЛЮПУС НЕФРИТОМ

Аннотация. Гены ростовых факторов *VEGF* и *TGFBI* задействованы в нормальном функционировании почек, а некоторые полиморфные локусы этих генов обуславливают генетическую предрасположенность к возникновению аутоиммунных заболеваний, в том числе к системной красной волчанке (СКВ) и ее опасному осложнению – люпус нефриту (ЛН). Продукты данных генов, в частности, протеин фактора роста эндотелия сосудов и протеин трансформирующего фактора роста $\beta 1$ используются в клинической практике в качестве маркеров эндотелиальной дисфункции для ранней диагностики патологии почек. Однако связь экспрессии этих протеинов с генотипами/аллелями полиморфных локусов вышеуказанных генов изучена недостаточно. В работе был проведен анализ ассоциаций генотипов генов *TGFBI* (rs1800469) и *VEGF* (rs699947 и rs2010963) с концентрацией их продуктов в сыворотке крови детей Беларуси с ЛН в период обострения и ремиссии заболевания. Установлена ассоциация между полиморфными вариантами rs699947 и rs2010963 гена *VEGF* и концентрацией продукта гена в сыворотке крови у педиатрических пациентов с ЛН в период обострения. Выявлено, что гомозиготный минорный генотип AA полиморфного локуса rs699947 и группа генотипов GC + CC, содержащих не менее одного минорного аллеля локуса rs2010963, ассоциированы с более высоким уровнем продукта гена в сыворотке крови детей с ЛН в период обострения заболевания ($p < 0,001$ и $p = 0,036$ соответственно). В исследовании не обнаружено достоверной связи между полиморфными вариантами гена *TGFBI* (rs1800469) и содержанием его продукта в сыворотке крови. Таким образом, полиморфные варианты *VEGF*, ассоциированные с повышенной концентрацией продукта гена в крови при обострении заболевания, могут рассматриваться как маркеры риска обострения заболевания у пациентов с ЛН.

Ключевые слова: системная красная волчанка, люпус нефрит, гены *VEGF* и *TGFBI*, протеин фактора роста эндотелия сосудов, протеин трансформирующего фактора роста $\beta 1$, полиморфный локус

Для цитирования. Ассоциация rs699947 и rs201063 гена *VEGF* с уровнями фактора роста эндотелия сосудов в сыворотке крови детей с люпус нефритом / Н. В. Никитченко [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 6. – С. 614–621. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-614-621>

Natallia V. Nikitchenko¹, Ina A. Kazyra², Hanna G. Bialkevich²,
Academician Alexandr V. Sukalo², Roza I. Goncharova¹

¹Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

²Belarusian State Medical University, Minsk, Republic of Belarus

ASSOCIATION OF *VEGF* GENE rs699947 AND rs2010963 POLYMORPHISMS
WITH VASCULAR ENDOTHELIAL GROWTH FACTOR LEVELS IN THE BLOOD SERUM
OF CHILDREN WITH LUPUS NEPHRITIS

Abstract. The growth factor genes *VEGF* and *TGFBI* are involved in the normal functioning of the kidneys, and some polymorphic loci of these genes determine a genetic predisposition to the autoimmune diseases, including systemic lupus erythematosus (SLE) and its dangerous complication, lupus nephritis (LN). The products of these genes, in particular, the vascular endothelial growth factor protein and the transforming growth factor $\beta 1$ protein are used in clinical practice as markers of endothelial dysfunction for early diagnosis of kidney pathology. However, the relationship between the expression of these

proteins and the genotypes/alleles of the polymorphic loci of these genes has not been studied enough, which requires clarification of this issue for the child population of Belarus. In this work, we analyzed the associations of the *TGFBI* (rs1800469) and *VEGF* (rs699947 and rs2010963) gene genotypes with the concentration of their products in the blood serum of patients with LN during exacerbation and remission of the disease. The study did not find a significant relationship between polymorphic variants of the *TGFBI* gene (rs1800469) and levels of its product in the blood. An association has been established between the rs699947 and rs2010963 polymorphic variants of the *VEGF* gene and the serum concentration of the gene product in pediatric patients with LN during exacerbation. It was found that the homozygous minor genotype AA of the polymorphic locus rs699947 and the group of genotypes GC + CC containing at least one minor allele of the locus rs2010963 are associated with higher levels of the gene product in the blood serum of children with LN during disease exacerbation ($p < 0.001$ and $p = 0.036$, respectively). Thus, *VEGF* polymorphic variants associated with an increased concentration of the gene product in the blood serum during disease exacerbation can be considered as markers of the risk of disease exacerbation in patients with LN.

Keywords: systemic lupus erythematosus, lupus nephritis, *VEGF* and *TGFBI* genes, vascular endothelial growth factor protein, transforming growth factor β 1 protein, polymorphic locus

For citation. Nikitchenko N. V., Kazyra I. A., Bialkevich H. G., Sukalo A. V., Goncharova R. I. Association of *VEGF* gene rs699947 and rs2010963 polymorphisms with vascular endothelial growth factor levels in the blood serum of children with lupus nephritis. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 6, pp. 614–621 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-614-621>

Введение. Системная красная волчанка (СКВ) – хроническое аутоиммунное заболевание не-установленной этиологии, характеризуется генерализованным поражением микроциркуляторного русла и системной дезорганизацией соединительной ткани с кожными, суставными и висцеральными изменениями. Заболеваемость СКВ составляет в среднем 40–50 случаев на 100 000 населения в год и может развиваться как у детей, так и у взрослых обоего пола. Около 20 % пациентов заболевают в возрасте до 16 лет. Женщины и девочки болеют в 6–10 раз чаще, чем лица мужского пола. Наиболее серьезным осложнением СКВ является повреждение почек, приводящее к развитию люпус нефрита (ЛН), примерно у 60 % взрослых и 80 % детей с СКВ. У детей с ЛН уже в раннем возрасте примерно в 44 % случаев формируется хроническая болезнь почек (ХБП). Вследствие этого ЛН рассматривается как клинический предиктор неблагоприятного прогноза СКВ. Распространенность ЛН зависит от этнической принадлежности пациентов, составляя у азиатов до 55 %, а у европеоидов – 14 % [1].

В последние десятилетия интенсивно изучается генетическая природа многофакторных заболеваний почек, что позволило установить превалирующую роль генетических факторов в этиологии и патогенезе СКВ и ЛН. Показано, что вклад в развитие СКВ и ЛН вносят более 100 генов-кандидатов, многие из которых могут быть отнесены к различным молекулярным путям патогенеза заболевания, обуславливающим комплексное нарушение механизма иммунной толерантности и почечного сигналинга [2; 3]. Большое значение для выяснения молекулярных путей развития СКВ и ЛН имеет выявление генов восприимчивости к СКВ, ЛН и перечня перекрывающихся генов восприимчивости для последующего их применения в клинической практике [2]. Общая генетическая природа СКВ и ЛН включает генетические варианты, вызывающие хроническую иммунную дисрегуляцию и продукцию патогенных аутоантител. Гораздо меньше известно о генах предрасположенности, обуславливающих возникновение повреждения почек у пациентов с СКВ, к которым относятся полиморфные локусы генов, обуславливающих хроническое почечное воспаление, формирование в мезангии почек патогенных иммунных комплексов и нарушение процессов их удаления. Пристальное внимание в этом контексте привлекают гены ростовых факторов *VEGF* и *TGFBI*, поскольку они задействованы в обеспечении нормального функционирования почек. К тому же полиморфные локусы этих генов обуславливают генетическую предрасположенность к возникновению некоторых аутоиммунных заболеваний, в том числе к СКВ и ее серьезному осложнению ЛН [2; 4].

Продукт гена *VEGF* (англ. Vascular Endothelial Growth Factor), протеин фактора роста эндотелия сосудов, играет важную роль в формировании гломерул и клубочкового фильтрационного барьера, необходим для стимулирования физиологического и патогенетического ангиогенеза [1]. Согласно опубликованным данным некоторые полиморфные локусы гена *VEGF* ассоциированы с хронической болезнью почек и почечной дисфункцией [2]. Ген *TGFBI* (англ. Transforming Growth Factor, Beta 1) кодирует трансформирующий ростовой фактор β 1, который является ключевым

медиатором клубочковой и тубулоинтерстициальной патологии почек и участвует в иммунном ответе [5].

Повышенные уровни продуктов генов *VEGF* и *TGFBI* регистрируются в сыворотке крови пациентов с СКВ и ЛН, что позволяет использовать их в качестве маркеров эндотелиальной дисфункции [6–8]. Однако литературные данные об ассоциации уровней продуктов генов с риском возникновения СКВ и ЛН, а также о связи генотипов/аллелей полиморфных локусов этих генов с экспрессией продуктов для разных когорт пациентов и популяций недостаточно изучены и противоречивы. Это обосновывает актуальность проводимого нами исследования генетических факторов риска возникновения СКВ и ЛН для белорусских детей.

Цель данной работы заключалась в определении генотипов/аллелей в полиморфных локусах генов *VEGF* (rs699947 и rs2010963) и *TGFBI* (rs1800469) у пациентов с ЛН, уровней продуктов генов в сыворотке крови пациентов и анализе их связи с генотипами изученных полиморфных вариантов генов *VEGF* и *TGFBI*.

Материалы и методы исследования. Группы пациентов с диагнозами СКВ и ЛН, а также группа госпитального контроля были сформированы на базе отделения нефрологии УЗ «2-я городская детская клиническая больница» Минска. Группа детей с верифицированным диагнозом СКВ ($n = 37$) включала 11 пациентов с диагнозом СКВ без подтвержденного диагноза ЛН и 26 детей с диагнозом ЛН. Диагнозы СКВ и ЛН определялись согласно рекомендациям Европейской противоревматической лиги (EULAR) [9]. Возраст детей с СКВ составил 14,16 (4–17) лет, соотношение по полу мальчики/девочки – 4/33 (11/89 %), у пациентов с ЛН средний возраст – 14,04 (7–17) лет, соотношение по полу мальчики/девочки – 3/23 (12/88 %). В контрольную группу ($n = 410$) были включены дети с различными заболеваниями, не имеющими аутоиммунного характера и не сопровождающимися воспалительными процессами. Возраст детей составил 14,4 (5–17) лет, соотношение по полу мальчики/девочки – 235/175 (57/43 %).

Забор крови проводился у пациентов с верифицированными диагнозами после подписания добровольного информированного согласия законных представителей пациентов на участие в исследовании согласно международным нормам Хельсинкской декларации. Биологический материал для молекулярно-генетического анализа – геномная ДНК, выделенная из венозной крови стандартным методом фенол-хлороформной экстракции. Концентрацию продуктов генов в сыворотке крови определяли иммуноферментным анализом с использованием тест-систем R&D Systems Quantikine ELISA Human TGF-b1 и Human VEGF. Уровни продуктов изучаемых генов были определены у 22 детей с ЛН (соотношение мальчиков и девочек 2 : 20) дважды – в период ремиссии и при обострении заболевания.

Генотипирование полиморфных локусов генов *VEGF* (rs699947 и rs2010963) и *TGFBI* (rs1800469) выполнено стандартным методом ПЦР-РВ (полимеразная цепная реакция в режиме реального времени). Амплификацию осуществляли на приборе CFX96 (Bio-Rad). Специфичные олигонуклеотидные праймеры и зонды синтезированы в ОДО «Праймтех» (Беларусь) (табл. 1).

Данные по распределению частот генотипов в изученных выборках проверены на соответствие закону Харди–Вайнберга. Различия в распределении частот аллелей/генотипов в исследуемых группах определяли с помощью критерия хи-квадрат (χ^2) и в отдельных случаях точного критерия Фишера. Для оценки риска развития заболевания при наличии того или иного полиморфного варианта гена рассчитан показатель «Отношение шансов» (Odds Ratio, OR) с подсчетом 95 %-ного доверительного интервала (Confidence Intervals, CI). Анализ данных по связи генотипов по исследуемым локусам генов *VEGF* и *TGFBI* и экспрессии их продуктов в крови пациентов с ЛН в период обострения и ремиссии заболевания был выполнен с помощью критерия Краскела–Уоллеса (для трех групп сравнения) и критерия Манна–Уитни (для двух групп сравнения). Статистический анализ выполнялся с помощью пакета программ Statistica 10 и Microsoft Excel.

Результаты и их обсуждение. Частоты генотипов/аллелей по трем изученным полиморфным локусам в группе госпитального контроля соответствовали закону Харди–Вайнберга. Распределение частот генотипов в контрольной группе и у пациентов с СКВ и с ЛН показано в табл. 2. Частоты референсного и альтернативного аллелей по изученным полиморфизмам, полученные в данном исследовании для белорусской популяции, весьма близки по значениям частотам,

Т а б л и ц а 1. Праймеры, зонды и условия реакции ПЦР-РВ

T a b l e 1. Primers, probes and PCR-RT reaction conditions

Ген/rs Gen/rs	Праймеры и зонды (5'→ 3') Primers and probes (5'→ 3')	Условия ПЦР-РВ PCR-RT conditions	Размер ампликона, п. н. Amplicon size, bp
<i>VEGF</i> rs699947	F праймер GAAATTGCTGCATTCCCATTCT; R праймер GAACAAAGTTGGGGCTCTGAG –; Зонд к А аллелю: FAM – CCCTGGCAaGATCTGGGTGG – BHQ-1; Зонд к С аллелю: ROX – CCCTGGCAcGATCTGGGTGG – BHQ-2	95 °С – 10 мин 40 циклов: 95 °С – 15 с 64 °С – 30 с 72 °С – 30 с	141
<i>VEGF</i> rs2010963	F праймер AGGTCACTCACTTGGCCC; R праймер CAGAGAGAAGTCGAGGAAGAGA; Зонд к G аллелю: FAM – TCCSTTTCGCTGCTCGC – BHQ-1; Зонд к С аллелю: HEX – TCGSTTTCGCTGCTCGC – BHQ-2	95 °С – 10 мин 40 циклов: 95 °С – 15 с 60 °С – 30 с 72 °С – 30 с	90
<i>TGFBI</i> rs1800469	F праймер GGTAGGAGAAGAGGGTCTGTC; R праймер CAGTAAAGGAGAGCAATTCTTACA; Зонд к А аллелю: FAM – GACACCTGAaGGATGGAAGGGT – BHQ-1; Зонд к G аллелю: ROX – GACACCTGAgGGATGGAAGGGT – BHQ-2	95 °С – 10 мин 40 циклов: 95 °С – 15 с 62 °С – 30 с 72 °С – 30 с	128

Т а б л и ц а 2. Частоты генотипов и аллелей по изученным полиморфным локусам в группах контроля и пациентов с системной красной волчанкой и с люпус нефритом

T a b l e 2. Genotype and allele frequencies for the studied polymorphisms in the groups of controls and patients with systemic lupus erythematosus and lupus nephritis

Ген/SNP Gene/SNP	Генотип/аллель Genotype/allele	Контроль, n (%) Control, n (%)	СКВ, n (%) SLE, n (%)	OR [95 % CI]	p	ЛН, n (%) LN, n (%)	OR [95 % CI]	p
<i>VEGF</i> rs699947 A>C	CC	97 (23,8)	5 (13,5)	1,89 [0,70–5,12]	0,180	4 (15,4)	1,63 [0,54–4,93]	0,369
	CA	221 (54,2)	22 (59,5)	1,33 [0,60–2,93]	0,638	15 (57,7)	1,11 [0,49–2,53]	0,796
	AA	90 (22,1)	10 (27,0)	1,18 [0,58–2,40]	0,491	7 (26,9)	1,29 [0,51–3,26]	0,589
	A	401 (49,2)	44 (56,75)	1,39 [0,82–2,37]	0,217	29 (55,8)	1,32 [0,71–2,43]	0,378
<i>VEGF</i> rs2010963 G>C	GG	217 (52,9)	20 (54,1)	0,90 [0,45–1,81]	0,763	15 (57,5)	0,78 [0,34–1,78]	0,558
	GC	161 (39,3)	14 (37,8)	1,06 [0,30–3,83]	0,924	9 (34,6)	0,77 [0,33–1,80]	0,543
	CC	32 (7,8)	3 (8,1)	0,88 [0,43–1,80]	0,719	2 (7,7)	1,01 [0,22–4,64]	0,989
	C	225 (27,5)	20 (27,0)	0,95 [0,54–1,65]	0,843	13 (25,0)	0,86 [0,44–1,66]	0,645
<i>TGFBI</i> rs1800469 A>G	GG	178 (42,9)	16 (43,2)	0,94 [0,46–1,89]	0,855	13 (50,0)	0,71 [0,32–1,60]	0,411
	GA	189 (45,5)	15 (40,5)	0,75 [0,35–1,46]	0,358	9 (34,6)	0,55 [0,24–1,30]	0,165
	AA	48 (11,6)	6 (16,2)	1,79 [0,68–4,76]	0,260	4 (15,4)	1,70 [0,54–5,37]	0,387
	A	285 (34,4)	27 (36,5)	1,12 [0,66–1,89]	0,674	17 (32,7)	0,94 [0,50–1,76]	0,840

указанным в базе данных однонуклеотидных полиморфизмов dbSNP (1000 Genomes) для европейских популяций [10].

При анализе частот генотипов/аллелей по исследуемым полиморфным локусам генов значимых ассоциаций с риском развития СКВ и ЛН у белорусских детей нами не было выявлено.

Концентрация протеина TGFBI в сыворотке крови у пациентов с ЛН в период обострения составляла в среднем 353,5 (от 112 до 600) нг/мл, в период ремиссии – в среднем 179,7 (от 100 до

490,8) нг/мл, а в группе контроля – 202 (от 47 до 234) нг/мл. Таким образом, уровни продукта гена *TGFBI* в сыворотке крови детей с ЛН в периоды обострения и ремиссии не превышали показатели, характерные для детей из группы контроля ($p > 0,05$).

Концентрация протеина VEGF в сыворотке крови у пациентов с ЛН в период обострения составляла в среднем 483,5 (от 272,6 до 876,0) нг/мл, в период ремиссии – 150 (от 94,6 до 200) нг/мл, а в группе контроля – 125 (от 122,5 до 205) нг/мл. В период ремиссии происходило достоверное уменьшение концентрации протеина. При этом разницы между концентрацией маркера эндотелиальной дисфункции VEGF в сыворотке крови у пациентов с ЛН в период ремиссии и в сыворотке крови групп контроля не было ($p = 0,88$). Согласно полученным данным, уровень маркера эндотелиальной дисфункции VEGF в сыворотке крови у детей с ЛН в период обострения значительно превышал показатели пациентов с ЛН в период ремиссии и в группе контроля.

Данные о генотипах детей с ЛН по полиморфным локусам генов *VEGF* и *TGFBI* и концентрации продуктов этих генов в сыворотке крови у носителей разных генотипов в периоды ремиссии и обострения заболевания представлены в табл. 3.

