

# ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

2023. Т. 67. № 2

Выходит шесть номеров в год

Журнал основан в июле 1957 года

Учредитель – Национальная академия наук Беларуси

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,  
свидетельство о регистрации № 387 от 18.05.2009.

*Входит в Перечень научных изданий Республики Беларусь  
для опубликования результатов диссертационных исследований, включен в базу данных  
Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)*

Главный редактор

**Владимир Григорьевич Гусаков**

Председатель Президиума Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

Редакционная коллегия

**А. В. Кильчевский**

заместитель Председателя Президиума Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь  
(заместитель главного редактора)

**Т. П. Петрович**

(ведущий редактор журнала)

**С. В. Абламейко** – Белорусский государственный университет, Республика Беларусь

**О. Ю. Баранов** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

**В. Г. Богдан** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

**П. А. Витязь** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

**И. Д. Волоотовский** – Институт биофизики и клеточной инженерии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

**С. В. Гапоненко** – Белорусский республиканский фонд фундаментальных исследований, Республика Беларусь

**А. Я. Григорьев** – Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

**В. Л. Гурский** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь  
(заместитель главного редактора)

**А. Е. Дайнеко** – Белорусский национальный технический университет, Республика Беларусь

**Н. Желев** – Абертейский университет, Соединенное Королевство Великобритании и Северной Ирландии

**В. Г. Залесский** – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

**А. И. Иванец** – Министерство образования Республики Беларусь, Республика Беларусь

**Н. С. Казак** – Научно-производственное объединение «Оптика, оптоэлектроника и лазерная техника»,  
Республика Беларусь

**Н. Н. Казанский** – Институт лингвистических исследований Российской академии наук,  
Российская Федерация

**С. П. Карпов** – Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Российская Федерация

**А. А. Коваленя** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

- Э. И. Коломнец** – Научно-производственное объединение «Химический синтез и биотехнологии»,  
Республика Беларусь
- В. В. Лапа** – Институт почвоведения и агрохимии Национальной академии наук Беларуси,  
Республика Беларусь
- М. Ларссон** – Университетский научный центр Алба Нова Стокгольмского университета, Королевство Швеция
- А. П. Ласковнѐв** – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси,  
Республика Беларусь
- В. Ф. Логинов** – Институт природопользования Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
- Г. Маркрам** – Институт мозга, Центр неврологии и технологии Швейцарского федерального института технологий,  
Швейцария
- А. А. Махнач** – Институт геологии, Республика Беларусь
- А. Г. Наумовец** – Институт физики Национальной академии наук Украины, Украина
- В. А. Орлович** – Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси,  
Республика Беларусь
- В. Н. Пармон** – Российская академия наук, Российская Федерация
- О. Г. Пенязьков** – Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Респу-  
блика Беларусь
- И. Д. Рашаль** – Институт биологии Латвийского университета, Латвийская Республика
- Б. А. Ривжа** – Латвийская академия сельскохозяйственных и лесных наук, Латвийская Республика
- В. А. Садовничий** – Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Российская Федерация
- В. Г. Сафонов** – Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
- А. В. Тузиков** – Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси,  
Республика Беларусь
- Тьяу Ван Минь** – Вьетнамская академия наук и технологий, Социалистическая Республика Вьетнам
- С. А. Усанов** – Институт биоорганической химии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
- Ю. С. Харин** – Научно-исследовательский институт прикладных проблем математики и информатики,  
Республика Беларусь
- Л. В. Хотылева** – Институт генетики и цитологии Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
- А. Цайлингер** – Австрийская академия наук, Австрийская Республика
- С. А. Чижик** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь  
(заместитель главного редактора)
- И. П. Шейко** – Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по животноводству,  
Республика Беларусь
- А. Г. Шумилин** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь
- С. С. Щербаков** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

*Адрес редакции:*

*ул. Академическая, 1, к. 119, 220072, Минск, Республика Беларусь.  
Тел.: +375 17 272-19-19; e-mail: doklady\_nanb@mail.ru  
doklady.belnauka.by*

---

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ. 2023. Т. 67. № 2

*Выходит на русском, белорусском и английском языках*

---

Редактор Т. П. Петрович  
Компьютерная верстка Н. И. Кашуба

Сдано в набор 03.04.2023. Выпуск в свет 27.04.2023. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная. Печать цифровая.  
Усл. печ. л. 10,23. Уч.-изд. л. 11,3. Тираж 136 экз. Заказ 74.

Цена: индивидуальная подписка – 12,66 руб.; ведомственная подписка – 29,74 руб.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/18 от 02.08.2013. ЛП № 02330/455 от 30.12.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220084, г. Минск.

© РУП «Издательский дом «Беларуская навука».  
Доклады НАН Беларуси, 2023

# DOKLADY OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

---

2023. Vol. 67. No. 2

---

Published bimonthly

The journal has been published since July, 1957

Founder – National Academy of Sciences of Belarus

The journal is registered on May 18, 2009 by the Ministry of Information of the Republic of Belarus  
in the State Registry of Mass Media, reg. no. 387.

*The journal included in the List of Journal for Publication of the Results of Dissertation Research  
in the Republic of Belarus and in the Database of Russian Science Citation Index (RSCI)*

Editor-in-Chief

**Vladimir G. Gusakov**

Chairman of the Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

Editorial Board

**Alexander V. Kilchevsky**

Vice Chairman of the Presidium of the National Academy of Sciences  
of Belarus, Republic of Belarus (*Associate Editor-in-Chief*)

**Tatiana P. Petrovich**

(*Lead Editor*)

**Sergey V. Ablameyko** – Belarusian State University, Republic of Belarus

**Oleg Yu. Baranov** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

**Vasily G. Bogdan** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

**Chau Van Minh** – Vietnam Academy of Science and Technology, Vietnam

**Sergey A. Chizhik** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

(*Associate Editor-in-Chief*)

**Alexey Ye. Dayneko** – Belarusian National Technical University, Republic of Belarus

**Sergey V. Gaponenko** – Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research, Republic of Belarus

**Andrey Ya. Grigoriev** – Institute of Mechanics of Metal-Polymeric Systems named after V. A. Bely of the National Academy  
of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

**Vasily L. Gursky** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus

(*Associate Editor-in-Chief*)

**Andrei I. Ivanets** – Ministry of Education of the Republic of Belarus, Republic of Belarus

**Sergey P. Karpov** – Lomonosov Moscow State University, Russian Federation

**Nikolay S. Kazak** – State Research and Production Association “Optics, Optoelectronics and Laser Technics”,  
Republic of Belarus

**Nikolay N. Kazansky** – Institute for Linguistic Studies of the Russian Academy of Sciences, Russian Federation

**Yuri S. Kharin** – Research Institute of Applied Problems of Mathematics and Informatics, Republic of Belarus

**Lyubov V. Khotylova** – Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus,  
Republic of Belarus

**Emilia I. Kolomiets** – State Research and Production Association “Chemical Synthesis and Biotechnology”, Republic of Belarus  
**Alexander A. Kovalenya** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Vitaly V. Lapa** – Institute for Soil Science and Agrochemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Mats Larsson** – Alba Nova University Center of the University of Stockholm, Sweden  
**Alexander P. Laskovnev** – Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Vladimir F. Loginov** – Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Anatoly A. Makhnach** – Institute of Geology, Republic of Belarus  
**Henry Markram** – Brain Institute, Center for Neurology and Technology of the Swiss Federal Institute of Technology, Switzerland  
**Anton G. Naumovets** – Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine  
**Valentin A. Orlovich** – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Valentin N. Parmon** – Russian Academy of Sciences, Russian Federation  
**Oleg G. Penyazkov** – A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Isaak D. Rashal** – Institute of Biology of the University of Latvia, Latvia  
**Baiba A. Rivza** – Latvian Academy of Agricultural and Forestry Sciences, Latvia  
**Viktor A. Sadovnichiy** – Lomonosov Moscow State University, Russian Federation  
**Vasily G. Safonov** – Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Sergey S. Shcherbakov** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Ivan P. Sheyko** – Scientific and Practical Center for Animal Breeding, Republic of Belarus  
**Alexander G. Shumilin** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Alexander V. Tuzikov** – United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Sergey A. Usanov** – Institute of Bioorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Petr A. Vityaz** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Igor D. Volotovskiy** – Institute of Biophysics and Cell Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Vitali G. Zaleski** – Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Republic of Belarus  
**Anton Zeilinger** – Austrian Academy of Sciences, Austria  
**Nikolas Zhelev** – Abertay University, United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

*Address of the Editorial Office:*

*1, Akademicheskaya Str., room 119, 220072, Minsk, Republic of Belarus.*

*Phone: +375 17 272-19-19; e-mail: doklady\_nanb@mail.ru*

*doklady.belnauka.by*

---

DOKLADY OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS. 2023. Vol. 67. No. 2

*Printed in Russian, Belarusian and English languages*

---

Editor T. P. Petrovich  
Computer Imposition N. I. Kashuba

Sent for press 03.04.2023. Output 27.04.2023. Format 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Offset paper.  
Digital press. Printed sheets 10.23. Publisher’s signatures 11.3. Circulation 136 copies. Order 74.

Price: individual subscription – 12.66 BYN, departmental subscription – 29.74 BYN.

Publisher and printing execution:

Republican unitary enterprise “Publishing House “Belaruskaya Navuka”.  
Certificate on the state registration of the publisher, manufacturer, distributor of printing editions  
no. 1/18 dated of August 2, 2013. License for press no. 02330/455 dated of December 30, 2013.  
40, F. Skorina Str., 220084, Minsk, Republic of Belarus.

© RUE “Publishing House “Belaruskaya Navuka”.  
Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus, 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

- Супруненко И. Д., Бусел Т. С., Осиновская А. А.** Специальные факторы в ограничениях неприводимых модулей специальной линейной и симплектической групп на подсистемные подгруппы с двумя простыми компонентами ..... 95

### ФИЗИКА

- Константинов С. В., Комаров Ф. Ф., Чижов И. В., Зайков В. А.** Структурно-фазовые состояния и микро-механические свойства наноструктурированных покрытий TiAlCuN ..... 101

### ХИМИЯ

- Воробьёв А. Д., Бильдюкевич А. В., Воробьёва Е. В., Буча С. В., Астахова М. А.** Влияние химической структуры карбоксилсодержащих полимеров на морфологию осадков и устойчивость дисперсий карбонатов ..... 111

### БИОЛОГИЯ

- Кипень В. Н., Михайлова М. Е., Снытков Е. В., Шейко Р. И.** Анализ полиморфизма генов *KDM3A* и *DBX2* для дифференциации свиней породы дюрок вида *Sus scrofa domesticus* ..... 119

### МЕДИЦИНА

- Красный С. А., Конопля Н. Е., Каленик О. А., Демешко П. Д.** Непосредственные и отдаленные результаты применения схем R-СНОР и R-СНОР + интерлейкин-2 в первой линии терапии у пациентов, страдающих диффузной В-крупноклеточной лимфомой ..... 126

### НАУКИ О ЗЕМЛЕ

- Лысенко С. А., Зайко П. О.** Метеорологическое моделирование городских «островов тепла» на территории Беларуси в условиях современного глобального потепления ..... 134

### ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

- Кот В. А.** Новые подходы к расчету пограничного слоя методом Кармана–Польгаузена ..... 144  
**Чижик С. А., Зеленин В. А., Егорова Ю. А.** Процессы формирования пленок сплавов системы Cu–Ni методом электронно-лучевого испарения ..... 156

### СОЦИАЛЬНО-ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ

- Егоров А. В.** Современная типология белорусской правовой системы на юридической карте мира (на англ. яз.) ..... 163

### АГРАРНЫЕ НАУКИ

- Бальников А. А., Казутова Ю. С., Шейко И. П.** Направление селекционно-племенной работы по формированию нового конкурентоспособного заводского типа свиней породы йоркшир с применением генетических приемов и методов ..... 168

## *CONTENTS*

### *MATHEMATICS*

- Suprunenko I. D., Busel T. S., Osinovskaya A. A.** Special factors in restrictions of irreducible modules of special linear and symplectic groups to subsystem subgroups with two simple components ..... 95

### *PHYSICS*

- Konstantinov S. V., Komarov F. F., Chizhov I. V., Zaikov V. A.** Structural-phase states and micromechanical properties of nanostructured TiAlCuN coatings ..... 101

### *CHEMISTRY*

- Vorobiev A. D., Bilyukevich A. V., Vorobieva E. V., Bucha S. V., Astahova M. A.** Effect of the chemical structure of carboxyl-containing polymers on precipitate morphology and carbonate dispersions stability ..... 111

### *BIOLOGY*

- Kipen V. N., Mikhailova M. E., Snytkov E. V., Sheyko R. I.** Analysis of *KDM3A* and *DBX2* gene polymorphism for differentiation of *Sus scrofa domestica* duroc pigs ..... 119

### *MEDICINE*

- Krasny S. A., Konoplya N. E., Kalenik V. A., Dziameshka P. D.** Results of R-CHOP and R-CHOP + interleukin-2 regimens in first-line therapy in patients with diffuse B-cell lymphoma ..... 126

### *EARTH SCIENCES*

- Lysenko S. A., Zaiko P. A.** Meteorological modeling of urban “heat islands” on the territory of Belarus under modern global warming ..... 134

### *TECHNICAL SCIENCES*

- Kot V. A.** New approaches to calculation of the boundary layer by the Karman–Pohlhausen method ..... 144  
**Chizhik S. A., Zelenin V. A., Yahorava Yu. A.** Processes of formation of Cu–Ni alloy films by electron beam evaporation ..... 156

### *SOCIAL SCIENCES AND HUMANITIES*

- Egorov A. V.** Current typology of the Belarusian legal system on the legal map of the world ..... 163

### *AGRARIAN SCIENCES*

- Balnikov A. A., Kazutova Y. S., Sheiko I. P.** Direction of selection and breeding work on the formation of a new competitive factory type of Yorkshire pigs using genetic techniques and methods ..... 168

ISSN 1561-8323 (Print)  
ISSN 2524-2431 (Online)

**МАТЕМАТИКА**  
**MATHEMATICS**

УДК 512.554.32  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-95-100>

Поступило в редакцию 04.11.2022  
Received 04.11.2022

**И. Д. Супруненко**, Т. С. Бусел, А. А. Осиновская

*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

**СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФАКТОРЫ В ОГРАНИЧЕНИЯХ НЕПРИВОДИМЫХ МОДУЛЕЙ  
СПЕЦИАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОЙ И СИМПЛЕКТИЧЕСКОЙ ГРУПП  
НА ПОДСИСТЕМНЫЕ ПОДГРУППЫ С ДВУМЯ ПРОСТЫМИ КОМПОНЕНТАМИ**

*(Представлено академиком В. И. Янчевским)*

**Аннотация.** Рассматриваются ограничения неприводимых модулей специальной линейной и симплектической групп в нечетной характеристике  $p$  с большими относительно  $p$  старшими весами на подсистемную подгруппу  $H$  максимального ранга с двумя простыми компонентами  $H_1$  и  $H_2$ . Найдена нижняя оценка числа композиционных факторов таких ограничений, которые являются  $p$ -большими для подгруппы  $H_1$  и не слишком малы для  $H_2$ . На этой основе получены нижние оценки для числа блоков Жордана максимальной размерности у образов определенных унипотентных элементов в соответствующих представлениях рассматриваемых групп.

**Ключевые слова:** алгебраическая группа, специальная линейная группа, симплектическая группа, неприводимое представление, ограничение представления, унипотентный элемент

**Для цитирования.** Супруненко, И. Д. Специальные факторы в ограничениях неприводимых модулей специальной линейной и симплектической групп на подсистемные подгруппы с двумя простыми компонентами / И. Д. Супруненко, Т. С. Бусел, А. А. Осиновская // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 95–100. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-95-100>

**Irina D. Suprunenko**, Tatsiana S. Busel, Anna A. Osinovskaya

*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

**SPECIAL FACTORS IN RESTRICTIONS OF IRREDUCIBLE MODULES OF SPECIAL LINEAR  
AND SYMPLECTIC GROUPS TO SUBSYSTEM SUBGROUPS WITH TWO SIMPLE COMPONENTS**

*(Communicated by Academician Vyacheslav I. Yanchevsky)*

**Abstract.** The restrictions of irreducible modules of special linear and symplectic groups in an odd characteristic  $p$  with  $p$ -large highest weights to a subsystem subgroup  $H$  of maximal rank with two simple components  $H_1$  and  $H_2$  are considered. The lower estimate for the number of composition factors for such restrictions, which are  $p$ -large for the subgroup  $H_1$  and are not too small for  $H_2$ , is found. The lower estimates of the number of Jordan blocks of maximal size for the images of certain unipotent elements in the corresponding representations of such groups are determined.

**Keywords:** algebraic group, special linear group, symplectic group, irreducible representation, restriction of a representation, unipotent element

**For citation.** Suprunenko I. D., Busel T. S., Osinovskaya A. A. Special factors in restrictions of irreducible modules of special linear and symplectic groups to subsystem subgroups with two simple components. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 95–100 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-95-100>

**Введение.** Исследование ограничений представлений на подгруппы широко применяется при решении самых различных задач теории представлений. Такой подход позволяет использовать индукцию по рангу или порядку группы и важен для изучения структуры подгрупп алгеб-

раических и линейных групп. Подсистемные подгруппы, т. е. подгруппы, порожденные корневыми подгруппами, ассоциированными со всеми корнями некоторой подсистемы системы корней, – важный класс подгрупп полупростых алгебраических групп. Ввиду объективной сложности задачи в положительной характеристике полное описание композиционных факторов ограничений неприводимых представлений представляется нереальным в общем случае, однако часто даже наличие одного фактора определенного вида позволяет выявить важные закономерности. При этом анализ ограничений представлений полупростых алгебраических групп на подсистемные подгруппы с двумя простыми компонентами дает информацию, которую вряд ли можно было бы получить, работая лишь с простыми подсистемными подгруппами. Наш опыт показывает, что изучение таких ограничений полезно для выяснения поведения определенных унитарных элементов в соответствующих представлениях. Детальная информация о таком поведении нужна для решения задач распознавания представлений и линейных групп по наличию матриц заданного вида. Подобные задачи возникают в самых различных ситуациях, в том числе при решении прикладных проблем дискретной математики, связанных с изучением групп преобразований больших конечных множеств (например, в криптографии).

В исследованиях ограничений неприводимых представлений алгебраических групп на замкнутые подгруппы положительной размерности особое место занимает решение проблемы неприводимости таких ограничений. В основополагающей монографии Г. Зейца [1] она была решена для ограничений представлений простых классических алгебраических групп на связные замкнутые подгруппы, но не была указана одна серия неприводимых ограничений. Для исключительных алгебраических групп задача решена Д. Тестерман [2] для связных замкнутых подгрупп и С. Гхандур [3] для несвязных замкнутых подгрупп положительной размерности. В [4; 5] Т. Бэрнесс, С. Гхандур, К. Мэрион и Д. Тестерман решили задачу для ограничений представлений простых классических алгебраических групп на максимальные несвязные замкнутые подгруппы положительной размерности. Наконец, М. Каваллин и Д. Тестерман [6] обнаружили новую серию неприводимых представлений групп типа  $D_{n+1}$ , ограничения которых на естественно вложенную подгруппу типа  $B_n$  неприводимы, устранив пробел в [1]. В совокупности эти результаты позволили описать максимальные неприводимые подгруппы положительной размерности классических алгебраических групп положительной характеристики. Информация об ограничениях представлений на подгруппы существенно использовалась при описании надгрупп унитарных элементов определенного вида в простых алгебраических группах. Так, М. Либек, Г. Зейц и Д. Тестерман [7] описали неприводимые представления простых алгебраических групп в характеристике 0, образы которых содержат так называемые выделенные унитарные элементы классических групп соответствующих размерностей. Для положительной характеристики аналогичные представления определены М. Корхоненом, учеником Д. Тестерман, в [8], там же указаны максимальные связные замкнутые надгруппы таких элементов простых алгебраических групп.

Далее  $\mathbb{Z}^+$  – множество целых неотрицательных чисел,  $K$  – алгебраически замкнутое поле характеристики  $p > 2$ ,  $G = A_r(K)$  или  $C_r(K)$ ,  $\omega_i$  ( $1 \leq i \leq r$ ) – фундаментальные веса группы  $G$ ,  $\omega(\varphi)$  ( $\omega(M)$ ) – старший вес представления  $\varphi$  (модуля  $M$ ),  $d_\varphi(x)$  – степень минимального многочлена элемента  $\varphi(x)$ .

Напомним, что доминантный вес полупростой алгебраической группы над полем положительной характеристики  $p$  называется  $p$ -ограниченным, если он является линейной комбинацией фундаментальных весов с коэффициентами, меньшими  $p$ . Неприводимый модуль (представление) называется  $p$ -ограниченным, если его старший вес  $p$ -ограничен. Для неприводимого модуля  $M$  полупростой алгебраической группы над  $K$  определим вес  $\bar{\omega}(M)$  следующим образом: запишем старший вес  $\omega(M)$  в виде линейной комбинации  $\omega(M) = \sum_{k=0}^j p^k \lambda_k$ , где  $\lambda_k$  –  $p$ -ограниченные доминантные веса, и положим  $\bar{\omega}(M) = \sum_{k=0}^j \lambda_k$ . Легко видеть, что  $\bar{\omega}(M)$  определяется однозначно. Назовем неприводимый модуль группы  $A_n(K)$  или  $C_n(K)$   $p$ -большим, если сумма коэффициентов веса  $\bar{\omega}(M)$  не меньше  $p$ .

Пусть  $H \subset G$  – подсистемная подгруппа с двумя простыми компонентами  $H_1$  и  $H_2$ . Предположим, что  $H_1 \cong A_l(K)$ ,  $H_2 \cong A_{r-l-1}(K)$  при  $G = A_r(K)$  и  $H_1 \cong C_l(K)$ ,  $H_2 \cong C_{r-l}(K)$  при  $G = C_r(K)$ . Известно,

что любой неприводимый  $H$ -модуль  $V$  представляется в виде  $V_1 \otimes V_2$ , где  $V_i$  – неприводимые  $H_i$ -модули,  $i = 1, 2$ .

Положим

$$\Delta = \begin{cases} \{0, p^j \omega_1, (p^j + p^k) \omega_1, p^j \omega_2, p^j \omega_{r-l-1}, \\ p^j \omega_{r-l-2}, (p^j + p^k) \omega_{r-l-1}, p^j \omega_1 + p^k \omega_{r-l-1}\} & \text{при } G = A_r(K); \\ \{0, p^j \omega_1, (p^j + p^k) \omega_1, p^j \omega_2\} & \text{при } G = C_r(K) \end{cases}$$

(здесь  $j$  и  $k$  – целые неотрицательные числа, они могут совпадать). Известно, что если  $\rho$  – неприводимое представление группы  $H_2$  и  $\omega(\rho) \notin \Delta$ , то

$$\dim \rho > \begin{cases} (r-l-1)^3 / 8 & \text{при } G = A_r(K), \\ (r-l)^3 & \text{при } G = C_r(K), r-l \geq 7. \end{cases} \quad (1)$$

Для  $p$ -ограниченных представлений это доказано в работе Ф. Любека [9, теорема 5.1 и таблицы], для произвольных неприводимых представлений наше утверждение следует из цитированных выше результатов Любека и теоремы Стейнберга о тензорном произведении. Из тех же результатов вытекает, что  $\dim \rho$  не больше некоторой квадратичной функции ранга группы  $H_2$  при  $\omega(\rho) \in \Delta$ . Поэтому естественно считать неприводимые представления группы  $H_2$  со старшими весами из  $\Delta$  малыми.

**Т е о р е м а 1.** Пусть  $G = A_r(K)$  или  $C_r(K)$ ,  $M$  –  $p$ -ограниченный неприводимый  $G$ -модуль со старшим весом  $\sum_{i=1}^r a_i \omega_i$ . Положим  $s = \sum_{i=1}^r a_i$ . Предположим, что  $5 \leq l \leq r - 6$  и  $s \geq 2p - 1$  при  $G = A_r(K)$  и  $3 \leq l \leq r - 3$  и  $s - a_r \geq p + 1$  при  $G = C_r(K)$ . Пусть

$$N = \begin{cases} s - 2d - 3 & \text{при } s = 2p + d \text{ или } s = 3p + d < 4p - 4, 0 < d < p - 1, G = A_r(K), \\ s - 3 & \text{в других случаях при } G = A_r(K), \\ s - a_r - p - 1 & \text{при } G = C_r(K). \end{cases}$$

Тогда в ограничении  $M|H$  имеется не менее  $N$  композиционных факторов вида  $M_{i1} \otimes M_{i2}$ , где  $M_{i1}$  –  $p$ -большой  $H_1$ -модуль, а  $M_{i2}$  – неприводимый  $H_2$ -модуль с  $\omega(M_{i2}) \notin \Delta$ ,  $1 \leq i \leq N$ .

Эта теорема позволяет получить нижние оценки числа блоков Жордана максимальной размерности в образах унитарных элементов из подгруппы  $H_1$  в соответствующих неприводимых представлениях.

**С л е д с т в и е 1.** В условиях теоремы 1 пусть  $\varphi$  – представление группы  $G$ , реализующееся в модуле  $M$ , и, кроме того,  $r - l \geq 7$  для  $G = C_r(K)$ . Тогда для любого унитарного элемента  $x \in H_1$  образ  $\varphi(x)$  имеет не менее  $N(r - l - 1)^3 / 4$  блоков Жордана максимальной размерности, равной порядку этого элемента, при  $G = A_r(K)$  и не менее  $2N(r - l)^3$  блоков Жордана максимальной размерности при  $G = C_r(K)$ .