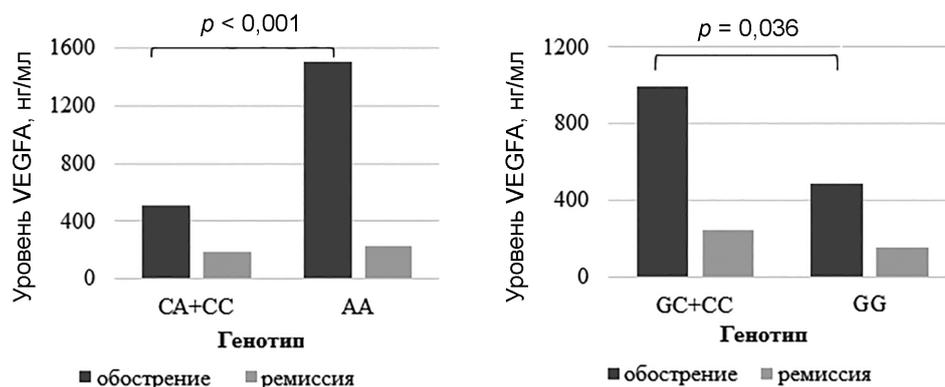
Т а б л и ц а 3. Средние значения концентрации продукта VEGF и TGFBI в сыворотке крови у детей с ЛН при разных генотипах

Table 3. Average serum levels of VEGF and TGFBI in children with lupus nephritis with different genotypes

Генотип Genotype	Количество продукта в крови у пациентов с ЛН (среднее значение ± стандартное отклонение, нг/мл) The amount of the product in the blood in patients with LN (mean value ± standard deviation, ng/ml)	
	Обострение Aggravation	Ремиссия Remission
<i>VEGF</i> rs699947		
CC	413,07 ± 165,98	140,56 ± 64,99
CA	560,74 ± 295,19	201,87 ± 190,59
AA	1506,80 ± 241,29	227,23 ± 208,25
<i>VEGF</i> rs2010963		
GG	484,79 ± 218,48	153,16 ± 65,75
GC	893,57 ± 625,60	247,74 ± 260,69
CC	1338,60 ± 15,56	231,00 ± 260,22
<i>TGFBI</i> rs1800469		
GG	335,00 ± 162,63	120,00 ± 7,07
GA	304,81 ± 206,96	163,08 ± 57,18
AA	389,03 ± 152,01	202,64 ± 106,5

Анализ полученных данных показал, что у пациентов – носителей гомозиготного минорного генотипа AA в полиморфном локусе rs699947 гена *VEGF* статистически значимо повышено содержание соответствующего протеина ($p < 0,001$) в период обострения заболевания по сравнению с носителями группы генотипов CC + CA (рецессивная модель наследования). Во время ремиссии уровень продукта гена в крови статистически не отличается от показателей контрольной группы ($p > 0,05$). Изучение ассоциаций генотипов полиморфного локуса rs2010963 *VEGF* с уровнями продукции протеина выявило, что у детей – носителей группы генотипов GC + CC по сравнению с носителями мажорного генотипа GG (доминантная модель наследования) в период обострения статистически значимо увеличена выработка продукта гена ($p = 0,036$). В период ремиссии уровень продукта гена в крови статистически значимо не отличается от показателей, характерных для контрольной группы ($p = 0,97$) (рисунок).

Таким образом установлено, что гомозиготный минорный генотип AA полиморфного локуса rs699947 и группа генотипов GC + CC, содержащих не менее одного минорного аллеля локуса rs2010963 гена *VEGF*, ассоциированы с более высоким уровнем продукта гена в сыворотке крови детей с ЛН в период обострения заболевания.



Повышение уровня протеина эндотелиального фактора роста в сыворотке крови пациентов ассоциировано с генотипом AA гена *VEGF* (rs699947) (a) и с генотипами GC + CC гена *VEGF* (rs2010963) (b) при обострении болезни

An increase in the level of endothelial growth factor protein in the blood plasma of patients is associated with the AA genotype of the *VEGF* gene (rs699947) (a) and with the GC + CC genotypes of the *VEGF* gene (rs2010963) (b) during an acute phase of the disease

Полиморфные варианты rs699947 и rs2010963 гена *VEGF* сцеплены ($D' = 0,9939$; $R2 := 0,4787$; $p < 0,0001$) [11]. Анализ ассоциаций комбинированных генотипов с концентрацией продукта гена *VEGF* показал такую же связь, что и анализ полиморфизма rs699947. Это может свидетельствовать о функциональной важности вышеуказанного полиморфизма, поскольку rs2010963 проявляет ассоциацию с заболеванием из-за сцепления с rs699947. Следовательно, локус rs699947 может считаться более значимым маркером риска дисфункции гена *VEGF*.

Установлено, что некоторые полиморфные варианты *TGFBI*, в частности изученный нами rs800469, а также rs1800470, были ассоциированы с предрасположенностью к СКВ у 216 польских взрослых пациентов, при этом наблюдалась положительная связь между минорной гомозиготой и уровнем протеина в крови [12]. Однако полиморфизм rs1800470 не был ассоциирован с риском возникновения как СКВ ($n = 272$), так и ЛН ($n = 106$) у шведских и египетских пациентов [13; 14]. Также не было выявлено связи генетических вариантов полиморфных локусов rs800469 и rs1800470 *TGFBI* с риском развития СКВ у 59 иранских детей [15].

Наличие связи уровня протеина VEGF с СКВ и ЛН было подтверждено мета-анализом 15 исследований на европейских и азиатских популяциях. Содержание продукта в сыворотке крови коррелировало с риском развития СКВ, активной фазой СКВ и риском возникновения ЛН у пациентов, страдающих СКВ. При этом ассоциации полиморфного варианта rs2010963 гена *VEGF* с предрасположенностью к СКВ и ЛН не были установлены [8]. Тем не менее, исследование на 157 алжирских детях показало связь полиморфных вариантов гена *VEGF* с СКВ и ЛН [16]. Аллель С и генотип CC в локусе rs2010963 гена *VEGF* были ассоциированы с развитием СКВ (OR = 1,86 и OR = 2,91 соответственно). Такая же связь с развитием СКВ наблюдалась и у носителей генотипа GG в полиморфном локусе rs1570360 гена *VEGF* (OR = 1,73). Кроме того, была обнаружена ассоциация аллеля G и генотипа GG полиморфного локуса rs1570360 гена *VEGF* (OR = 3,51 и OR = 3,82) с развитием ЛН [16].

Неоднозначность имеющихся в настоящее время сведений об ассоциации генов ростовых факторов *VEGF* и *TGFBI* с риском возникновения СКВ и ЛН может быть следствием небольших по объему выборок пациентов и широким диапазоном клинических фенотипов, наблюдаемых у пациентов как с СКВ, так и с ЛН. Можно предполагать, что гетерогенность различных клинических фенотипов СКВ и ЛН обусловлена их генетической гетерогенностью. Необходимы дальнейшие интенсивные исследования генетической природы этих заболеваний и молекулярных путей патогенеза болезни для развития персонализированной медицины. Так, раннее обнаружение пациентов с высоким риском обострения ЛН, основанное на выявлении носителей генотипов риска полиморфных локусов rs699947 и rs2010963 гена *VEGF*, может способствовать

снижению вероятности дальнейших обострений хронического течения болезни и ее перехода к хронической почечной недостаточности.

Заключение. Анализ концентраций протеина фактора роста эндотелия сосудов и полиморфных вариантов гена *VEGF* показал, что полиморфные локусы rs699947 и rs2010963 гена *VEGF* коррелируют с уровнем экспрессии гена у белорусских детей с ЛН. Установлено, что гомозиготный минорный генотип AA полиморфного локуса rs699947 и группа генотипов GC + CC, содержащих не менее одного минорного аллеля локуса rs2010963, ассоциированы с более высоким уровнем продукта гена в сыворотке крови детей с ЛН в период обострения заболевания. Вышеуказанные генотипы, ассоциированные с повышенной концентрацией протеина в крови при обострении заболевания, могут рассматриваться как маркеры риска обострения заболевания.

Благодарности. Работа выполнена в рамках задания 2.37 подпрограммы 2 «Молекулярно-генетическое изучение структурной и функциональной организации геномов растений, животных, микроорганизмов и человека как фундаментальной основы новейших геномных биотехнологий» («Структурная и функциональная геномика») ГПНИ «Биотехнологии» на 2016–2020 гг.

Acknowledgements. The work was carried out within the framework of task 2.37 of Subprogram 2 “Molecular-genetic study of structural and functional organization of genomes of plants, animals, microorganisms, and humans as the fundamentals of the newest genome biotechnologies” (“Structural and functional genomics”) SPSR “Biotechnologies” for 2016–2020.

Список использованных источников

1. Clinical features and long-term outcomes of systemic lupus erythematosus: comparative data of childhood, adult and late-onset disease in a national register / S. Sousa [et al.] // *Rheumatol. Int.* – 2016. – Vol. 36, N 7. – P. 955–960. <https://doi.org/10.1007/s00296-016-3450-2>
2. Iwamoto, T. Genetics of Human Lupus Nephritis / T. Iwamoto, T. B. Niewold // *Clin. Immunol.* – 2017. – Vol. 185. – P. 32–39. <https://doi.org/10.1016/j.clim.2016.09.012>
3. An update on genetic susceptibility in lupus nephritis / K. Song [et al.] // *Clin. Immunol.* – 2020. – Vol. 215. – P. 108389. <https://doi.org/10.1016/j.clim.2020.108389>
4. Biomarkers associating endothelial dysregulation in pediatric-onset systemic lupus erythematosus / W. F. Lee [et al.] // *Pediatr. Rheumatol.* – 2019. – Vol. 17, N 1. – P. 69. <https://doi.org/10.1186/s12969-019-0369-7>
5. Munroe, M. E. Genetics of Lupus Nephritis: Clinical Implications / M. E. Munroe, J. A. James // *Seminars in Nephrology.* – 2015. – Vol. 35, N 5. – P. 396–409. <https://doi.org/10.1016/j.semnephrol.2015.08.002>
6. Hu, G. Revealing transforming growth factor-beta signaling transduction in human kidney by gene expression data mining / G. Hu, K. Jain, M. Hurlle // *OMICS.* – 2005. – Vol. 9, N 3. – P. 266–280. <https://doi.org/10.1089/omi.2005.9.266>
7. Changes to signal peptide and the level of transforming growth factor- β 1 due to T869C polymorphism of TGF β 1 associated with lupus renal fibrosis / H. Susianti [et al.] // *Springerplus.* – 2014. – Vol. 3, N 1. – P. 514. <https://doi.org/10.1186/2193-1801-3-514>
8. Meta-analysis of associations of vascular endothelial growth factor protein levels and –634G/C polymorphism with systemic lupus erythematosus susceptibility / W. Tang [et al.] // *BMC Medical Genetics.* – 2019. – Vol. 20. – P. 46. <https://doi.org/10.1186/s12881-019-0783-1>
9. European evidence-based recommendations for the diagnosis and treatment of childhood-onset lupus nephritis: the SHARE initiative / N. Groot [et al.] // *Ann. Rheum. Dis.* – 2017. – Vol. 76, N 12. – P. 1965–1973. <https://doi.org/10.1136/annrheumdis-2017-211898>
10. Национальный центр биотехнологической информации = National Center for Biotechnology Information NCBI, dbSNP [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/snp/rs699947#frequency_tab. – Дата доступа: 10.06.2019.
11. Investigate correlated alleles for a pair of variants in high LD [Electronic resource]. – Mode of access: <https://ldlink.nci.nih.gov/>. – Date of access: 10.06.2019.
12. IL-6 and TGF- β gene polymorphisms, their serum levels, as well as HLA profile, in patients with systemic lupus erythematosus / A. Paradowska-Gorycka [et al.] // *Clin. Exp. Rheumatol.* – 2019. – Vol. 37, N 6. – P. 963–975.
13. Genetic risk factors in lupus nephritis and IgA nephropathy – no support of an overlap / M. T. Vuong [et al.] // *PLoS One.* – 2010. – Vol. 5, N 5. – Art. e10559. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0010559>
14. Single nucleotide polymorphism T869C of transforming growth factor-beta 1 gene and systemic lupus erythematosus: association with disease susceptibility and lupus nephritis / S. K. Sayed [et al.] // *Egypt. J. Immunol.* – 2014. – Vol. 21, N 2. – P. 9–21.
15. Lack of association between interleukin-10, transforming growth factor-beta gene polymorphisms and juvenile-onset systemic lupus erythematosus / A. Rezaei [et al.] // *Clin. Rheumatol.* – 2015. – Vol. 34, N 6. – P. 1059–1064. <https://doi.org/10.1007/s10067-015-2877-2>
16. NO-synthase inducible-2 (NOS2) and vascular endothelial growth factor (VEGF) polymorphisms in systemic lupus erythematosus among algerian patients / M. Benidir [et al.] // *Lupus Science & Medicine.* – 2019. – Vol. 6, N 1. – Art. A87. <https://doi.org/10.1136/lupus-2019-lsm.119>

References

1. Sousa S., Goncalves M. J., Ines L. S., Eugenio G., Jesus D., Fernandes S. [et al.]. Clinical features and long-term outcomes of systemic lupus erythematosus: comparative data of childhood, adult and late-onset disease in a national register. *Rheumatology International*, 2016, vol. 36, no. 7, pp. 955–960. <https://doi.org/10.1007/s00296-016-3450-2>
2. Iwamoto T., Niewold T. B. Genetics of Human Lupus Nephritis. *Clinical Immunology*, 2017, vol. 185, pp. 32–39. <https://doi.org/10.1016/j.clim.2016.09.012>
3. Song K., Liu L., Zhang X., Chen X. An update on genetic susceptibility in lupus nephritis. *Clinical Immunology*, 2020, vol. 215, pp. 108389. <https://doi.org/10.1016/j.clim.2020.108389>
4. Lee W. F., Wu C. Y., Yang H. Y., Lee W. I., Chen L. C., Ou L. S., Huang J. L. Biomarkers associating endothelial dysregulation in pediatric-onset systemic lupus erythematosus. *Pediatric Rheumatology*, 2019, vol. 17, no. 1, pp. 69. <https://doi.org/10.1186/s12969-019-0369-7>
5. Munroe M. E., James J. A. Genetics of Lupus Nephritis: Clinical Implications. *Seminars in Nephrology*, 2015, vol. 35, no. 5, pp. 396–409. <https://doi.org/10.1016/j.semnephrol.2015.08.002>
6. Hu G., Jain K., Hurler M. Revealing transforming growth factor-beta signaling transduction in human kidney by gene expression data mining. *OMICS*, 2005, vol. 9, no. 3, pp. 266–280. <https://doi.org/10.1089/omi.2005.9.266>
7. Susianti H., Handono K., Purnomo B. B., Widodo N., Gunawan A., Kalim H. Changes to signal peptide and the level of transforming growth factor- β 1 due to T869C polymorphism of TGF β 1 associated with lupus renal fibrosis. *Springerplus*, 2014, vol. 3, no. 1, pp. 514. <https://doi.org/10.1186/2193-1801-3-514>
8. Tang W., Zhou T., Zhong Z., Zhong H. Meta-analysis of associations of vascular endothelial growth factor protein levels and -634G/C polymorphism with systemic lupus erythematosus susceptibility. *BMC Medical Genetics*, 2019, vol. 20, no. 1, pp. 46. <https://doi.org/10.1186/s12881-019-0783-1>
9. Groot N., de Graeff N., Marks S. D., Brogan P., Avcin T., Bader-Meunier B. [et al.]. European evidence-based recommendations for the diagnosis and treatment of childhood-onset lupus nephritis: the SHARE initiative. *Annals of the Rheumatic Diseases*, 2017, vol. 76, no. 12, pp. 1965–1973. <https://doi.org/10.1136/annrheumdis-2017-211898>
10. National Center for Biotechnology Information NCBI, dbSNP. Available at: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/snp/rs699947#frequency_tab (accessed 10 June 2019).
11. Investigate correlated alleles for a pair of variants in high LD. Available at: <https://ldlink.nci.nih.gov/> (accessed 10 June 2019).
12. Paradowska-Gorycka A., Roszak M., Stypinska B. [et al.]. IL-6 and TGF- β gene polymorphisms, their serum levels, as well as HLA profile, in patients with systemic lupus erythematosus. *Clinical and Experimental Rheumatology*, 2019, vol. 37, no. 6, pp. 963–975.
13. Vuong M. T., Gunnarsson I., Lundberg S., Svenungsson E., Wramner L., Fernström A., Syvänen A.-C., Do L. T., Jacobson S. H., Padyukov L. Genetic risk factors in lupus nephritis and IgA nephropathy – no support of an overlap. *PLoS One*, 2010, vol. 5, no. 5, art. e10559. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0010559>
14. Sayed S. K., Galal S. H., Herdan O. M., Mahran A. M. Single nucleotide polymorphism T869C of transforming growth factor-beta 1 gene and systemic lupus erythematosus: association with disease susceptibility and lupus nephritis. *Egyptian Journal of Immunology*, 2014, vol. 21, no. 2, pp. 9–21.
15. Rezaei A., Ziaee V., Sharabian F. T., Harsini S., Mahmoudi M., Soltani S., Sadr M., Moradinejad M. H., Aghighi Y., Rezaei N. Lack of association between interleukin-10, transforming growth factor-beta gene polymorphisms and juvenile-onset systemic lupus erythematosus. *Clinical Rheumatology*, 2015, vol. 34, no. 6, pp. 1059–1064. <https://doi.org/10.1007/s10067-015-2877-2>
16. Benidir M., Salah S. S., Benrebha N., Djennane M., Djoudi H., Amroun H., Tamouza R., Attal N. NO-synthase inducible-2 (NOS2) and vascular endothelial growth factor (VEGF) polymorphisms in systemic lupus erythematosus among algerian patients. *Lupus Science & Medicine*, 2019, vol. 6, no. 1, art. A87. <https://doi.org/10.1136/lupus-2019-lsm.119>

Информация об авторах

Никитченко Наталья Васильевна – науч. сотрудник. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: N.Nikitchenko@igc.by.

Козыро Инна Александровна – д-р мед. наук, доцент. Белорусский государственный медицинский университет (пр. Дзержинского, 83, 220116, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kozyroia@mail.ru.

Белькевич Анна Геннадьевна – канд. мед. наук, ассистент. Белорусский государственный медицинский университет (пр. Дзержинского, 83, 220116, Минск, Республика Беларусь). E-mail: belka99@mail.ru.

Сукало Александр Васильевич – академик, д-р мед. наук, профессор.

Гончарова Роза Иосифовна – д-р биол. наук, профессор, гл. науч. сотрудник. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: R.Goncharova@igc.by.

Information about the authors

Nikitchenko Natalia V. – Researcher. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: N.Nikitchenko@igc.by.

Kozyro Ina A. – D. Sc. (Medicine), Associate Professor. Belarusian State Medical University (83, Dzerzhinski Ave., 220116, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kozyroia@mail.ru.

Bialkevich Hanna G. – Ph. D. (Medicine), Assistant. Belarusian State Medical University (83, Dzerzhinski Ave., 220116, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: belka99@mail.ru.