Используя информацию о замыканиях классов сопряженных унитарных элементов группы  $G$  в топологии Зарисского, удается распространить эти оценки на определенные унитарные элементы, не лежащие в собственных подсистемных подгруппах.

**С л е д с т в и е 2.** Пусть представление  $\varphi$  удовлетворяет условиям следствия 1 и  $G = A_r(K)$ . Если  $5 \leq p^t \leq r - 6$ , то  $\varphi(z)$  имеет не менее  $N(r - p^t - 1)^3 / 4$  блоков Жордана размерности  $p^{t+1}$  для любого элемента  $z \in G$  порядка  $p^{t+1}$ . При  $r \geq 11$  образ  $\varphi(z)$  имеет не менее  $N(r - 6)^3 / 4$  блоков Жордана размерностей  $p$  и  $9$  соответственно для элементов  $z \in G$  порядка  $p$  и элементов порядка  $9$  при  $p = 3$ .

**С л е д с т в и е 3.** Пусть представление  $\varphi$  удовлетворяет условиям следствия 1 и  $G = C_r(K)$ . Если  $3 \leq (p^t + 1) / 2 \leq r - 7$ , то  $\varphi(z)$  имеет не менее  $2N(r - (p^t + 1) / 2)^3$  блоков Жордана размерности  $p^{t+1}$  для любого элемента  $z \in G$  порядка  $p^{t+1}$ . При  $r \geq 10$  образ  $\varphi(z)$  имеет не менее  $2N(r - 7)^3$  блоков Жордана размерностей  $p$  и  $9$  соответственно для элементов  $z \in G$  порядка  $p$  и элементов порядка  $9$  при  $p = 3$ .

**О доказательствах результатов.** Приведем сначала несколько общих утверждений, используемых для доказательства основных результатов и справедливых для обеих групп.

**Т е о р е м а 2** ([10, теорема 1]). Пусть  $G = A_r(K)$  или  $C_r(K)$ . Тогда образ унитарного элемента в  $p$ -большом представлении группы  $G$  имеет не менее двух блоков Жордана размерности, равной порядку этого элемента.

Ниже  $\text{cl}(g)$  и  $\overline{\text{cl}(g)}$  – класс сопряженных элементов, содержащий элемент  $g$ , и его замыкание в топологии Зарисского.

**Л е м м а 1** ([11, лемма 2.14]). Пусть  $\Gamma$  – полупростая алгебраическая группа,  $g, h \in \Gamma$  – унитарные элементы,  $h \in \overline{\text{cl}(g)}$ ,  $\varphi$  – рациональное представление группы  $\Gamma$ . Предположим, что  $d_\varphi(g) = d_\varphi(h)$ . Тогда элемент  $\varphi(g)$  имеет не меньше блоков Жордана максимальной размерности, чем  $\varphi(h)$ .

**Л е м м а 2.** Пусть  $G = A_r(K)$  или  $C_r(K)$ ,  $s \in \mathbb{Z}^+$ ,  $x \in G$  – элемент, имеющий в стандартной реализации группы  $G$  один блок размерности  $p^s + 1$  и тривиальные блоки. Тогда  $x \in \text{cl}(g)$ , если  $g \in G$  и  $|g| = |x|$ .

Лемма 2 известна и легко следует из описания классов сопряженных унитарных элементов группы  $G$ .

Введем еще несколько обозначений. Пусть  $\alpha_i$  ( $1 \leq i \leq r$ ) – простые корни группы  $G$ ,  $\mathfrak{X}_\alpha$  – корневая подгруппа, ассоциированная с корнем  $\alpha$ ,  $G(\beta_1, \dots, \beta_k) \subset G$  – подгруппа, порожденная подгруппами  $\mathfrak{X}_{\pm\beta_1}, \dots, \mathfrak{X}_{\pm\beta_k}$ ,  $G(i_1, \dots, i_k) = G(\alpha_{i_1}, \dots, \alpha_{i_k})$ ,  $\mathbf{X}(M)$  – множество весов модуля  $M$ ,  $M_\lambda$  – весовое подпространство веса  $\lambda$ . Используются также «смешанные» обозначения  $G(i_1, \dots, i_k, \beta, i_{k+1}, \dots, i_t)$ . Известно, что все подсистемные подгруппы, изоморфные  $H$ , сопряжены. Поэтому для поиска искоемых факторов можно выбрать любую из них.

При  $G = A_r(K)$  положим  $t = r - k$  при  $l = 2k$  и  $t = r - k - 1$  при  $l = 2k + 1$ ,  $H_1 = G(1, \dots, k, \alpha_{k+1} + \dots + \alpha_{t+1}, t + 2, \dots, r)$ ,  $H_2 = G(k + 2, \dots, t)$ . Легко видеть, что  $H_1 \cong A_l(K)$ ,  $H_2 \cong A_{r-l-1}(K)$ . Пусть  $M$  – модуль, удовлетворяющий условиям теоремы 1,  $U_H$  – подгруппа, порожденная всеми корневыми подгруппами группы  $H$ , ассоциированными с положительными корнями. Если  $m \in M$  – ненулевой весовой вектор, инвариантный относительно  $U_H$ , то пусть  $F(m)$  – неприводимый  $H$ -модуль, изоморфный фактору-модулю модуля  $KHm$  по его единственному максимальному подмодулю. Для фиксированных чисел  $a$  и  $b$  обозначим символом  $\mathbf{X}(M)_{a,b}$  множество весов модуля  $M$  вида  $\omega(M) - a\alpha_{k+1} - b\alpha_{t+1} - \sum_{i \neq k+1, t+1} c_i \alpha_i$ . Положим  $M_{a,b} = \bigoplus M_\lambda \mid \lambda \in \mathbf{X}(M)_{a,b}$ . Строится множество  $\Sigma$ , состоящее из  $N$  различных пар  $(a, b)$  со следующими свойствами: для любой пары  $(a, b) \in \Sigma$  существует ненулевой весовой вектор  $m_{a,b} \in M_{a,b}$ , инвариантный относительно  $U_H$ ; модуль  $F(m_{a,b}) \cong F_1 \otimes F_2$ , где  $F_1$  –  $p$ -большой  $H_1$ -модуль,  $F_2$  – неприводимый  $H_2$ -модуль с  $\omega(F_2) \notin \Delta$ ; при этом различным парам соответствуют неизоморфные модули  $F(m_{a,b})$ . Отсюда следует утверждение теоремы для  $A_r(K)$ .

При построении множества  $\Sigma$  существенно используется следующая лемма.

**Л е м м а 3.** 1) Пусть  $k + 1 \leq i \leq t + 1$ ,  $a_i > 0$ ,  $b \in \mathbb{Z}^+$ ,  $0 < b \leq a_i$ . Положим  $\lambda(k + 1, k + 1, b) = \omega(M) - b\alpha_{k+1}$ . При  $i > k + 1$  положим  $c_i = b$ ,  $c_j = a_j + c_{j+1}$  при  $k + 1 \leq j < i$  и  $\lambda(k + 1, i, b) = \omega(M) - \sum_{j=k+1}^i c_j \alpha_j$ .

2) Пусть  $1 \leq i \leq k + 1$ ,  $a_i > 0$ ,  $b \in \mathbb{Z}^+$ ,  $0 < b \leq a_i$ . Определим вес  $\lambda(k + 1, k + 1, b)$ , как в пункте 1). При  $i < k + 1$  положим  $c_i = b$ ,  $c_j = a_j + c_{j-1}$  при  $i < j \leq k + 1$  и  $\lambda(k + 1, i, b) = \omega(M) - \sum_{j=i}^{k+1} c_j \alpha_j$ .

3) Пусть  $1 \leq i < k + 1 < j < t + 1$ ,  $a_i > 0$ ,  $a_j > 0$ ,  $b, d \in \mathbb{Z}^+$ ,  $0 < b \leq a_i$ ,  $0 < d \leq a_j$ . Положим  $c_i = b$ ,  $c_f = a_f + c_{f-1}$  при  $i < f \leq k$ ,  $c_j = d$ ,  $c_f = a_f + c_{f+1}$  при  $j > f \geq k + 2$ ,  $c_{k+1} = a_{k+1} + c_k + c_{k+2}$  и  $\lambda(k + 1, i, j, b, d) = \omega(M) - \sum_{f=i}^j c_f \alpha_f$ .

4) Пусть  $t + 1 \leq i \leq r$ ,  $a_i > 0$ ,  $b \in \mathbb{Z}^+$ ,  $0 < b \leq a_i$ . Положим  $\lambda(t + 1, t + 1, b) = \omega(M) - b\alpha_{t+1}$ . При  $i > t + 1$  положим  $c_i = b$ ,  $c_j = a_j + c_{j+1}$  при  $t + 1 \leq j < i$  и  $\lambda(t + 1, i, b) = \omega(M) - \sum_{j=t+1}^i c_j \alpha_j$ .

5) Пусть  $k + 1 < i < t + 1 < j \leq r$ ,  $a_i > 0$ ,  $a_j > 0$ ,  $b, d \in \mathbb{Z}^+$ ,  $0 < b \leq a_i$ ,  $0 < d \leq a_j$ . Положим  $c_i = b$ ,  $c_f = a_f + c_{f-1}$  при  $i < f \leq t$ ,  $c_j = d$ ,  $c_f = a_f + c_{f+1}$  при  $j > f \geq t + 2$ ,  $c_{t+1} = a_{t+1} + c_t + c_{t+2}$  и  $\lambda(t + 1, i, j, b, d) = \omega(M) - \sum_{f=i}^j c_f \alpha_f$ .

Пусть  $\lambda = \lambda(m, n, b)$  или  $\lambda = \lambda(m, n, s, b, d)$  удовлетворяет условиям одного из пунктов 1)–5). Тогда  $\lambda \in \mathbf{X}(M)$  и подпространство  $M_\lambda$  состоит из векторов, инвариантных относительно  $U_H$ .

Следствие 1 для специальных линейных групп вытекает из теоремы 2 и формулы (1). Для доказательства следствия 2 используем леммы 1 и 2.

Далее пусть  $G = C_r(K)$ . Положим  $H_1 = G(1, \dots, l-1, 2\alpha_l + 2\alpha_{l+1} + \dots + 2\alpha_{r-1} + \alpha_r)$ ,  $H_2 = G(l+1, \dots, r)$ . Используем обозначения  $U_H$  и  $F(m)$ , как выше. Пусть  $M$  – модуль, удовлетворяющий условиям теоремы 1. Для фиксированного  $a \in \mathbb{Z}^+$  обозначим символом  $\mathbf{X}(M)_a$  множество весов модуля  $M$  вида  $\omega(M) - a\alpha_l - \sum_{i \neq l} c_i \alpha_i$ . Положим  $M_a = \bigoplus M_\lambda \mid \lambda \in \mathbf{X}(M)_a$ . В доказательстве для симплектических групп подпространства  $M_a$  играют такую же роль, что и подпространства  $M_{a,b}$  для специальных линейных групп. Строится множество  $\Sigma_2$ , состоящее из  $N$  различных чисел  $a$  со следующими свойствами: для любого  $a \in \Sigma_2$  существует ненулевой весовой вектор  $m_a \in M_a$ , инвариантный относительно  $U_H$ ; модуль  $F(m_a) \cong F_1 \otimes F_2$ , где  $F_1$  –  $p$ -большой  $H_1$ -модуль;  $F_2$  – неприводимый  $H_2$ -модуль с  $\omega(F_2) \notin \Delta$ ; при этом  $F(m_a) \not\cong F(m_c)$  при  $a \neq c$ . Отсюда следует утверждение теоремы 1.

При построении множества  $\Sigma_2$  существенно используется следующая лемма.

**Л е м м а 4.** 1) Пусть  $l \leq i < r$ ,  $a_i > 0$ ,  $b \in \mathbb{Z}^+$ ,  $0 < b \leq a_i$ . Положим  $\lambda = \lambda(l, l, b) = \omega(M) - b\alpha_l$ . При  $i > l$  положим  $c_i = b$ ,  $c_j = a_j + c_{j+1}$  при  $l \leq j < i$  и  $\lambda(l, i, b) = \omega(M) - \sum_{j=l}^i c_j \alpha_j$ .

2) Пусть  $1 \leq i \leq l$ ,  $a_i > 0$ ,  $b \in \mathbb{Z}^+$ ,  $0 < b \leq a_i$ . Определим вес  $\lambda(l, l, b)$ , как в пункте 1). При  $i < l$  положим  $c_i = b$ ,  $c_j = a_j + c_{j-1}$  при  $i < j \leq l$  и  $\lambda(l, i, b) = \omega(M) - \sum_{j=l}^i c_j \alpha_j$ .

3) Пусть  $1 \leq i < l < j < r$ ,  $a_i > 0$ ,  $a_j > 0$ ,  $b, d \in \mathbb{Z}^+$ ,  $0 < b \leq a_i$ ,  $0 < d \leq a_j$ . Положим  $c_i = b$ ,  $c_f = a_f + c_{f-1}$  при  $i < f < l$ ,  $c_j = d$ ,  $c_f = a_f + c_{f+1}$  при  $j > f > l$ ,  $c_l = a_l + c_{l-1} + c_{l+1}$  и  $\lambda(l, i, b) = \omega(M) - \sum_{j=l}^i c_j \alpha_j$ . Пусть  $\lambda = \lambda(l, i, b)$  или  $\lambda = \lambda(l, i, j, b, d)$  удовлетворяет условиям одного из пунктов 1)–3).

Тогда  $\lambda \in \mathbf{X}(M)$  и подпространство  $M_\lambda$  состоит из векторов, инвариантных относительно  $U_H$ .

Следствие 1 для симплектических групп вытекает из теоремы 2 и формулы (1). Чтобы доказать следствие 3, используем леммы 1 и 2.

**Благодарности.** Работа выполнена при поддержке БРФФИ (проект № Ф21-054).

**Acknowledgements.** The research is supported by the BRFFR (project No F21-054).

### Список использованных источников

1. Seitz, G. M. The maximal subgroups of classical algebraic groups / G. M. Seitz // *Memoirs of the AMS.* – 1987. – Vol. 67, N 365. <https://doi.org/10.1090/memo/0365>
2. Testerman, D. M. Irreducible subgroups of exceptional algebraic groups / D. M. Testerman // *Memoirs of the AMS.* – 1988. – Vol. 75, N 390. <https://doi.org/10.1090/memo/0390>
3. Ghandour, S. Irreducible disconnected subgroups of exceptional algebraic groups / S. Ghandour // *J. Algebra.* – 2010. – Vol. 323, N 10. – P. 2671–2709. <https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2010.02.018>
4. Irreducible almost simple subgroups of classical algebraic groups / T. Burness [et al.] // *Memoirs of the AMS.* – 2015. – Vol. 236, N 1114. <https://doi.org/10.1090/memo/1114>
5. Burness, T. Irreducible geometric subgroups of classical algebraic groups / T. Burness, S. Ghandour, D. Testerman // *Memoirs of the AMS.* – 2015. – Vol. 239, N 1130. <https://doi.org/10.1090/memo/1130>
6. Cavallin, M. A new family of irreducible subgroups of the orthogonal algebraic groups / M. Cavallin, D. M. Testerman // *Trans. Amer. Math. Soc. Ser. B.* – 2019. – Vol. 6, N 2. – P. 45–79. <https://doi.org/10.1090/btran/28>
7. Liebeck, M. Distinguished unipotent elements and multiplicity-free subgroups of simple algebraic groups / M. Liebeck, G. Seitz, D. Testerman // *Pacific J. Mathematics.* – 2015. – Vol. 279, N 1–2. – P. 357–382. <https://doi.org/10.2140/pjm.2015.279.357>
8. Korhonen, M. Reductive overgroups of distinguished unipotent elements in simple algebraic groups: Ph. D. Thesis / M. Korhonen. – Lausanne, 2017. – 241 p. <https://doi.org/10.5075/epfl-thesis-8362>
9. Lubeck, F. Small degree representations of finite Chevalley groups in defining characteristic / F. Lubeck // *LMS J. Comput. Math.* – 2001. – Vol. 4. – P. 135–169. <https://doi.org/10.1112/S1461157000000838>
10. Супруненко, И. Д. О поведении унипотентных элементов в представлениях классических групп с большими старшими весами / И. Д. Супруненко // *Докл. Нац. акад. наук Беларуси.* – 2005. – Т. 49, № 5. – С. 11–15.
11. Suprunenko, I. D. Special composition factors in restrictions of representations of special linear and symplectic groups to subsystem subgroups with two simple components / I. D. Suprunenko // *Тр. Ин-та математики.* – 2018. – Т. 26, № 1. – С. 115–133.

### References

1. Seitz G. M. The maximal subgroups of classical algebraic groups. *Memoirs of the American Mathematical Society*, 1987, vol. 67, no. 365. <https://doi.org/10.1090/memo/0365>

2. Testerman D. M. Irreducible subgroups of exceptional algebraic groups. *Memoirs of the American Mathematical Society*, 1988, vol. 75, no. 390. <https://doi.org/10.1090/memo/0390>
3. Ghandour S. Irreducible disconnected subgroups of exceptional algebraic groups. *Journal of Algebra*, 2010, vol. 323, no. 10, pp. 2671–2709. <https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2010.02.018>
4. Burness T., Ghandour S., Marion C., Testerman D. Irreducible almost simple subgroups of classical algebraic groups. *Memoirs of the American Mathematical Society*, 2015, vol. 236, no. 1114. <https://doi.org/10.1090/memo/1114>
5. Burness T., Ghandour S., Testerman D. Irreducible geometric subgroups of classical algebraic groups. *Memoirs of the American Mathematical Society*, 2016, vol. 239, no. 1130. <https://doi.org/10.1090/memo/1130>
6. Cavallin M., Testerman D. A new family of irreducible subgroups of the orthogonal algebraic groups. *Transactions of the American Mathematical Society, Series B*, 2019, vol. 6, no. 2, pp. 45–79. <https://doi.org/10.1090/btran/28>
7. Liebeck M., Seitz G., Testerman D. Distinguished unipotent elements and multiplicity-free subgroups of simple algebraic groups. *Pacific Journal of Mathematics*, 2015, vol. 279, no. 1–2, pp. 357–382. <https://doi.org/10.2140/pjm.2015.279.357>
8. Korhonen M. *Reductive overgroups of distinguished unipotent elements in simple algebraic groups*. Ph. D. Thesis. Lausanne, 2017. 241 p. <https://doi.org/10.5075/epfl-thesis-8362>
9. Lubeck F. Small degree representations of finite Chevalley groups in defining characteristic. *LMS Journal of Computation and Mathematics*, 2001, vol. 4, pp. 135–169. <https://doi.org/10.1112/S1461157000000838>
10. Suprunenko I. D. On the behaviour of unipotent elements in representations of classical groups with large highest weights. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2005, vol. 49, no. 5, pp. 11–15 (in Russian).
11. Suprunenko I. D. Special composition factors in restrictions of representations of special linear and symplectic groups to subsystem subgroups with two simple components. *Trudy Instituta matematiki = Proceedings of the Institute of Mathematics*, 2018, vol. 26, no. 1, pp. 115–133.

### Информация об авторах

Супруненко Ирина Дмитриевна – д-р физ.-мат. наук.  
Бусел Татьяна Сергеевна – канд. физ.-мат. наук, науч.  
сотрудник. Институт математики НАН Беларуси (ул. Сурганова, 11, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: tbusel@gmail.com.

Осиновская Анна Александровна – канд. физ.-мат. наук,  
науч. сотрудник. Институт математики НАН Беларуси  
(ул. Сурганова, 11, 220072, Минск, Республика Беларусь).  
E-mail: anna@im.bas-net.by.

### Information about the authors

Suprunenko Irina D. – D. Sc. (Physics and Mathematics).  
Busel Tatsiana S. – Ph. D. (Physics and Mathematics),  
Researcher. Institute of Mathematics of the National Academy  
of Sciences of Belarus (11, Surganov Str., 220072, Minsk, Re-  
public of Belarus). E-mail: tbusel@gmail.com.

Osinovskaya Anna A. – Ph. D. (Physics and Mathematics),  
Researcher. Institute of Mathematics of the National Academy  
of Sciences of Belarus (11, Surganov Str., 220072, Minsk, Re-  
public of Belarus). E-mail: anna@im.bas-net.by.

ISSN 1561-8323 (Print)  
ISSN 2524-2431 (Online)

**ФИЗИКА**  
**PHYSICS**

УДК 538.9+539.23  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-101-110>

Поступило в редакцию 15.02.2023  
Received 15.02.2023

**С. В. Константинов<sup>1</sup>, академик Ф. Ф. Комаров<sup>1</sup>, И. В. Чижов<sup>2</sup>, В. А. Зайков<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Институт прикладных физических проблем имени А. Н. Севченко Белорусского государственного университета, Минск, Республика Беларусь*

<sup>2</sup>*Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь*

**СТРУКТУРНО-ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ И МИКРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА  
НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ПОКРЫТИЙ TiAlCuN**

**Аннотация.** Покрытия TiAlCuN были сформированы методом реактивного магнетронного распыления на подложках титана марки VT1-0 и монокристаллического кремния. Для контроля и управления процессом нанесения покрытий методом реактивного магнетронного распыления использовался разработанный модульный комплекс управления расходом газов. Исследован элементный состав покрытий методом рентгеноспектрального микроанализа. Изучено структурно-фазовое состояние покрытий методами рентгеновской дифракции и сканирующей электронной микроскопии. Механические свойства, такие как твердость и модуль Юнга, исследованы по методике Оливера и Фарра с использованием нанотвердомера CSM Instruments Nanohardness Tester NHT2 (Швейцария). Рассмотрено влияние параметров осаждения, таких как: содержание Ti и Al, степень реактивности  $\alpha$  и концентрация азота на структуру и механические свойства. Установлено, что снижение степени реактивности  $\alpha$  с 0,605 до 0,474 приводит к увеличению скорости осаждения покрытия TiAlCuN на 23 %. Обнаружено, что добавление меди в состав приводит к уменьшению среднего размера кристаллитов и колонок роста по сравнению с TiAlN аналогами за счет ее сегрегации по границам раздела фаз, что улучшает механические свойства покрытий. Твердость покрытий TiAlCuN варьируется в диапазоне  $H = 29,3\text{--}35,4$  ГПа, модуль Юнга –  $E = 235,9\text{--}267,6$  ГПа. Рассчитаны показатели ударной вязкости  $H / E^*$  и сопротивления пластической деформации  $H^3 / E^{*2}$ . Сформированные нитридные покрытия пригодны для использования в космической технике.

**Ключевые слова:** реактивное магнетронное распыление, наноструктурированные покрытия TiAlCuN, структурно-фазовое состояние, твердость, модуль Юнга, индекс ударной вязкости  $H / E^*$ , индекс сопротивления пластической деформации  $H^3 / E^{*2}$

**Для цитирования.** Структурно-фазовые состояния и микромеханические свойства наноструктурированных покрытий TiAlCuN / С. В. Константинов [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 101–110. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-101-110>

**Stanislav V. Konstantinov<sup>1</sup>, Academician Fadei F. Komarov<sup>1</sup>, Igor V. Chizhov<sup>2</sup>, Valery A. Zaikov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems of Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus*

<sup>2</sup>*Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus*

**STRUCTURAL-PHASE STATES AND MICROMECHANICAL PROPERTIES  
OF NANOSTRUCTURED TiAlCuN COATINGS**

**Abstract.** TiAlCuN coatings were deposited by reactive magnetron sputtering on substrates of single-crystal silicon, and Titanium Grade2 wafers. To control and manage the coating deposition process by reactive magnetron sputtering, a previously developed modular gas flow control complex (MGFCC) was used. The elemental composition was studied by energy-dispersive X-ray spectroscopy (EDX). The structural-phase state of coatings was examined by X-ray diffraction (XRD) and scanning electron microscopy (SEM). Mechanical properties, such as hardness and Young's modulus, were investigated by the nanoindentation using a CSM Instruments Nanohardness Tester NHT2 (Switzerland). The influence of deposition parameters such as: Ti and Al content, reactivity degree  $\alpha$ , and nitride concentration on structure and mechanical properties was considered. It was found that a decrease in the reactivity degree  $\alpha$  from 0.605 to 0.474 leads to a 23 % increase in the deposition rate of TiAlCuN coating. It was detected that adding Cu to the coating content decreases the mean sizes of crystallites and growth columns in comparison with the TiAlN analogues due to its segregation along crystalline boundaries and thus advances better mechanical characteristics. The hardness of TiAlCuN coatings varies in the range of  $H = 29.3\text{--}35.4$  GPa, Young's modulus  $E = 235.9\text{--}267.6$  GPa. The impact strength index as the  $H / E^*$  ratio and the plastic deformation resistance index  $H^3 / E^{*2}$  were calculated. The formed nitride coatings are suitable for use in space technologies.

**Keywords:** reactive magnetron sputtering, nanostructured TiAlCuN coatings, structural-phase state, hardness, Young's modulus, impact strength index  $H/E^*$ , resistance to plastic deformation index  $H^3/E^{*2}$

**For citation.** Konstantinov S. V., Komarov F. F., Chizhov I. V., Zaikov V. A. Structural-phase states and micromechanical properties of nanostructured TiAlCuN coatings. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 101–110 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-101-110>

**Введение.** Разработка и создание наноструктурированных покрытий, обладающих высокой твердостью, износостойкостью, устойчивостью к воздействию радиационного излучения, в настоящее время является одним из важнейших направлений исследований в области материаловедения [1; 2]. Известно, что покрытия TiAlN обладают высокой твердостью и износостойкостью, стойкостью к коррозии, хорошей термической и химической стабильностью и являются перспективными материалами для применения в механических узлах космической техники [3–6].

Для надежного функционирования механических узлов космических аппаратов (КА) требуется применение износостойких покрытий, обладающих антифрикционными свойствами. Добавление углерода, меди и серебра в состав покрытий TiAlN позволяет уменьшить коэффициент трения и увеличить срок эксплуатации механического узла [3; 7].

Кроме превосходных механических характеристик покрытий TiAlN заслуживают внимания их оптические свойства. Варьирование соотношения компонент Ti/Al/N в осаждаемом покрытии позволяет получить пленку с необходимыми оптическими характеристиками [8]. Такое свойство покрытий TiAlN позволяет применять их в качестве материала, обеспечивающего пассивную терморегуляцию искусственных спутников Земли и малых космических аппаратов [9]. Терморегулирующее покрытие представляет собой поверхность, термооптические свойства которой позволяют достичь желаемой температуры поверхности при воздействии солнечного потока или другого источника излучения. Основными оптическими параметрами терморегулирующих покрытий являются оптическое поглощение (также известное как солнечное поглощение) –  $\alpha_s$  и коэффициент теплового излучения –  $\epsilon_N$ . Равновесная температура космического аппарата определяется соотношением  $\alpha_s / \epsilon_N$ . Увеличение содержания алюминия в составе покрытия TiAlN приводит к увеличению соотношения  $\alpha_s / \epsilon_N$  [8].

В [10] показано, что добавление 10 ат. % меди и 6 ат. % серебра в состав покрытия TiAlN приводит к уменьшению твердости в 2 раза, остаточных напряжений в 10 раз, коэффициента трения в 2,5 раза и объема продуктов износа в 2,5 раза. Методами просвечивающей микроскопии и электронной дифракции установлено, что частицы Cu и Ag имеют кристаллическую структуру. При этом, в зависимости от концентрации Cu и Ag, размеры нанокристаллов варьируются в диапазоне 3–1000 нм.

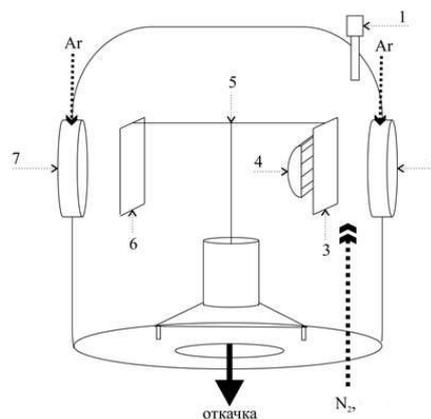
В качестве объекта данного исследования были выбраны покрытия TiAlCuN с добавлением меди (Cu) как наиболее перспективные как для нанесения на нержавеющую сталь марки 12X18H10T, так и на сплав титана марок ВТ1-0 и ВТ-6. В литературе очень мало информации о покрытии TiAlCuN [10–12]. В связи с этим исследование этих принципиально новых покрытий и накопление по ним экспериментальных данных является актуальной задачей.

Наноструктурированные покрытия TiAlN с добавками Cu будут актуальны в первую очередь как защитные радиационно стойкие на корпусах малых летательных аппаратов на орбите Земли и в условиях открытого космоса. КА в процессе своей эксплуатации подвергаются ряду воздействий космического пространства: облучение потоками электронов, ионов высоких энергий, солнечное электромагнитное облучение, облучение кислородной плазмой, потоком микрометеоритных частиц. Все данные факторы инициируют различные физико-химические процессы в материалах КА, способных в итоге привести к выходу из строя КА. С целью обеспечения надежного функционирования космического аппарата в целом и оборудования КА необходимо применять защитные покрытия и специальные функциональные радиационно стойкие материалы. В частности, для обеспечения надежного функционирования механических узлов и сочленений КА, исключая контактное залипание, перспективно использовать нитридные наноструктурированные покрытия TiAlN с добавками Cu.

**Материалы и методы исследования.** Тонкопленочные покрытия TiAlCuN были получены с использованием композитных мишеней TiAlCu № 3 (46 ат. % Ti, 46 ат. % Al, 8 ат. % Cu) и № 4

Рис. 1. Схема внутренней оснастки вакуумной камеры модернизированной установки УВН-2М: 1 – оптический датчик МКУРГ; 2 – магнетрон; 3 – подложкодержатель; 4 – ИК нагреватель; 5 – система вращения; 6 – заслонка; 7 – ионный источник

Fig. 1. Vacuum chamber structure of the modernized UVN-2M facility: 1 – optical sensor MGFCC; 2 – magnetron; 3 – substrate holder; 4 – IR heater; 5 – rotation system; 6 – damper; 7 – ion source



(69 ат. % Ti, 23 ат. % Al, 8 ат. % Cu) методом реактивного магнетронного распыления на модернизированной установке УВН-2М (рис. 1), оснащенной модульным комплексом управления расходом газов (МКУРГ) [13; 14]. Покрyтия наносились на разные подложки: монокристаллический кремний Si (100) и титан марки ВТ1-0. В табл. 1 представлены параметры процесса нанесения покрытий. Процессы осаждения проводились при двух значениях степени реактивности  $\alpha$ :  $\alpha = 0,605$  (покрyтия состава, близкого к стехиометрическому, – режим 1) и  $\alpha = 0,474$  (покрyтия нестехиометрического состава, обогащенные металлическими компонентами Ti и Al, – режим 2).

Для контроля расхода реактивного газа  $N_2$  использовалась зависимость характеристик спектра оптического излучения разряда от содержания азота в вакуумной камере. В настоящей работе применялся одноканальный алгоритм контроля и управления расходом реактивного газа – азота  $N_2$  (запрограммированный в МКУРГ процесс № 3), который сводится к регистрации и поддержанию на заданном уровне интенсивности одного контрольного спектрального элемента. В качестве параметра контроля использовалась линия титана Ti 506,5 нм, величина интенсивности которой связана со степенью реактивности  $\alpha$ . Степень реактивности процесса  $\alpha$  является основным параметром, определяющим состав и, как следствие, структуру и свойства наносимых покрытий TiAlCuN. Степень реактивности  $\alpha$  определяется из спектральных характеристик разряда по формуле [13]:

$$\alpha = \frac{(I_0 - I)}{(I_0 - I^*)},$$

где  $I_0$  – интенсивность атомной линии металла мишени ( $\lambda = 506,5$  нм);  $I$  – текущая величина интенсивности линии титана при нанесении покрытий;  $I^*$  – интенсивность линии металла для полностью азотированной мишени.

Таким образом, использованный МКУРГ позволяет поддерживать постоянное соотношение потоков распыленных атомов металла мишени и потока реактивного газа на подложку при постоянных рабочем давлении и параметрах на источнике питания. Такой способ управления и контроля процессом реактивного магнетронного распыления дает возможность стационарно поддерживать его неравновесное состояние, обеспечивать равномерность и однородность распределения элементов по глубине и повысить воспроизводимость формирования покрытий по составу и толщине [13; 14].

Т а б л и ц а 1. Параметры формирования покрытий TiAlCuN

Table 1. TiAlCuN coatings formation parameters

$\alpha$	0,605		0,474	
Ток разряда $I$ , А	1,0		1,0	
Напряжение $U$ , В	370–400		370–400	
Давление $P$ , Па	$7,0 \cdot 10^{-2}$		$7,0 \cdot 10^{-2}$	
$U_{cm}$ , В	–200		–200	
$T_s$ , °С	370		370	
Мишень	3	4	3	4
Номер образца	3N1	4N1	3N2	4N2

Морфология и микроструктура полученных покрытий TiAlCuN исследовались методом сканирующей электронной микроскопии (СЭМ) с использованием микроскопа Hitachi SU3400 (Япония) в режиме вторичных электронов с энергией 15 кэВ, а также в режиме обратно рассеянных электронов. Микроскоп был оснащен датчиком рентгеновского излучения (энергодисперсионным спектрометром), позволяющим определять элементный состав исследуемых покрытий методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии. Толщину покрытия изучали с помощью СЭМ-микрофотографий сколов образцов.

Рентгеноструктурный и фазовый анализ покрытий TiAlCuN осуществлялся с использованием рентгеновского порошкового дифрактометра ADANI PowDiX 600/300 компании ADANI Systems (США) с фокусировкой по Брэггу–Брентано. Длина волны излучения  $\text{CoK}\alpha$  составляла  $\lambda = 1,7889 \text{ \AA}$ .

Микромеханические характеристики полученных покрытий исследовались методом наноиндентирования по методике Оливера и Фарра [15] на приборе NanoHardness Tester (NHT2) CSM Instruments (Швейцария), оснащенном алмазным индентором Берковича. При анализе коэффициент Пуассона принимался равным  $\nu = 0,3$  [5; 7].

**Результаты и их обсуждение.** На рис. 2 представлен энергодисперсионный рентгеновский спектр от нитридного покрытия TiAlCuN, полученного с использованием мишени 3 на подложке кремния. Было обнаружено присутствие следующих элементов: Ti, Al, Cu, Ar, N, C в сформированном покрытии. Концентрация кислорода не превышает погрешности измерения.

В табл. 2 показан элементный состав нитридных покрытий, сформированных в различных режимах на кремниевых подложках. Выявлено отсутствие нежелательных примесей в составе покрытий в каких-либо существенных концентрациях, превосходящих ошибку измерения.

В табл. 3 представлены стехиометрия состава, толщина ( $h$ ), время ( $\tau$ ) и скорость ( $\nu$ ) осаждения нитридных покрытий на подложках кремния. Обнаружено, что толщина покрытий варьируется в диапазоне 1120–1900 нм.

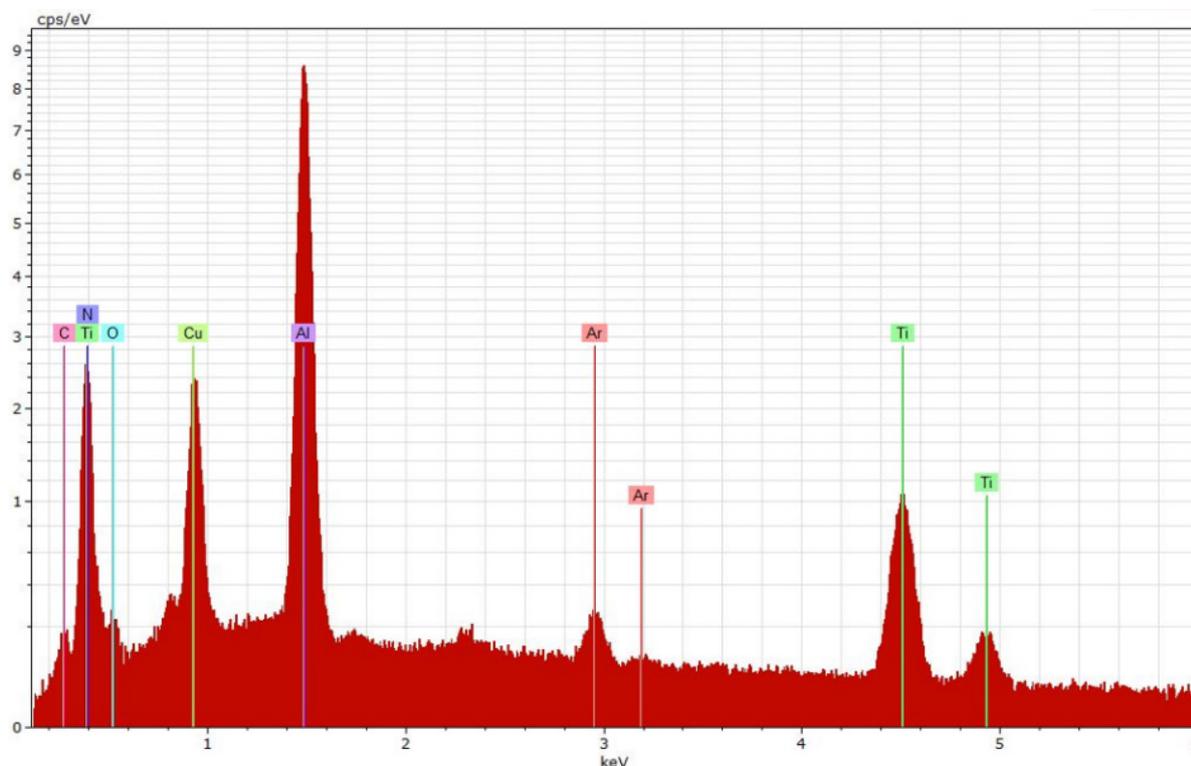


Рис. 2. Энергодисперсионный рентгеновский спектр от нитридного покрытия TiAlCuN на подложке из монокристаллического кремния. Образец 3N1;  $\alpha = 0,605$

Fig. 2. Energy dispersive X-ray spectrum of a TiAlCuN nitride coating deposited on a silicon substrate. Sample 3N1;  $\alpha = 0.605$

Т а б л и ц а 2. Компонентный состав нитридных покрытий TiAlCuN на подложках из монокристаллического кремния (образцы 3N1, 3N2, 4N1, 4N2)

T a b l e 2. Component composition of TiAlCuN nitride coatings on single-crystal silicon substrates (samples 3N1, 3N2, 4N1, 4N2)

Образец Sample	Компонентный состав Component composition						
	Ti	Al	Cu	N	C	Si	Ar
3N1	17,10	27,70	8,07	43,42	2,47	0,20	1,04
3N2	18,52	29,53	9,95	37,20	1,77	1,35	1,68
4N1	30,55	14,64	8,59	41,85	3,68	0,20	0,49
4N2	43,27	13,52	10,32	28,10	3,60	0,37	0,82

Т а б л и ц а 3. Стехиометрия состава, толщина (h), время (τ) и скорость осаждения (ν) нитридных покрытий TiAlCuN на Si подложках (образцы 3N1, 3N2, 4N1, 4N2)

T a b l e 3. Composition stoichiometry, thickness (h), time (τ), and deposition rate (ν) of TiAlCuN nitride coatings on Si substrates (samples 3N1, 3N2, 4N1, 4N2)

Образец Sample	(Ti + Al), ат. %	(N + C), ат. %	(Ti + Al) / (N + C)	h, нм	τ, с	ν, нм/с
3N1	44,80	45,89	0,976	1900	5400	0,352
3N2	48,05	38,97	1,233	1290	2580	0,500
4N1	45,19	45,53	0,993	1120	3000	0,373
4N2	56,79	31,70	1,791	1280	2580	0,496

Установлено, что снижение степени реактивности α с 0,605 до 0,474 приводит к увеличению скорости осаждения покрытия TiAlCuN на 23 %. Из полученных результатов следует, что элементный состав мишеней с высокой точностью переносится на покрытия при всех использованных режимах напыления.

На полученных дифрактограммах от покрытий TiAlCuN (рис. 3) обнаружены пики дифракции от подложки титана Ti (100), (002), (101), (102), (110), (103), (112), (201), (004), (202), (104), (210), свидетельствующие об однофазной структуре α-Ti с гексагональной плотноупакованной решеткой.

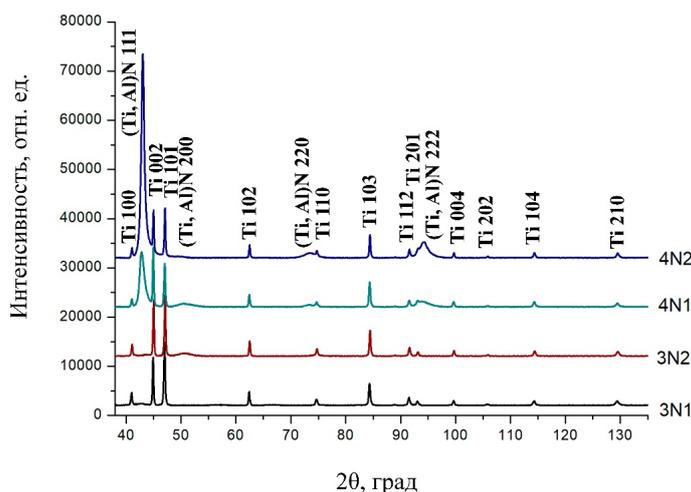


Рис. 3. Рентгеновские дифрактограммы от нитридных покрытий TiAlCuN, сформированных на подложках из титана марки VT1-0

Fig. 3. X-ray diffraction patterns from TiAlCuN coatings deposited on titanium Grade2 substrates

Было обнаружено, что покрытие TiAlCuN обладает однородной однофазной структурой (Ti, Al)N, представляющей собой неупорядоченный твердый раствор с гранцентрированной кубической решеткой (ГЦК). Наличие диффузного уширения пиков дифракции фазы (Ti, Al)N сви-

детельствует о нанокристаллической природе покрытий TiAlCuN. Эти пики смещены в область больших углов  $2\theta$  дифракции, относительно чистого нитрида титана. Это свидетельствует о замещении атомов титана атомами алюминия, обладающими меньшим атомным радиусом:  $R_{\text{Ti}} = 1,47 \text{ \AA}$ ,  $R_{\text{Al}} = 1,43 \text{ \AA}$  [16]. Формирование однофазной структуры обычно наблюдается для покрытий TiAlN [5; 6; 14] и TiAlCN [3; 4; 8]. Из этого следует, что добавление меди не изменяет фазовый состав покрытия и не приводит к образованию новых фаз.

Не обнаружено отдельных пиков дифракции от меди или медьсодержащих фаз. В то же время не выявлено существенного сдвига пиков дифракции по сравнению с предыдущими результатами для фазы (Ti, Al)N [5; 6; 14], предполагая возможность растворения меди в нитриде (Ti, Al)N. В связи с этим можно утверждать, что медь, находясь в аморфном состоянии, сегрегируется вдоль границ кристаллитов и сдерживает их дальнейший рост. Возможность такого процесса была отмечена в [12]. Рассчитанный средний размер кристаллитов фазы (Ti, Al)N составил  $(30\text{--}40) \pm 5 \text{ нм}$ .

Из рентгеноструктурного и фазового анализа покрытий TiAlCuN следует, что все используемые режимы осаждения приводят к образованию однофазной структуры (Ti, Al)N, представляющей собой неупорядоченный твердый раствор с ГЦК решеткой.

Для изучения структуры и морфологии с помощью СЭМ покрытия TiAlCuN наносились на подложки из монокристаллического кремния (100) с целью проведения исследований не только на поверхности, но и в поперечном сечении на сколе.

На рис. 4 представлены изображения поверхности покрытий TiAlCuN и их поперечное сечение, полученные методом сканирующей электронной микроскопии.

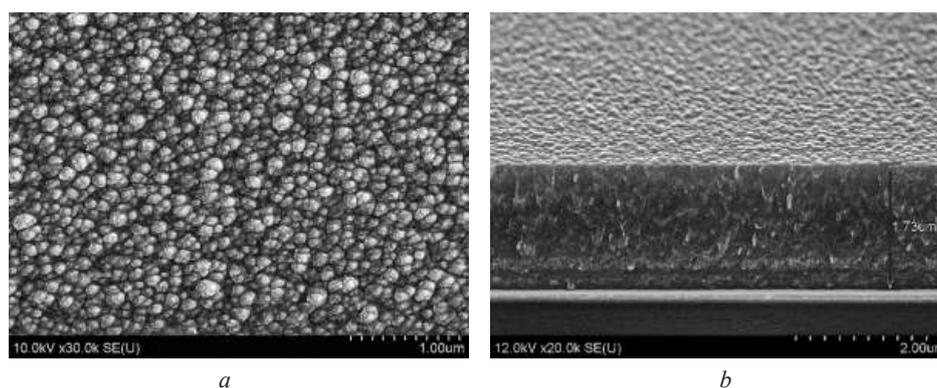


Рис. 4. СЭМ-микрофотографии поверхности (а) и поперечного сечения (b) нитридного покрытия TiAlCuN на подложке кремния. Образец 3N1;  $\alpha = 0,605$

Fig. 4. SEM micrographs of the surface (a) and cross section (b) of a TiAlCuN nitride coating on a silicon substrate. Sample 3N1;  $\alpha = 0.605$

Наблюдается характерная плотная столбчатая микроструктура, при этом столбцы несколько увеличиваются в диаметре по мере роста покрытий. Рассчитанный средний размер колонок роста не превышает 80 нм.

Оценки среднего размера кристаллитов по результатам СЭМ хорошо коррелируют с данными, полученными на основе рентгеноструктурного анализа. Микрофотографии поперечного сечения покрытий TiAlCuN показывают, что поверхность всех образцов покрытий гладкая и однородная. В структуре отсутствуют трещины и пустоты, которые могут оказать негативное влияние на механические свойства покрытий. На всех полученных изображениях поперечного сечения образцов можно наблюдать четкую границу раздела пленка–подложка. Опираясь на изображения поперечного сечения покрытий TiAlCuN можно отметить, что пленки обладают высокой адгезионной способностью. Полученные покрытия являются однородными, плотными и не содержат видимых дефектов по всей площади поверхности.

По сравнению с покрытиями TiAlN [5; 6; 14] и TiAlCN [3; 4; 8] покрытия TiAlCuN демонстрируют более дисперсную наноструктуру с меньшим средним размером кристаллов и меньшим

средним размером колонок роста. Этот эффект имеет место ввиду сегрегации меди вдоль границ кристаллитов, что было обнаружено по результатам рентгеноструктурного анализа (рис. 3).

Механические свойства покрытий исследовали методом наноиндентирования по методике Оливера и Фарра [15]. Был использован прибор NanoHardness Tester (NHT2) фирмы CSM Instruments (Швейцария) с алмазным трехгранным индентором Берковича. Измерения и построения кривых нагрузки-разгрузки осуществлялись при максимальной нагрузке на индентор 0,05–0,1 Н. На рис. 5 показаны кривая нагрузки-разгрузки, а также микрофотография отпечатка индентора на поверхности покрытия TiAlCuN.

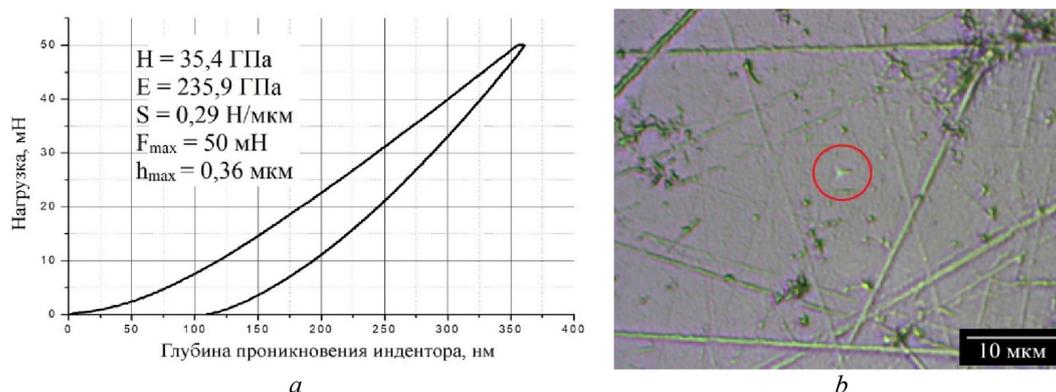


Рис. 5. Кривая нагрузки-разгрузки (а) и микрофотография отпечатка индентора (b) для нитридного покрытия TiAlCuN. Образец 3N1; подложка – титан BT1-0;  $\alpha = 0,605$

Fig. 5. Load-unload curve (a) and micrograph of indenter imprint (b) from the TiAlCuN coating. Sample 3N1; substrate – Titanium Grade2;  $\alpha = 0.605$

Из анализа кривых нагрузки-разгрузки, где не было обнаружено ступеней или разрывов, установлено, что все сформированные покрытия TiAlCuN являются плотными и однородными по толщине. Во всех случаях изображения отпечатка индентора на поверхности представляют собой правильные равнобедренные треугольники, повторяющие форму индентора Берковича, использованного для измерений. При этом трещины, деформации или иные дефекты от индентирования отсутствуют, что свидетельствует о вязком характере разрушения покрытий под действием нагрузки и их высокой ударной вязкости. Последний параметр особенно важен для покрытий, эксплуатируемых в условиях космоса, где температура составляет около 4 К. При таких значениях температуры, значительно ниже порога хладноломности для многих материалов, сформированные нитридные покрытия TiAlCuN могут способствовать предотвращению охрупчивания конструкций из авиационных титановых (BT1-0, BT6), алюминиевых (Д16), а также стальных (12Х18Н10Т) сплавов. В табл. 4 представлены механические характеристики исследованных покрытий.

Установлено, что твердость покрытий колеблется в диапазоне  $H = 29,3–35,4$  ГПа, модуль Юнга –  $E = 235,9–267,6$  ГПа. Самая высокая твердость –  $H = 35,4$  ГПа и модуль Юнга  $E = 235,9$  ГПа

Т а б л и ц а 4. Механические характеристики покрытий TiAlCuN

T a b l e 4. Mechanical characteristics of TiAlCuN coatings

Образец Sample	$H$ , ГПа	$E$ , ГПа	$E^*$ , ГПа	$H / E^*$	$H^3 / E^{*2}$
3N1	35,4	235,90	259,23	0,14	0,66
3N2	31,3	267,60	294,07	0,11	0,35
4N1	31,0	265,10	291,32	0,11	0,35
4N2	29,3	256,40	281,76	0,10	0,32

П р и м е ч а н и я:  $H$  – твердость,  $E$  – модуль Юнга,  $E^*$  – эффективный модуль Юнга,  $H / E^*$  – индекс ударной вязкости,  $H^3 / E^{*2}$  – индекс сопротивления пластической деформации.