Sukalo Alexandr V. – Academician, D. Sc. (Medicine), Professor.

Goncharova Roza I. – D. Sc. (Biology), Professor, Chief Researcher. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: R.Goncharova@igc.by.

НАУКИ О ЗЕМЛЕ**EARTH SCIENCES**

УДК 551.3:631.459.2(476.1)+(476.4)+(476.6)
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-622-630>

Поступило в редакцию 13.06.2022
Received 13.06.2022

Е. А. Кухарик, академик А. В. Матвеев

Институт природопользования Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

ОСОБЕННОСТИ ПРОЯВЛЕНИЯ СОВРЕМЕННЫХ ВОДНО-ЭРОЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ТЕРРИТОРИИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ БЕЛАРУСИ

Аннотация. Анализируются результаты выполненных исследований современных водно-эрозионных процессов на территории Центральной Беларуси. Рассмотрен механизм плоскостной, овражной и речной эрозии, установлены площади их развития и рассчитаны показатели ежегодного эрозионного сноса, определен вклад каждого из процессов в динамику рельефа земной поверхности изученного региона. Показано, что водно-эрозионные процессы приводят к заметным негативным последствиям для окружающей среды, нарушению (вплоть до разрушения) природных и природно-техногенных объектов, существенному экономическому ущербу.

Ключевые слова: водно-эрозионные процессы, плоскостная эрозия, овражная эрозия, речная эрозия, современная геодинамика, Центральная Беларусь

Для цитирования. Кухарик, Е. А. Особенности проявления современных водно-эрозионных процессов на территории Центральной Беларуси / Е. А. Кухарик, А. В. Матвеев // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 6. – С. 622–630. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-622-630>

Evgeniy A. Kukharik, Academician Aleksey V. Matveyev

Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

FEATURES OF MANIFESTATION OF MODERN WATER-EROSION PROCESSES IN THE CENTRAL BELARUS TERRITORY

Abstract. The article presents the results of study of the modern water-erosion processes in the Central Belarus territory. The mechanisms of sheet, gully and river erosion are considered. The areas of development of these processes are established and the parameters of annual erosion drift are calculated. The contribution of each process to the dynamics of the earth's surface relief of the region under study is determined. It is shown that the development of water-erosion processes lead to noticeable negative consequences for environment, disruption (up to destruction) of natural and natural-technogenic objects, and significant economic damage.

Keywords: water-erosion processes, sheet erosion, gully erosion, river erosion, modern geodynamics, Central Belarus

For citation. Kukharik E. A., Matveyev A. V. Features of manifestation of modern water-erosion processes in the Central Belarus territory. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 6, pp. 622–630 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-622-630>

Введение. Процессы экзогенной (внешней) геодинамики играют важную роль в современной трансформации облика земной поверхности территории Беларуси. Из их числа наиболее активно проявляющимися являются водно-эрозионные процессы, такие как плоскостная, овражная и речная эрозия. Их развитие сопровождается перемещением огромных объемов грунтов, вызывает негативные последствия для окружающей среды и наносит существенный ущерб экономике. Это предопределило тот факт, что изучению водно-эрозионных процессов в настоящее время уделяется серьезное внимание во многих развитых странах мира, в том числе и в Беларуси. Оригинальные результаты исследований по проблемам эрозиоведения опубликованы как специа-

листами в области наук о Земле [1–4], так и учеными-аграриями [5–7]. В настоящее время в Институте природопользования НАН Беларуси проводится комплексное изучение проявлений современных водно-эрозионных процессов в пределах центральнобелорусского региона. Эта территория представляет большой интерес для подобного рода исследований, так как особенности геолого-геоморфологических и климатических условий, высокая степень техногенной трансформации и сельскохозяйственной освоенности благоприятствуют развитию эрозионных процессов. Полученные результаты по особенностям проявления плоскостного смыва, овражной и речной эрозии представлены в настоящем сообщении.

Материалы и методы исследований. При проведении исследований использовалась комплексная методика, включающая анализ опубликованных и фондовых источников, полевые маршрутные наблюдения и замеры, изучение дистанционных материалов, описаний разрезов буровых скважин, картометрические и картосоставительские работы. Для определения и картирования площадей, подверженных развитию плоскостной эрозии, применялась опубликованная методика, разработанная в Государственном гидрологическом институте¹. Составление карт и обработка иллюстративного материала производились в настольной геоинформационной системе QGIS 3.22.1 и графическом редакторе CorelDRAW 2018.

Результаты и их обсуждение. На территории Центральной Беларуси *плоскостная эрозия* (плоскостной, делювиальный смыв/снос) является одним из наиболее активных современных геологических процессов. Его проявления территориально отмечаются преимущественно в западной и северо-восточной частях исследуемого региона, на наиболее возвышенных, лишенных растительного покрова и интенсивно обрабатываемых участках Копыльской и Ошмянской гряд, Минской, Гродненской, Волковысской, Новогрудской и Оршанской возвышенностей, Горецкой и Могилевской равнин (рис. 1).

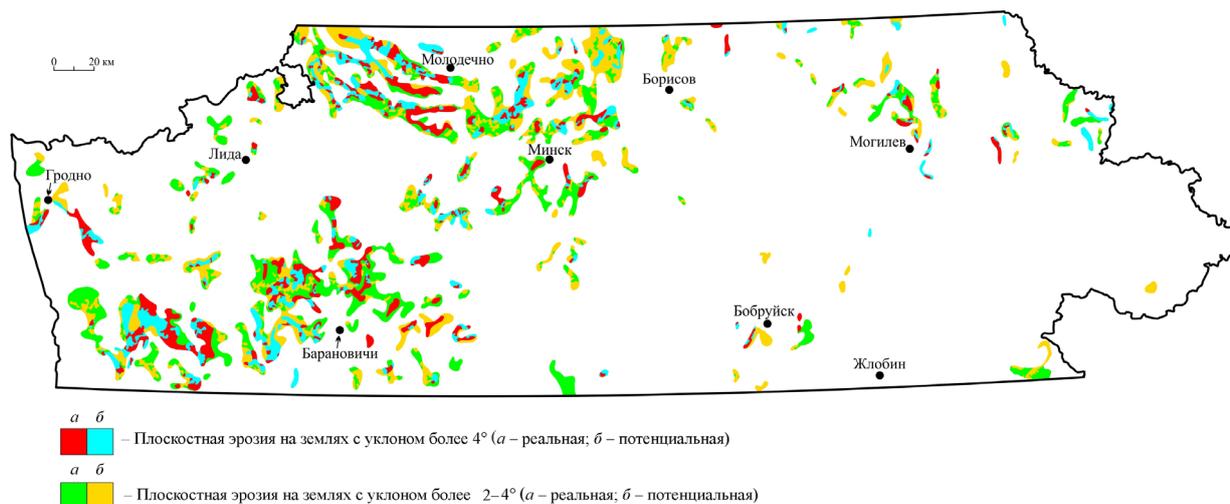


Рис. 1. Схема проявления плоскостной эрозии на территории Центральной Беларуси

Fig. 1. Scheme of the sheet erosion manifestation in Central Belarus territory

Плоскостная эрозия развивается при уклоне земной поверхности 1° и более [3] и провоцируется поверхностным стоком, который возникает в период снеготаяния или при выпадении жидких атмосферных осадков. Механизм эрозионного процесса реализуется в формировании лавовых потоков и ручейков на земной поверхности (рис. 2), а особенности его развития зависят от ряда факторов: геоморфологического, климатического, почвенно-растительного, антропогенного и др. [2]. На современном этапе важнейшим из факторов, предопределяющим проявление плоскостной эрозии на территории Центральной Беларуси, является хозяйственная деятельность

¹ Инструкция по определению расчетных гидрологических характеристик при проектировании противоэрозионных мероприятий на Европейской территории СССР: ВСН 04-77: утв. Госгидрометом [и др.] в 1977 и 1978 гг. – Л., 1979. – 62 с.



Рис. 2. Ручейковая сеть на лишенном растительности нераспахиваемом склоне севернее д. Пралески Молодечненского района Минской области

Fig. 2. Creek erosion on non-plowed devegetated slope on the north of the Pralieski village, Molodechno district, Minsk region

интенсивности плоскостного смыва относительно уклона местности: менее 2° , ($2-4^\circ$) и более 4° . Следует отметить, что смыв на участках с уклоном земной поверхности менее 2° преимущественно компенсируется естественными почвообразовательными процессами, поэтому к категории эрозионноопасных отнесены площади с крутизной более 2° [2]. Данные по интенсивности смыва в зависимости от крутизны склона приведены в [7]. Так, на участках с уклоном 3° ежегодный смыв составляет 5 т/га ($312 \text{ м}^3/\text{км}^2$), для площадей с крутизной 5° снос равен 10 т/га ($625 \text{ м}^3/\text{км}^2$) и более.

Площадь участков с уклоном земной поверхности более 4° на территории Центральной Беларуси составляет 2190 км^2 (2,3 % от общей площади региона). В результате плоскостного смыва ежегодно на этой территории перемещается около 1,37 млн м^3 грунтов (2,2 млн т). При этом значительный объем эродированного материала поступает в открытую гидросеть, частично аккумулируется у подножий склонов, формируя делювиальные шлейфы мощностью до 4–5 м [3]. На незначительных по площади участках Минской возвышенности, характеризующихся контрастным и пересеченным рельефом, а также Горецкой и Могилевской равнин с наличием в разрезе покровных отложений лессовидных пород, при использовании земель под пропашные культуры интенсивность плоскостного смыва может достигать экстремальных значений – до 11,2 мм/год (Минская возвышенность) и 10,4 мм/год (Горецкая и Могилевская равнины). Площадь земель с уклоном более 4° , покрытых растительностью и обладающих потенциальной возможностью проявления плоскостной эрозии, составляет 2100 км^2 (2,2 % от общей площади региона).

Совокупная площадь земель с крутизной склонов ($2-4^\circ$) в пределах исследуемого региона составляет около 4000 км^2 (4,2 % от общей площади региона). Примерно столько же занимают участки с уклоном ($2-4^\circ$), на которых отмечена потенциальная возможность проявления плоскостной эрозии. Объем ежегодно эродируемого материала оценивается в 1,24 млн м^3 (1,98 млн т).

Всего при проявлении плоскостной эрозии ежегодно перемещается около 2,6 млн м^3 грунтов, а средний рассчитанный показатель сноса с 1 км^2 территории Центральной Беларуси равен $27,4 \text{ м}^3/\text{км}^2/\text{год}$, или $43,9 \text{ т}/\text{км}^2/\text{год}$. Полученные значения объема перемещаемых грунтов в результате проявления этого процесса позволили вычислить мощность слоя денудации земной поверхности региона, который составил 0,027 мм/год. Для сравнения, величина денудационного среза в пределах равнин Восточно-Европейской платформы колеблется от 0,05 до 0,025 мм/год [2]. Незначительное превышение полученного нами показателя денудации над приведенными средними значениями может быть объяснено преобладанием в рассматриваемом регионе контрастного краевого ледникового рельефа со значительными площадями распространения лессовидных пород, наиболее подверженных интенсивному смыву в условиях техногенного пресса.

человека. По данным [8] в пределах рассматриваемого региона его вклад составляет 30 %. Вторым по значимости (26 %) является геоморфологический фактор (угол наклона местности, длина и экспозиция склона). Влияние климатических условий на развитие смыва оценивается в 24 % и зависит от суммарного количества осадков, запаса воды в снеге, мощности слоя стока и др. О сезонной динамике плоскостной эрозии в зависимости от климатических особенностей региона можно судить по данным [9], полученным на стационарах. Так, при развитии водной эрозии на талый сток приходится 44 % потерь, а на ливневый – 56 %.

Рассмотренные выше условия возникновения плоскостной эрозии дают возможность перейти к выделению участков, на которых проявляется этот процесс, а также районов с потенциальной возможностью его развития при наличии техногенных факторов. Для этого нами выделено 3 градации площадей по

Учитывая вышесказанное, следует отметить, что на землях, подверженных плоскостному смыву, происходит стремительное разрушение верхней, наиболее плодородной части почвенного профиля, ухудшаются водно-физические свойства и агрохимические показатели почв, происходит вынос элементов питания [3–5]. В результате этого средние недоборы урожая зерновых культур на землях разной степени эродированности составляют 12–40 %, пропашных культур – 20–60 %, льна – 15–50 %, многолетних трав – 5–30 % [7]. Это требует применения противоэрозионных мероприятий, дополнительного сева культур или внесения удобрений. Кроме экономических потерь, плоскостная эрозия негативно сказывается на экологическом состоянии естественных и искусственных водоемов и усиливает их эвтрофикацию. Так, при проявлении этого процесса на водосборах и в акваториях озер и водохранилищ наблюдается увеличение накопления кластогенного материала, что вызывает рост концентраций микроэлементов в осадках и возрастание поступления биогенных элементов [10].

Значительное воздействие на природные комплексы территории Центральной Беларуси оказывает также *овражная эрозия*. В рассматриваемом регионе площади проявления этого процесса приурочены к участкам с наиболее контрастным и сложнопостроенным рельефом – Минской, Гродненской, Волковысской, Новогрудской возвышенностям, Ошмянской гряде, Горечкой и Могилевской равнинам, а также к прибортовым частям речных долин (Днепр, Неман, Сож, Березина и др.) и крупных карьеров (рис. 3).

Важными факторами развития оврагообразования являются климатический (активность снеготаяния, интенсивность выпадения дождевых осадков) и геолого-геоморфологический (крутизна, длина и экспозиция склона, глубина местного базиса эрозии, состав и строение толщи покровных отложений, их способность к размыву). Однако на современном этапе определяющее значение принадлежит антропогенному фактору (характер хозяйственного использования территории, уничтожение естественной растительности и дернового покрова, интенсивная распашка земель, перевыпас скота, подрезка крутых склонов речных долин, карьеров, вызывающая перераспределение поверхностного стока и т. д.) [6]. Таким образом, овражная эрозия выступает сопутствующим преимущественно аграрному землепользованию геологическим процессом, хотя также может развиваться при проведении различных строительных работ и добыче полезных ископаемых.

Проявление овражной эрозии сопровождается возникновением ряда специфических форм рельефа – промоин, оврагов, балок и овражно-балочных систем, параметры которых соответствуют определенной стадии развития этого геологического процесса (от I до IV). Особенности конфигурации линейных эрозионных форм, условия и стадийность их образования подробно рассмотрены в [4]. На первой стадии развития овражной эрозии происходит заложение промоин на склонах холмов, речных террас, балок, ложбин, дорожных и карьерных насыпей и выемок. На обрабатываемых склоновых землях, подверженных плоскостному смыву, при значительном

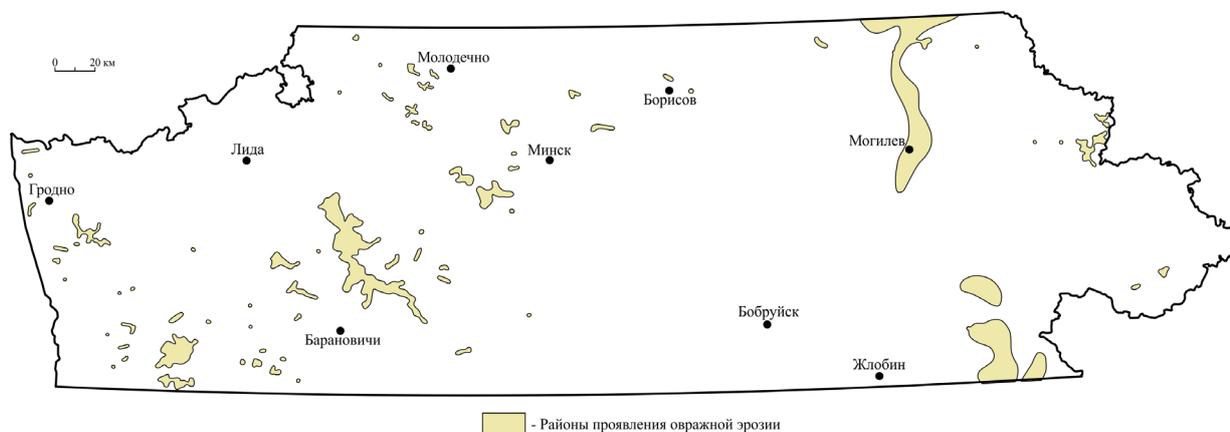


Рис. 3. Схема проявления овражной эрозии на территории Центральной Беларуси

Fig. 3. Scheme of the gully erosion manifestation in Central Belarus territory

объеме поверхностного стока может происходить его концентрация вдоль наиболее крупных элементов ручейковой сети или возникающих при распашке борозд, в результате чего начинается оврагообразование. Длина промоин обычно не превышает 100 м, глубина – не более 2 м, склоны крутые (45–90°), поперечный профиль V-образный или корытоподобный. При дальнейшем развитии эрозионного вреза наступает вторая стадия линейной эрозии с формированием оврага. Длина линейных эрозионных форм второй стадии развития – оврагов – варьирует от 100–110 до 500 м и более, глубина изменяется от 5 до 20–30 м, ширина – 10–50 м, форма поперечного профиля V- или корытообразная, продольный профиль не выработан. Рост оврага может обеспечиваться за счет удлинения верховий или так называемой пятящейся эрозии (регрессивный рост), так и путем врезания в сформированный конус выноса разрушенного материала (трансгрессивный рост). Примером может служить активный овраг длиной около 100 м, развивающийся на северном борту балластного карьера «Радошковичи» (рис. 4). В течение третьей стадии развития овраг выработывает профиль равновесия, его русло достигает местного базиса эрозии, гравитационные процессы на склонах проявляются слабо. Длина колеблется от нескольких сотен до 1500 м, глубина – от 5 до 20 м, реже более. Дно и склоны частично или полностью закреплены растительностью, крутизна склонов 10–40°. На четвертой стадии развития линейной эрозионной формы прекращается рост ее основных параметров и формируется балка. Длина балок составляет 1000–2000 м, в исключительных случаях – более 3000 м. Глубина вреза 10–20 м, ширина до 50–100 м. Склоновые процессы не наблюдаются, однако при возникновении благоприятных условий (интенсивная распашка водосбора, выпадение ливневых осадков, понижение местного базиса эрозии) возможна активизация эрозионной деятельности. Часто днище и склоны балок осложнены вторичными проявлениями овражной эрозии с формированием отвершков нескольких порядков. В таком случае происходит формирование овражно-балочной системы длиной 2000–5000 м, шириной по бровке 80–150 м (до 400 м), глубиной вреза до 50 м [4]. Крупные овражно-балочные системы расположены в окрестностях городов Кореличи, Горки, Мстиславль и др.

Своеобразно овражная эрозия проявляется в районах распространения лессовидных отложений. Здесь оврагообразование протекает в виде парагенезиса «суффозия – овражная эрозия», но возможен и обратный сценарий. Так, при распашке территории происходит нарушение залегания верхних слоев толщи лессовидных отложений, создаются условия для формирования типичных суффозионных форм (воронок, колодцев) путем тоннельной эрозии. Движение воды в массиве покровных отложений осуществляется по механизму наследования горизонтальных ходов землероев и других пустот. Этот процесс сопровождается интенсивным размывом пород и выносом продуктов разрушения, в результате чего формируются тоннели, и территориально разобщенные суффозионные воронки и колодцы соединяются во взаимосвязанную систему.



Рис. 4. Активный овраг на северном борту балластного карьера «Радошковичи», Молодечненский район Минской области

Fig. 4. Active gully on the northern side of the ballast quarry «Radoshkovichi», Molodechno district, Minsk region

В дальнейшем кровля перекрывающих пород обрушивается с образованием на земной поверхности отрицательных форм рельефа в виде провалов, просадок, депрессий, на площади которых развивается эрозионный процесс.

С учетом описанных особенностей оврагообразования на территории Центральной Беларуси нами были проведены расчеты площадей, подверженных этому процессу. Так, общая площадь земель, пораженных овражной эрозией в регионе составляет около 1940 км² (2 % от общей площади региона). Установлено расположение и определены основные параметры 647 оврагов. Учитывая масштаб выполненных картографических построений, фактическое количество линейных эрозионных форм, очевидно, значительно больше и может достигать нескольких тысяч. Общий объем вынесенных в результате проявления овражной эрозии грунтов оценивается в 12 млн м³ (19,2 млн т). Если принять для территории Беларуси продолжительность агрикультурного периода

равной 300 годам, то ежегодно в процессе роста оврагов выносятся около 40 тыс. м³ грунтов, или 20,6 м³/км² (33 т/км²).

Овражная эрозия наносит серьезный ущерб в течение всего времени существования линейных эрозионных форм и на всей их длине, в том числе из-за проявления сопутствующих процессов. По данным [11], на 1 га площади оврага приходится 3–5 га приовражных земель, непригодных для выращивания сельскохозяйственных культур. Проведенные нами расчеты показывают, что на территории Центральной Беларуси в результате развития овражной эрозии затруднено возделывание культур, частично или полностью выведено из сельскохозяйственного оборота около 7,5 тыс. км² земель. Значительный материальный ущерб экономике страны наносится оврагообразованием за счет дренирования приовражных земель и выноса питательных веществ. Так, по данным [12] недобор озимой ржи на приовражных землях на территории колхоза «Щорсы» Новогрудского района Гродненской области составил 37,8 %, озимой пшеницы – 36,7 %, овса – 59,6 %, ячменя – 37,5 %, льна – 52,2 % по сравнению с водораздельной равниной. Кроме сокращения площади пашни овражная эрозия может приводить к разрушению дорог, повышению аварийности сельскохозяйственной техники, создает опасность для различного рода построек.

Несмотря на активное проявление в Центральной Беларуси плоскостной и овражной эрозии, наиболее распространенным современным геологическим процессом в регионе является *эрозионно-аккумулятивная деятельность рек*. Параметры создаваемых постоянными водотоками форм рельефа не имеют аналогов среди проявлений других процессов современной геодинамики. Об этом свидетельствует сформированная в пределах рассматриваемого региона сеть долин общей протяженностью более 24300 км. Средняя густота речной сети составляет 0,24 км/км².

Крупнейшими реками региона являются Неман, Березина, Днепр, Сож, Друть, Проня, Птичь, Свислочь. Гидросеть в большинстве своем имеет хорошо развитые долины, в строении которых выделяются пойма и две надпойменные террасы. Исключением является долина р. Неман, в строении которой отмечается четко выраженная в рельефе ниже устья р. Молчадь цокольная третья надпойменная терраса, а также имеющие локальное распространение позднеплейстоценовые террасовые уровни.

Геологическая деятельность постоянных водотоков реализуется по классическому сценарию: разрушение горных пород водным потоком (речная (глубинная и боковая) эрозия), перенос и отложение продуктов разрушения (аккумуляция). Транспортировка материала в русле осуществляется обычно в виде перемещения гряд асимметричной формы, сопровождаемого изменением отметок дна поперек и вдоль русла, при этом процессы разрушения, переноса и накопления материала проявляются сопряженно [2; 13]. Рассмотрим наиболее характерные русловые процессы, развивающиеся на реках Центральной Беларуси.

Свободное меандрирование – наиболее широко представленный русловой процесс на реках Центральной Беларуси. Он развит в верхнем и среднем течении р. Неман и ряда его притоков (Свислочь, Зельвянка, Щара, Гавья, Россь), рек Днепр, Березина, Друть, Сож, Беседь, Птичь, Свислочь и др. Преобладающее влияние на процесс формирования русла оказывает боковая эрозия, а глубинная эрозия проявляется нерегулярно. Плановые перемещения речного русла происходят в хорошо развитых широких и выровненных поймах. Скорость размыва пойменных берегов в излучинах на р. Днепр составляет 5–10 м/год, на р. Сож и Березина в верховьях – до 2 м/год, в среднем течении – 5 м/год, в низовьях – до 10 м/год, на р. Неман выше устья р. Березина – до 1 м/год, на участке от устья р. Березина до устья р. Дитва – 1,5–2 м/год, ниже устья р. Дитва – до 3 м/год [13].

Ограниченное (неразвитое) меандрирование на реках Центральной Беларуси представлено значительно реже по сравнению со свободным. Этот русловой процесс получил развитие на некоторых участках рек Днепр, Сервечь, Остер, Виляя и др. Русло реки характеризуется небольшой извилистостью, располагается в относительно узкой долине, имеющей неширокую пойму.

Ограниченно распространены в пределах исследуемого региона также пойменная и русловая многорукавность и немеандрирующие русла с побочным типом руслового процесса (Днепр, Неман, Котра, Оlsa, Березина, Виляя).

В результате проведения осушительных мелиораций во второй половине XX в. русла многих рек территории Центральной Беларуси были полностью или частично спрямлены или канали-

зированы (Морочь, Неманец, Свислочь, Илия, Случь, Оресса и др.). После подобных трансформаций естественные русловые процессы не проявляются, в руслах рек аккумулируются значительные объемы наносов, поступающих с мелиорированных площадей по каналам, а также при проявлении водно-эрозионных процессов и дефляции на водосборах.

О масштабах эрозионно-аккумулятивной деятельности рек за последние 10–11 тысяч лет можно судить по параметрам наиболее крупных речных долин, объему эродированного и аккумулярованного материала. Так, р. Неман выработала в пределах исследуемого региона долину протяженностью 459 км. Ширина ее колеблется от 1,5 до 5 км, глубина вреза составляет 10–40 м, а мощность аллювия – 3–9 м. Общий объем эродированного рекой материала составляет 34,4 млрд м³, а объем накопленного аллювия – 8,3 млрд м³.

Долина Березины в пределах исследуемого региона имеет длину 411 км, ширина ее изменяется от 0,1–0,2 до 3–5 км. Глубина вреза оценивается в 19–25 м, мощность аллювия – до 15–18 м. Объем эродированных отложений равен 19,5 млрд м³, из которых 14,6 млрд м³ в настоящее время заполнено аллювием.

Днепр на территории Центральной Беларуси имеет долину протяженностью 348 км и шириной от 0,5 до 5 км. Врез за голоценовое время составил 17–35 м, мощность накопленного за это время аллювия составляет 10–20 м. Объем выработанных отложений достигает 31,7 млрд м³, из них не менее 18,3 млрд м³ заполнены аллювием.

Долина Сожа в рассматриваемом регионе имеет протяженность 311 км и ширину от 1–2 до 5–6 км. Голоценовый врез составляет 12–25 м, мощность аллювиальных аккумуляций – 8–10 м. Всего в течение голоцена эродировано 20,7 млрд м³ отложений, объем накопленного аллювия – 9,8 млрд м³.

Остальные реки Центральной Беларуси имеют значительно меньшие параметры долин. Их ширина преимущественно составляет 0,2–1 км, глубина вреза в большинстве случаев не превышает 4 м, для наиболее крупных притоков рек Днепр, Неман и Березина она может достигать 8 м. Мощность аллювия колеблется главным образом в пределах 3–5 м. Несмотря на это, объем произведенной геологической работы весьма значителен. Так, за голоцен ими было эродировано не менее 49,1 млрд м³ грунтов, а суммарный объем аккумуляций за этот же временной интервал составляет 32,4 млрд м³.

Просуммировав полученные показатели, получаем, что всего в течение голоцена реками на территории Центральной Беларуси было эродировано 155,4 млрд м³ отложений, а объем аллювиальных накоплений составляет 83,4 млрд м³. Согласно выполненным нами расчетам, средний показатель ежегодного сноса реками твердого материала с земной поверхности составляет около 65 м³/км², что равно слою пород мощностью 0,065 мм/год, или 65 мм за тысячу лет. Для сравнения, средний слой денудационного среза пород, слагающих верхние горизонты земной коры планеты, в естественных условиях составляет 78 мм за тысячу лет [2]. Рассчитанное нами значение ежегодной денудации превышает опубликованные ранее [14] оценки для всей территории Беларуси (0,03–0,05 мм/год) в 1,3–2,1 раза, что естественно, так как рельеф земной поверхности центрального региона страны характеризуется сложным строением с сочетанием форм различного генезиса.

Как и все виды эрозии, разрушительная деятельность постоянных водотоков может вызывать определенные неблагоприятные последствия для природной среды на локальных участках и ощутимый экономический ущерб. Интенсивное разрушение берегов речными водами приводит к разрушению сельскохозяйственных земель, лесных угодий, дорожных насыпей, аварийным ситуациям на трубопроводах, мостах и других коммуникациях, пересекающих поймы и русла рек. На территории Центральной Беларуси в связи с равнинным характером рельефа и относительно спокойным течением воды в руслах аварийные ситуации фиксируются при сочетании нескольких природных факторов, прежде всего климатических и гидрологических (выпадение большого количества атмосферных осадков за короткий период времени, высокая паводковая активность весной и др.).

Полученные расчетные показатели темпов ежегодной денудации для каждого из рассмотренных в настоящей работе геологических процессов позволяют определить их вклад в современную

трансформацию рельефа земной поверхности территории Центральной Беларуси. Необходимо учитывать, что все виды эрозионно-аккумулятивных процессов взаимосвязаны и взаимообусловлены и развиваются сопряженно во всех звеньях сети водных потоков [2]. Следовательно, вклад речной эрозии в естественную денудацию земной поверхности региона составляет около 60 %, плоскостной эрозии – 40 %, участие овражной эрозии равно долям процента.

Заключение. Выполненные исследования показали, что на территории Центральной Беларуси довольно активно и разнообразно проявляются водно-эрозионные процессы. Показано, что среди рассматриваемых процессов наиболее широко представлена эрозионно-аккумулятивная деятельность постоянных водотоков, сформировавшая к настоящему времени сеть речных долин протяженностью более 24300 км. Активными агентами денудации являются также плоскостная и овражная эрозия, развитие которых зафиксировано на площади более 8100 км², что показано на приведенных в тексте схемах. Установлено, что проявление водно-эрозионных процессов наносит ощутимый ущерб экономике страны, обусловленный разрушением площадей сельскохозяйственных угодий, ухудшением свойств почв на прилегающих территориях, необходимостью значительных денежных затрат на разработку и применение противоэрозионных и рекультивационных мер, дополнительное внесение удобрений и т. д.

Список использованных источников

1. Джеррард, А. Дж. Почвы и формы рельефа. Комплексное геоморфолого-почвенное исследование / А. Дж. Джеррард. – Л., 1984. – 208 с.
2. Эрозионные процессы (географическая наука практике) / М. Ю. Белоцерковский [и др.]; под ред. Н. И. Маккавеева, Р. С. Чалова. – М., 1984. – 256 с.
3. Матвеев, А. В. История формирования рельефа Белоруссии / А. В. Матвеев; под ред. О. Ф. Якушко. – Минск, 1990. – 144 с.
4. Павловский, А. И. Закономерности проявления эрозионных процессов на территории Беларуси / А. И. Павловский; под ред. А. В. Матвеева. – Минск, 1994. – 106 с.
5. Научные основы предотвращения деградации почв (земель) сельскохозяйственных угодий России и формирования систем воспроизводства их плодородия в адаптивно-ландшафтном земледелии: в 3 т. / редкол.: А. Л. Иванов (гл. ред.) [и др.]. – М., 2013. – Т. 1.
6. Евцихевич, В. Н. Эрозия почво-грунтов и борьба с ней / В. Н. Евцихевич. – Минск, 1973. – 192 с.
7. Почвы Республики Беларусь / В. В. Лапа [и др.]; под ред. В. В. Лапы. – Минск, 2019. – 632 с.
8. Черныш, А. Ф. Сравнительная оценка факторов формирования водно-эрозионных процессов в Центральной и Северной почвенно-эрозионных зонах / А. Ф. Черныш, А. Э. Дубовик // Вестн. Бел. гос. ун-та. Сер. 2. Химия. Биология. География. – 2005. – № 1. – С. 59–64.
9. Черныш, А. Ф. Современные почвенно-эрозионные процессы в Беларуси / А. Ф. Черныш, А. М. Устинова, А. В. Юхновец // Эрозионные и русловые процессы: сб. тр. / под ред. Р. С. Чалова. – М., 2015. – Вып. 6. – С. 27–45.
10. Геохимия озерного седиментогенеза в условиях техногенного влияния / В. А. Кузнецов [и др.] // Литасфера. – 1996. – № 5. – С. 161–171.
11. Зорина, Е. Ф. Эрозия и аккумуляция / Е. Ф. Зорина, Л. Ф. Литвин, Р. С. Чалов // Природные опасности России: в 6 т. / под общ. ред. В. И. Осипова, С. К. Шойгу. – М., 2002. – Т. 3 : Экзогенные геологические опасности / под ред. В. М. Кутепова, А. И. Шеко. – С. 32–65.
12. Лепешев, А. А. Овражная эрозия Новогрудской возвышенности / А. А. Лепешев. – Минск, 2004. – 118 с.
13. Русловой режим рек Северной Евразии (в пределах бывшего СССР) / Р. С. Чалов [и др.]; под ред. Р. С. Чалова. – М., 1994. – 336 с.
14. Современная динамика рельефа Белоруссии / А. В. Матвеев [и др.]; под ред. Б. Н. Гурского, А. В. Матвеева. – Минск, 1991. – 102 с.

References

1. Gerrard A. J. *Soils and Landforms. An Integration of Geomorphology and Pedology*. London, Boston, George Allen & Unwin, 1981. 219 p.
2. Belotserkovskii M. Yu., Belyi B. V., Berkovich K. M., Vlasov B. N., Zaslavskii M. N., Zorina E. F., Korotaev V. N., Kosov B. F., Larionov G. A., Litvin L. F., Lodina R. V., Lyubimov B. P., Makkaveev N. I., Nikol'skaya I. I., Patsukevich Z. V., Khmeleva N. V., Chalov R. S., Chernov A. V. *Erosional processes*. Moscow, 1984. 256 p. (in Russian).
3. Matveev A. V. *History of Relief Formation in Belorussia*. Minsk, 1990. 144 p. (in Russian).
4. Pavlovskii A. I. *Regularities of erosion processes on the territory of Belarus*. Minsk, 1994. 106 p. (in Russian).
5. Ivanov A. L., Molchanov E. N., Khitrov N. B., Frid A. S., eds. *Scientific basis for prevention of soil (land) degradation of Russian agricultural lands and formation of their fertility reproduction systems in adaptive-landscape farming: in 3 vols.* Vol. 1. Moscow, 2013 (in Russian).

6. Evtsikhevich V. N. *Erosion of soil and its control*. Minsk, 1973. 192 p. (in Russian).
7. Lapa V. V., ed. *Soils of the Republic of Belarus*. Minsk, 2019. 632 p. (in Russian).
8. Chernysh A. F., Dubovik A. E. A comparative assessment of factors of formation of water erosion processes in Central and Northern soil-erosion zones. *Vestnik Belorusskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya 2. Khimiya. Biologiya. Geografiya = Bulletin of Belarusian State University. Series 2. Chemistry. Biology. Geography*, 2005, no. 1, pp. 59–64 (in Russian).
9. Chernysh A. F., Ustinova A. M., Yukhnovets A. V. Modern soil-erosion processes in Belarus. Chalov R. S., ed. *Eroziionnye i ruslovnye protsessy* [Erosion and channel processes]. Moscow, 2015, vol. 6, pp. 27–45 (in Russian).
10. Kuznetsov V. A., Zhukhovitskaya A. L., Kurzo B. V., Vlasov B. P. Geochemistry of lake sedimentogenesis in technogene environment influences. *Litasfera = Lithosphere*, 1996, no. 5, pp. 161–171 (in Russian).
11. Zorina E. F., Litvin L. F., Chalov R. S. Erosion and accumulation. Osipov V. I., Shoigu S. K., eds. *Prirodnye opasnosti Rossii. T. 3: Ekzogennye geologicheskie opasnosti* [Natural hazards of Russia. Vol. 3: Exogenous geological hazards]. Moscow, 2002, pp. 32–65 (in Russian).
12. Lepeshev A. A. *Gully erosion of the Novogrudok Upland*. Minsk, 2004. 118 p. (in Russian).
13. Chalov R. S., Evstigneev V. M., Zaitsev A. A., Chernov A. V., Alekseevskii N. I., Lodina R. V., Berkovich K. M. *Channel mode of the rivers of Northern Eurasia (within the former USSR)*. Moscow, 1994. 336 p. (in Russian).
14. Matveev A. V., Nechiporenko L. A., Pavlovskii A. I., Sachok G. I., Zernitskaya V. P., Krutous E. A., Mastyulin L. A., Makhnach N. A., Simakova G. I., Shishonok N. A., Vol'skaya L. S., Kamyshenko G. A., Korsakova O. P., Levkevich V. E., Shvetsov A. A., Tsurkova T. F. *Modern Relief Dynamics in Belarus*. Minsk, 1991. 102 p. (in Russian).

Информация об авторах

Кухарик Евгений Александрович – канд. геол.-минер. наук, заведующий лабораторией. Институт природопользования НАН Беларуси (ул. Ф. Скорины, 10, 220076, Минск, Республика Беларусь). E-mail: shzhk@mail.ru.

Матвеев Алексей Васильевич – академик, д-р геол.-минер. наук, гл. науч. сотрудник. Институт природопользования НАН Беларуси (ул. Ф. Скорины, 10, 220076, Минск, Республика Беларусь). E-mail: matveyev@nature-nas.by.

Information about the authors

Kukharik Evgeniy A. – Ph. D. (Geology and Mineralogy), Head of the Laboratory. Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus (10, F. Skorina Str., 220076, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: shzhk@mail.ru.

Matveyev Aleksey V. – Academician, D. Sc. (Geology and Mineralogy), Chief Researcher. Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus (10, F. Skorina Str., 220076, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: matveyev@nature-nas.by.