N o t e s:  $H$  – hardness,  $E$  – Young’s modulus,  $E^*$  – effective Young’s modulus,  $H / E^*$  – impact strength index,  $H^3 / E^{*2}$  – plastic deformation resistance index.

были обнаружены у покрытия TiAlCuN, сформированного в режиме 1 со стехиометрической концентрацией азота из мишени 3 на подложке из титана VT1-0, как показано на рис. 5. Было обнаружено, что в режиме 2 с дефицитом реактивного газа твердость покрытий снижается на 5–12 %, но в свою очередь повышается модуль Юнга на 13–24 %. Аналогичные зависимости твердости от концентрации реактивного газа были обнаружены в наших предыдущих исследованиях для покрытий TiAlN [5; 6; 14] и в литературе для покрытий TiAlCN [4; 8]. Это означает, что добавление меди в состав покрытий для механических свойств приводит, прежде всего, к повышению их твердости.

Сложнее обстоит дело с влиянием содержания Ti и Al на механические свойства. В предыдущих исследованиях, с одной стороны, были получены доказательства того, что увеличение содержания Ti приводит к увеличению твердости покрытий TiAlN [7]. С другой стороны, есть доказательства того, что оптимальное содержание Ti и Al, близкое к эквимолярному, является оптимальным для повышения твердости [17]. Проведенные исследования покрытий TiAlCuN подтверждают правильность последнего, поскольку образцы, полученные из мишени 3 с содержанием Ti 46 ат. % и Al 46 ат. %, демонстрируют на 4–13 % большую твердость по сравнению с образцами, полученными из мишени 4 с содержанием Ti 69 ат. % и Al 23 ат. %, как это показано в табл. 4.

Согласно работам Мэтьюса, Лейланда [18] и Мусила [19], механизм изнашивания материала определяется отношением  $H/E^*$ , где  $H$  – твердость,  $E^*$  – эффективный модуль Юнга. Последний определяется выражением  $E^* = E / (1 - \nu^2)$ , где  $E$  – модуль Юнга, а  $\nu$  – коэффициент Пуассона. В связи с этим для триботехнического материала желательное высокое значение отношения  $H/E^*$ , так как оно характеризует величину упругого восстановления при разгрузке для нано- и микроконтактного взаимодействия. Твердые покрытия, обладающие соотношением  $H/E^* > 0,1$ , проявляют повышенную стойкость к пластической деформации и распределяют нагрузку, приложенную к покрытию, на большую площадь, что приводит к повышению сопротивления растрескиванию [17; 19]. Такие покрытия одновременно могут являться твердыми, прочными и износостойкими [17].

Для исследуемых покрытий также были рассчитаны индексы сопротивления пластической деформации в виде отношения  $H^3/E^{*2}$  [7]. Полученные значения соотношений  $H/E^*$  и  $H^3/E^{*2}$  для нитридных TiAlCuN покрытий представлены в табл. 4.

Индекс  $H/E^*$  для сформированных твердых покрытий находится в пределах 0,1–0,14, что свидетельствует об их способности эффективно сопротивляться деформации и при этом обладать высокой ударной вязкостью. Величина индекса  $H^3/E^{*2}$  находится в пределах 0,32–0,66, что также свидетельствует о стойкости нитридных покрытий к пластической деформации. Эти значения до 25 % выше, чем полученные на покрытиях TiAlN [17]. Такие сочетания индексов свидетельствуют о способности покрытий TiAlCuN распределять нагрузку, приложенную к поверхности, на большую площадь, что приводит к повышению сопротивления растрескиванию и охрупчиванию. Полученные значения твердости  $H$ , модуля Юнга  $E$ , отношений  $H/E^*$  и  $H^3/E^{*2}$  позволяют утверждать, что сформированные нитридные TiAlCuN покрытия обладают необходимыми механическими свойствами, чтобы быть эффективными и востребованными в машиностроении, в частности, в космической технике.

**Заключение.** Нитридные покрытия TiAlCuN были сформированы на подложках из монокристаллического кремния (100) и титана марки VT1-0. Для контроля и управления процессом нанесения покрытий методом реактивного магнетронного распыления использовался разработанный МКУРГ.

Элементный состав покрытий был исследован методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии. Было обнаружено, что элементный состав мишеней с высокой точностью переносится на покрытия. Установлено, что снижение степени реактивности  $\alpha$  с 0,605 до 0,474 приводит к увеличению скорости осаждения покрытия TiAlCuN на 23 %.

Структурно-фазовое состояние сформированных покрытий исследовалось методом рентгеновской дифракции. Обнаружено, что покрытия TiAlCuN имеют однородную однофазную структуру, представленную твердым раствором (Ti, Al)N с ГЦК решеткой. Не было обнаружено Cu-содержащих фаз, что свидетельствует о сегрегации меди по границам кристаллов. Рассчитанные средние размеры кристаллитов (Ti, Al)N составляют  $(30–40) \pm 5$  нм. По результатам СЭМ обнаружено уменьшение среднего размера столбцов роста от 80 нм в случае покрытий TiAlN до менее

60 нм в случае TiAlCuN. Оба типа покрытий демонстрируют плотную столбчатую микроструктуру с небольшим увеличением диаметра столбцов по мере роста. Обнаружено, что добавление Cu в состав покрытий уменьшает средний размер как кристаллитов, так и колонок роста по сравнению с аналогами TiAlN и, таким образом, улучшает механические характеристики.

Механические испытания показали, что твердость покрытий варьируется в диапазоне  $H = 29,3–35,4$  ГПа, а модуль Юнга –  $E = 235,9–267,6$  ГПа. Наибольшая твердость  $H = 35,4$  ГПа и модуль Юнга  $E = 235,9$  ГПа зафиксированы для покрытий TiAlCuN, сформированных в режиме со стехиометрической концентрацией азота. Для других различных режимов осаждения было обнаружено, что стехиометрическая концентрация реактивного газа обеспечивает повышение твердости на 5–12 %. Содержание элементов Ti и Al в покрытиях, близкое к эквимольным 46 ат. % Ti и 46 ат. % Al, способствует увеличению твердости на 4–13 %. Рассчитанные индексы  $H/E^*$  для сформированных покрытий находятся в диапазоне 0,1–0,14, в то время как индексы  $H^3/E^{*2}$  изменяются в пределах 0,32–0,66. Такие сочетания свидетельствуют о способности покрытий распределять нагрузку, приложенную к поверхности, на большую площадь, что приводит к повышению ударной вязкости, устойчивости к растрескиванию и охрупчиванию.

Разработанные наноструктурированные нитридные TiAlCuN покрытия могут быть полезны и эффективны в качестве защитных и механически стойких в космических аппаратах.

### Список использованных источников

1. Витязь, П. А. Наноматериаловедение / П. А. Витязь, Н. А. Свидуневич, Д. В. Куйс. – Минск, 2015. – 511 с.
2. Effects of Protone Irradiation on the Structural-Phase State of Nanostructured TiZrSiN Coatings and Their Mechanical Properties / F. F. Komarov [et al.] // *J. Eng. Phys. Thermophys.* – 2021. – Vol. 94, N 6. – P. 1609–1618. <https://doi.org/10.1007/s10891-021-02442-2>
3. Controllable high adhesion and low friction coefficient in TiAlCN coatings by tuning the C/N ratio / X. Li [et al.] // *Appl. Surf. Sci.* – 2022. – Vol. 597. – P. 153542. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2022.153542>
4. Residual stresses and tribomechanical behaviour of TiAlN and TiAlCN monolayer and multilayer coatings by DCMS and HiPIMS / W. Tillmann [et al.] // *Surf. Coat. Technol.* – 2021. – Vol. 406. – P. 126664. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2020.126664>
5. Structure and Mechanical Properties of TiAlN Coatings under High-Temperature Ar<sup>+</sup> Ion Irradiation / F. F. Komarov [et al.] // *Acta Phys. Pol., A.* – 2022. – Vol. 142, N 6. – P. 690–696. <http://doi.org/10.12693/aphyspola.142.690>
6. Effect of Helium ion irradiation on the structure, the phase stability, and the microhardness of TiN, TiAlN, and TiAlYN nanostructured coatings / F. F. Komarov [et al.] // *Tech. Phys.* – 2016. – Vol. 61, N 5. – P. 696–702. <https://doi.org/10.1134/s106378421605011x>
7. Nanostructured Coatings / eds. by A. Cavaleiro, J. T. M. De Hosson. – Berlin, 2006. – 648 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-48756-4>
8. Optical properties of TiAlC/TiAlCN/TiAlSiCN/TiAlSiCO/TiAlSiO tandem absorber coatings by phase-modulated spectroscopic ellipsometry / J. Jyothi [et al.] // *Appl. Phys. A.* – 2017. – Vol. 123, N 7. – Art. 496. <https://doi.org/10.1007/s00339-017-1103-2>
9. Titanium-aluminum-nitride coatings for satellite temperature control / M. Brogren [et al.] // *Thin Solid Films.* – 2000. – Vol. 370, N 1–2. – P. 268–277. [https://doi.org/10.1016/s0040-6090\(00\)00914-7](https://doi.org/10.1016/s0040-6090(00)00914-7)
10. Mejía, H. D. V. Development and characterization of TiAlN (Ag, Cu) nanocomposite coatings deposited by DC magnetron sputtering for tribological applications / H. D. V. Mejía, D. Perea, G. Gilberto Bejarano // *Surf. Coat. Technol.* – 2020. – Vol. 381. – Art. 125095. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2019.125095>
11. TiAlN/Cu nanocomposite coatings deposited by filtered cathodic arc ion plating / L. Chen [et al.] // *J. Mater. Sci. Technol.* – 2017. – Vol. 33, N 1. – P. 111–116. <https://doi.org/10.1016/j.jmst.2016.07.018>
12. Microstructure, electrical and mechanical properties of Ti<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>N MAX phase reinforced copper matrix composites processed by hot pressing / C. Salvo [et al.] // *Mater. Charact.* – 2021. – Vol. 171. – Art. 110812. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2020.110812>
13. Система контроля расхода газов для применения в технологии реактивного магнетронного распыления / И. М. Климович [и др.] // *Приборы и методы измерений.* – 2015. – Т. 6, № 2. – С. 139–147.
14. Radiation tolerance of nanostructured TiAlN coatings under Ar<sup>+</sup> ion irradiation / S. V. Konstantinov [et al.] // *Surf. Coat. Technol.* – 2020. – Vol. 386. – Art. 125493. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2020.125493>
15. Oliver, W. C. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology / W. C. Oliver, G. M. Pharr // *J. Mater. Res.* – 2004. – Vol. 19, N 1. – P. 3–20. <https://doi.org/10.1557/jmr.2004.19.1.3>
16. Самсонов, Г. В. Тугоплавкие соединения / Г. В. Самсонов, И. М. Виницкий. – 2-е изд. – М., 1976. – 560 с.
17. The effect of steel substrate pre-hardening on structural, mechanical, and tribological properties of magnetron sputtered TiN and TiAlN coatings / F. F. Komarov [et al.] // *Wear.* – 2016. – Vol. 352–353. – P. 92–101. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2016.02.007>
18. Leyland, A. Design criteria for wear-resistant nanostructured and glassy-metal coatings / A. Leyland, A. Matthews // *Surf. Coat. Technol.* – 2004. – Vol. 177–178. – P. 317–324. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2003.09.011>
19. Musil, J. Hard nanocomposite coatings: Thermal stability, oxidation resistance and toughness / J. Musil // *Surf. Coat. Technol.* – 2012. – Vol. 207. – P. 50–65. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2012.05.073>

### References

1. Vityaz P. A., Svidunovich N. A., Kuis D. V. *Nanomaterials science*. Minsk, 2015. 511 p. (in Russian).
2. Komarov F. F., Konstantinov S. V., Zaikov V. A., Pil'ko V. V. Effects of Protone Irradiation on the Structural-Phase State of Nanostructured TiZrSiN Coatings and Their Mechanical Properties. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2021, vol. 94, no. 6, pp. 1609–1618. <https://doi.org/10.1007/s10891-021-02442-2>

3. Li X., Li G., Lü W., Liu S., Li C., Wang Q. Controllable high adhesion and low friction coefficient in TiAlCN coatings by tuning the C/N ratio. *Applied Surface Science*, 2022, vol. 597, pp. 153542. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2022.153542>
4. Tillmann W., Grisales D., Stangier D., Thomann C., Debus J., Nienhaus A., Apel D. Residual stresses and tribomechanical behaviour of TiAlN and TiAlCN monolayer and multilayer coatings by DCMS and HiPIMS. *Surface and Coatings Technology*, 2021, vol. 406, pp. 126664. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2020.126664>
5. Komarov F. F., Konstantinov S. V., Žuk J., Drożdźiel A., Pyszniak K., Chizhov I. V., Zaikov V. A. Structure and mechanical properties of TiAlN coatings under high-temperature Ar<sup>+</sup> ion irradiation. *Acta Physica Polonica A.*, 2022, vol. 142, no. 6, pp. 690–696. <http://doi.org/10.12693/aphyspola.142.690>
6. Komarov F. F., Konstantinov S. V., Strel'nikij V. E., Pilko V. V. Effect of Helium ion irradiation on the structure, the phase stability, and the microhardness of TiN, TiAlN, and TiAlYN nanostructured coatings. *Technical Physics*, 2016, vol. 61, no. 5, pp. 696–702. <https://doi.org/10.1134/s106378421605011x>
7. Cavaleiro A., De Hosson J. T. M., eds. *Nanostructured Coatings*. Berlin, 2006. 648 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-48756-4>
8. Jyothi J., Biswas A., Sarkar P., Soum-Glaude A., Nagaraja H. S., Barshilia H. C. Optical properties of TiAlC/TiAlCN/TiAlSiCN/TiAlSiCO/TiAlSiO tandem absorber coatings by phase-modulated spectroscopic ellipsometry. *Applied Physics A*, 2017, vol. 123, no. 7, art. 496. <https://doi.org/10.1007/s00339-017-1103-2>
9. Brogren M., Harding G. L., Karmhag R., Ribbing C. G., Niklasson G. A., Stenmark L. Titanium-aluminum-nitride coatings for satellite temperature control. *Thin Solid Films*, 2000, vol. 370, no. 1–2, pp. 268–277. [https://doi.org/10.1016/s0040-6090\(00\)00914-7](https://doi.org/10.1016/s0040-6090(00)00914-7)
10. Mejía H. D. V., Perea D., Gilberto Bejarano G. Development and characterization of TiAlN (Ag, Cu) nanocomposite coatings deposited by DC magnetron sputtering for tribological applications. *Surface and Coatings Technology*, 2020, vol. 381, art. 125095. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2019.125095>
11. Chen L., Pei J., Xiao J., Gong J., Sun C. TiAlN/Cu nanocomposite coatings deposited by filtered cathodic arc ion plating. *Journal of Materials Science & Technology*, 2017, vol. 33, no. 1, pp. 111–116. <https://doi.org/10.1016/j.jmst.2016.07.018>
12. Salvo C., Chicardi E., Hernández-Saz J., Aguilar C., Gnanaprakasam P., Mangalaraja R. V. Microstructure, electrical and mechanical properties of Ti<sub>2</sub>AlN MAX phase reinforced copper matrix composites processed by hot pressing. *Materials Characterization*, 2021, vol. 171, art. 110812. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2020.110812>
13. Klimovich I. M., Kuleshov V. N., Zaikov V. A., Burmakov A. P., Komarov F. F., Ludchik O. R. Gas flow control system in reactive magnetron sputtering technology. *Instruments and Measurement Methods*, 2015, vol. 6, no. 2, pp. 139–147.
14. Konstantinov S. V., Wendler E., Komarov F. F., Zaikov V. A. Radiation tolerance of nanostructured TiAlN coatings under Ar<sup>+</sup> ion irradiation. *Surface and Coatings Technology*, 2020, vol. 386, art. 125493. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2020.125493>
15. Oliver W. C., Pharr G. M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology. *Journal of Materials Research*, 2004, vol. 19, no. 1, pp. 3–20. <https://doi.org/10.1557/jmr.2004.19.1.3>
16. Samsonov G. V., Vinitzky I. M. *Refractory compounds*. 2nd ed. Moscow, 1976. 560 p. (in Russian).
17. Komarov F. F., Konstantinov V. M., Kovalchuk A. V., Konstantinov S. V., Tkachenko H. A. The effect of steel substrate pre-hardening on structural, mechanical, and tribological properties of magnetron sputtered TiN and TiAlN coatings. *Wear*, 2016, vol. 352–353, pp. 92–101. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2016.02.007>
18. Leyland A., Matthews A. Design criteria for wear-resistant nanostructured and glassy-metal coatings. *Surface and Coatings Technology*, 2004, vol. 177–178, pp. 317–324. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2003.09.011>
19. Musil J. Hard nanocomposite coatings: Thermal stability, oxidation resistance and toughness. *Surface and Coatings Technology*, 2012, vol. 207, pp. 50–65. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2012.05.073>

### Информация об авторах

*Константинов Станислав Валерьевич* – канд. физ.-мат. наук, доцент, ст. науч. сотрудник. НИИПФП им. А. Н. Севченко БГУ (ул. Курчатова, 7, 220045, Минск, Республика Беларусь). E-mail: svkonstantinov@bsu.by.

*Комаров Фадей Фадеевич* – академик, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий лабораторией. НИИПФП им. А. Н. Севченко БГУ (ул. Курчатова, 7, 220045, Минск, Республика Беларусь). E-mail: komarovF@bsu.by.

*Чижов Игорь Викторович* – аспирант. Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: igorchizhovwork@gmail.com.

*Зайков Валерий Александрович* – ст. преподаватель. Белорусский государственный университет (ул. Курчатова, 1, 220045, Минск, Республика Беларусь). E-mail: zaikov@bsu.by.

### Information about the authors

*Konstantinov Stanislav V.* – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Senior Researcher. A. N. Sevcchenko Institute of Applied Physical Problems of Belarusian State University (7, Kurchatov Str., 220045, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: svkonstantinov@bsu.by.

*Komarov Fadei F.* – Academician, D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Laboratory. A. N. Sevcchenko Institute of Applied Physical Problems (7, Kurchatov Str., 220045, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: komarovf@bsu.by.

*Chizhov Igor V.* – Postgraduate Student. Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: igorchizhovwork@gmail.com.

*Zaikov Valery A.* – Senior Lecturer. Belarusian State University (1, Kurchatov Str., 220045, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: zaikov@bsu.by.

ISSN 1561-8323 (Print)  
ISSN 2524-2431 (Online)

**ХИМИЯ**  
**CHEMISTRY**

УДК 628.16  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-111-118>

Поступило в редакцию 16.11.2022  
Received 16.11.2022

**А. Д. Воробьев<sup>1</sup>, академик А. В. Бильдюкевич<sup>2</sup>, Е. В. Воробьева<sup>1</sup>,  
С. В. Буча<sup>1</sup>, М. А. Астахова<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Институт общей и неорганической химии Национальной академии наук Беларуси,  
Минск, Республика Беларусь*

<sup>2</sup>*Институт физико-органической химии Национальной академии наук Беларуси,  
Минск, Республика Беларусь*

**ВЛИЯНИЕ ХИМИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ КАРБОКСИЛСОДЕРЖАЩИХ  
ПОЛИМЕРОВ НА МОРФОЛОГИЮ ОСАДКОВ  
И УСТОЙЧИВОСТЬ ДИСПЕРСИЙ КАРБОНАТОВ**

**Аннотация.** С целью изучения влияния молекулярно-структурного строения карбоксилсодержащих полимеров на их ингибирующее и стабилизирующее действие в процессах осадкообразования был исследован ряд полимерных кислот с различным содержанием карбоксильных групп ( $X$ ): полиакриловая кислота ( $M_n = 5100$  г-моль<sup>-1</sup>,  $X = 61,11$  %), полиметакриловая кислота ( $M_n = 5500$  г-моль<sup>-1</sup>,  $X = 48,79$  %), сополимер метакриловой кислоты с терпеном скипидара ( $\alpha$ -пинен) ( $M_n = 3500$  г-моль<sup>-1</sup>,  $X = 14,54$  %). Установлено, что введение поликислот замедляет процесс роста кристаллов и приводит к изменению морфологии и структуры осадка карбонатов в результате рекристаллизации аморфной фазы в более устойчивые кристаллические формы. Показано, что поликарбоновые кислоты повышают коллоидную стабильность смешанной дисперсии карбонатов и каолина. Отмечен синергизм стабилизирующего действия смесей поликислот с различной гидрофобностью: в присутствии смеси полиакриловой кислоты с сополимером метакриловой кислоты с терпеном скипидара стабилизационный эффект возрастает 2 раза по сравнению с дисперсией без добавок и в 1,4–1,8 раза по сравнению с индивидуальными компонентами смеси.

**Ключевые слова:** полиакриловая кислота, полиметакриловая кислота, сополимер метакриловой кислоты с терпеном скипидара, ингибитор, дисперсант, стабилизационный эффект

**Для цитирования.** Влияние химической структуры карбоксилсодержащих полимеров на морфологию осадков и устойчивость дисперсий карбонатов / А. Д. Воробьев [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 111–118. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-111-118>

**Artem D. Vorobiev<sup>1</sup>, Academician Alexander V. Bilydukevich<sup>2</sup>, Elena V. Vorobieva<sup>1</sup>,  
Svetlana V. Bucha<sup>1</sup>, Marina A. Astahova<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

<sup>2</sup>*Institute of Physical and Organic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

**EFFECT OF THE CHEMICAL STRUCTURE OF CARBOXYL-CONTAINING POLYMERS  
ON PRECIPITATE MORPHOLOGY AND CARBONATE DISPERSIONS STABILITY**

**Abstract.** The influence of the molecular structure of carboxyl-containing polymers on their inhibitory and stabilizing effect in the precipitation processes was studied using a number of polymeric acids with different contents of carboxyl groups ( $X$ ): polyacrylic acid ( $M_n = 5100$  g-mol<sup>-1</sup>,  $X = 61.11$  %), polymethacrylic acid ( $M_n = 5500$  g-mol<sup>-1</sup>,  $X = 48.79$  %), copolymer of methacrylic acid with turpentine terpene ( $\alpha$ -pinene) ( $M_n = 3500$  g-mol<sup>-1</sup>,  $X = 14.54$  %). It has been established that polyacid molecules slow down the process of crystal growth and recrystallization of the amorphous phase into more stable crystalline forms, which leads to a change in the morphology and structure of a carbonate precipitate. It has also been shown that polycarboxylic acids increase the colloidal stability of a mixed dispersion of carbonates and kaolin. The synergism of the stabilizing effect of mixtures of different hydrophobicity-polyacids was noted: in the presence of a mixture of polyacrylic acid with a copolymer of methacrylic acid with turpentine terpene, the stabilization effect increases 2 times compared to dispersion without additives and 1.4–1.8 times compared with individual components of the mixture.

**Keywords:** polyacrylic acid, polymethacrylic acid, copolymer of methacrylic acid with turpentine terpene, inhibitor, dispersant, stabilizing effect

**For citation.** Vorobiev A. D., Bilydukevich A. V., Vorobieva E. V., Bucha S. V., Astahova M. A. Effect of the chemical structure of carboxyl-containing polymers on precipitate morphology and carbonate dispersions stability. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 111–118 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-111-118>

**Введение.** Карбоксилсодержащие полимеры, в частности поликарбоновые кислоты, находят широкое применение в качестве реологических модификаторов, сорбентов, пленочных покрытий, флокулянтов для очистки сточных вод, стабилизаторов эмульсий, суспендирующих агентов для фармацевтических систем доставки и т. д. [1–3].

В последнее время поликарбоновые кислоты предлагают для ингибирования процессов осадкообразования в водных охлаждающих оборотных системах и обратноосмотической очистке воды. Отмечается важная для практики функция поликислот стабилизировать минеральные дисперсные системы, что препятствует агрегации коллоидных и кристаллических частиц и образованию плотного осадка на поверхности мембран и теплообменников [4; 5].

Кроме практического использования, карбоксилсодержащие полимеры представляют интерес как модельные полимерные системы, изучение свойств которых в зависимости от химической структуры позволит глубже понять механизм влияния полимеров на процессы кристаллизации, устойчивость минеральных и коллоидных систем.

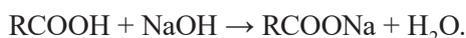
Поскольку молекулы полиэлектролитов содержат заряженные функциональные группы и гидрофобные фрагменты, то при переходе от бинарной системы «полиэлектролит–вода» к трехкомпонентной «полиэлектролит–вода–раствор соли» и четырехкомпонентной, дополнительно содержащей дисперсию из кристаллов солей и коллоидных частиц, может происходить взаимодействие компонентов системы с формированием новых структур, обусловленное как электростатическими свойствами заряженных функциональных групп, так и внутри- и межмолекулярной ассоциацией гидрофобных фрагментов. Сорбционные свойства полиэлектролитов оказывают влияние на их способность модифицировать кристаллическую структуру осадков и стабилизировать дисперсную фазу [6; 7].

Несмотря на значительный интерес к использованию полимерных ингибиторов в водооборотных системах и в установках мембранной очистки воды, вопросы влияния строения карбоксилсодержащих полимеров на их ингибирующее и стабилизирующее действие в процессах осадкообразования мало изучены.

В данном сообщении приведены результаты исследования влияния поликарбоновых кислот с различным соотношением полярных и неполярных групп на структуру кристаллического осадка карбонатов кальция и магния и седиментационную устойчивость смешанной дисперсии карбонатов и глинистых частиц.