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ
TECHNICAL SCIENCES

УДК 621.91.01
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-631-637>

Поступило в редакцию 05.05.2022
Received 05.05.2022

Б. М. Базров¹, Н. А. Родионова¹, М. Л. Хейфец², В. Л. Гуревич³

¹*Институт машиноведения имени А. А. Благонравова Российской академии наук,
Москва, Российская Федерация*

²*Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

³*Белорусский государственный институт метрологии, Минск, Республика Беларусь*

**СХЕМЫ БАЗИРОВАНИЯ ИЗДЕЛИЙ В САМОЦЕНТРИРУЮЩИХ МЕХАНИЗМАХ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЛЕКТОВ СКРЫТЫХ БАЗ**

(Представлено академиком П. А. Витязем)

Аннотация. С учетом развития гибридных технологий, объединяющих как традиционные, так и аддитивные, актуализированы положения теории базирования и сформирован обновленный состав баз: установочная, направляющая, опорная, двойная направляющая, двойная опорная и тройная опорная. Комбинации баз образуют пять комплектов, каждый из них может быть реализован с помощью явных или воображаемых скрытых баз, а также их совмещений. Особенностью базирования предмета скрытыми базами является определение положения опорных точек с помощью точек контакта предмета, реализуемых установочными элементами приспособлений. При базировании предмета скрытой базой положение опорной точки определяется самоцентрирующим механизмом с помощью точек контакта с предметом базирования. Рассмотрены всевозможные схемы конструктивных решений базирования и закрепления предметов в гибридных технологиях комплектами из скрытых баз в самоцентрирующихся механизмах.

Ключевые слова: предмет базирования, схема базирования, комплект баз, явная и скрытая базы, опорная точка, точка контакта, силовое замыкание.

Для цитирования. Схемы базирования изделий в самоцентрирующихся механизмах с использованием комплектов скрытых баз / Б. М. Базров [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 6. – С. 631–637. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-631-637>

Boris M. Bazrov¹, Natalya A. Rodionova¹, Mikhail L. Kheifetz², Valery L. Gurevich³

¹*Institute of Machine Science of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

²*Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

³*Belarussian State Institute of Metrology, Minsk, Republic of Belarus*

**SCHEMES FOR LOCATING AND FIXING AN OBJECT IN SELF-CENTERING MECHANISMS
WITH A SET OF HIDDEN BASES**

(Communicated by Academician Petr A. Vityaz)

Abstract. The updated provisions of the basing theory and the updated composition of the bases are given: installation, guide, support, double guide, double support, and triple support. Base combinations form five sets, each of which can be implemented using explicit or hidden bases or their combinations. It is shown that basing an object with sets of hidden bases causes the greatest difficulties, and a feature of basing an object with hidden bases is determining the position of reference points using the contact points of the object, implemented by the installation elements. When basing an object with a hidden base, the position of the reference point is determined by a self-centering mechanism using the points of contact with the basing object. Various schemes of constructive solutions for basing and fixing objects in sets of hidden bases in self-centering mechanisms are considered.

Keywords: locating thing, locating chart, clamping base, overt and covert bases, locating point, contact point, power closure

For citation. Bazrov B. M., Rodionova N. A., Kheifetz M. L., Gurevich V. L. Schemes for locating and fixing the object in self-centering mechanisms with a set of hidden bases. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 6, pp. 631–637 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-631-637>

Введение. Машиностроение при широкой цифровизации жизненного цикла продукции и процессов изготовления и обслуживания изделий отличается огромным, непрерывно растущим их разнообразием, традиционными и новыми аддитивными технологиями их производства [1–5].

Размерные связи играют все большую роль как в создании изделия, особенно с использованием прецизионных, аддитивных и других технологий, так и в процессе его функционирования и обслуживания. Поскольку размерные цепи, описывающие изделия, возникают при решении разнообразных конструкторских, технологических и метрологических задач машиностроения и зависят от выбора баз, то построению размерных цепей должен предшествовать анализ базирования [4–8].

Процессу базирования изделия (заготовки, детали или сборочной единицы) посвящены многочисленные работы, в связи с тем, что он оказывает определяющее влияние на точность и трудоемкость его изготовления [9–13]. Однако до сих пор базирование в гибридных технологиях, объединяющих как традиционные, так и аддитивные процессы обработки и сборки сложнопрофильных изделий, не рассматривалось.

Основы теории базирования при современном развитии производства актуализируются с учетом перехода от существующего описания из теоретической механики посредством положения трех координатных точек; к новому описанию из теории машин и механизмов путем лишения предмета базирования степеней свободы (подвижности) в технической системе [12–14].

В результате проектирование конструкции изделия, технологии его производства и измерения характеристик следует проводить рассматривая системы, включающие станки и приспособления, измерительные машины и метрологическое оснащение в качестве механизмов, в том числе самоцентрирующих и при наличии их избыточных степеней подвижности, замыкающим звеном которых является предмет базирования [12].

Поскольку при базировании ставятся задачи обеспечения требуемого положения предмета в заданной системе координат путем лишения его степеней подвижности, то с учетом развития гибридных технологий, объединяющих как традиционные, так и аддитивные процессы, целью работы является дальнейшая актуализация основ теории путем определения схем базирования сложнопрофильных изделий (заготовок, деталей или сборочных единиц) комплектами скрытых баз, положение опорных точек которых определяется самоцентрирующими механизмами.

Теоретическая и реальные схемы базирования предмета. Согласно теории базирования, заложенной в стандарте¹, положение изделия в прямоугольной системе координат определяется тремя координатами каждой из трех точек предмета, не лежащих на одной прямой [6]. Лишение изделия степеней свободы решается наложением односторонних связей по координатам трех его точек. При контакте изделия с плоскостями прямоугольной системы координат связи превращаются в опорные точки.

В результате контакта изделия с плоскостями прямоугольной системы координат возникает девять опорных точек, три из которых являются дублирующими. В итоге для лишения изделия всех степеней свободы достаточно шести опорных точек, три из которых лишают его трех перемещений, а три другие – трех поворотов [7; 13]. Шесть опорных точек образуют схему базирования из трех баз: установочной (У), направляющей (Н) и опорной (О). Установочная база лишает предмет трех степеней свободы, одного перемещения и двух поворотов; направляющая база – двух степеней свободы, одного перемещения, одного поворота; опорная база лишает предмет одной степени свободы – одного перемещения.

В реальных условиях в качестве баз выступает не только поверхность изделия, но и точка симметрии, лежащая на плоскости изделия, центр симметрии изделия и др. Поэтому, в дополнение к установочной, направляющей и опорной базам, возникают двойная направляющая (ДН), двойная опорная (ДО) и тройная опорная базы (ТО) [8; 13].

Двойная направляющая база лишает изделие четырех степеней свободы – двух перемещений и двух поворотов, двойная опорная база лишает предмет двух степеней свободы – двух перемещений, тройная опорная база лишает предмет трех степеней свободы – трех перемещений. Перечисленные базы могут быть реализованы с помощью соответствующих поверхностей предмета и элементами его симметрии.

¹ Базирование и базы в машиностроении. Термины и определения: ГОСТ 21495–76. – М., 1981. – 11 с.

Установочная явная база (Уя) реализуется с помощью плоской поверхности или участков поверхностей, лежащих в одной плоскости. Направляющая явная база (Ня) образуется линией, связывающей две точки поверхности или поверхностей. Опорная явная база (Оя) реализуется точкой поверхности предмета. Двойная направляющая явная база (ДНя) реализуется с помощью цилиндрической поверхности или двумя кольцевыми поверхностями, лежащими на одной оси. Двойная опорная явная база (ДОя) образуется посредством кольцевой поверхности предмета. Тройная опорная явная база (ТОя) реализуется с помощью конической поверхности.

Базирование точкой симметрии лишает изделие одного перемещения по координате, являясь опорной скрытой базой (Ос). Центр симметрии на плоскости лишает его перемещений по двум координатам, являясь двойной опорной скрытой базой (ДОс). Центр симметрии в пространстве лишает предмет перемещений по трем координатам, являясь тройной опорной скрытой базой (ТОс). Линия симметрии лишает предмет одного перемещения и одного поворота, являясь направляющей скрытой базой (Нс). Плоскость симметрии лишает предмет одного перемещения и двух поворотов, являясь установочной скрытой базой (Ус). Ось симметрии лишает предмет двух перемещений и двух поворотов, являясь двойной направляющей скрытой базой (ДНс).

В результате возникают следующие комплекты баз: У–Н–О, У–ДО–О, ДН–О–О, ДН–ДО, ТО–ДО–О. Теоретически же существует одна схема базирования У–Н–О, образованная комплектом баз, содержащим установочную, направляющую и опорную базы.

Комплекты баз и модули явных и скрытых баз. Постоянство положения изделия, достигнутое в результате его базирования, обеспечивается посредством приложения силового замыкания, по величине большего, действующих на него возмущающих сил и их моментов [8].

Если изделию сохранить некоторое число степеней свободы, то на такое же число уменьшится количество соответствующих опорных точек. Так, в ряде случаев не требуется определения положения предмета по какой-либо координате. В этих случаях сокращается число опорных точек, а предмет по данным координатам занимает неизвестное положение. Примером такого случая является базирование диска в трехкулачковом патроне, где базирование осуществляется с помощью неполного комплекта баз – установочной базы и двойной опорной базы.

Комплект баз может быть реализован с помощью явных или скрытых баз или их сочетаний. В связи с этим было введено понятие модулей баз [8; 12; 13], под которым понимается комплект баз с указанием характера баз – явной или скрытой. Так для теоретической схемы базирования обозначаются комплекты явных Уя–Ня–Оя и скрытых Ус–Нс–Ос баз. Отсюда каждый комплект баз может быть представлен группой модулей баз, в зависимости от составляющих его явных или скрытых баз.

Если реализация явных баз, в том числе для микро-, нано-, аддитивных и других технологий, решается сравнительно просто, путем формирования установочных элементов (в том числе являющихся частью заготовки), то реализация скрытых баз требует достаточно сложных конструктивных решений.

Базирование предмета скрытой базой осуществляется с помощью самоцентрирующего механизма. При технологической или измерительной реализации базирования предмета скрытой базой возникает необходимость в определении точки контакта, под которой понимается точка контакта элемента самоцентрирующего механизма с предметом базирования. В результате, как отмечалось ранее [12; 13], при проектировании изделия, технологии его производства и измерения характеристик, следует рассматривать системы, включающие оборудование и средства оснащения в качестве механизмов, замыкающим звеном которых являются предметы базирования.

Таким образом, особенностью базирования предмета скрытыми базами является определение положения опорных точек с помощью точек контакта предмета, реализуемых установочными элементами. Конструктивно эти задачи решаются применением самоцентрирующих механизмов при базировании и закреплении предмета.

Схемы базирования предмета комплектами скрытых баз. Разработка конструктивных решений базирования различных заготовок, деталей и сборочных единиц с помощью скрытых баз охватывает всевозможные схемы базирования предмета: Ус–Нс–Ос; Ус–ДОс–Ос; ДНс–Ос–Ос; ДНс–ДОс; ТОс–ДОс–Ос. При этом первые три схемы реализуются традиционно, известными

комплектами баз для пластины, диска и цилиндра. Оставшиеся две схемы с новыми комплектами рассмотрим более подробно, так как они применимы для сборочных единиц или сложнопрофильных изделий аддитивного производства (в тех случаях, когда они не приводятся к подобию простейших форм: пластины, диска и цилиндра).

Базирование предмета комплектом скрытых баз Ус–Нс–Ос. При таком базировании пластины скрытой установочной базой является плоскость симметрии. В качестве направляющей скрытой базы выступает другая плоскость симметрии, перпендикулярная начальной. В качестве опорной скрытой базы выступает плоскость симметрии, перпендикулярная предыдущим двум плоскостям симметрии. Все точки контакта пластины образуются парами самоцентрирующих тисков со сферическими губками.

Базирование предмета комплектом скрытых баз Ус–ДОс–Ос. При таком базировании диска скрытой установочной базой является плоскость симметрии, на которой размещаются три опорные точки, каждая из которых образуется соответствующей парой точек контакта с помощью самоцентрирующих тисков со сферическими губками. В качестве двойной опорной базы выступает ось пересечения двух других плоскостей. Для такой схемы базирования нет необходимости определять положение по углу поворота вокруг оси диска, поэтому последняя опорная точка отсутствует. В то же время степень свободы – поворот диска вокруг оси, обеспечивается посредством приложения силового замыкания к опорным точкам.

Базирование предмета комплектом скрытых баз ДНс–Ос–Ос. При таком базировании цилиндра в качестве двойной направляющей скрытой базы выступает ось симметрии, являющаяся линией пересечения двух плоскостей симметрии. Положение опорных точек определяется с помощью самоцентрирующих тисков с губками в виде «ножевых» призм.

Базирование предмета комплектом скрытых баз ДНс–ДОс. Рассмотрим реализацию схемы базирования сборочной единицы или детали (полученной из заготовки традиционного литейного или нового аддитивного производства) комплектом скрытых баз ДНс–ДОс (рис. 1).

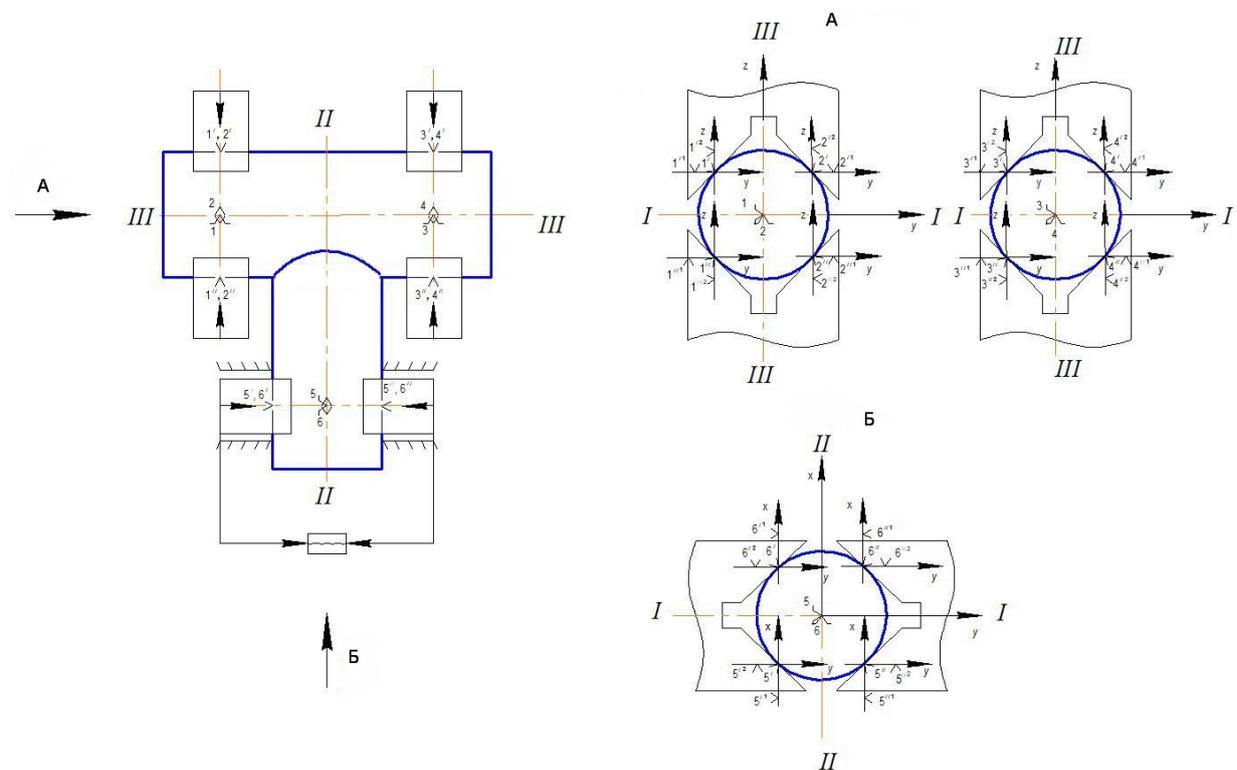


Рис. 1. Базирование предмета комплектом скрытых баз ДНс–ДОс. Опорные точки: 1–4 – ДНс; 5, 6 – ДОс

Fig. 1. Basing the thing with a set of hidden bases DGc–DSc. Reference points: 1–4 – DGc; 5, 6 – DSc

В качестве двойной направляющей скрытой базы выступает ось симметрии, являющаяся линией пересечения двух плоскостей симметрии II и III. Опорные точки 1, 3 лежат на плоскости симметрии III, 2, 4 – на плоскости симметрии I.

В качестве двойной опорной базы выступает ось пересечения двух плоскостей II и III. Точки 5 и 6 лежат на плоскости симметрии II. На плоскости симметрии III размещаются две опорные точки 1, 3, где опорная точка 1 образуется двумя точками контакта 1' и 1'', а опорная точка 3 образуется двумя точками контакта 3' и 3'', точки контакта образуются самоцентрирующимися тисками с губками в виде «ножевых» призм.

На плоскости симметрии I размещаются две опорные точки 2, 4, где опорная точка 2 образуется двумя точками контакта 2' и 2'', а опорная точка 4 образуется двумя точками контакта 4' и 4'', точки контакта образуются вторыми самоцентрирующимися тисками.

Построим через эти точки прямоугольные координатные системы, параллельные системе координат. Спроецируем точки контакта на оси этих координатных систем, получим восемь точек контакта $1^1, 1^2, 2^1, 2^2, 1^{11}, 1^{12}, 2^{11}, 2^{12}$. Точки контакта $1^2, 2^2, 1^{12}, 2^{12}$ образуют опорную точку 1, а точки контакта $1^1, 2^1, 1^{11}, 2^{11}$ – опорную точку 2.

Аналогично, при базировании вторыми тисками возникают четыре точки контакта 3', 4', 3'', 4''. Спроецируем точки контакта на оси построенных координатных систем, получим восемь точек контакта $3^1, 3^2, 4^1, 4^2, 3^{11}, 3^{12}, 4^{11}, 4^{12}$. Точки контакта $3^2, 4^2, 3^{12}, 4^{12}$ образуют опорную точку 3, а точки контакта $3^1, 4^1, 3^{11}, 4^{11}$ – опорную точку 4.

На плоскости симметрии II размещается опорная точка 5, которая образуется двумя точками контакта 5' и 5'', а опорная точка 6 расположена на плоскости симметрии I и образуется двумя точками контакта 6' и 6'', точки контакта образуются самоцентрирующимися тисками с губками в виде «ножевых» призм.

Построив через эти точки прямоугольные координатные системы и спроецировав точки контакта на их оси, получим восемь точек контакта $5^1, 5^2, 6^1, 6^2, 5^{11}, 5^{12}, 6^{11}, 6^{12}$. Точки контакта $5^1, 6^1, 5^{11}, 6^{11}$ образуют опорную точку 5, а точки контакта $5^2, 6^2, 5^{12}, 6^{12}$ – опорную точку 6.

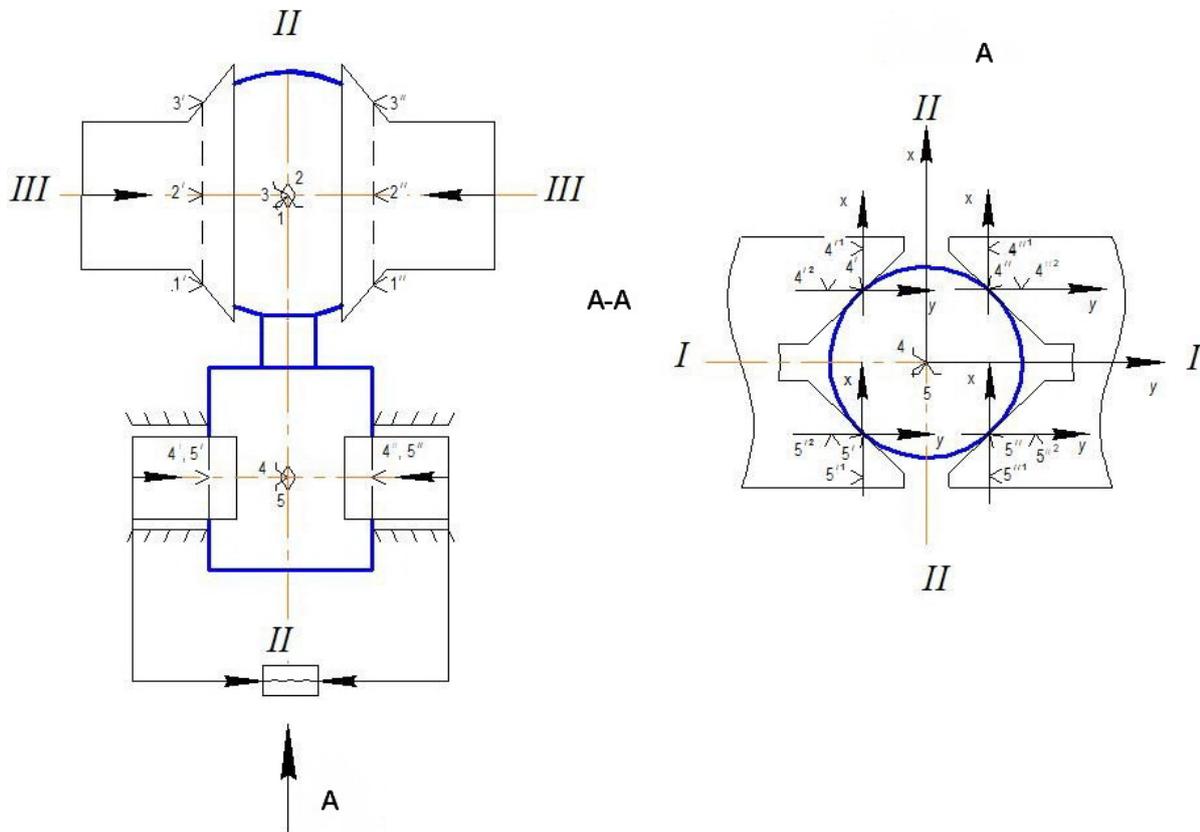


Рис. 2. Базирование детали комплектом скрытых баз ТОс–ДОс–Ос. Опорные точки: 1–3 – ТОс; 4, 5 – ДОс
 Fig. 2. Basing the part with a set of hidden bases TSc–DSc–Sc. Reference points: 1–3 – TOc; 4, 5 – DSc

Базирование предмета комплектом скрытых баз ТОс–ДОс–Ос. Проанализируем реализацию схемы базирования детали или сборочной единицы комплектом скрытых баз ТОс–ДОс–Ос (рис. 2).

Тройная опорная скрытая база образуется центром симметрии тремя опорными точками, лежащими на трех координатных плоскостях симметрии. Опорная точка 1 лежит на плоскости симметрии III, опорная точка 2 – на плоскости симметрии I, опорная точка 3 – на плоскости симметрии II.

В качестве двойной опорной базы выступают опорные точки 4, 5, точка 4 лежит на плоскости симметрии II, точка 5 – на плоскости симметрии I. При такой схеме базирования нет необходимости определять положение детали по углу поворота вокруг оси симметрии II, поэтому опорная точка 6 отсутствует. В то же время степень свободы – поворот вокруг оси, решается посредством приложения силового замыкания к опорным точкам 1–5.

На плоскости симметрии II размещается опорная точка 4, которая образуется двумя точками контакта 4' и 4'', а опорная точка 5 расположена на плоскости симметрии I и образуется двумя точками контакта 5' и 5'', точки контакта образуются самоцентрирующимися тисками с губками в виде «ножевых» призм.

Аналогично, как и в предыдущем случае построив через эти точки прямоугольные координатные системы и спроецировав точки контакта на их оси, получим восемь точек контакта 4'¹, 4'², 5'¹, 5'², 4''¹, 4''², 5''¹, 5''². Точки контакта 4'¹, 5'¹, 4''¹, 5''¹ образуют опорную точку 4, а точки контакта 4'², 5'², 4''², 5''² – опорную точку 5.

Выводы

1. С учетом развития гибридных технологий, объединяющих как традиционные, так и аддитивные процессы, актуализирована теория базирования, согласно которой, в качестве баз в реальных условиях, применяются: установочная, направляющая, опорная, двойная направляющая, двойная опорная и тройная опорная. Перечисленные базы, в соответствии с модульным принципом, формируют комплекты баз: У–Н–О, У–ДО–О, ДН–О–О, ДН–ДО, ТО–ДО–О. Комплекты баз могут быть образованы явными или скрытыми базами, а также их сочетаниями.

2. При базировании изделия скрытой базой положение опорной точки определяется с помощью двух точек контакта предмета с опорными элементами самоцентрирующего механизма. Базирование изделия установочной скрытой базой осуществляется с помощью трех самоцентрирующих механизмов; базирование направляющей скрытой базой – с помощью двух механизмов; базирование опорной скрытой базой – одним; базирование двойной направляющей скрытой базой – четырьмя; базирование двойной опорной скрытой базой – двумя; базирование тройной опорной скрытой базой – одним самоцентрирующим механизмом с элементом контакта конической поверхностью.

Список использованных источников

1. Витязь, П. А. «Индустрия 4.0»: от информационно-коммуникационных и аддитивных технологий к самовоспроизведению машин и организмов / П. А. Витязь, М. Л. Хейфец, С. А. Чижик // *Вестн. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук.* – 2017. – № 2. – С. 54–72.
2. Теоретические основы проектирования технологических комплексов / А. М. Русецкий [и др.]; под общ. ред. А. М. Русецкого. – Минск, 2012. – 239 с.
3. Конструирование и оснащение технологических комплексов / А. М. Русецкий [и др.]; под общ. ред. А. М. Русецкого. – Минск, 2014. – 316 с.
4. Gibson, I. *Additive Manufacturing Technologies: 3D Printing, Rapid Prototyping, and Direct Digital Manufacturing* / I. Gibson, D. Rosen, B. Stucker. – N. Y., 2015. – 498 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2113-3>
5. *Additive Manufacturing for the Aerospace Industry* / ed. by F. Froes and R. Boyer. – Cambridge, 2019. – 465 p. <https://doi.org/10.1016/C2017-0-00712-7>
6. Колесов, И. М. *Основы технологии машиностроения* / И. М. Колесов. – М., 1999. – 591 с.
7. Базров, Б. М. *Основы технологии машиностроения* / Б. М. Базров. – М., 2005. – 736 с.
8. Базров, Б. М. *Модульная технология в машиностроении* / Б. М. Базров. – М., 2001. – 368 с.
9. Колыбенко, Е. Н. Системные знания теории базирования в машиностроении / Е. Н. Колыбенко // *Вестн. машиностроения.* – 2004. – № 6. – С. 58–62; № 8. – С. 67–70.
10. Абрамов, Ф. Н. Влияние погрешностей формы и взаимного расположения базовых поверхностей на точность базирования призматических заготовок с совмещением баз / Ф. Н. Абрамов // *Вестн. машиностроения.* – 2007. – № 7. – С. 54–64.

11. Новоселов, Ю. А. Системный анализ логики базирования / Ю. А. Новоселов // Вестн. машиностроения. – 2007. – № 3. – С. 62–67.
12. Базров, Б. М. Метод представления изделия как объекта цифровизации производства структурированным множеством модулей / Б. М. Базров, М. Л. Хейфец // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2019. – Т. 63, № 3. – С. 377–384. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-3-377-384>
13. Базров, Б. М. Совершенствование основ теории базирования с учетом развития традиционных и аддитивных технологий / Б. М. Базров, М. Л. Хейфец // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2020. – Т. 64, № 5. – С. 617–623. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2020-64-5-617-623>
14. Базров, Б. М. Компоночный синтез на основе модульного принципа элементной базы мехатронных технологических комплексов / Б. М. Базров, М. Л. Хейфец // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 2. – С. 229–236. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-2-229-236>

References

1. Vityaz P. A., Kheifetz M. L., Chizhik S. A. «Industry 4.0»: from information and communication and additive technologies to self-reproduction of machines and organisms. *Vestsi Natsyonal'noi akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2017, no. 2, pp. 54–72 (in Russian).
2. Rusetsky A. M., ed. *Theoretical bases of technological systems designing*. Minsk, 2012. 239 p. (in Russian).
3. Rusetsky A. M., ed. *Design and equipment of technological systems*. Minsk, 2014. 316 p. (in Russian).
4. Gibson I., Rosen D., Stucker B. *Additive Manufacturing Technologies: 3D Printing, Rapid Prototyping, and Direct Digital Manufacturing*. New York, 2015. 498 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2113-3>
5. Froes F., Boyer R., eds. *Additive Manufacturing for the Aerospace Industry*. Cambridge, 2019. 465 p. <https://doi.org/10.1016/C2017-0-00712-7>
6. Kolesov I. M. *Fundamentals of Engineering Technique*. Moscow, 1999. 591 p. (in Russian).
7. Bazrov B. M. *Fundamentals of Engineering Technique*. Moscow, 2005. 736 p. (in Russian).
8. Bazrov B. M. *Modular technology in mechanical engineering*. Moscow, 2001. 368 p. (in Russian).
9. Kolybenko E. N. System knowledge of the theory of basing in mechanical engineering. *Vestnik Mashinostroenia [Engineering Proceedings]*, 2004, no. 6, pp. 58–62; no. 8, pp. 67–70 (in Russian).
10. Abramov F. N. Effect of form inaccuracy and of location surface positional relationship on the basing precision of base-superpositioned prismatic blanks. *Vestnik Mashinostroenia [Engineering Proceedings]*, 2007, no. 7, pp. 54–64 (in Russian).
11. Novosiolov Yu. A. System analysis of basing logic. *Vestnik Mashinostroenia [Engineering Proceedings]*, 2007, no. 3, pp. 62–67 (in Russian).
12. Bazrov B. M., Kheifetz M. L. Method of presenting a product as an object of digitalization of manufacturing by a structured set of modules. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2019, vol. 63, no. 3, pp. 377–384 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2019-63-3-377-384>
13. Bazrov B. M., Kheifetz M. L. Improvement bases of the theory basing with account for the development of traditional and additive technologies. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2020, vol. 64, no. 5, pp. 617–623 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2020-64-5-617-623>
14. Bazrov B. M., Kheifetz M. L. Layout synthesis based on the modular principle of the element base of mechatronic technological complexes. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 2, pp. 229–236 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-2-229-236>

Информация об авторах

Базров Борис Мухтарбекович – д-р техн. наук, профессор, заведующий лабораторией. Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН (Малый Харитоньевский пер., 4, 101990, Москва, Российская Федерация). E-mail: modul_lab@mail.ru.

Родионова Наталья Анатольевна – канд. техн. наук, науч. сотрудник. Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН (Малый Харитоньевский пер., 4, 101990, Москва, Российская Федерация). E-mail: n.rodionova@mail.ru.

Хейфец Михаил Львович – д-р техн. наук, профессор, директор. Институт прикладной физики НАН Беларуси (ул. Академическая, 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: mlk-z@mail.ru.

Гуревич Валерий Львович – канд. техн. наук, доцент, директор. Белорусский государственный институт метрологии (Старовиленский тракт, 93, 220053, Минск, Республика Беларусь). E-mail: hurevich@belgim.by.

Information about the authors

Bazrov Boris M. – D. Sc. (Engineering), Professor, Head of the Laboratory. Institute of Machine Science of the Russian Academy of Sciences (4, M. Kharitonievsky Per., 101990, Moscow, Russian Federation). E-mail: modul_lab@mail.ru.

Rodionova Nataliya A. – Ph. D. (Engineering), Researcher. Institute of Machine Science of the Russian Academy of Sciences (4, M. Kharitonievsky Per., 101990, Moscow, Russian Federation). E-mail: n.rodionova@mail.ru.

Kheifetz Mikhail L. – D. Sc. (Engineering), Professor, Director. Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic Belarus). E-mail: mlk-z@mail.ru.

Gurevich Valery L. – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Director. Belarussian State Institute of Metrology (93, Starovilenskiy Tract, 220053, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: hurevich@belgim.by.

ISSN 1561-8323 (Print)

ISSN 2524-2431 (Online)

УДК 538.95:53.097:378.016

<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-638-648>

Поступило в редакцию 27.10.2021

Received 27.10.2021

С. В. Зотов¹, Ж. В. Кадолич², Е. А. Цветкова¹, А. Г. Кравцов³¹*Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого Национальной академии наук Беларуси, Гомель, Республика Беларусь*²*Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого, Гомель, Республика Беларусь*³*Отделение физико-технических наук Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь***ФИЗИЧЕСКИЙ МЕТОД ЭЛЕКТРЕТНО-ТЕРМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА***(Представлено академиком А. П. Ласковнёвым)*

Аннотация. Представлены данные электретно-термического анализа сверхвысокомолекулярного полиэтилена как перспективного для медицины и техники полимерного материала, поливинилового спирта как бисовместимого гелеобразующего полимера, крови как системы с координационно связанными поляризуемыми компонентами, синовиальной жидкости как содержащего гиалуронаты и эфиры холестерина компонента смазочной среды суставов, крахмалосодержащих полимерных биodeградируемых композиций, биополимера хитозана как природного электрета, растительных масел как систем с надмолекулярными образованиями в виде ассоциатов триглицеридов жирных кислот. Предложены варианты интерпретации полученных в ходе анализа спектров термостимулированных токов, которые основаны на фундаментальных представлениях физики диэлектриков, физики конденсированного состояния и смежных естественно-научных дисциплин.

Ключевые слова: диэлектрики, электретно-термический анализ, термостимулированные токи, электретный эффект

Для цитирования. Физический метод электретно-термического анализа / С. В. Зотов [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 6. – С. 638–648. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-638-648>

Sergey V. Zotov¹, Zhanna V. Kadolich², Elena A. Tsvetkova¹, Alexander G. Kravtsov³¹*V. A. Belyi Institute of Mechanics of Metal-Polymer Research Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Gomel, Republic of Belarus*²*Gomel State Technical University named after P. O. Sukhoi, Gomel, Republic of Belarus*³*Department of Physical and Technical Sciences of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus***PHYSICAL METHOD OF ELECTRET-THERMAL ANALYSIS***(Communicated by Academician Alexander P. Laskovnev)*

Abstract. The article presents the data of electret-thermal analysis of ultrahigh molecular weight polyethylene as a polymer material promising for medicine and technology, polyvinyl alcohol as a biocompatible gel-forming polymer, blood as a system with coordinatively bound polarizable components, synovial fluid as a component of the lubricating medium of joints containing hyaluronates and cholesterol esters, starch-containing polymer biodegradable compositions, chitosan as a natural electret biopolymer, vegetable oils as systems with supramolecular formations in the form of fatty acid triglyceride associates. The variants of interpretation of the thermally stimulated current spectra obtained during the analysis are proposed, which are based on the fundamental concepts of dielectric physics, condensed matter physics, and related natural science disciplines. It is concluded that the addition of the content of curricula in individual academic disciplines with information about this method will contribute to improving the effectiveness of specialists training by institutions of higher education.

Keywords: dielectrics, electret-thermal analysis, thermally stimulated currents, electret effect

For citation. Zotov S. V., Kadolich Zh. V., Tsvetkova E. A., Kravtsov A. G. Physical method of electret-thermal analysis. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 6, pp. 638–648 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-6-638-648>

Введение. Выбор адекватных методов исследования, относящихся к различным областям естественных наук, представляет собой достаточно серьезную аналитическую задачу. Формирование в процессе обучения теоретических и практических знаний необходимо не только для ориенти-

рования обучающихся в номенклатуре методов исследований, но и для обоснованного (в случае необходимости) выбора такого метода, который соответствует поставленной задаче [1]. Важно также понимать, что универсальные умения и навыки исследовательского поведения требуются в самых разных сферах жизни (экспресс-тесты, сложные методы анализа крови на содержание сахара или холестерина, контроль уровня нейромедиаторов при исследовании мозга *in vivo* и др.).

Цель работы – продемонстрировать возможности применяемого в физике диэлектриков метода электретно-термического анализа для идентификации электрофизических изменений в различных объектах. На примерах, приведенных авторами, показано, что метод электретно-термического анализа (ЭТА) информативен при исследовании различных объектов, в том числе не относящихся к стандартному понятию «электрет» [2].

Метод ЭТА и предпосылки его применения. Метод ЭТА используется для оценки распределения в веществе носителей электретного (поляризационного) заряда и регистрации в нем отличного от нуля суммарного электрического момента. Его применение для изучения поляризационного заряда в диэлектриках во многих странах регламентировано стандартами¹. Сущность метода состоит в регистрации термостимулированного тока (ТСТ), возникающего в исследуемом образце вследствие стимулированных нагреванием разупорядочения диполей, высвобождения носителей заряда из ловушек и их движения. Зависимость тока от температуры представляет собой спектр ТСТ, по которому судят о механизмах, ответственных за проявление электретного эффекта [3]. Используется измерительная камера, снабженная нагревателем, системой охлаждения и имеющая алюминиевые электроды (обычно – измерительный, охранный и заземленный). Исследуемый образец помещают между электродами. Температурный диапазон нагревания для большинства образцов составляет 20–180 °С. Постоянную скорость нагревания образцов (обычно от 2 до 5 °С/мин) задают программно. В процессе нагревания фиксируют протекающий в цепи электрический ток. Полученные спектры ТСТ подвергают математической обработке программными средствами, после чего усредненные результаты не менее чем пяти измерений представляют в виде графических зависимостей интенсивности тока от температуры $I(T)$.