**Экспериментальная часть.** В экспериментах использовали хлорид кальция, магния, гидроксид кальция (марка «чда»), каолин (ГОСТ 21285–75), а также полиакриловую кислоту (ПАК, молекулярная масса  $5,1 \cdot 10^3$ ), полиметакриловую кислоту (ПМК, молекулярная масса  $5,5 \cdot 10^3$  (Sigma-Aldrich)) и сополимер метакриловой кислоты с терпеном скипидара ( $\alpha$ -пинен) (СМК-П; молекулярная масса  $3,5 \cdot 10^3$ )<sup>1</sup>.

Содержание карбоксильных групп в выбранных полимерах определяли титрованием растворенной навески полимера щелочью [8]



Для этого в мерную колбу объемом 50 мл помещали 0,3 г исследуемого вещества, взвешенного с точностью до 0,0002 г, и доводили до метки бидистиллированной водой, затем, после полного растворения навески, растворы полимеров пропускали через сильнокислотный катионит в Н-форме (марка КУ 2-8), после чего титровали из микробюретки 0,1 н раствором NaOH измеряя pH равновесного раствора при помощи pH-метра MettlerToledo до тех пор, пока изменение pH не становилось незначительным. Анализировали две пробы, параллельно проводили контрольный опыт с тем же количеством растворителя.

Содержание карбоксильных групп  $X$  (%) вычисляли по формуле

$$X = \frac{(V_1 - V_2)F \cdot 0,0045 \cdot 100}{g},$$

где  $V_1$  – объем 0,1 н раствора NaOH, израсходованного на титрование пробы с навеской полимера, см<sup>3</sup>;  $V_2$  – объем 0,1 н раствора NaOH, израсходованного на титрование пробы с контрольной

<sup>1</sup> Способ получения сополимера метакриловой кислоты с терпенами: а. с. 1435580 СССР, МКИ С 08 F 220/06 / Л. М. Старкова, Н. П. Крутько, Е. В. Воробьева; № 4154500/23-05; заявл. 01.12.86; опубл. 07.11.88 // Открытия. Изобрет. – 1988. – № 41. – С. 83.

пробы, см<sup>3</sup>;  $g$  – масса навески, г;  $F$  – поправочный коэффициент 0,1 н раствора щелочи; 0,0045 – количество СООН-групп, соответствующее 1 мл точно 0,1 н раствора щелочи, г.

По результатам исследования содержание карбоксильных групп для полимеров составило:  $X$  (ПАК) – 61,11 %,  $X$  (ПМК) – 48,79 %,  $X$  (СМК-П) – 14,54 %. Таким образом, выбранные полимеры можно расположить в ряд по увеличению доли неполярных групп следующим образом: СМК-П > ПМК > ПАК.

Для приготовления модельных растворов хлорид кальция, хлорид магния и гидрокарбонат кальция растворяли в дистиллированной воде с молярным соотношением  $\text{Ca}^{2+} / \text{Mg}^{2+}$ , равным 3,7. pH раствора доводили до значения 9,0 при помощи 0,1 М раствора NaOH. Осаждение карбонатов из полученных модельных растворов проводили при температуре  $(80 \pm 5)$  °С при непрерывном перемешивании в течение 3 ч. Затем образовавшийся осадок отфильтровывали на бумажном фильтре «синяя лента» и сушили при комнатной температуре.

Исследование седиментационной устойчивости смешанной дисперсии карбонатов кальция и магния и каолина (в количестве 95 и 5 % от общей массы твердой фазы соответственно) без добавок и в присутствии полимеров проводили следующим образом: 1,0 г навески твердой фазы добавляли к 99,0 г дистиллированной воды, при необходимости вводили полимерные добавки (0,1 мг/л), перемешивали с использованием магнитной мешалки со скоростью 600 об/мин в течение 60 мин при постоянной температуре  $(22 \pm 1)$  °С. Аликвоту полученной дисперсии объемом 10 мл переносили в мерную колбу и доводили до 100 мл дистиллированной водой. Измерение оптической плотности ( $D$ ) образцов, помещенных в стеклянную кювету толщиной 30 мм, проводили с использованием спектрофотометра Cary Win UV50 при длине волны 450 нм через определенные интервалы времени.

Исследование размера частиц проводили на автоматическом фотоседиментометре ФСХ-4; структуры и формы частиц осадка – с использованием электронного сканирующего микроскопа JSM-5610 6 LV с системой химического анализа EDXJED-2201 JEOL (Япония). Изображения образцов получали с рабочим разрешением 3,5 нм (ускоряющее напряжение первичного электронного пучка 20 кВ) с использованием детектора обратно отраженных электронов.

**Результаты и их обсуждение.** Влияние полиэлектролитов на физико-химические свойства системы, в которой одновременно происходит несколько взаимосвязанных процессов – кристаллизация карбонатов кальция и магния из растворов, формирование дисперсий кристаллических и коллоидных частиц, переход от гомогенной к гетерогенной системе – изучено в отношении морфологии и структуры кристаллизующихся осадков и в отношении сформированных смешанных дисперсий карбонатов и коллоидных глинистых частиц.

В процессе кристаллизации карбонатов кальция и магния из растворов возможно образование различных полиморфных модификаций – магнезиальный кальцит, арагонит и ватерит. В условиях проведения исследований, как правило, образуется смесь трех полиморфов [9; 10]. Как видно из рис. 1, в присутствии полимера в процессе роста частиц органические молекулы, вероятно, стабилизируют частицы ватерита, выборочно сорбируясь на поверхности кристаллов, и ограничивают рост более стабильных форм. Добавление полимеров, помимо стабилизации ватерита, также приводит к изменению морфологии и структуры частиц.

Как видно из рис. 1, *a*, твердая фаза осадка, полученного в отсутствие полимера, представлена зернами столбчатого габитуса, которые образуют хаотически распределенные сростки, трубчатые друзы либо правильные кубики. Их анизометрический габитус и тенденция к направленному росту указывают на кристаллическое строение.

Микрофотографии структуры твердой фазы, образовавшейся в аналогичной системе в присутствии ПАК, представлены на рис. 1, *b*. В данном случае структура осадка существенно отличается от фазы, образующейся в отсутствие полимера, и представлена, в основном, агломератами зерен округлой формы. Осадок, представленный частицами округлой формы, наблюдается также и в системах с полиметакриловой кислотой (рис. 1, *c*), которые характеризуются меньшим размером и практически полным отсутствием столбчатых и кубических кристаллов.

Введение в систему до начала кристаллизации синтезированного полимера (СМК-П) приводит к более развитой и неоднородной поверхности частиц по сравнению с системами, содержащими поликислоты с меньшей долей гидрофобных групп (рис. 1, *d*).

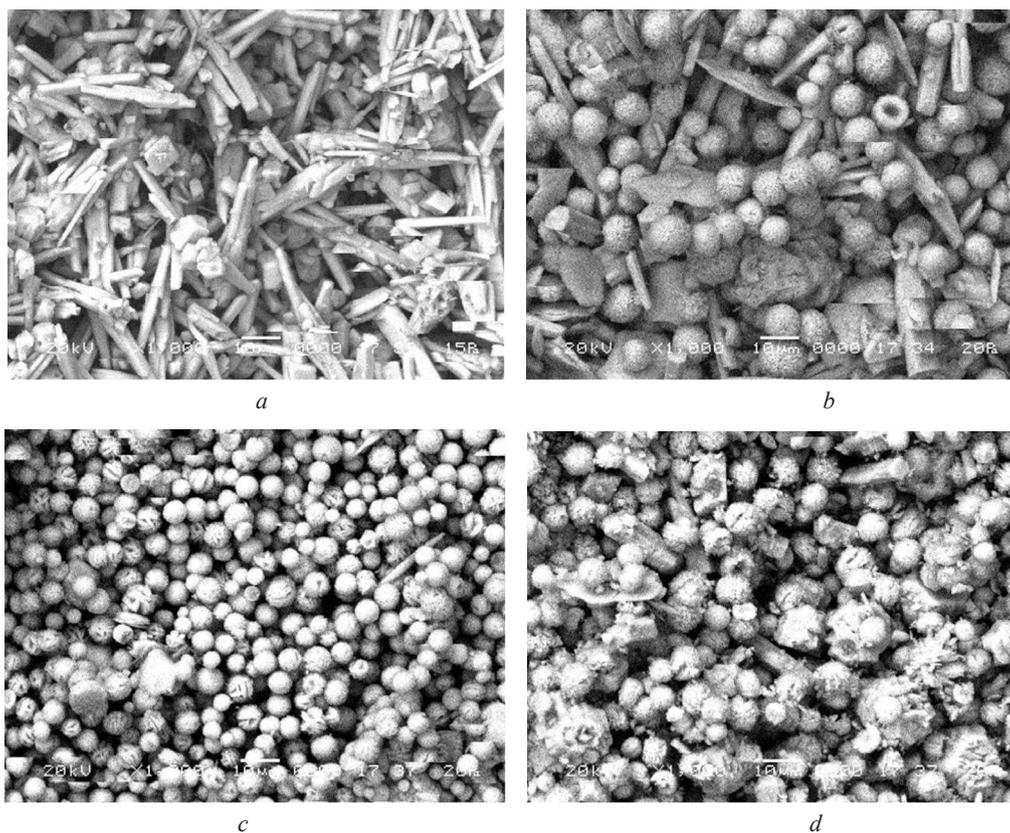


Рис. 1. Фотографии (увеличение в 1000 раз) осадка карбонатов кальция и магния, полученного без добавок (*a*) и в присутствии ПАА (*b*), ПМК (*c*) и СМК-II (*d*)

Fig. 1. Photos ( $\times 1000$ ) of the calcium and magnesium carbonate precipitate obtained without additives (*a*) and in the presence of PAA (*b*), PMA (*c*) and CMA-P (*d*)

Взаимодействие ионизированных карбоксильных групп поликислот с ионами кальция и магния, расположенными на поверхности растущего кристалла, сопровождается экранизацией поверхностного заряда. Наличие гидрофобного радикала поликислот затрудняет доступ карбонат-ионов к поверхности кристалла, способствует замедлению его роста и изменению габитуса, тормозит рекристаллизацию в более устойчивые кристаллические формы.

В [11; 12] предполагается, что способность данных соединений к модификации кристаллической структуры карбонатных осадков также обусловлена структурно-геометрическим подобием карбоксилат- и карбонат-ионов. При взаимодействии кислородных атомов карбонатной группы с карбоксилат-ионами эквивалентность связей нарушается, что является причиной ростовой дисимметризации карбонатных структур и изменения структуры кристалла.

На фотографиях дисперсии, полученной в присутствии смеси полимеров с различной гидрофобностью, видны частицы изометрического габитуса аморфной структуры, причем размер частиц уменьшается при введении в дисперсию смеси ПАК с СМК-II с низким содержанием гидрофобного компонента (рис. 2). Соотношение ПАК к СМК-II 9 : 1 было выбрано как наиболее эффективное согласно результатам предварительных исследований данных полимерных соединений на лабораторной модельной установке РМАС SCL, описанной в [13].

Глобулярный габитус кристаллов карбонатов, формирующихся в присутствии смеси поликислот с различной долей гидрофобных и гидрофильных групп, обусловлен адсорбцией полимеров на поверхности растущего кристалла и частичной инкорпорацией молекул полимера в неорганическую матрицу. Структура полимерных цепей, находящихся в среде с ионами, приводит к формированию неоднородной поверхности растущих частиц.

В присутствии поликислот наблюдается увеличение коллоидной стабильности дисперсии, обеспечивается взвешенное состояние частиц, что приводит к повышению оптической плотности системы. На рис. 3 приведены результаты исследования кинетической (седиментационной)

устойчивости дисперсии карбонатов с каолином. Из рис. 3 видно, что оптическая плотность без добавок полимеров со временем снижается и через 3–4 ч достигает минимума (0,02), что свидетельствует о низкой седиментационной устойчивости системы. В присутствии ПАК оптическая плотность дисперсии в среднем в 1,4 раза выше, чем в контрольном варианте; ПМК – в 1,2 раза выше; СМК-П – в 1,1 раза выше. Таким образом, чем больше гидрофобных функциональных групп в полимерной цепи, тем менее выражена тенденция стабилизирующего действия поликислот.

Обращает на себя внимание синергизм стабилизирующего действия смесей поликислот: в присутствии смесей ПАК с ПМК и СМК-П (соотношение полимеров в смеси 1 : 1) оптическая плотность через 3 ч была в 1,7 раза выше по сравнению с дисперсией без добавок. Оптическая плотность дисперсии при введении смеси ПАК с СМК-П с низким содержанием гидрофобного компонента (соотношение полимеров 9 : 1) была в 2 раза выше по сравнению с дисперсией без добавок; в 1,4 раза по сравнению с ПАК и в 1,8 раза по сравнению с СМК-П.

Синергизм стабилизирующего действия смеси поликислот с различной гидрофобностью можно объяснить механизмом стерической стабилизации коллоидных дисперсных систем, который основан на отличии в адсорбции полимеров, имеющих различное соотношение гидрофильных и гидрофобных групп. Как правило, полимер, имеющий большее количество гидрофобных групп, выступает в роли так называемого якорного полимера и адсорбируется на поверхности коллоидной частички. В свою очередь, полимер с более высокой долей гидрофильных групп взаимодействует с якорным полимером и служит стабилизирующим фрагментом комплекса полимер-коллоидная частица [14–16].

Как видно из таблицы, в смешанной дисперсии содержание частиц с размером 20–40 мкм практически не зависит от гидрофобности поликислот. Некоторое увеличение доли крупных частиц при использовании СМК-П может быть обусловлено флокулирующим действием полимера. При введении смеси полимеров содержание мелких частиц резко возрастает по сравнению с системами, содержащими полимеры по отдельности.

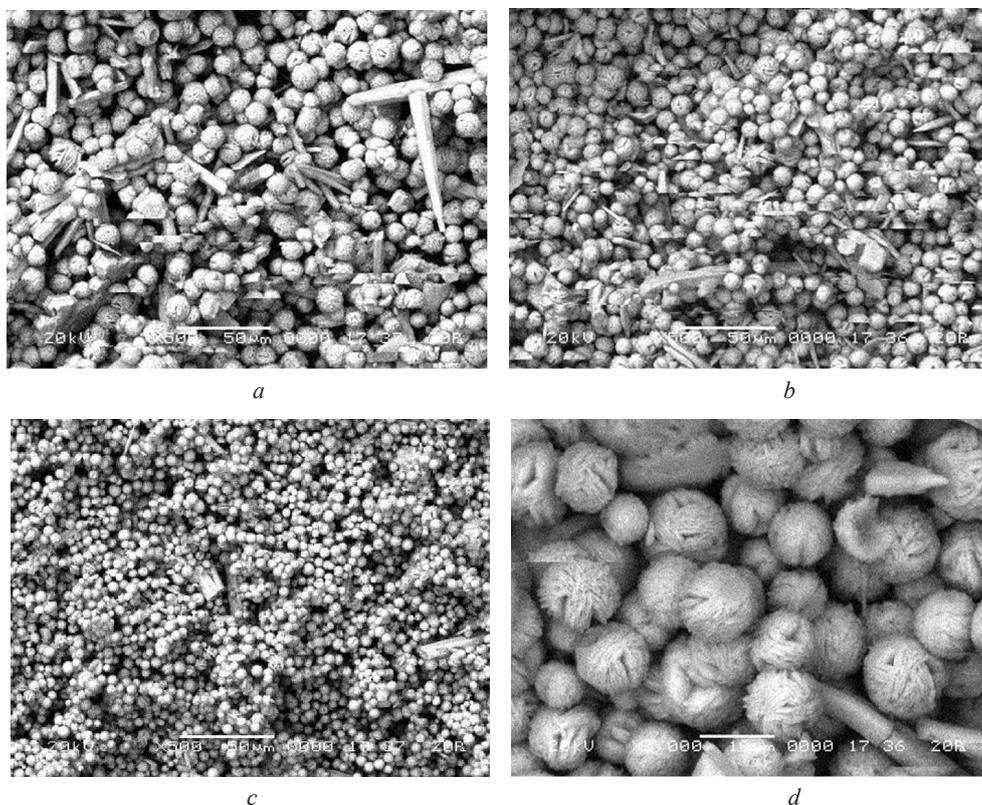


Рис. 2. Фотографии (*a–c* увеличение 500 раз; *d* – 2000 раз) карбонатов в присутствии смеси полимеров: ПАК с ПМК (*a*); ПАК с СМК-П (*b–d*) с соотношением компонентов 1 : 1 (*a, b*) и 9 : 1 (*c, d*)

Fig. 2. Photos (*a–c*  $\times 500$ ; *d* –  $\times 2000$ ) of carbonates in the presence of a polymer mixture: PAA with PMA (*a*); PAA with CMA-P (*b–d*) with the component ratio of 1 : 1 (*a, b*) and 9 : 1 (*c, d*)

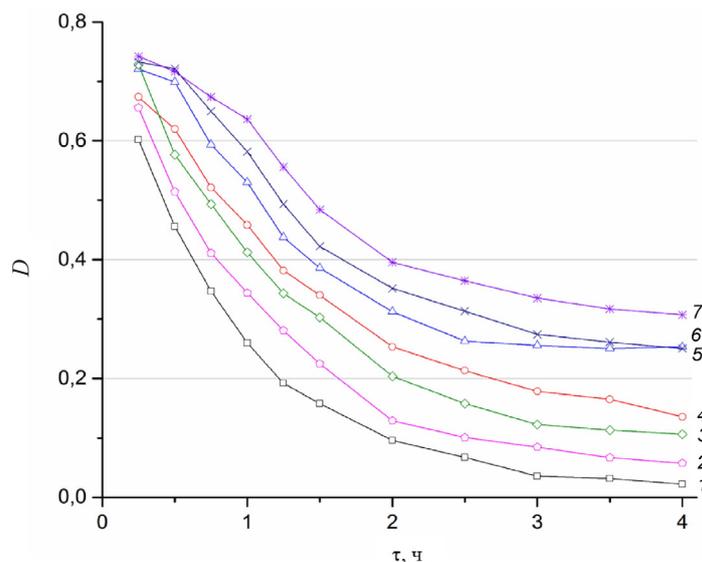


Рис. 3. Зависимость оптической плотности дисперсии карбонатов ( $D$ ) от времени ( $\tau$ ) без добавок (1) и в присутствии полимеров (0,1 мг/г): СМК-П (2), ПМК (3), ПАК (4), смеси ПАК с ПМК (5), ПАК с СМК-П (6, 7) с соотношением компонентов 1 : 1 (5, 6) и 9 : 1 (7)

Fig. 3. Carbonates dispersion optical density ( $D$ ) vs. time ( $\tau$ ) without additives (1) and in the presence of polymers (0.1 mg/g): СМА-Р (2), РМА (3), РАА (4), mixture of РАА with РМА (5), РАА with СМА-Р (6, 7) with the component ratio of 1 : 1 (5, 6) and 9 : 1 (7)

Эффект изменения размеров частиц проявляется в большей степени при увеличении доли гидрофобных групп в одном из компонентов смеси, а также при уменьшении содержания гидрофобного компонента. Полученные данные согласуются с результатами седиментационного анализа и, по-видимому, объясняются стабилизирующим действием адсорбционного слоя, сформированного молекулами на поверхности частиц.

В случае смешанной дисперсии карбонатов и каолина макромолекулы поликислот, содержащие заряженные функциональные группы и неполярные участки полимерной цепи, адсорбируются на поверхности как гидрофильных, так и гидрофобных частиц. Уменьшение размера частиц и увеличение кинетической устойчивости смешанной дисперсии в случае использования смеси ПАК с СМК-П с относительно низким содержанием последнего, как обсуждалось выше, может быть связано с «якорным» механизмом стабилизации коллоидной системы полимерами.

Способность поликислот взаимодействовать с ионами щелочноземельных металлов с образованием водорастворимых комплексов, а также адсорбироваться на поверхности зародышей кристаллизации солей жесткости, блокируя центры роста кристаллов, приводит к тому, что практически на любой поверхности, в том числе поверхности мембранных элементов, не происходит кристаллизация солей жесткости и образования осадков.

Кроме того, полимерные карбоксильные кислоты способны постепенно разрушать образовавшиеся осадки карбонатов, которые в виде мелких частиц легко удаляются циркулирующей

#### Размер частиц смешанной дисперсии карбонатов и каолина в присутствии поликислот

#### Size of particles with mixed dispersion of carbonates and kaolin in the presence of polyacids

Полимер (0,1 мг/л) Polymer (0.1 g/l)	Содержание (%) частиц с размером (мкм) Content (%) of particles with size ( $\mu\text{m}$ )		
	1–20	20–40	40–100
ПАК	24,8	69,4	5,8
ПМК	21,3	69,1	9,6
СМК-П	18,2	70,4	11,4
ПАК с ПМК (1 : 1)	39,3	57,5	3,2
ПАК с СМК-П (1 : 1)	48,4	48,7	2,9
ПАК с СМК-П (9 : 1)	65,1	32,4	2,5

водой [17]. Это явление объясняется не только химическими процессами взаимодействия компонентов системы, но и перестройкой кристаллической решетки карбоната кальция из кальцита в ватерит и арагонит, а также так называемым эффектом Ребиндера – расклинивающим действием молекул полимеров, адсорбированных в микро- и мезопорах отложений карбонатов. Уникальная способность карбоксилсодержащих полимеров ингибировать процесс кристаллизации карбоната кальция определяется геометрическим сходством карбонат- и карбоксилат-ионов.

Стабилизирующее действие поликислот в отношении дисперсий, содержащих осадки карбонатов и коллоидные частицы, обусловлено их способностью к взаимодействию с частицами различной природы благодаря наличию в полимерной цепи как заряженных, так и неполярных функциональных групп.

**Заключение.** Карбоксилсодержащие полимеры (полиакриловая и полиметакриловая кислоты, сополимер метакриловой кислоты с терпеном скипидара) с различным содержанием гидрофобных звеньев контролируют рост кристаллической фазы карбонатов кальция и магния. Молекулы поликислот замедляют процессы роста кристаллов и рекристаллизацию аморфной фазы в более устойчивые кристаллические формы, что приводит к изменению морфологии и структуры осадка карбонатов.

Поликарбоновые кислоты повышают коллоидную стабильность смешанной дисперсии карбонатов и каолина. За счет эффекта стабилизации светопропускание дисперсии уменьшается в присутствии поликислот в среднем в 1,1–1,4 раза, причем увеличение доли гидрофобных функциональных групп в полимерной цепи ослабляет стабилизирующее действие поликислот.

Отмечен синергизм стабилизирующего действия смесей поликислот с различной гидрофобностью: светопропускание уменьшается в 2 раза по сравнению с дисперсией без добавок и в 1,4–1,8 раза по сравнению с компонентами смеси.

На практике, в мембранных установках и в водооборотных системах, для которых характерны условия пересыщения по осадкообразующим ионам, наличие центров кристаллизации и недостаточная турбулизация потока, поликислоты ингибируют рост кристаллов и образование осадка на поверхности мембран или теплопередающих стенках оборудования, а также повышают седиментационную устойчивость дисперсии, что препятствует образованию плотного слоя из мелких кристаллов и частиц.

### Список использованных источников

1. Hawe, M. Acrylic Polymers as Rheology Modifiers for Water-based Systems / M. Hawe // Handbook of Industrial Water Soluble Polymers. – 2007. – P. 32–72. <https://doi.org/10.1002/9780470988701.ch3>
2. Li, Q. Study on the molecular behavior of hydrophobically modified poly(acrylic acid) in aqueous solution and its emulsion-stabilizing capacity / Q. Li, R. Yuan, Y. Li // Journal of Applied Polymer Science. – 2013. – Vol. 128, N 1. – P. 206–215. <https://doi.org/10.1002/app.38169>
3. Rubinstein, M. Polyelectrolytes in biology and soft matter / M. Rubinstein, G. A. Papoian // Soft Matter. – 2012. – Vol. 8, N 36. – P. 9265–9267. <https://doi.org/10.1039/c2sm90104h>
4. Полиакриловая кислота и композиции на ее основе для ингибирования осадкообразования в водооборотных системах / И. В. Шестак [и др.] // Журн. прикладной химии. – 2009. – Т. 82, № 10. – С. 1742–1745.
5. Huang, S.-C. Effect of Molecular Weights of Poly(acrylic acid) on Crystallization of Calcium Carbonate by the Delayed Addition Method / S.-C. Huang, K. Naka, Y. Chujo // Polym. J. – 2008. – Vol. 40, N 2. – P. 154–162. <https://doi.org/10.1295/polymj.pj2007162>
6. Adsorption mechanism and dispersion efficiency of three anionic additives [poly(acrylic acid), poly(styrene sulfonate) and HEDP] on zinc oxide / C. Dange [et al.] // Journal of Colloid and Interface Science. – 2007. – Vol. 315, N 1. – P. 107–115. <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2007.03.068>
7. Taylor, J. J. Adsorption of sodium polyacrylate in high solids loading calcium carbonate slurries / J. J. Taylor, W. M. Sigmund // Journal of Colloid and Interface Science. – 2010. – Vol. 341, N 2. – P. 298–302. <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2009.09.048>
8. Торопцева, А. М. Лабораторный практикум по химии и технологии высокомолекулярных соединений / А. М. Торопцева, В. М. Бондаренко, К. В. Белгородская. – Л., 1972. – 415 с.
9. Массовая кристаллизация в неорганических системах / Т. А. Ларичев [и др.]. – Кемерово, 2006. – 176 с.
10. Шубников, А. В. Избранные труды по кристаллографии / А. В. Шубников. – М., 1975. – 551 с.
11. Oriented Nanocrystal Mosaic in Monodispersed CaCO<sub>3</sub> Microspheres with Functional Organic Molecules / H. Imai [et al.] // Cryst. Growth Des. – 2012. – Vol. 12, N 2. – P. 876–882. <https://doi.org/10.1021/cg201301x>
12. Чаусов, Ф. Ф. Влияние кристаллической структуры солей на эффективность ингибирования их кристаллизации органофосфонатами / Ф. Ф. Чаусов // Химия. – 2008. – Т. 51, № 5. – С. 63–67.
13. Дормешкин, О. Б. Метод оценки эффективности действия реагентов-ингибиторов накипеобразования / О. Б. Дормешкин, А. Д. Воробьев, Д. В. Чердниченко // Труды БГТУ. – 2013. – № 3. – С. 67–70.
14. Неппер, Д. Стабилизация коллоидных дисперсий полимерами: пер. с англ. / Д. Неппер. – М., 1986. – 487 с.
15. Electrosteric stabilization of colloidal dispersions / G. Fritz [et al.] // Langmuir. – 2002. – Vol. 18, N 16. – P. 6381–6390. <https://doi.org/10.1021/la015734j>

16. Zhang, J. Progress of nanocrystalline growth kinetics based on oriented attachment / J. Zhang, F. Huang, Z. Lin // *Nanoscale*. – 2010. – Vol. 2, N 1. – P. 18–34. <https://doi.org/10.1039/b9nr00047j>

17. Mineral scales and deposits: scientific and technological approaches / eds. by Z. Amjad, K. D. Demadis. – Elsevier, 2015. – 758 p. <https://doi.org/10.1016/c2012-0-07278-x>

## References

1. Hawe M. Acrylic Polymers as Rheology Modifiers for Water-based Systems. *Handbook of Industrial Water Soluble Polymers*, 2007, pp. 32–72. <https://doi.org/10.1002/9780470988701.ch3>
2. Li Q., Yuan R., Li Y. Study on the molecular behavior of hydrophobically modified poly(acrylic acid) in aqueous solution and its emulsion-stabilizing capacity. *Journal of Applied Polymer Science*, 2013, vol. 128, no. 1, pp. 206–215. <https://doi.org/10.1002/app.38169>
3. Rubinstein M., Pappas G. A. Polyelectrolytes in biology and soft matter. *Soft Matter*, 2012, vol. 8, no. 36, pp. 9265–9267. <https://doi.org/10.1039/c2sm90104h>
4. Shestak I. V., Vorob'eva E. V., Basalyga I. I., Krut'ko N. P., Vorob'ev A. D. Polyacrylic acid and formulations based on it as inhibitors of deposit formation in water-recycling systems. *Russian Journal of Applied Chemistry*, 2009, vol. 82, no. 10. pp. 1894–1897. <https://doi.org/10.1134/s1070427209100280>
5. Huang S.-C., Naka K., Chujo Y. Effect of Molecular Weights of Poly(acrylic acid) on Crystallization of Calcium Carbonate by the Delayed Addition Method. *Polymer Journal*, 2008, vol. 40, no. 2, pp. 154–162. <https://doi.org/10.1295/polymj.pj2007162>
6. Dange C., Phan T. N. T., André V., Rieger J., Persello J., Foissy A. Adsorption mechanism and dispersion efficiency of three anionic additives [poly(acrylic acid), poly(styrene sulfonate) and HEDP] on zinc oxide. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2007, vol. 315, no. 1, pp. 107–115. <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2007.03.068>
7. Taylor J. J., Sigmund W. M. Adsorption of sodium polyacrylate in high solids loading calcium carbonate slurries. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2010, vol. 341, no. 2, pp. 298–302. <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2009.09.048>
8. Toroptseva A. M., Bondarenko V. M., Belogorodskaya K. V. *Laboratory Workshop on Chemistry and Technology of Macromolecular Compounds*. Leningrad, 1972. 415 p. (in Russian).
9. Laritchev T. A., Sotnikova L. V., Sechkarev B. A., Breslav Y. A., Utekhin A. N. *Bulk Crystallization in Inorganic Systems*. Kemerovo, 2006. 176 p. (in Russian).
10. Shubnikov A. V. *Selected works on crystallography*. Moscow, 1975. 551 p. (in Russian).
11. Imai H., Tochimoto N., Nishino Y., Takezawa Y., Oaki Y. Oriented Nanocrystal Mosaic in Monodispersed CaCO<sub>3</sub> Microspheres with Functional Organic Molecules. *Crystal Growth and Design*, 2012, vol. 12, no. 2, pp. 876–882. <https://doi.org/10.1021/cg201301x>
12. Chausov F. F. Influence of the Crystal Structure of Salts on the Efficiency of Inhibition of Their Crystallization by Organophosphonates. *Chemistry*, 2008, no. 5, pp. 63–67 (in Russian).
13. Dormeshkin O. B., Vorobiov A. D., Cherednichenko D. V. Evaluation method of scaling inhibitors action effectiveness. *Trudy BNTU [Proceedings of BSTU]*, 2013, no. 3, pp. 67–70 (in Russian).
14. Nepper D. *Stabilization of colloidal dispersions by polymers*. London, 1984.
15. Fritz G., Schädler V., Willenbacher N., Wagner N. J. Electrosteric stabilization of colloidal dispersions. *Langmuir*, 2002, vol. 18, no. 16, pp. 6381–6390. <https://doi.org/10.1021/la015734j>
16. Zhang J., Huang F., Lin Z. Progress of nanocrystalline growth kinetics based on oriented attachment. *Nanoscale*, 2010, vol. 2, no. 1, pp. 18–34. <https://doi.org/10.1039/b9nr00047j>
17. Amjad Z., Demadis D., eds. *Mineral scales and deposits: scientific and technological approaches*. Elsevier, 2015. 758 p. <https://doi.org/10.1016/c2012-0-07278-x>

## Информация об авторах

*Воробьев Артем Дмитриевич* – канд. хим. наук, заведующий лабораторией. Институт общей и неорганической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 9/1, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: pdvc@tut.by.

*Бильдюкевич Александр Викторович* – академик, д-р хим. наук, профессор, директор. Институт физико-органической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 13, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: uf@ifoch.bas-net.by.

*Воробьева Елена Викторовна* – д-р хим. наук, профессор, заведующий лабораторией. Институт общей и неорганической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 9/1, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: evorobieva@igic.bas-net.by.

*Буча Светлана Васильевна* – науч. сотрудник. Институт общей и неорганической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 9/1, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: bucha1003@gmail.com.

*Астахова Марина Александровна* – науч. сотрудник. Институт общей и неорганической химии НАН Беларуси (ул. Сурганова, 9/1, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: manya88ama@mail.ru.

## Information about the authors

*Vorobiev Artem D.* – Ph. D. (Chemistry), Head of the Laboratory. Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (9/1, Sarganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: pdvc@tut.by.

*Bildyukevich Alexander V.* – Academician, D. Sc. (Chemistry), Professor, Director. Institute of Physical and Organic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (13, Sarganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: uf@ifoch.bas-net.by.

*Vorobieva Elena V.* – D. Sc. (Chemistry), Professor, Head of the Laboratory. Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (9/1, Sarganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: evorobieva@igic.bas-net.by.

*Bucha Svetlana V.* – Researcher. Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (9/1, Sarganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: bucha1003@gmail.com.

*Astakhova Marina A.* – Researcher. Institute of General and Inorganic Chemistry of the National Academy of Sciences of Belarus (9/1, Sarganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: manya88ama@mail.ru.

ISSN 1561-8323 (Print)  
ISSN 2524-2431 (Online)

## БИОЛОГИЯ BIOLOGY

УДК 639.3.034.2; 575.174.015.3  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-119-125>

Поступило в редакцию 27.06.2022  
Received 27.06.2022

**В. Н. Кипень, М. Е. Михайлова, Е. В. Снытков, член-корреспондент Р. И. Шейко**

*Институт генетики и цитологии Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

### АНАЛИЗ ПОЛИМОРФИЗМА ГЕНОВ *KDM3A* И *DBX2* ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ СВИНЕЙ ПОРОДЫ ДЮРОК ВИДА *SUS SCROFA DOMESTICUS*

**Аннотация.** Проведено генотипирование особей 7 коммерческих пород домашних свиней: дюрок, ландрас, белорусская крупная белая, белорусская черно-пестрая, белорусская мясная, пьетрен и йоркшир по генам *KDM3A* и *DBX2*. Подтвержден высокий породоспецифичный потенциал полиморфных локусов g.58335217A>G (ген *KDM3A*) и g.75953650G>T (ген *DBX2*) для дифференциации свиней породы дюрок вида *Sus scrofa domestica*. Предложена тест-модель для дифференциации особей породы дюрок по биоинформатической оценке совокупного вклада двух SNP генов *KDM3A* и *DBX2*. Данная тест-модель не имеет мировых аналогов, а точность ее оценки и специфичности составляет 98,76 и 99,68 % соответственно. С использованием ПЦР-ПДРФ разработан быстрый и простой подход для дифференциации породы дюрок на основании предложенной тест-модели.

**Ключевые слова:** *Sus scrofa domestica*, домашняя свинья, дюрок, однонуклеотидный полиморфизм, дифференциация, ПЦР-ПДРФ, генотипирование *in silico*

**Для цитирования.** Анализ полиморфизма генов *KDM3A* и *DBX2* для дифференциации свиней породы дюрок вида *Sus scrofa domestica* / В. Н. Кипень [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 119–125. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-119-125>

**Viachaslau N. Kipen, Mariya E. Mikhailova, Evgenij V. Snytkov, Corresponding Member Ruslan I. Sheyko**

*Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

### ANALYSIS OF *KDM3A* AND *DBX2* GENE POLYMORPHISM FOR DIFFERENTIATION OF *SUS SCROFA DOMESTICUS* DUROC PIGS

**Abstract.** Genotyping of individuals of 7 commercial breeds of domestic pigs was carried out: Duroc, Landrace, Belarusian Large White, Belarusian Black-and-White, Belarusian meat, Pietrain and Yorkshire for the *KDM3A* and *DBX2* genes. The high breed-specific potential of polymorphic loci g.58335217A>G (*KDM3A* gene) and g.75953650G>T (*DBX2* gene) for differentiation of Duroc pigs of the species *Sus scrofa domestica* was confirmed. A test model for differentiation of Duroc individuals by bioinformatic assessment of a total contribution of two SNPs of the *KDM3A* and *DBX2* genes was proposed. This test model has no analogues in the world, and its estimation accuracy and specificity are 98.76 and 99.68 %, respectively. Using PCR-RFLP, a fast and simple approach has been developed to differentiate the Duroc breed based on the proposed test model.

**Keywords:** *Sus scrofa domestica*, domestic pig, Duroc, single nucleotide polymorphism, differentiation, PCR-RFLP, *in silico* genotyping

**For citation.** Kipen V. N., Mikhailova M. E., Snytkov E. V., Sheyko R. I. Analysis of *KDM3A* and *DBX2* gene polymorphism for differentiation of *Sus scrofa domestica* duroc pigs. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 119–125 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-119-125>

**Введение.** Современная домашняя свинья (*Sus scrofa domestica*) является результатом многовековой эволюции и развития вида под воздействием естественного отбора и деятельности человека. Высокий полиморфизм (многообразие форм) этого вида свидетельствует о множестве исходных предковых форм, с одной стороны, а также различной интенсивности и направлениях искусственного отбора в процессе доместикации и селекции – с другой [1].

В процессе исторического развития *Sus scrofa domestica* как подвид претерпел большие изменения. Помимо факторов доместикации и отбора на формирование наиболее желательного типа оказывал, а на современном этапе стал доминирующим, экономический фактор – получение большего количества продукции высокого качества при наименьших производственных затратах. Эволюция шла от примитивных форм до современных высокопродуктивных пород,

линий и типов, при этом естественный отбор все чаще заменялся искусственным. Однако в условиях интенсивных промышленных технологий реализация генетического потенциала даже при хороших условиях кормления и содержания остается низкой в масштабе стад и пород. И причина тому – резко возросшая подверженность свиней заболеваниям и прохолостам, а также сокращение продолжительности племенного использования. Возникшие сложности стали следствием нарушения баланса естественного отбора, отвечающего за сохранение жизнеспособности животных, а также искусственного отбора, направленного преимущественно на создание высокопродуктивных линий. Исходя из этого, дальнейшее увеличение продуктивности должно согласовываться с минимальным увеличением затрат на выведение новых специализированных типов и линий свиней.

Одним из решений данной проблемы является оптимизация схем скрещивания: выбор наиболее генетически «чистых», без примеси других пород, особей конкретной породы для получения заводских линий. Для этих целей целесообразно проводить генетический скрининг животных с использованием методов молекулярной биологии. Отчасти для этих целей фирмой Illumina (США) был разработан PorcineSNP60 BeadChip, который позволяет определить более 60 тысяч генетических маркеров (в основном – SNP, Single Nucleotide Polymorphism), равномерно распределенных по геному *Sus scrofa domesticus* [2].

В Республике Беларусь наиболее распространены следующие породы свиней – белорусская крупная белая (БКБ), белорусская мясная (БМ), йоркшир, ландрас, дюрок, пьетрен, белорусская черно-пестрая (БЧП). Причем на долю белорусской крупной белой и белорусской мясной приходится более 85 % всего поголовья. В то же время племенной молодняк породы дюрок пользуется высоким спросом среди производителей свинины из-за высокого (до 65 %) выхода мяса в тушах при его отличном качестве, вкусовых и технологических свойствах [3]. Кроме того, эти свиньи обладают исключительной ценностью при селекции на повышение неспецифической защиты организма. Коммерческая порода дюрок широко используется в промышленном свиноводстве – при совершенствовании существующих пород свиней и создании новых линий [3]. Хряки этой породы используются в качестве терминальной линии для производства товарных свиней, характеризующихся высоким качеством мяса и туши. На сегодняшний день порода дюрок широко распространена в европейских странах. В Республике Беларусь распространенность поголовья данной породы составляет менее одного процента от общей численности поголовья *Sus scrofa domesticus*.

Таким образом, свиньи породы дюрок активно используются в селекционных схемах скрещивания для увеличения выхода товарной продукции. В связи с этим молекулярно-генетические методы позволят идентифицировать чистых хряков-производителей для селекции. Решением данной задачи является поиск в геноме свиней данной породы породоспецифичных SNP, т. е. таких полиморфных вариантов, частота распространенности мажорного аллеля для которых стремится к 100 % и в следовых количествах (желательно – менее 10 %) встречается у альтернативных пород. В предыдущих наших работах была показана возможность использования данных NGS-проектов для поиска SNP, обладающих высоким дифференцирующим потенциалом для различения особей в пределах биологического вида [4–8]. Однако в научной литературе практические результаты решения задачи дифференциации с использованием SNP в пределах вида *Sus scrofa domesticus* (в контексте пороодообразования) представлены незначительно.

Таким образом, цель данного исследования – с использованием методов биоинформатики выявить SNP с высоким дифференцирующим потенциалом для установления принадлежности биологических образцов к животным породы дюрок подвида *Sus scrofa domesticus*, и на основании проведенного анализа предложить тест-модель из нескольких SNP для дифференциации особей породы дюрок от других пород (БКБ, БМ, йоркшир, ландрас, пьетрен, БЧП).

**Материалы и методы исследования.** Биологические образцы. В исследование были включены следующие группы домашних свиней (375 особей): дюрок ( $n = 60$ ), ландрас ( $n = 60$ ), БКБ ( $n = 70$ ), БМ ( $n = 65$ ), БЧП ( $n = 30$ ), пьетрен ( $n = 30$ ), йоркшир ( $n = 60$ ). Были использованы биологические образцы (выщипы ушной раковины) домашних свиней из коллекции лаборатории генетики животных Института генетики и цитологии НАН Беларуси (Минск, Беларусь).

Выделение ДНК проводили с использованием методики, основанной на высвобождении ДНК в ходе инкубирования образцов биологического материала в лизирующем буфере, содержащем

2 %-ный додецилсульфат натрия (SDS), 20 mM Tris-HCl, 100 mM NaCl, 20 mM EDTA (pH 8,0) и протеиназу К. При наличии фрагментов, которые подверглись лизису не полностью, осадок отделяли центрифугированием в течение 5 мин при 3000 об/мин, а супернатант переносили в новую пробирку. К супернатанту добавили 6,3 М раствор гуанидинхлорида в объеме 1/2 от объема исходной смеси, далее помещали пробирки в холодильник при 0–5 °С на 10–15 мин, осадок комплекса продуктов расщепления белков с SDS удаляли центрифугированием в течение 8 мин (5000 об/мин). Далее использовали коммерческую смесь Roti®-Phenol ([www.carlroth.com](http://www.carlroth.com)) согласно рекомендациям производителя.

Концентрацию ДНК измеряли с использованием спектрофотометра DeNovix QFX Fluorometer (США). Среднее значение концентрации ДНК составило  $78,2 \pm 19,7$  нг/мкл ( $260/280 - 1,89 \pm 0,14$ ).

**ПЦР-ПДРФ анализ.** Реакцию ПЦР для генотипирования по SNP g.58335217A>G (ген *KDM3A*) и g.75953650G>T (ген *DBX2*) проводили в объеме 20 мкл. Количество вносимой ДНК на реакцию составляло 10–20 нг. В состав реакционной смеси входили: ArtTaq-полимераза (ООО «АртБиоТех», Беларусь); 10x ПЦР-буфер (100 mM Tris-HCl, 500 mM KCl, 0,8 % Nonidet P40, pH = 8,8), 50 mM раствор MgCl<sub>2</sub> (финальная концентрация ионов Mg<sup>2+</sup> – 2,0 mM); 2,0 mM раствор смеси дНТФ; смесь прямого и обратного праймеров в концентрации 5,0 мкМ. Протокол амплификации для двух SNP был одинаков: 95 °С – 5 мин, 40 циклов (95 °С – 10 с, 56 °С – 30 с, 72 °С – 30 с), 72 °С – 5 мин. Реакцию рестрикции проводили согласно рекомендациям производителя (NEB, США). Электрофорез проводили в 10,0 %-ном ПААГ (акриламид/бисакриламид – 29/1, m/m) при постоянном напряжении электрического поля 320 В в течение 80 мин в термостатируемых условиях – +(12–14) °С.

Информация о последовательностях олигонуклеотидов (ЗАО «Евроген», РФ) для анализируемых SNP, а также о фрагментах реакции рестрикции представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. Последовательности олигонуклеотидов для анализируемых генов

Table 1. Oligonucleotide sequences for the analyzed genes

Полиморфизм (ген) Polymorphism (gene)	Последовательность олигонуклеотида 5'>3' Oligonucleotide sequence 5'>3'	Эндонуклеаза рестрикции Restriction endonuclease	Генотип/размер фрагментов (п. н.) Genotype/fragment size (bp)
g.58335217A>G ( <i>KDM3A</i> )	F: 5'-AGC ACT ACT GCC TGG CTT TT-3' R: 5'-CAG TGA CCC ACA ACC TTA TGC T-3'	DdeI (NEB)	A/A (299) A/G (43/256/299) G/G (43/256)
g.75953650G>T ( <i>DBX2</i> )	F: 5'-CTG GCC TTT TGG GAA ATA CAG CA-3' R: 5'-CAT CCC CCT CAG CCA AGT GTC T-3'	HinfI (NEB)	T/T (324) G/T (89/235/324) G/G (89/235)

**Определение генотипа *in silico*.** Генотипы *in silico* для животных, геномы которых были представлены в открытом доступе в NCBI, определяли с использованием on-line алгоритма SRA-Blast (файлы в формате \*.sam) и программы Unipro UGENE v.1.31.1 [9]. Определение генотипа для 193 SNP с использованием алгоритма BLAST было проведено для 115 особей вида *Sus scrofa*, «сырые» данные (raw data) полных геномов которых расположены в Sequence Read Archive (SRA, <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/sra>) – проекты PRJEB1683, PRJEB9922, PRJNA176478, PRJNA260763. Процесс глобального выравнивания в среде SRA-Blast и сохранение SAM файлов были автоматизированы с использованием скрипта на языке программирования Python (<https://www.python.org/>).

**Статистический анализ данных.** Оценку дифференцирующего потенциала для SNP проводили с использованием программы MDR v.3.0.2 (<http://www.multifactorialdimensionalityreduction.org/>), в которой в результате множественных перестановок (пермутаций) первичных данных определяется наиболее оптимальная модель дифференциации. Корректность модели оценивали по значению сбалансированной точности (Balanced Accuracy), которая зависит от чувствительности и специфичности модели [10].

**Результаты и их обсуждение.** С использованием алгоритма глобального выравнивания, реализованного в программе Unipro UGENE v.1.31.1, и скрипта на языке программирования Python были определены генотипы *in silico* для 193 SNP. Выбор SNP был обусловлен тем фактом, что в исследовании [2] с применением полногеномного анализа были выявлены кластеры нуклео-

тидных последовательностей, содержащие SNP, частота аллелей для которых существенно отличалась для различных коммерческих пород *Sus scrofa scrofa*.

В результате проведенного биоинформатического анализа были выявлены 32 SNP с высоким дифференцирующим потенциалом для идентификации свиней породы дюрок. Комплексную оценку дифференцирующего потенциала для совокупности SNP проводили с использованием программы MDR v. 3.0.2. В процессе моделирования нами были использованы высоко консервативные настройки поиска конфигурации модели, которые позволили однозначно дифференцировать наличие/отсутствие статистически значимых эффектов, а именно: количество атрибутов (attribute count range) – от 1 до  $n$  (где  $n$  – количество переменных в модели); воспроизводимость модели (cross-validation count) – 100; анализ топ-моделей (track top models) – 1000; поиск конфигурации модели (search method configuration) – всесторонний (exhaustive); метод сравнения (ambiguous cell analysis) – точный тест Фишера (Fisher's exact test); классификация ячеек (ambiguous cell assignment) – неклассифицированные (unclassified).

Для создания универсальной тест-модели, которую было бы возможным реализовать в лабораториях с классическим оборудованием для ПЦР (программируемый термоциклер и электрофорез), без использования дорогостоящего оборудования, например, Real-Time ПЦР, нами было принято решение сконцентрировать внимание на тех SNP, дифференцирующий потенциал которых был доказан на этапе генотипирования *in silico* и имелась возможность определить генотип с использованием технологии ПЦР-ПДРФ.

Таким образом, моделирование проводилось для следующих SNP: Chr.2: g.147278552T>C (*LOC110259672*, Gene ID – 110259672), Chr.3: g.58335217G>A (*KDM3A*, Gene ID – 100517522), Chr.5: g.75953650G>T (*DBX2*, Gene ID – 100738507), Chr.11: g.71993936T>C, Chr.12: g.45778407G>A (*GIT1*, Gene ID – 100520151), Chr.17: g.10513821T>C, Chr.18: g.25669585A>C (*CPEDI*, Gene ID – 100511847) и Chr.18: g.3400715G>A (*DPP6*, Gene ID – 100621864).

В итоге, для двух SNP – Chr.3: g.58335217G>A (ген *KDM3A*) и Chr.5: g.75953650G>T (ген *DBX2*) – уровень энтропии, характеризующий вклад конкретного SNP (или их совокупности) в дифференцирующий потенциал модели, составил 72,56 % и являлся максимальным из всех возможных сочетаний двух SNP. Для создания универсальной модели было принято решение включить в тест-модель не менее двух SNP, расположенных на различных хромосомах (Chr.3: g.58335217G>A и Chr.5: g.75953650G>T), чтобы избежать сложностей с сопряженным наследованием генов, находящихся на одной хромосоме.

Далее для оценки дифференцирующего потенциала двух SNP – g.58335217G>A (ген *KDM3A*) и g.75953650G>T (ген *DBX2*) – было проведено генотипирование особей, разводимых в Республике Беларусь: дюрок ( $n = 60$ ), ландрас ( $n = 60$ ), БКБ ( $n = 70$ ), БМ ( $n = 65$ ), БЧП ( $n = 30$ ), пьетрен ( $n = 30$ ) и йоркшир ( $n = 60$ ). Результаты генотипирования представлены в табл. 2.

Таким образом, для включенных в исследование образцов свиней породы дюрок выявлено три генотипа по полиморфизму g.58335217A>G (ген *KDM3A*), при этом аллель G распространен в данной выборке с частотой 61,7 %, т. е. является мажорным. Среди представителей других пород аллель G не был идентифицирован, т. е. является строго породоспецифичным для дюрока.

По полиморфизму g.75953650G>T (ген *DBX2*) также выявлено три генотипа, аллель G был идентифицирован в 56,7 % случаев. В то же время у трех особей породы КБК и трех особей породы БМ также был выявлен аллель G. Среди свиней пород ландрас, БЧП, пьетрен и йоркшир определен только аллель Т. Результаты электрофоретического разделения рестриктов представлены на рис. 1.

На основании полученных результатов генотипирования с использованием MDR-анализа была предложена тест-модель дифференциации особей породы дюрок от других шести коммерческих пород свиней, разводимых в Республике Беларусь. Согласно результатам моделирования, сбалансированная точность дифференциации (adj. Balanced accuracy) свиней породы дюрок от шести других пород (ландрас, БКБ, БМ, БЧП, пьетрен и йоркшир) при анализе двух SNP g.58335217A>G (ген *KDM3A*) и g.75953650G>T (ген *DBX2*) составила 98,76 %, специфичность модели – 99,68 %, чувствительность – 100 %, воспроизводимость – 100/100. Графическая интерпретация модели представлена на рис. 2.