Изначально метод ЭТА был стандартизирован для полимерных электретов в виде пленок. Этому аспекту посвящен цикл проводимых десятилетиями экспериментально-теоретических исследований, наибольшее представление о сущности и объеме которых можно получить при ознакомлении с [2]. В ходе исследований установлено, что данный метод позволяет изучать релаксацию поляризационного заряда в веществе, находящемся в различных фазовых состояниях. Справедливо утверждать, что благодаря вышеизложенному метод ЭТА может быть применен для изучения не только классических электретов, но и любых объектов, которые являются диэлектриками или в которых содержатся диэлектрические компоненты. Это означает, что структура данных объектов изначально предполагает наличие электрической поляризации в том или ином (чаще в скрытом или «замороженном») виде. В таких объектах возможно инициировать термически стимулированную деполяризацию с высвобождением связанного на молекулярном или на надмолекулярном уровне электрического заряда, движение носителей которого фиксируется в качестве ТСТ. Токвые пики являются свидетельством протекания в исследуемых объектах процессов электрической деполяризации. Исследуемый образец может представлять собой пленку, отрез волокнистой массы, прессованный в таблетку порошок либо каплю жидкости (в том числе смешанную с порошкообразным носителем во избежание растекания). Для создания регулируемого зазора между образцом и верхним электродом применяют отоженную пленку из электрически инертного в диапазоне 20–180 °С политетрафторэтилена либо (для некоторых жидкостей) используют особую конструкцию нижнего электрода.

Ниже рассмотрим примеры, которые иллюстрируют информативность метода ЭТА по отношению к различным объектам исследования.

Результаты и их обсуждение. *Сверхвысокомолекулярный полиэтилен (СВМПЭ)* чаще всего используется для полимерных деталей, работающих в экстремальных температурных условиях Крайнего Севера, а также для изготовления деталей медицинского назначения. Среди последних

¹ Пластмассы и пленки полимерные. Методы определения поверхностных зарядов электретов: ГОСТ 25209–82. – М., 1982. – 12 с.

известны вкладыши чашки эндопротезов суставов (например, тазобедренного сустава), в которых, в частности, может быть создан поверхностный микропористый слой, регулирующий режимы трения в эндопротезах [4; 5]. Установлено, что значительную роль в трении имеет биоэлектрическое состояние синовиальной среды сустава, благодаря чему на вкладышах из СВМПЭ признано целесообразным создавать электретенный заряд, моделирующий биофизический потенциал естественных суставов и длительно сохраняющийся при трении. Методом ЭТА установлено (рис. 1), что пики на спектрах ТСТ полимерных образцов в диапазонах 40–50 и 130–155 °С соответствуют температурным переходам в СВМПЭ, сопровождающимся перестройкой надмолекулярной структуры и плавлением. Токовые пики претерпевают некоторые изменения интенсивности после трения образцов СВМПЭ без смазки или в среде синовиальной жидкости (СЖ).

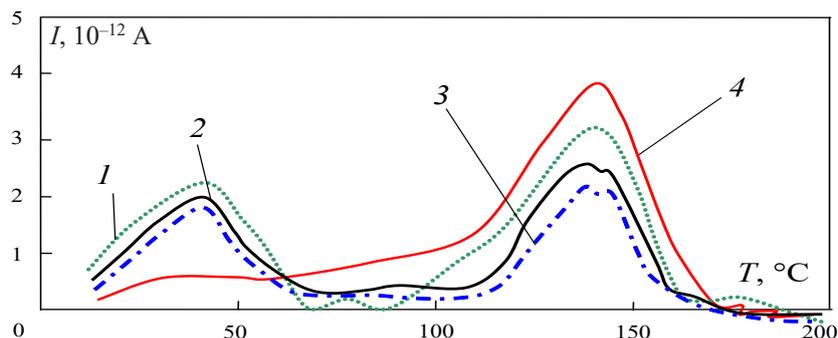


Рис. 1. Спектры ТСТ термоэлектретов на основе СВМПЭ, подвергнутых трению под нагрузкой 2 МПа со скоростью 0,1 м/с: 1 – исходный; 2, 3 – после трения без смазки в течение 0,5 и 1,5 ч соответственно; 4 – после трения в СЖ в течение 2 ч

Fig. 1. TSC spectra of thermal electretes based on UHMWPE subjected to friction under a load 2 MPa at a speed 0.1 m/s: 1 – initial; 2, 3 – after friction without lubrication for 0.5 and 1.5 hours, respectively; 4 – after 2 hours friction in the synovial liquid

Таким образом, на основании данных ЭТА оказалось возможным в определенной мере судить о закономерностях трения и изнашивания полимерной детали эндопротеза. Можно предположить, что при изучении материалов трения на основе СВМПЭ методом, дополняющим ЭТА, может явиться трибологическое исследование этих материалов на примере различных пар трения и в различных смазочных средах.

Поливиниловый спирт (ПВС) занимает значимое место среди материалов медицинского назначения. На основе ПВС создают материалы, используемые в качестве искусственного хряща, антисептических и перевязочных средств, для заживления ран и др., которые могут длительно находиться в организме. ПВС представляет собой эмульгирующий, адгезионный и пленкообразующий термопласт, адсорбирующий влагу. Это – хороший гелеобразователь, что обусловлено наличием большого количества боковых гидроксильных (ОН) групп в составе цепи, которые участвуют в образовании водородных связей с полярными молекулами растворителей, а также внутримолекулярных водородных связей между ОН-группами соседних звеньев цепи полимера. В гидрогелях ПВС уже при небольшой (3–5 мас. %) концентрации полимера макромолекулы образуют стереохимически и термодинамически устойчивую пространственную сетку из структур кластерного типа, звенья которой соединены физическими либо химическими связями. Для преобразования структуры ПВС часто применяют криообработку его гелей. Последняя инициирует развитие криолитических процессов, приводящих к образованию в системе «полимер–вода» активных криолизатов – свободных радикалов и ион-радикалов, которые взаимодействуют с макромолекулами и другими активными компонентами системы. Процесс криолиза сопровождается деструкцией и вторичным структурированием полимера с образованием поперечных связей между макромолекулами. В итоге формируются анизотропные криогели, структура и свойства которых зависят от концентрации полимера, температуры и длительности криообработки¹.

¹ Способ изготовления криогеля поливинилового спирта: патент Респ. Беларусь № 15555 / П. И. Бондаренко [и др.]. – 2012.

Для образцов материалов медицинского назначения на основе ПВС получены спектры ТСТ (рис. 2), интерпретированные в [6]. Спектр ТСТ пленки ПВС (рис. 2, *a*) содержит 3 основные группы токовых пиков – в температурных диапазонах 70–80 °С (низкотемпературный), 90–100 °С (среднетемпературный) и выше 110–120 °С (высокотемпературный). ПВС – частично кристаллизующийся полимер со значительным количеством полярных ОН-групп и межмолекулярных водородных связей между ними (т. е. содержит связанные диполи). Возникновение низкотемпературной группы пиков объясняется перестройкой надмолекулярной структуры полимера вблизи температуры его стеклования (80–85 °С), что обуславливает высвобождение и взаимное перераспределение диполей, т. е. движение электрических зарядов, фиксируемое как ТСТ. Возникновение среднетемпературной группы пиков объясняется тем, что в пленке, сформированной на основе водного геля полимера, содержится большое количество связанной воды в виде молекул H_2O , соединенных водородными связями с ОН-группами макромолекул ПВС, ввиду чего также возникает специфическая система связанных диполей. Вблизи температуры кипения воды происходит разрыв водородных связей, в связи с чем система вновь претерпевает перераспределение диполей и изменение зарядового состояния, что снова фиксируется как ТСТ. Появление высокотемпературной группы пиков может быть связано с разрушением меж- и внутримолекулярных водородных связей в структуре ПВС, которое происходит до температуры 150 °С.

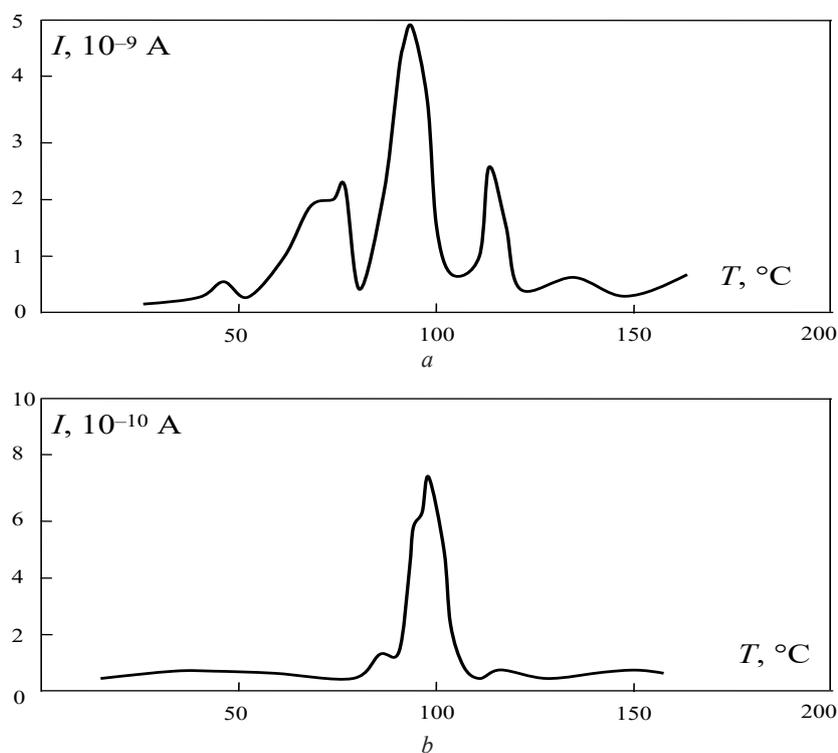


Рис. 2. Спектры ТСТ: *a* – пленка ПВС; *b* – криогель ПВС (10 %)

Fig. 2. TSC spectra: *a* – PVA film; *b* – PVA cryogel (10 %)

Спектр ТСТ криогеля ПВС (рис. 2, *b*) может быть интерпретирован следующим образом. При криогелизации полимерная матрица связывает меньшее количество воды, но в более прочные и термостабильные образования. Интенсивность ТСТ падает на порядок (с 10^{-9} до 10^{-10} А), однако повышается прочность возникающих водородных связей и, соответственно, растет термостабильность структур со связанными диполями. Поэтому низкотемпературный пик, отвечающий за перераспределение диполей при перестройке структуры, сдвигается в область более высоких температур (выше 90 °С) и перекрывается со среднетемпературным пиком, отвечающим за высвобождение воды. С другой стороны, отсутствие высокотемпературного пика может быть объяснено смещением деполяризационных эффектов, соответствующих разрушению меж-

и внутримолекулярных водородных связей в ПВС, в область меньших температур (ниже 110 °С) и перекрыванию соответствующего токового сигнала среднетемпературным пиком. Криогелизация оказывает значительное воздействие на меж- и внутримолекулярное состояние гелей ПВС, способствуя сближению по прочности, и, следовательно, повышению упорядоченности структур со связанными диполями, возникающих посредством меж- и внутримолекулярных водородных связей с участием молекул воды.

Таким образом, с помощью метода ЭТА удастся установить некоторые физико-химические и электрофизические механизмы, по которым происходит криогелизация биосовместимого полимера – ПВС. Дополнить данные ЭТА в отношении композиций на основе ПВС возможно с помощью комплекса физико-механических испытаний.

Кровь человека представляет собой многокомпонентную физико-химическую систему. Чувствительность клеток крови к воздействию электрического поля подтверждена обнаружением их электрофоретической подвижности, а также способностью к электрической поляризации, связыванию и удержанию поляризационного заряда. С участием авторов настоящей работы были выполнены экспериментальные исследования, в ходе которых установлено, что при нагревании проб крови, не подвергавшихся никакой внешней электрической обработке, возникают спектры ТСТ, поддающиеся интерпретации с позиций представлений физики диэлектриков [7]. С помощью метода ЭТА удалось идентифицировать такой важный параметр, как группа крови¹. Анализу подвергали периферическую кровь, взятую у доноров с положительным резус-фактором и 1–4 группами крови. Регистрировали ТСТ, который возникает в цепи, замыкающей электроды, при нагревании образца со скоростью 5 °С/мин. Установлено, что спектры ТСТ проб крови имеют три экстремальные области. Первый – низкотемпературный – пологий пик релаксации отрицательного заряда соответствует 40–50 °С. Он отвечает термостимулированному разрушению координационных структур, которые состоят из компонентов крови, окруженных гидратными оболочками. Последние возникают в результате присоединения молекул воды посредством водородных связей к полярным фрагментам органических молекул. Энергия активации процесса релаксации заряда, соответствующего этому пику и рассчитанная по ГОСТу 25209–82, составляет $W_1 = 0,25–0,45$ эВ, что подтверждает возможность связывания молекул воды с органическими соединениями в структуры со сложной пространственной конфигурацией.

Второй – среднетемпературный (70–90 °С) – пик превосходит первый по интенсивности и часто является мультиплетным. Он находится в температурном диапазоне тепловой денатурации белковых соединений крови, т. е. необратимого изменения третичной и даже вторичной структуры белка, не сопровождающегося разрывом полипептидной цепи, и, соответственно, вызван именно этим процессом. Профиль данного пика соответствует трем энергиям связей в диапазоне $W_2 = 0,5–0,7$ эВ.

Третий, самый интенсивный пик соответствует температурам 95–118 °С. Появление этого пика, по-видимому, обусловлено необратимой термоокислительной деструкцией органических соединений крови с высвобождением всех связанных зарядов, не успевших высвободиться ранее при постепенном разрушении координационных структур. Примечательно, что положение данного пика на шкале температур соответствует группе крови (табл. 1).

Т а б л и ц а 1. Обобщенные данные ЭТА периферической крови человека

Table 1. Summarized ETA data from human peripheral blood

Группа крови	I	II	III	IV
Диапазон, соответствующий максимуму высокотемпературного пика ТСТ, °С	115–118	108–110	98–100	95–97

В химической структуре органических соединений плазмы и липидных оболочек клеток крови имеются полярные группы (NH, CO, OH и др.), что при определенных условиях может придавать компонентам крови ярко выраженный дипольный характер. Кроме того, в крови присутствуют соединения, имеющие свойства жидких кристаллов. Фактически исследуемая систе-

¹ Способ определения группы крови: патент Респ. Беларусь, № 5720 / Л. С. Пинчук [и др.]. – 2001.

ма представляет собой комплекс координационно-связанных на надмолекулярном уровне органических компонентов, причем сама природа координационных связей предполагает наличие явления самопроизвольной поляризации. Нагревание такой системы сопровождается разупорядочением пространственной координированной структуры. При термостимулированном разрушении водородных связей, ответственных за образование гидратных оболочек вокруг большинства компонентов крови и фиксацию вторичной и третичной структуры белков, а также при деструкции различных химических связей в полипептидных и других компонентах крови происходит высвобождение носителей заряда и переориентация диполей. Их перемещение обуславливает ТСТ. Каждый тип координационных связей разрушается при определенной температуре, а интенсивность ТСТ соответствует количеству разрушенных связей. Таким образом, при исследовании крови методом ЭТА:

ТСТ является откликом на биохимические процессы в образце крови, происходящие вследствие нагревания;

температурную зависимость ТСТ анализируют, сопоставляя высоту токовых пиков и температуру;

группу крови определяют по положению на зарегистрированной зависимости третьего пика, максимум которого соответствует температуре в диапазоне 95–118 °С.

Запатентованный «Способ определения группы крови» (патент № 5720) может найти применение в гематологии, кардиологии, ревматологии и других областях медицины как информативный инструмент диагностики. Методом, в данном случае дополняющим ЭТА, может явиться общий и биохимический анализ крови.

Синовиальная жидкость (СЖ) в силу своего происхождения из плазмы крови имеет сходную с ней основу и содержит воду, липиды, протеины, полисахариды и др. СЖ имеет высокое содержание гиалуроновой кислоты и гиалуронатов, а ее высокие смазочные характеристики обусловлены эфирами холестерина, которые являются термотропными жидкокристаллическими (ЖК) соединениями. Такая система состоит из координационно-связанных структур и благодаря этому должна иметь специфические электрофизические свойства, которые определяют ее чувствительность к естественным биопотенциалам организма и ответственны за реализацию механизмов смазывания сустава. Контроль биофизических параметров СЖ позволяет определять патологическое состояние сустава, судить о наличии или отсутствии повреждений хряща и соединительных тканей. Выполнены эксперименты по ЭТА СЖ [4], в ходе которых установлены параметры токового отклика на термически стимулированные изменения в исследованных образцах¹. На рис. 3, а приведен спектр ТСТ СЖ, взятой из коленного сустава пациента, больного артритом (начальная стадия). По-видимому, пик положительных токов при 28–31 °С на спектре исходной СЖ соответствует тепловому разрушению дипольной упорядоченной структуры мезофазы, связанной с ЖК соединениями. При этих же температурах начинается разрушение гидратных оболочек биополимеров, что также вносит вклад в токовый отклик. Пик отрицательных токов при 65 °С сравним по интенсивности с низкотемпературным пиком и обусловлен разрывом координационных связей в пространственной структуре белково-полисахаридного комплекса СЖ (см. аналогию с вышеописанной денатурацией белков). Трение обуславливает деструкцию тех и других структур, о чем свидетельствует уменьшение интенсивности обоих пиков ТСТ при анализе пробы СЖ, подвергнутой трению в паре «СВМПЭ – сплав CoCrMo». По снижению интенсивности токовых пиков видно, что в наибольшей мере повреждены белково-полисахаридные координационные соединения, в то время как специфическая послойная структура жидкокристаллических компонентов СЖ хоть и претерпела трибохимические изменения, но в значительной мере сохранилась. По данным ЭТА предложена схема термостимулированных фазовых переходов в СЖ (рис. 3, б).

Очевидно, биологические жидкости, содержащие комплекс координационно-связанных органических соединений, могут быть охарактеризованы как «скрыто» или «замороженно» поляризованные системы. Электрофизические характеристики биологических жидкостей в ходе ЭТА проявляют себя в виде токового отклика на процессы термостимулированной деструкции ком-

¹ Способ диагностики ревматического заболевания: патент Респ. Беларусь, № 9451 / Л. С. Пинчук [и др.]. – 2007.