Соответственно, при наличии совокупности генотипов (рис. 2, генетический профиль в квадрате с темно-серым оттенком): 1. AG (g.58335217G>A, *KDM3A*) // GG (g.75953650G>T, *DBX2*);

Т а б л и ц а 2. Частота полиморфных вариантов *g.58335217G>A* (ген *KDM3A*) и *g.75953650G>T* (ген *DBX2*) для семи коммерческих пород свиней, разводимых в Республике Беларусь

Table 2. Frequency of polymorphic variants *g.58335217G>A* (*KDM3A*) and *g.75953650G>T* (*DBX2*) for seven commercial pig breeds bred in the Republic of Belarus

Порода Breed	Кол-во, шт. Quantity, pcs.	<i>g.58335217G&gt;A</i> (ген <i>KDM3A</i> )			<i>g.75953650G&gt;T</i> (ген <i>DBX2</i> )		
		GG, %	AG, %	AA, %	GG, %	TG, %	TT, %
Дюрок	60	33,33	56,67	10,00	29,89	53,33	16,78
Ландрас	60	–	–	100	–	–	100
БКБ	70	–	–	100	–	4,29	95,71
БМ	65	–	–	100	–	4,62	95,38
БЧП	30	–	–	100	–	–	100
Пьетрен	30	–	–	100	–	–	100
Йоркшир	60	–	–	100	–	–	100

Примечание: БКБ – белорусская крупная белая, БМ – белорусская мясная, БЧП – белорусская черно-пестрая.

Note: БКБ – Belarusian Large White, БМ – Belarusian meat, БЧП – Belarusian black-and-white.

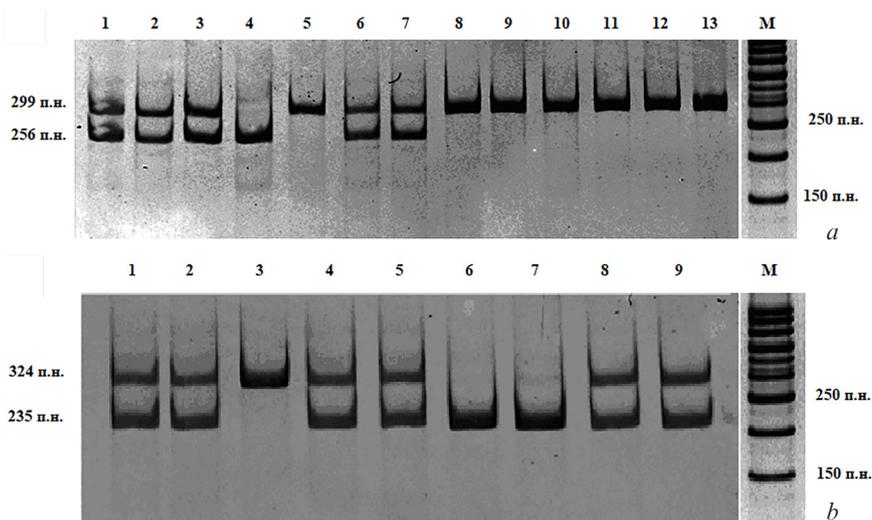


Рис. 1. Электрофореграмма рестрикционных фрагментов: *a* – ген *KDM3A* (полиморфизм *g.58335217A>G*) в 10,0 % ПААГ: М – маркер молекулярного веса (Jena Bioscience M-213); 1 – A/G, дюрок; 2 – A/G, дюрок; 3 – A/G, дюрок; 4 – G/G, дюрок; 5 – A/A, ландрас; 6 – A/G, дюрок; 7 – A/G, дюрок; 8 – A/A, ландрас; 9 – A/A, БМ; 10 – A/A, БКБ; 11 – A/A, пьетрен; 12 – A/A, БКБ; 13 – A/A, БКБ; *b* – ген *DBX2* (полиморфизм *g.75953650G>T*) в 10,0 % ПААГ: М – маркер молекулярного веса (Jena Bioscience M-213); 1 – G/T, дюрок; 2 – G/T, дюрок; 3 – T/T, ландрас; 4 – G/T, дюрок; 5 – G/T, дюрок; 6 – G/G, дюрок; 7 – G/G, дюрок; 8 – G/T, дюрок; 9 – G/T, дюрок

Fig. 1. Electropherogram of restriction fragments: *a* – *KDM3A* gene (polymorphism *g.58335217A>G*) in 10.0 % PAAG: M – molecular weight marker (Jena Bioscience M-213); 1 – A/G, duroc; 2 – A/G, duroc; 3 – A/G, duroc; 4 – G/G, duroc; 5 – A/A, landrace; 6 – A/G, duroc; 7 – A/G, duroc; 8 – A/A, landrace; 9 – A/A, BLW; 10 – A/A, BLW; 11 – A/A, pietrain; 12 – A/A, BLW; 13 – A/A, BLW; *b* – *DBX2* gene (polymorphism *g.75953650G>T*) in 10.0 % PAAG: M – molecular weight marker (Jena Bioscience M-213); 1 – G/T, duroc; 2 – G/T, duroc; 3 – T/T, landrace; 4 – G/T, duroc; 5 – G/T, duroc; 6 – G/G, duroc; 7 – G/G, duroc; 8 – G/T, duroc; 9 – G/T, duroc

2. GG (*g.58335217G>A*, *KDM3A*) // GG (*g.75953650G>T*, *DBX2*); 3. AG (*g.58335217G>A*, *KDM3A*) // TG (*g.75953650G>T*, *DBX2*); 4. GG (*g.58335217G>A*, *KDM3A*) // TG (*g.75953650G>T*, *DBX2*); 5. AG (*g.58335217G>A*, *KDM3A*) // TT (*g.75953650G>T*, *DBX2*) – происхождение образца с точностью не менее 99,99 % (уровень статистической значимости  $p < 0,01$ ) должно быть отнесено к особям породы дюрок. При наличии альтернативной совокупности генотипов (рис. 2, генетический профиль в квадрате со светло-серым оттенком) происхождение неизвестного образца с точностью не менее 99,99 % (уровень статистической значимости  $p < 0,01$ ) должно быть отнесено к другим породам (ландрас, БКБ, БМ, БЧП, пьетрен или йоркшир).

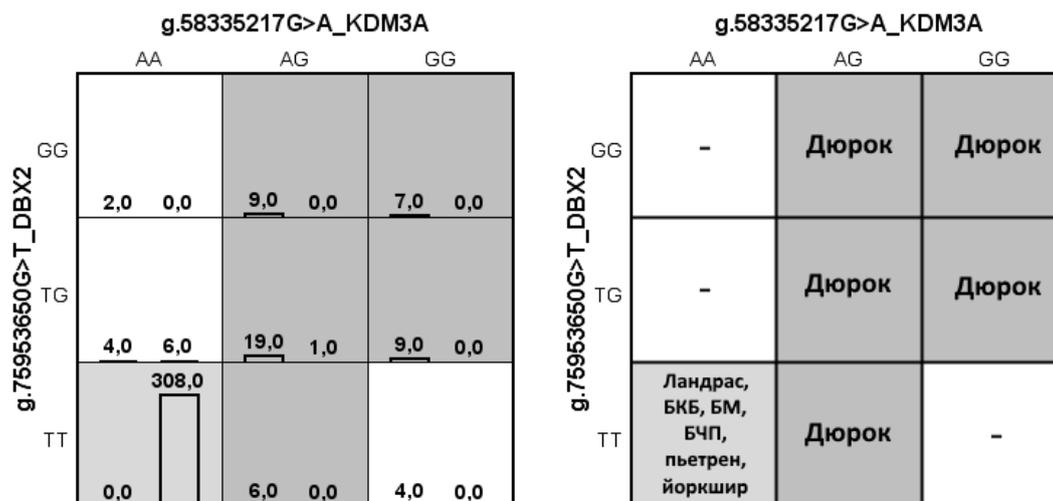


Рис. 2. Графическое представление модели из двух SNP в генах *KDM3A* и *DBX2* для дифференциации свиней породы дюрок от шести других коммерческих пород домашней свиньи, адаптировано из ПО MDR v.3.0.2 (абсолютные значения в любой клетке для левого столбца соответствуют количеству образцов свиней породы дюрок, для второго образца – количеству образцов других пород)

Fig. 2. Graphical representation of a model of two SNPs in the *KDM3A* and *DBX2* genes for differentiating Duroc pigs from six other commercial domestic pig breeds, adapted from MDR v.3.0.2 software (absolute values in any cell for the left column correspond to the number of samples of pigs of the breed Duroc, for the second sample – the number of samples of other breeds)

Следует отметить, что для 16 образцов (4,27 % от объема проанализированной совокупной выборки), 10 из них относятся к породе дюрок, 3 – к БМ и 3 – к БКБ, определить породную принадлежность в рамках предложенной схемы не представилось возможным, так как при моделировании (с уровнем значимости  $p < 0,01$ ) совокупность генотипов по SNP g.58335217A>G (ген *KDM3A*) и g.75953650G>T (ген *DBX2*) не соответствовала ни группе «Дюрок», ни группе «Другие породы свиней» (рис. 2). Также необходимо отметить, что сбалансированная точность дифференциации составила 98,76 %, этого вполне достаточно для решения большинства задач биологической направленности (например, в контексте популяционных исследований). Однако мы полагаем, что для повышения расчетной точности модели (например, для практической селекции) необходимо увеличить выборку за счет включения особей с заведомо известной генеалогией (наличие информации об отсутствии кроссов), а также включить в анализ SNP, представленные в табл. 2.

**Закключение.** В рамках проведенного исследования предложена тест-модель, основанная на анализе двух SNP в генах *KDM3A* и *DBX2*, для дифференциации особей породы дюрок от других шести коммерческих пород домашних свиней (ландрас, белорусская крупная белая, белорусская мясная, белорусская черно-пестрая, пъетрен и йоркшир). На основании анализа 115 геномов вида *Sus scrofa* с использованием методов биоинформатики определены 32 SNP с высоким дифференцирующим потенциалом для различия пород подвида *Sus scrofa domesticus*, а также на практическом материале подтвержден высокий дифференцирующий потенциал SNP, вошедших в тест-модель – g.58335217A>G (ген *KDM3A*) и g.75953650G>T (ген *DBX2*), точность которой составляет 98,76 % при специфичности 99,68 %.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Conflict of interest.** The authors declare no conflict of interest.

#### Список использованных источников

1. Шейко, И. П. Свиноводство / И. П. Шейко, В. С. Смирнов. – Минск, 2005. – 384 с.
2. Identification of high utility SNPs for population assignment and traceability purposes in the pig using high-throughput sequencing / A. M. Ramos [et al.] // Anim. Genet. – 2011. – Vol. 42, N 6. – P. 613–620. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2052.2011.02198.x>
3. Шейко, И. П. Белорусский внутривидовой тип свиней в породе дюрок / И. П. Шейко, Р. И. Шейко, Т. Н. Тимошенко // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. аграр. наук. – 2016. – № 2. – С. 92–97.
4. Кипень, В. Н. Использование полногеномных данных проектов NGS для поиска решения криминалистической задачи по дифференциации диких кабанов и домашних свиней на основе анализа SNP / В. Н. Кипень // Молекулярная диагностика–2017: IX Всерос. науч.-практ. конф., 18–20 апр. 2017 г.: сб. материалов. – М., 2017. – С. 305–306.

5. Оценка интрогрессии генов свиньи домашней (*Sus scrofa domestica*) в генофонд дикого кабана (*Sus scrofa scrofa*) на основе исследования полиморфизма генов *MC1R* и *NR6A1* / В. Н. Кипень [и др.] // Молекулярная и прикладная генетика. – Минск, 2019. – Т. 26. – С. 83–95.
6. Биоинформатический анализ геномов коммерческих пород домашних свиней для идентификации породоспецифичных SNP / В. Н. Кипень [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. аграр. навук. – 2021. – Т. 59, № 4. – С. 464–476. <https://doi.org/10.29235/1817-7204-2021-59-4-464-476>
7. Дифференциация пород домашних свиней с использованием расширенного биоинформатического анализа SNP / В. Н. Кипень [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларусі. – 2022. – Т. 66, № 3. – С. 301–309. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-3-301-309>
8. Анализ полиморфизма гена гепестина (HEPH) на X-хромосоме для установления принадлежности биологических образцов к диким или домашним представителям вида *Sus scrofa* / В. Н. Кипень [и др.] // Генетика. – 2020. – Т. 56, № 9. – С. 1054–1064.
9. Okonechnikov, K. Unipro UGENE: a unified bioinformatics toolkit / K. Okonechnikov, O. Golosova, M. Fursov // Bioinformatics. – 2012. – Vol. 28, N 8. – P. 1166–1167. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/bts091>
10. Multifactor-dimensionality reduction reveals high-order interactions among estrogen-metabolism genes in sporadic breast cancer / M. D. Ritchie [at al.] // Am. J. Hum. Genet. – 2001. – Vol. 69, N 1. – P. 138–147. <https://doi.org/10.1086/321276>

## References

1. Sheiko I. P., Smirnov V. S. *Pig breeding*. Minsk, 2005. 384 p. (in Russian).
2. Ramos A. M., Megens H. J., Crooijmans R. P. M. A., Schook L. B., M. Groenen A. M. Identification of high utility SNPs for population assignment and traceability purposes in the pig using high-throughput sequencing. *Animal Genetics*, 2011, vol. 42, no. 6, pp. 613–620. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2052.2011.02198.x>
3. Sheyko I. P., Sheyko R. I., Timoshenko T. N. Belarusian inbred type of pigs in duroc breed. *Vestsi Natsyyanal'nay akademii navuk Belarusi. Seryya agrarnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Agrarian series*, 2016, no. 2, pp. 92–97 (in Russian).
4. Kipen V. N. Using genome-wide data from NGS projects to find a solution to the forensic problem of differentiating wild boars and domestic pigs based on SNP analysis. *Molekulyarnaya diagnostika–2017: IX Vserossiyskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya, 18–20 aprelya 2017 g.: sbornik materialov* [Molecular diagnostics–2017: IX All-Russian scientific and practical conference, April 18–20, 2017: collection of materials]. Moscow, 2017, pp. 305–306 (in Russian).
5. Kipen V. N., Rabcava A. O., Kotava S. A., Zhurina N. V., Handza A. I., Tsybovsky I. S. Polymorphism analysis of *MC1R* and *NR6A1* genes to evaluate the level of introgression of domestic swine (*Sus scrofa domestica*) genes in wild boar (*Sus scrofa scrofa*) population. *Molekulyarnaya i prikladnaya genetika* [Molecular and Applied Genetics]. Minsk, 2019, vol. 26, pp. 83–95 (in Russian).
6. Kipen V. N., Mikhailova M. E., Snytkov E. V., Romanishko E. L., Ivanova E. V., Sheyko R. I. Bioinformatic analysis of genomes of commercial breeds of domestic pigs for identification of breed-specific SNPs. *Vestsi Natsyyanal'nay akademii navuk Belarusi. Seryya agrarnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Agrarian series*, 2021, vol. 59, no. 4, pp. 464–476 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1817-7204-2021-59-4-464-476>
7. Kipen V. N., Snytkov E. V., Mikhailova M. E., Sheyko R. I. Breed differentiation of domestic pigs using SNP – extended bioinformatical analysis. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 3, pp. 301–309 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-3-301-309>
8. Kipen V. N., Ivanova E. V., Snytkov E. V., Verchuk A. N. Analysis of HEPH gene polymorphism on the X chromosome for identification of wild boar and domestic pig. *Russian Journal of Genetics*, 2020, vol. 56, no. 9, pp. 1099–1108. <https://doi.org/10.1134/s1022795420080062>
9. Okonechnikov K., Golosova O., Fursov M. Unipro UGENE: a unified bioinformatics toolkit. *Bioinformatics*, 2012, vol. 28, no. 8, pp. 1166–1167. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/bts091>
10. Ritchie M. D., Hahn L. W., Roodi N., Bailey L. R., Dupont W. D., Parl F. F., Moore J. H. Multifactor-dimensionality reduction reveals high-order interactions among estrogen-metabolism genes in sporadic breast cancer. *American Journal of Human Genetics*, 2001, vol. 69, no. 1, pp. 138–147. <https://doi.org/10.1086/321276>

## Информация об авторах

Кипень Вячеслав Николаевич – канд. биол. наук, вед. науч. сотрудник. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.kipen@igc.by. ORCID: 0000-0002-7822-0746.

Михайлова Мария Егоровна – канд. биол. наук, доцент, заведующий лабораторией. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: M.Mikhailova@igc.by. ORCID: 0000-0001-6087-5069.

Снытков Евгений Владимирович – мл. науч. сотрудник. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: evsnytkov@gmail.com. ORCID: 0000-0001-7961-1952.

Шейко Руслан Иванович – член-корреспондент, д-р с.-х. наук, профессор, директор. Институт генетики и цитологии НАН Беларуси (ул. Академическая, 27, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: R.I.Sheyko@igc.by. ORCID: 0000-0001-5442-566X.

## Information about the authors

Kipen Viachaslau N. – Ph. D. (Biology), Leading Researcher. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.kipen@igc.by. ORCID: 0000-0002-7822-0746.

Mikhailova Mariya E. – Ph. D. (Biology), Associate Professor, Head of the Laboratory. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: M.Mikhailova@igc.by. ORCID: 0000-0001-6087-5069.

Snytkov Evgenij V. – Junior Researcher. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: evsnytkov@gmail.com. ORCID: 0000-0001-7961-1952.

Sheyko Ruslan I. – Corresponding Member, D. Sc. (Agrarian), Professor, Director. Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus (27, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: R.I.Sheyko@igc.by. ORCID: 0000-0001-5442-566X.

**МЕДИЦИНА****MEDICINE**

УДК 616.428

<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-126-133>

Поступило в редакцию 18.08.2022

Received 18.08.2022

**Академик С. А. Красный, Н. Е. Конопля, О. А. Каленик, П. Д. Демешко***Республиканский научно-практический центр онкологии и медицинской радиологии  
имени Н. Н. Александрова, Лесной, Республика Беларусь***НЕПОСРЕДСТВЕННЫЕ И ОТДАЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ СХЕМ  
R-CHOP И R-CHOP + ИНТЕРЛЕЙКИН-2 В ПЕРВОЙ ЛИНИИ ТЕРАПИИ  
У ПАЦИЕНТОВ, СТРАДАЮЩИХ ДИФфуЗНОЙ  
В-КРУПНОКЛЕТОЧНОЙ ЛИМФОМОЙ**

**Аннотация.** Исследование проведено с целью оценки влияния применения интерлейкина-2 (ИЛ-2) в составе схемы R-CHOP на частоту достижения полного метаболического ответа (ПМО) по данным ранней позитронно-эмиссионной томографии (ПЭТ/КТ) и выживаемость без прогрессирования в сравнении со стандартной схемой у пациентов с диффузной В-крупноклеточной лимфомой (ДВКЛ). В исследование включены данные 152 пациентов с ДВКЛ, проходивших обследование и лечение в РНПЦ ОМР им. Н. Н. Александрова в период 2015–2020 гг. Из их числа 59 пациентов включены в проспективную группу (R-CHOP + ИЛ-2 в суммарной курсовой дозе 5 000 000 МЕ), группу исторического контроля составили 93 человека, получавших стандартную терапию R-CHOP. ПЭТ/КТ выполнялось после 4 курсов терапии, метаболический ответ оценивали по шкале Довиль, к ПМО относили Довиль 1-2. В группе R-CHOP + ИЛ-2 частота ПМО составила 67,8 %, в контрольной – 50,5 % ( $p_{\chi^2} = 0,044$ ). 5-летняя выживаемость без прогрессирования (ВБП) в группах R-CHOP + ИЛ-2 и R-CHOP составила соответственно 80,7 и 64,5 % ( $p = 0,04$ ). В группах благоприятного и промежуточного прогноза (МПИ 0–3) ВБП статистически значимо не отличалась в зависимости от проведенного лечения. При высоком риске (МПИ 4–5) 5-летняя ВБП в группах R-CHOP + ИЛ-2 и R-CHOP составила 71,4 и 25,0 % соответственно ( $p = 0,02$ ). Дополнительное включение ИЛ-2 в схему R-CHOP в первой линии лечения пациентов с ДВКЛ повышает частоту ПМО по данным 18-ФДГ ПЭТ/КТ после 4 курсов химиоиммунотерапии и ВБП в группе высокого риска.

**Ключевые слова:** диффузная В-крупноклеточная лимфома, R-CHOP, интерлейкин-2, позитронно-эмиссионная томография

**Для цитирования.** Непосредственные и отдаленные результаты применения схем R-CHOP и R-CHOP + интерлейкин-2 в первой линии терапии у пациентов, страдающих диффузной В-крупноклеточной лимфомой / С. А. Красный [и др.] // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 126–133. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-126-133>

**Academician Sergei A. Krasny, Natalya E. Konoplya, Volha A. Kalenik, Pavel D. Dziameshka***N. N. Alexandrov National Cancer Centre, Lesnoy, Republic of Belarus***RESULTS OF R-CHOP AND R-CHOP + INTERLEUKIN-2 REGIMENS IN FIRST-LINE THERAPY  
IN PATIENTS WITH DIFFUSE B-CELL LYMPHOMA**

**Abstract.** The study was made to evaluate the effect of interleukin-2 (IL-2) as part of the R-CHOP regimen on the rate of a complete metabolic response (CMR) using the data of interim positron emission tomography (PET/CT) and progression-free survival compared to the standard regimen in patients with diffuse B-cell lymphoma (DCLC). The data of 152 patients with biopsy-proven DCLC who were treated in the period 2015–2020 were included. Among them, 59 patients were included in the prospective group (R-CHOP + IL-2 in a total course dose of 5,000,000 IU). The control group consisting of 93 patients received standard R-CHOP therapy. PET/CT was performed after 4 courses of therapy, metabolic response was assessed using the Deauville scale, and Deauville 1-2 was classified as CMR. The rate of CMR in the R-CHOP+IL-2 group was 67.8 %, while in the control group it was 50.5 % ( $p_{\chi^2} = 0.044$ ). The 5-year progression-free survival (PFS) in the R-CHOP+IL-2 and R-CHOP groups was 80.7 and 64.5 %, respectively ( $p = 0.04$ ). In the favorable and intermediate prognosis groups (IPI 0–3), PFS was not statistically significantly different depending on treatment. At high risk (IPI 4–5), the 5-year PFS in the R-CHOP + IL-2 and R-CHOP groups was 71.4 and 25.0 %, respectively ( $p = 0.02$ ). Including IL-2 in the R-CHOP regimen in the first-line

treatment of patients with DCLC increases the incidence of CMR according to 18-FDG PET/CT after 4 courses of chemoimmunotherapy and PFS in the high-risk group.

**Keywords:** diffuse B-cell lymphoma, R-CHOP, interleukin-2, interim positron emission tomography

**For citation.** Krasny S. A., Konoplya N. E., Kalenik V. A., Dziameshka P. D. Results of R-CHOP and R-CHOP + interleukin-2 regimens in first-line therapy in patients with diffuse B-cell lymphoma. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 126–133 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-126-133>

**Введение.** Диффузная В-крупноклеточная лимфома (ДВКЛ) является наиболее часто встречающейся формой среди всех неходжкинских лимфом и составляет около 20–30 % случаев [1]. Эта форма лимфомы характеризуется агрессивным течением и без лечения медиана выживаемости составляет менее одного года [2].

Стандартом лечения этой нозологической формы опухоли на протяжении последних двух десятилетий во всех странах мира является комбинация анти CD-20 моноклонального антитела – ритуксимаба с режимом СНОР (винкристин + доксорубин + циклофосфамид + преднизолон) или при наличии противопоказаний к ритуксимабу – в режиме СНОР. Стандартный терапевтический подход эффективен примерно у 60 % пациентов [3]. В 40 % наблюдается либо первичная химиорезистентность, либо возникает ранний рецидив болезни, что характеризуется плохим прогнозом [4; 5]. Ожидаемая продолжительность жизни таких пациентов резко снижается, так как режимы спасения, включая высокодозную химиотерапию с трансплантацией гемопоэтических стволовых клеток, показывают весьма скромные показатели ответа [6]. Поэтому продолжается поиск новых стратегических подходов для усиления противоопухолевой активности ритуксимаба или преодоление резистентности. Одним из таких подходов может быть дополнительное использование цитокинов, в частности рекомбинантного интерлейкина-2 (ИЛ-2).

Использование позитронно-эмиссионной томографии (ПЭТ/КТ) с фтордезоксиглюкозой для стадирования и мониторинга пациентов с лимфомами заметно расширилось в последнее время. ПЭТ/КТ рекомендуется выполнять до начала индукционной терапии и после ее завершения. В недавних исследованиях показано, что проведение промежуточной (этапной) ПЭТ/КТ демонстрирует высокую прогностическую значимость относительно безрецидивной выживаемости. В частности, по данным [7], у пациентов, достигших полного метаболического ответа (ПМО) после 4 курсов химиотерапии, риск прогрессирования заболевания в течение 2 лет снижался в 2,95 раза по сравнению с теми, у кого был зафиксирован неполный метаболический ответ (НМО).

Целью настоящего исследования явилась оценка влияния применения ИЛ-2 в составе схемы R-CHOP на частоту достижения ПМО по данным ранней ПЭТ/КТ и выживаемость без прогрессирования в сравнении со стандартной схемой у пациентов с ДВКЛ.