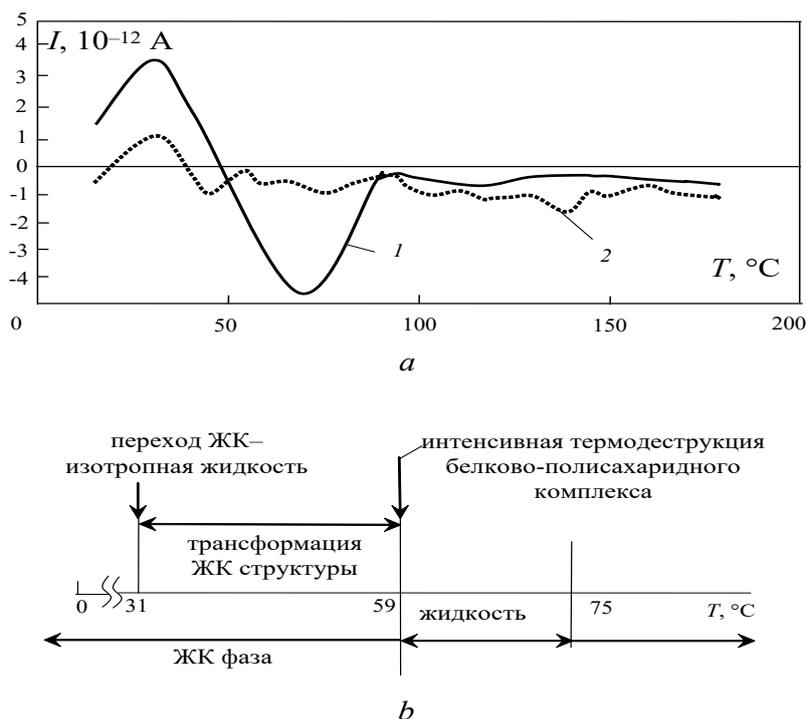


Рис. 3. Термостимулированные электрофизические и фазовые эффекты в СЖ при ЭТА [4]: a – спектры ТСТ СЖ: 1 – исходный, 2 – после трения; b – схема термостимулированных фазовых переходов в СЖ

Fig. 3. Thermally stimulated electrophysical and phase effects in synovial liquid at electrthermal analysis [4]: a – TSC spectra of synovial liquid: 1 – initial, 2 – after friction; b – scheme of thermally stimulated phase transitions in the synovial liquid

плексов, состоящих из структурно координированных и функционально взаимосвязанных соединений. Свойство жидкокристаллической фракции СЖ перестраиваться в электрическом поле в оптимальное с позиций трибологии состояние, обуславливает снижение трения в электретных эндопротезах суставов.

Полученные данные позволяют рекомендовать применение ЭТА, например, при идентификации изменений в СЖ, происходящих при ревматоидных заболеваниях или других нарушениях функциональности суставов. Методом, адекватно дополняющим ЭТА при изучении СЖ, может явиться биохимический анализ.

Крахмал и его композиции с полимерами. Растительный полисахарид крахмал является ключевым элементом множества пищевых продуктов, и его электрофизическое состояние может оказывать определенное влияние на показатели их качества. Кроме того, немаловажной представляется роль крахмала как одного из перспективных компонентов биоразлагаемых (биodeградирующих) композиционных материалов, например, предназначенных для производства экологичных видов упаковки. По химическому составу крахмал представляет собой смесь двух гомополисахаридов линейного и разветвленного строения – амилозы и амилопектина, отвечающих эмпирической формуле $(\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5)_n$. Линейные молекулы связаны друг с другом водородными связями. Подобные структуры подвержены при нагревании релаксационным переходам, связанным с перераспределением электронной плотности, вращением фрагментов макромолекул и т. п.

В [2] показано, что при идентификации спектров ТСТ простейших биополимеров – коллагена и желатина – появление низкотемпературных токовых пиков целесообразно связывать с ориентацией диполей, а высокотемпературных – с релаксацией пространственного заряда. В случае композитов на основе крахмала вырисовывается более сложная картина деполяризации. Получены и охарактеризованы [8] спектры ТСТ композитов на основе полиэтилена (ПЭ), содержащих крахмал и подвергнутых разным стадиям биodeградации в аэробных условиях в почве с общей плотностью заселения микроорганизмами свыше 280 тыс/г почвы. На спектре исходно-

го ПЭ обращает на себя внимание пик вблизи $109\text{ }^{\circ}\text{C}$, соответствующий высвобождению заряда при плавлении ПЭ. После старения в почве в течение 1 мес. интенсивность этого пика несколько снижается, причем возникают новые (соизмеримые с ним по интенсивности) пики при $60\text{--}90\text{ }^{\circ}\text{C}$ и несколько меньший пик при $140\text{ }^{\circ}\text{C}$, интенсивность которого за время экспозиции образцов в почве с июня по декабрь заметно увеличилась. Можно предположить, что пики ТСТ при $60\text{--}90\text{ }^{\circ}\text{C}$ соответствуют десорбции почвенной воды, адсорбированной пленкой. Сам крахмал в условиях ЭТА также демонстрирует отличный от нуля индивидуальный спектр ТСТ: зарегистрирована экстремальная зона в области температур $40\text{--}50\text{ }^{\circ}\text{C}$, в которой имеют место релаксационные переходы в подобных полисахаридах. Экстремальная зона в области $60\text{--}90\text{ }^{\circ}\text{C}$ может быть обусловлена десорбцией атмосферной влаги с частиц крахмала. Изложенное дает основание предположить, что появление пика при $140\text{--}145\text{ }^{\circ}\text{C}$ на спектрах ТСТ образцов, экспонированных в почве, связано с разрушением в процессе анализа сшитых и окисленных структур, образовавшихся при биодеградации композита.

Полученные результаты доказывают, что ЭТА позволяет фиксировать динамику биодеградации композиционных материалов, содержащих растительный полисахарид крахмал. Методами, дополняющими ЭТА при изучении биодеградации полимерных композиций, могут явиться известные методы оценки биоразложения полимерной упаковки и тары, а также, например, ИК-спектроскопия, позволяющая оценить степень химических изменений.

Хитозан (полисахарид, производное природного биополимера хитина) известен как уникальный энтеросорбент. Он имеет значительные перспективы для применения в составе продуктов, пищевых добавок и лекарственных препаратов. Последние широко применяются в медицине в качестве иммуностимуляторов для снятия болевых ощущений и адсорбции экссудата. Хитозан содержит ионогенные первичные аминогруппы, которые придают ему полилактионные, хелатирующие и другие свойства.

С помощью метода ЭТА получен спектр ТСТ таблетированного образца из порошка хитозана (рис. 4) [6]. Наличие высокоинтенсивных токовых пиков на спектре позволяет однозначно отнести хитозан к классу природных электретов. Электретное состояние данного химического соединения обусловлено координационной природой его надмолекулярной структуры и возможностью реализации нескольких конформационных вариаций макромолекул, причем каждая из этих вариаций характеризуется особым взаимным расположением связанных диполей. Именно с указанными конформационными (структурными) вариациями могут быть соотнесены токовые экстремумы, зафиксированные методом ЭТА в диапазоне $60\text{--}70\text{ }^{\circ}\text{C}$ и вблизи $130\text{ }^{\circ}\text{C}$. Есть основания полагать, что токовый пик в диапазоне $90\text{--}95\text{ }^{\circ}\text{C}$ может быть связан с высвобождением сорбированной воды.

Полученные данные могут иллюстрировать характер удерживания электрического заряда и реализации взаимодействий между функциональными группами в хитозане посредством меж- и внутримолекулярных водородных связей. Дополнить данные ЭТА по хитозану возможно с помощью методов химического анализа.

Растительные масла представляют собой жидкую диэлектрическую среду, что позволяет предположить взаимосвязь показателей их качества с электрофизическими свойствами. В [9] ЭТА

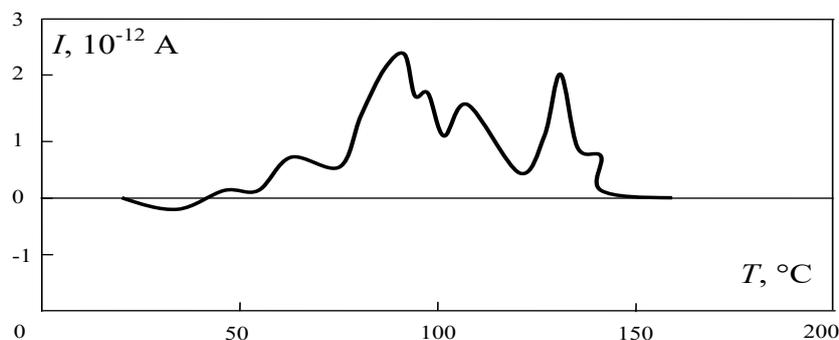


Рис. 4. Спектр ТСТ хитозана

Fig. 4. TSC spectra of chitosan

впервые предложен как способ исследования растительных масел, дополняющий широко применяемые в пищевой индустрии методы, которые определяют органолептические показатели, кислотное число, перекисное число, йодное число, показатель преломления, содержание влаги, число омыления, общую окислительную стабильность и др. Основными компонентами растительных масел являются триглицериды ненасыщенных жирных кислот (олеиновой, линолевой, линоленовой и др.). Молекулы этих веществ имеют неопределенные химические связи и кислородсодержащие группы, которые способны к внутри- и межмолекулярным взаимодействиям. Выдвинута гипотеза, что формирование координационных связей ведет к образованию специфических структур – ассоциатов, объединяющих несколько молекул триглицеридов. Нагрев образца масла в диапазоне 20–120 °С стимулирует их разрушение, в результате чего формируются свободные носители заряда, движение которых дает отклик в виде ТСТ. Спектры различаются температурными диапазонами локализации экстремальных областей, а также геометрической формой основных пиков.

Наличие токового отклика позволяет предположить, что вблизи температур, соответствующих расположению на спектрах экстремальных участков, происходит высвобождение электрических зарядов. Представление о возможной природе происходящих процессов может быть основано на сведениях по жирнокислотному составу анализируемых образцов масел. Основным ингредиентом растительных масел являются триглицериды насыщенных (далее – тип 1), мононенасыщенных (тип 2) и полиненасыщенных (тип 3) жирных кислот. Указанные соединения, имея кислородсодержащие функциональные группы (типы 1–3), одну двойную связь (тип 2) или несколько двойных связей (тип 3), способны с разной интенсивностью вступать во взаимное физико-химическое взаимодействие с образованием координированных структур (ассоциатов) из нескольких молекул триглицеридов, соединенных донорно-акцепторными и водородными связями. Для триглицеридов типа 1 возможности по реализации данных взаимодействий наименьшие, для типа 2 – значительные и для типа 3 – наибольшие, что обусловлено увеличением количества активных центров взаимодействий. При нагреве образца масла происходит последовательное разрушение ассоциатов с высвобождением заряда, что фиксируется в виде токового отклика, регистрируемого как ТСТ. Ассоциаты, образованные различными видами триглицеридов, будут отличаться по термической стабильности (наименее стабильные типа 1, более стабильные типа 2 и наиболее стабильные типа 3), т. е. разрушаться при различных температурах. Тем самым, существует возможность определения видовой принадлежности растительных масел по спектрам ТСТ согласно схеме соответствия (табл. 2). Сигналом о фальсификации масла или о вызванном иными причинами отклонении его состава от заявленного может быть несоответствие данных ЭТА этой схеме соответствия¹.

Т а б л и ц а 2. Схема соответствия температурным диапазонам экстремальных областей на спектрах ТСТ некоторых распространенных видов растительных масел

T a b l e 2. Scheme of correspondence to the temperature ranges of extreme regions on the TSC spectra of some common types of vegetable oils

Вид масла Oil type	Температура, °С Temperature, °C																
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
Подсолнечное ¹																	
Рапсовое ²																	
Льняное ³																	
Оливковое ⁴																	

П р и м е ч а н и я: ¹ – масло подсолнечное рафинированное дезодорированное «Премиум», выработанное по ГОСТ Р 52465; ² – масло рапсовое рафинированное дезодорированное «Премиум» марки П (СТБ 1486); ³ – масло льняное пищевое (ТУ BY 290340416.001); ⁴ – масло оливковое нерафинированное Extra Virgin (Испания).

N o t e s: ¹ – refined deodorized sunflower oil “Premium”, produced in accordance with GOST R 52465; ² – refined deodorized rapeseed oil “Premium” grade P (STB 1486); ³ – edible linseed oil (TU BY 290340416.001); ⁴ – unrefined extra virgin olive oil (Spain).

¹ Способ термоактивационной токовой спектроскопии пищевого растительного масла: патент Респ. Беларусь, № 21764 / Ж. В. Кадолич [и др.]. – 2017.

Таким образом, ЭТА имеет перспективы применения в качестве средства анализа пищевых продуктов на том основании, что многие из них содержат вещества диэлектрической природы, которые подчиняются всем закономерностям, изучаемым в физике диэлектриков. Дополнить данные ЭТА в отношении растительных масел могут стандартные методы оценки качества.

Заключение. Физический метод исследования – ЭТА информативен в отношении целого ряда объектов, обладающих свойствами диэлектриков либо содержащих в своем составе электрические поляризуемые компоненты. С помощью ЭТА можно получить данные в виде спектров ТСТ, описываемых с помощью методологии и несложного понятийного аппарата физики и физической химии. Данный метод целесообразно применять, во-первых, не только для классических электретов, и, во-вторых, используя сопоставление результатов с данными, полученными другими методами исследования.

По итогам представленного материала можно сформулировать вывод о том, что для обеспечения эффективности учебного процесса при получении высшего образования по широкому спектру направлений подготовки содержание многих учебных дисциплин (например, «Методы и средства исследований», «Основы научных исследований и инновационной деятельности»; «Физиологические основы создания и использования биоматериалов», «Продовольственная безопасность», «Иммунология», «Клеточная и тканевая инженерия», «Теоретические основы товароведения», «Товарная экспертиза») целесообразно дополнить информацией о стандартизованном и информативном физическом методе исследования – ЭТА. Изучение основ ЭТА и практический опыт интерпретации его результатов позитивно повлияют на компетенцию обучающихся в учреждениях высшего образования.

Список использованных источников

1. Болотов, В. А. Система оценки качества образования / В. А. Болотов, Н. Ф. Ефремов. – М., 2007. – 263 с.
2. Электреты: пер. с англ. / М. Г. Бродхерст [и др.]; под ред. Г. Сесслера. – М., 1993. – 487 с.
3. Пинчук, Л. С. Электретные материалы в машиностроении / Л. С. Пинчук, В. А. Гольдаде. – Гомель, 1998. – 288 с.
4. Кадолич, Ж. В. Физическое модифицирование сопряжений полимер–металл для повышения их износостойкости на основе моделирования биофизических свойств естественных суставов: дис. ... канд. техн. наук / Ж. В. Кадолич. – Гомель, 2002. – 128 с.
5. Tribology and Biophysics of Artificial Joints / L. S. Pinchuk [et al.]. – Kidlington, Oxford Joints, 2006. – 350 p.
6. Материал для эндопротеза кровеносного сосуда на основе высокомолекулярных соединений / Е. А. Цветкова [и др.] // Вестн. Технолог. ун-та. – 2016. – Т. 19, № 20. – С. 57–62.
7. Electret-thermal analysis of blood / L. S. Pinchuk [et al.] // Medical Engineering and Physics. – 2002. – Vol. 24, N 5. – P. 361–364. [https://doi.org/10.1016/s1350-4533\(02\)00029-2](https://doi.org/10.1016/s1350-4533(02)00029-2)
8. Electret-thermal analysis to assess biodegradation of polymer composites / L. S. Pinchuk [et al.] // Intern. Biodeterioration & Biodegradation. – 2004. – Vol. 54, N 1. – P. 13–18. <https://doi.org/10.1016/j.ibiod.2003.11.005>
9. Кадолич, Ж. В. Растительные масла: потребительский рынок, фальсификация, методы контроля качества / Ж. В. Кадолич, И. О. Деликатная, Е. А. Цветкова // Потребительская кооперация. – 2012. – № 4 (39). – С. 82–91.

References

1. Bolotov V. A., Efremov N. F. *The system for assessing the quality of education*. Moscow, 2007. 263 p. (in Russian).
2. Broadhurst M. G., Davis G. T., Gross B., Mascarenhas S., Sessler G.M., van Turnhout J., West J. E. *Electrets*. Berlin, 1980.
3. Pinchuk L. S., Goldade V. A. *Electret materials in mechanical engineering*. Gomel, 1998. 288 p. (in Russian).
4. Kadolich Zh. V. *Physical modification of polymer–metal interfaces to increase their wear resistance based on modeling the biophysical properties of natural joints*. Gomel, 2002. 128 p. (in Russian).
5. Pinchuk L. S., Nikolaev V. I., Tsvetkova E. A., Goldade V. A. *Tribology and Biophysics of Artificial Joints*. Kidlington, Oxford Joints, 2006. 350 p.
6. Cvetkova E. A., Uharceva I. Yu., Zotov S. V., Ovchinnikov K. V., Goldade V. A., Kadolich Zh. V. Material for endoprosthesis of a blood vessel based on high molecular weight compounds. *Vestnik Tekhnologicheskogo Universiteta* [Bulletin of the Technological University], 2016, vol. 19, no. 20, pp. 57–62 (in Russian).
7. Pinchuk L. S., Goldade V. A., Sessler G. M., Kravtsov A. G., Zotov S. V., Tsvetkova E. A. Electret-thermal analysis of blood. *Medical Engineering and Physics*, 2002, vol. 24, no. 5, pp. 361–364. [https://doi.org/10.1016/s1350-4533\(02\)00029-2](https://doi.org/10.1016/s1350-4533(02)00029-2)
8. Pinchuk L. S., Makarevich A. V., Vlasova G. M., Kravtsov A. G., Shapovalov V. A. Electret-thermal analysis to assess biodegradation of polymer composites. *International Biodeterioration and Biodegradation*, 2004, vol. 54, no. 1, pp. 13–18. <https://doi.org/10.1016/j.ibiod.2003.11.005>
9. Kadolich Zh. V., Delikatnaya I. O., Tsvetkova E. A. Vegetable oils: consumer market, counterfeiting, quality control methods. *Potrebitel'skaya kooperatsiya* [Consumer cooperation], 2012, no. 4 (39), pp. 82–91 (in Russian).

Информация об авторах

Зотов Сергей Валентинович – канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник. Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого НАН Беларуси (ул. Кирова, 32а, 246050, Гомель, Республика Беларусь). E-mail: zotov-1969@mail.ru.

Кадолич Жанна Владимировна – канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой. Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого (пр-т Октября, 48, 246029, Гомель, Республика Беларусь). E-mail: cilodak@mail.ru.

Цветкова Елена Александровна – канд. техн. наук, доцент, ст. науч. сотрудник. Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого НАН Беларуси (ул. Кирова, 32а, 246050, Гомель, Республика Беларусь). E-mail: tsvetkovaea21@mail.ru.

Кравцов Александр Геннадьевич – д-р техн. наук, профессор, заместитель академика-секретаря. Отделение физико-технических наук НАН Беларуси (пр. Независимости, 66, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kravtsovag@tut.by.

Information about the authors

Zotov Sergey V. – Ph. D. (Engineering), Leading Researcher. V. A. Belyi Metal-Polymer Research Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (32a, Kirov Str., 246050, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: zotov-1969@mail.ru.

Kadolich Zhanna V. – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Head of the Department. Gomel State Technical University named after P. O. Sukhoi (48, Oktober Ave., 246029, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: cilodak@mail.ru.

Tsvetkova Elena A. – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Senior Researcher. V. A. Belyi Metal-Polymer Research Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (32a, Kirov Str., 246050, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: tsvetkovaea21@mail.ru.

Kravtsov Alexander G. – D. Sc. (Engineering), Professor, Deputy Academic Secretary. Department of Physical and Technical Sciences of the National Academy of Sciences of Belarus (66, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kravtsovag@tut.by.