**Материалы и методы исследования.** *Характеристика пациентов.* Материалом исследования стали данные 152 пациентов с ДВКЛ, проходивших обследование и лечение в РНПЦ ОМР им. Н. Н. Александрова в период 2015–2020 гг. Из их числа 59 пациентов включены в проспективную (основную) группу, группу исторического контроля составили 93 человека, получавших стандартную терапию.

Критериями включения в исследование для обеих групп являлись: впервые выявленная, гистологически верифицированная ДВКЛ; возраст старше 18 лет; общее состояние пациентов, оцениваемое по критериям восточной онкологической группы (ECOG) 0–2 балла, ожидаемая продолжительность жизни более 3 месяцев; отсутствие поражения центральной нервной системы. Для пациентов из группы контроля дополнительным критерием был факт завершения запланированного курса лечения в виде не менее 6 циклов химиотерапии.

Общая характеристика пациентов представлена в таблице.

Исследуемые группы пациентов были полностью сопоставимы по основным параметрам, имеющим прогностическое значение, статистически значимые различия по приведенным показателям в группах отсутствовали ( $p > 0,05$ ). Большинство пациентов в обеих группах имели распространенную (III–IV) стадию болезни (63,4 % в контрольной и 71,2 % в основной группе).

Разделение пациентов на группы прогноза течения заболевания осуществлялось на основе международного прогностического индекса (МПИ), включающего следующие клинические характеристики (неблагоприятные прогностические факторы) [8]:

Общая характеристика пациентов ( $n = 152$ )General characteristics of patients ( $n = 152$ )

Показатель Index	Группа Group		Критерий $U$ Манна–Уитни Mann–Whitney $U$ test
	Контрольная Control	Основная Main	
Число пациентов	93	59	–
Пол (мужской/женский)	47/46	33/26	–
Возраст (лет), абс. (%): Медиана (разброс значений): $\geq 60$ лет, абс. (%):	58 (23–73) 32 (34,4)	57 (21–76) 29 (49,1)	0,9
Стадия заболевания, абс. (%): I–II III–IV	34 (36,6) 59 (63,4)	17 (28,8) 42 (71,2)	0,4
МПИ, абс. (%): 0–1 2–3 $\geq 3$	20 (21,3) 53 (56,4) 20 (22,3)	18 (30,5) 27 (45,8) 14 (23,7)	0,2

возраст 60 лет и старше;

повышение уровня лактатдегидрогеназы сыворотки крови выше нормы;

статус ECOG 2–4 балла;

III–IV стадия заболевания;

поражение более одного экстранодального органа.

На основании указанных факторов когорта стратифицирована на группы: благоприятный прогноз (МПИ 0–1), промежуточный прогноз (МПИ 2–3) и неблагоприятный прогноз (МПИ 4–5).

*Характеристика схем лечения.* При использовании режима R-СНОР пациенты получали в 1-й день каждого цикла ритуксимаб в дозе 375 мг/м<sup>2</sup>, во 2-й день – циклофосфамид 750 мг/м<sup>2</sup>, доксорубин 50 мг/м<sup>2</sup> и винкристин 1,4 мг/м<sup>2</sup> (максимально 2 мг). Преднизолон в дозе 60 мг/м<sup>2</sup> (максимально 100 мг) назначался в 1–5-й дни с постепенной отменой в течение 3 последующих дней.

В основной группе дополнительно к режиму R-СНОР подкожно вводили гИЛ-2 (Ронколейкин, Биотех, Россия) по 1 000 000 МЕ один раз в сутки с 1-го по 5-й день.

Курсы лечения повторялись каждые 3 недели до 8 циклов.

*Методика выполнения и оценки ПЭТ/КТ.* ПЭТ/КТ 2-[18F]фтор-2-дезоксид-глюкозой (18-ФДГ) всем пациентам выполняли после 4 курсов терапии по стандартной методике. ПЭТ/КТ исследования выполнялись на сканерах Discovery IQ и Discovery 710 (GE Healthcare, USA). Подготовку пациента проводили в соответствии с принятой в РНПЦ ОМР им. Н. Н. Александрова методикой: ограничение приема пищи на протяжении не менее 6 ч, физической активности – на протяжении суток до исследования; уровень гликемии перед исследованием не должен превышать 8 ммоль/л. Активность вводимого радиофармпрепарата определялась из расчета 3–4 МБк/кг массы тела пациента. Экспозиция после введения радиофармпрепарата составляла 60 мин.

Оценка метаболического ответа осуществлялась на основании критериев шкалы Довиль, предполагающей визуальное или полуколичественное сравнение накопления ФДГ в метаболически активных очагах с референтными тканями (окружающим фоном, пулом крови в средостении и печени). Один балл соответствовал отсутствию накопления ФДГ выше окружающего фона, 2 балла – накоплению менее пула крови средостения, 3 балла – выше пула крови средостения, но менее печени, 4 балла – умеренно выше печени, 5 баллов – значительно (в 2–3 раза) выше печени и/или новые очаги поражения.

Полным метаболическим ответом считали только категории Довиль 1–2, при наличии категорий 3–5 случаи интерпретировались как неполный метаболический ответ.

*Конечные точки исследования и статистический анализ.* Конечной точкой исследования явилась оценка частоты достижения полного метаболического ответа после 4 курсов химиотерапии.

Вторичной конечной точкой исследования являлась выживаемость без прогрессирования (ВБП), которая рассчитывалась как время от первого дня начала лечения до развития рецидива или прогрессирования заболевания. Сравнение ВБП в подгруппах проводили с помощью log-rank теста.

Сравнение групп по количественным признакам и качественным порядковым признакам осуществлялось с помощью критерия  $U$  Манна–Уитни. Сравнение групп по качественным номинальным и бинарным признакам проводилось по критерию  $\chi^2$  Пирсона и точному критерию Фишера в соответствии с условиями применимости. Статистический анализ выполнен с использованием программ Statistica.7 и SPSS.16.

**Результаты и их обсуждение.** Из числа включенных в исследование пациентов ПМО достигнуто у 87 (57,2 %). При этом в основной группе данный показатель составил 67,8 %, в контрольной – 50,5 % ( $p_{\chi^2} = 0,044$ ). При проведении подгруппового анализа частоты ПМО в зависимости от группы прогноза у пациентов с благоприятным прогнозом в основной и контрольной группе частота ПМО составила соответственно 72,2 и 85,0 % ( $p = 0,4$ ), в группе промежуточного прогноза – соответственно 43,4 и 66,7 % ( $p = 0,06$ ), в группе неблагоприятного прогноза – 25,0 и 57,1 % ( $p = 0,08$ ).

При анализе отдаленных результатов 5-летнего ВБП в контрольной и основной группах составила соответственно  $64,5 \pm 5,1$  и  $80,7 \pm 5,2$  % ( $p = 0,04$ ) (рис. 1).

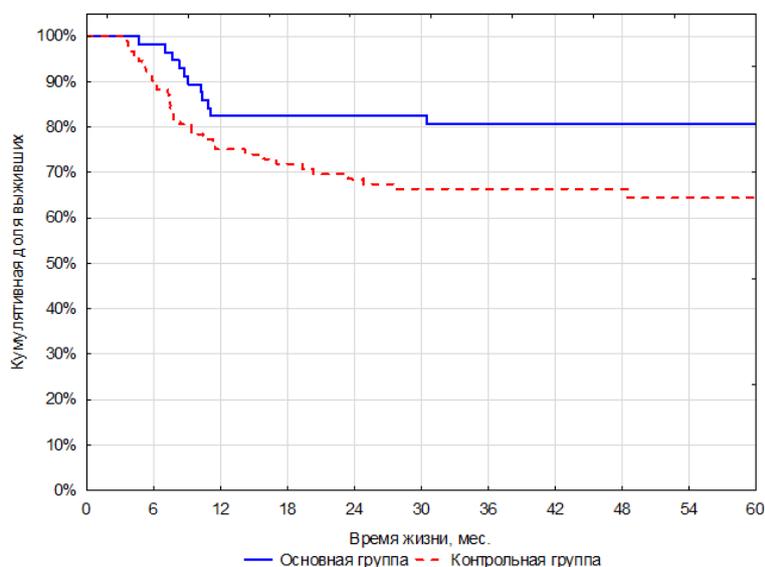


Рис. 1. Выживаемость без прогрессирования в группах

Fig. 1. Progression-free survival depending on group

При проведении подгруппового анализа выявлено, что в группах благоприятного и промежуточного прогноза ВБП статистически значимо не отличалась в зависимости от проведенного лечения (рис. 2, 3).

Напротив, у пациентов с высоким риском при дополнительном применении ИЛ-2 5-летняя ВБП составила  $71,4 \pm 12,1$  %, при использовании только схемы R-СНОР – всего  $25,0 \pm 9,7$  % ( $p = 0,02$ ) (рис. 4).

Как следует из представленных графиков, в группах промежуточного и высокого риска прогрессирование заболевания наблюдалось в основном в течение первых 24 месяцев, случаи продолжения болезни позднее данного срока практически не встречались.

Следует также отметить, что из 15 пациентов группы неблагоприятного прогноза, которые не получали ИЛ-2 и за период наблюдения продемонстрировали прогрессирование заболевания, ПМО был достигнут только у 3 (20,0 %).

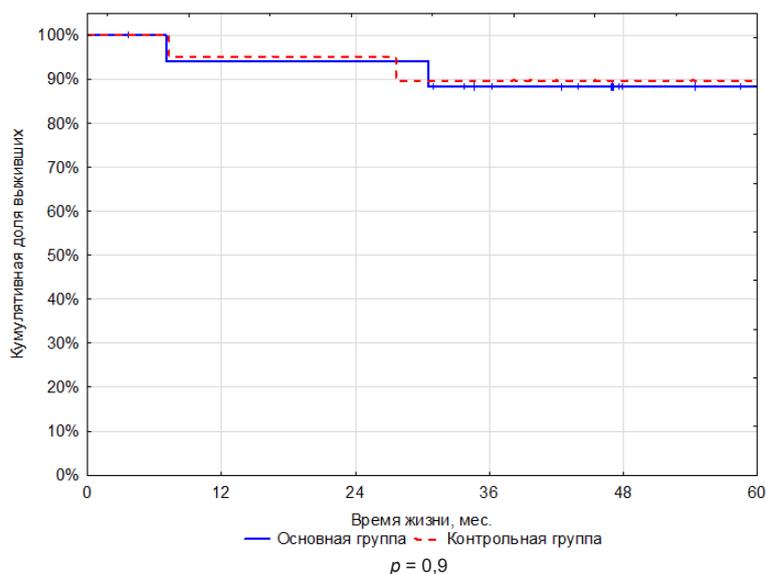


Рис. 2. Выживаемость без прогрессирования в группе благоприятного прогноза

Fig. 2. Progression-free survival in favorable risk group

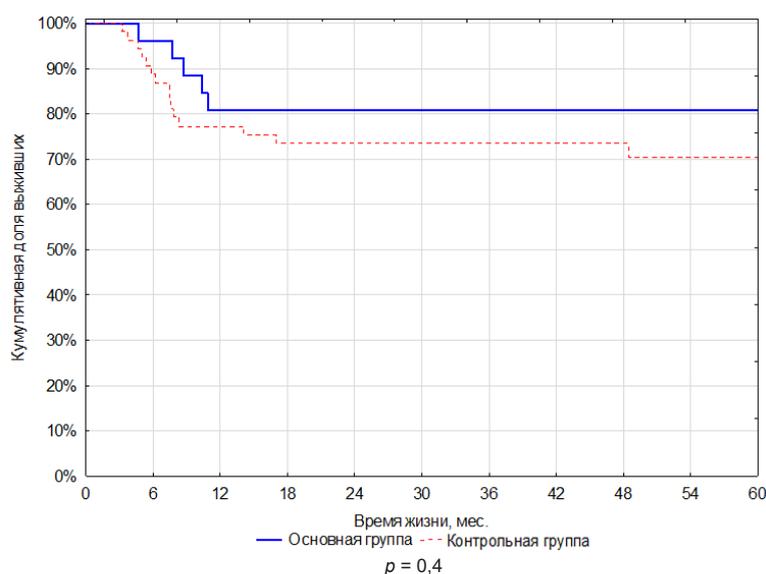


Рис. 3. Выживаемость без прогрессирования в группе промежуточного прогноза

Fig. 3. Progression-free survival in intermediate risk group

Возможность достижения полного метаболического ответа на начальных этапах лечения ДВКЛ в настоящее время рассматривается как один из наиболее важных факторов вероятности излечения или длительной ремиссии. В частности, по данным анализа результатов лечения 1692 пациентов с ДВКЛ, независимыми факторами развития прогрессирования заболевания в мультивариантном анализе явились МПИ (относительный риск 2,91) и наличие/отсутствие ПМО по данным ПЭТ/КТ (относительный риск 12,2) [7]. В связи с указанным, поиск путей повышения частоты полного ответа на терапию, который мог бы быть достигнут в начале лечения (после 2–4 курсов) является одним из факторов, ассоциированных с удовлетворительными отдаленными результатами.

В настоящее время стандартом лечения ДВКЛ является включение в различные схемы химиотерапии ритуксимаба, моноклонального антитела (иммуноглобулина класса IgG), способного специфически связываться с экспрессируемым на поверхности нормальных и злокачественных В-клеток трансмембранным антигеном CD 20. Противоопухолевое действие при этом реализу-

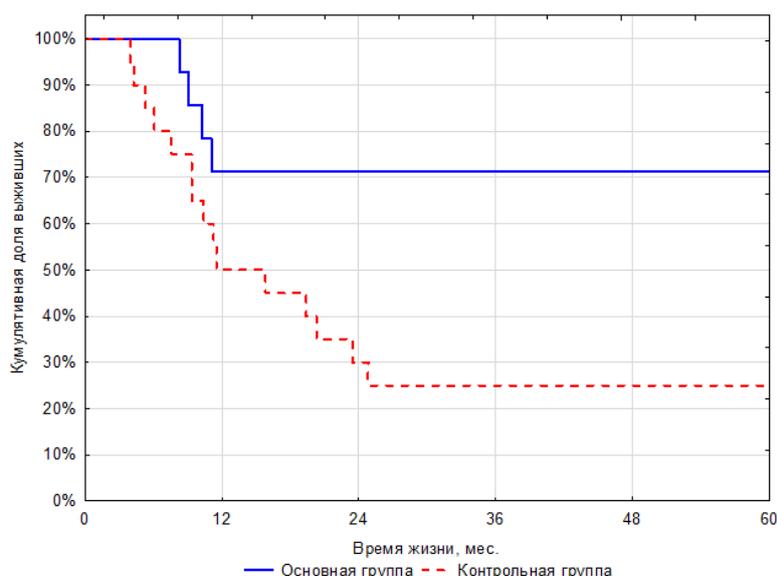


Рис. 4. Выживаемость без прогрессирования в группе неблагоприятного прогноза

Fig. 4. Progression-free survival in unfavorable risk group

ется как благодаря прямому антипролиферативному действию и индукции апоптоза, так и путем антитело- и комплементзависимой цитотоксичности [9].

Однако несмотря на высокую эффективность в целом, определенное количество пациентов демонстрируют резистентность к этому препарату. Приблизительно у 10–15 % пациентов, получавших R-СНОР, наблюдается первично-резистентное заболевание (т. е. неполный ответ или рецидив в течение 6 месяцев после лечения), а еще у 20–25 % рецидив разовьется после первоначального ответа, как правило, в течение первых 2 лет [10]. Отдаленные результаты у пациентов, у которых лечение первой линии неэффективно, особенно в случаях с первично-рефрактерным заболеванием, остаются неудовлетворительными, медиана общей выживаемости составляет приблизительно 6 месяцев [8]. В связи с этим разработка подходов преодоления возможных механизмов резистентности к ритуксимабу может являться одним из методов повышения его эффективности. В этом плане весьма перспективным представляется использование цитокинов, в частности ИЛ-2.

ИЛ-2 в основном продуцируется CD4<sup>+</sup> Т-лимфоцитами (наивными, клетками памяти и Т-хелперами) после антигенной стимуляции, и, в меньшей степени, активированными CD8<sup>+</sup> Т-клетками, В-клетками и другими иммунными объектами, такими как естественные киллеры (НК) и НКТ-лимфоциты, дендритные клетки, моноциты или тучные клетки [1].

Одной из важнейших его функций является стимуляция пролиферации активированных антигеном CD4<sup>+</sup> и CD8<sup>+</sup> лимфоцитов, что приводит к их клональному увеличению и стимуляции цитотоксической активности CD8<sup>+</sup> лимфоцитов. Весьма важным в этом плане является также увеличение под действием ИЛ-2 цитотоксической активности НК-клеток, выполняющих главную роль в уничтожении опухолевых клеток.

Учитывая, что одним из механизмов действия ритуксимаба является антителозависимая цитотоксичность, то теоретически можно предположить, что совместное использование ИЛ-2 и ритуксимаба может сопровождаться усилением цитостатического эффекта, и, как следствие, повышением частоты ответов. Эта концепция имеет подтверждение в ряде выполненных доклинических и клинических исследований I фазы [11–14]. Кроме того, действие ИЛ-2 затрагивает и такие механизмы противоопухолевого действия, как прямой апоптоз опухолевых клеток, ингибирование ангиогенеза и подавление экспрессии ростковых факторов.

Следует отметить, что клинические исследования по применению ИЛ-2 при агрессивных злокачественных лимфомах крайне малочисленны и касаются они, в основном, лечения пациентов с неудачами стандартной противоопухолевой терапии. В частности, по данным исследова-

ния [14], включавшего всего 20 пациентов с рецидивной или резистентной фолликулярной лимфомой, применение ритуксимаба + ИЛ-2 позволило достичь ответа на лечение у 11 пациентов (55 %), в 4 случаях (20 %) имела место стабилизация. Медиана выживаемости без прогрессирования составила 13 месяцев. В [11] приводятся результаты применения ритуксимаба в сочетании с ИЛ-2 у 30 многократно леченных пациентов с различными вариантами В-клеточных лимфом, большинство из которых ранее получали ритуксимаб. Частота ответа на это лечение составила 54 % при применении 3 раза в неделю.

Согласно полученным нами данным, дополнительное применение ИЛ-2 в общей когорте пациентов позволило статистически значимо повысить показатель ПМО на 17,3 %, наибольший эффект наблюдался в группе неблагоприятного прогноза – 25,0 и 57,1 %, разница статистической значимости не достигнута ( $p = 0,08$ ), возможно ввиду недостаточного числа пациентов в выборке. Вместе с тем применение схемы R-СНОР + ИЛ-2 позволило значительно улучшить отдаленные результаты: 5-летняя ВБП в контрольной и основной группах в общей когорте составила соответственно  $64,5 \pm 5,1$  и  $80,7 \pm 5,2$  % ( $p = 0,04$ ), а в группе неблагоприятного прогноза – ВБП составила  $71,4 \pm 12,1$  %, при использовании только схемы R-СНОР – всего  $25,0 \pm 9,7$  % ( $p = 0,02$ ).

**Заключение.** Дополнительное включение ИЛ-2 в схему R-СНОР в первой линии лечения пациентов с ДВКЛ на 17,3 % повысило показатель ПМО по данным 18-ФДГ ПЭТ/КТ после 4 курсов химиоиммунотерапии, наибольший эффект наблюдался в группе неблагоприятного прогноза (4–5 баллов по шкале МПИ). Применение схемы R-СНОР + ИЛ-2 позволило на 16,2 % повысить 5-летнюю ВБП в общей когорте пациентов ( $p = 0,04$ ), и на 46,4 % – в группе неблагоприятного прогноза ( $p = 0,02$ ).

Необходимы дальнейшие исследования по изучению непосредственных и отдаленных результатов лечения в зависимости от молекулярно-генетических подтипов ДВКЛ и проводимой терапии.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Conflict of interest.** The authors declare no conflict of interest.

#### Список использованных источников

1. Sehn, L. H. Diffuse Large B-Cell Lymphoma / L. H. Sehn, G. N. Salles // *Engl. J. Med.* – 2021. – Vol. 384, N 9. – P. 842–858. <https://doi.org/10.1056/NEJMra2027612>
2. A guide to Hodgkin and non-Hodgkin lymphomas: similarities and differences / F. Holdsworth [et al.] // *Br. J. Nurs.* – 2021. – Vol. 23, N 30. – P. 16–22. <https://doi.org/10.12968/bjon.2021.30.17.S16>
3. Intensive conventional chemotherapy (ACVBP regimen) compared with standard CHOP for poor-prognosis aggressive non-Hodgkin lymphoma / H. Tilly [et al.] // *Blood.* – 2003. – Vol. 102, N 13. – P. 4284–4289. <https://doi.org/10.1182/blood-2003-02-0542>
4. CHOP-like chemotherapy with or without rituximab in young patients with good-prognosis diffuse large-B-cell lymphoma: 6-year results of an open-label randomised study of the MabThera International Trial (MInT) Group / M. Pfreundschuh [et al.] // *Lancet. Oncol.* – 2011. – Vol. 12, N 11. – P. 1013–1022. [https://doi.org/10.1016/S1470-2045\(11\)70235-2](https://doi.org/10.1016/S1470-2045(11)70235-2)
5. Six versus eight cycles of bi-weekly CHOP-14 with or without rituximab in elderly patients with aggressive CD20+ B-cell lymphomas: a randomised controlled trial (RICOVER-60) / M. Pfreundschuh [et al.] // *Lancet. Oncol.* – 2008. – Vol. 9, N 2. – P. 105–116. [https://doi.org/10.1016/s1470-2045\(08\)70002-0](https://doi.org/10.1016/s1470-2045(08)70002-0)
6. Outcomes in refractory diffuse large B-cell lymphoma: results from the international SCHOLAR-1 study / M. Crump [et al.] // *Blood.* – 2017. – Vol. 130, N 16. – P. 1800–1808. <https://doi.org/10.1182/blood-2017-03-769620>
7. Optimal timing and criteria of interim PET in DLBCL: a comparative study of 1692 patients / J. J. Eertink [et al.] // *Blood. Adv.* – 2021. – Vol. 5, N 9. – P. 2375–2384. <https://doi.org/10.1182/bloodadvances.2021004467>
8. A Predictive model for aggressive non-Hodgkin's lymphoma. The International non-Hodgkin's lymphoma prognostic factors project / M. A. Shipp [et al.] // *N. Engl. J. Med.* – 1993. – Vol. 329. – P. 987–994. <https://doi.org/10.1056/NEJM199309303291402>
9. Cragg, M. S. Antibody specificity controls *in vivo* effector mechanisms of anti-CD20 reagents / M. S. Cragg, M. J. Glennie // *Blood.* – 2004. – Vol. 103, N 7. – P. 2738–2743. <https://doi.org/10.1182/blood-2003-06-2031>
10. Event-free survival at 24 months is a robust end point for disease-related outcome in diffuse large B-cell lymphoma treated with immunochemotherapy / M. J. Maurer [et al.] // *J. Clin. Oncol.* – 2014. – Vol. 32, N 10. – P. 1066–1073. <https://doi.org/10.1200/JCO.2013.51.5866>
11. Phase I studies of interleukin (IL-2) and rituximab in B-cell non-Hodgkin's lymphoma: IL-2 mediated natural killer cell expansion correlates with clinical response / W. L. Gluck [et al.] // *Clin. Cancer. Res.* – 2004. – Vol. 10, N 7. – P. 2253–2264. <https://doi.org/10.1158/1078-0432.ccr-1087-3>
12. Rituximab-dependent cytotoxicity by natural killer cells: influence of FCGR3A polymorphism on the concentration – effect relationship / S. Dall'Ozzo [et al.] // *Cancer. Res.* – 2004. – Vol. 64, N 13. – P. 4664–4669. <https://doi.org/10.1158/0008-5472.CAN-03-2862>
13. Combination immunotherapy of B-cell non-Hodgkin's Lymphoma with rituximab and interleukin-2: a preclinical and phase I study / C. F. Eisenbeis [et al.] // *Clin. Cancer Res.* – 2004. – Vol. 10, N 18. – P. 6101–6110. <https://doi.org/10.1158/1078-0432.CCR-04-0525>

14. Combination immunotherapy with rituximab and interleukin-2 in patients with relapsed or refractory follicular non-Hodgkin's lymphoma / J. W. Friedberg [et al.] // *Brit. J. Haematol.* – 2002. – Vol. 117, N 4. – P. 828–834. <https://doi.org/10.1046/j.1365-2141.2002.03535.x>

### References

1. Sehn L. H., Salles G. N. Diffuse Large B-Cell Lymphoma. *New England Journal of Medicine*, 2021, vol. 384, no. 9, pp. 842–858. <https://doi.org/10.1056/NEJMra2027612>
2. Holdsworth F., Worku D., Bretton A. L., Vella C., Walker E. A guide to Hodgkin and non-Hodgkin lymphomas: similarities and differences. *British Journal of Nursing*, 2021, vol. 30, no. 17, pp. 16–22. <https://doi.org/10.12968/bjon.2021.30.17.S16>
3. Tilly H., Lepage E., Coiffier B. [et al.]. Intensive conventional chemotherapy (ACVBP regimen) compared with standard CHOP for poor-prognosis aggressive non-Hodgkin lymphoma. *Blood*, 2003, vol. 102, no. 13, pp. 4284–4289. <https://doi.org/10.1182/blood-2003-02-0542>
4. Pfreundschuh M., Kuhnt E., Trümper L. [et al.]. CHOP-like chemotherapy with or without rituximab in young patients with good-prognosis diffuse large-B-cell lymphoma: 6-year results of an open-label randomised study of the MabThera International Trial (MInT) Group. *Lancet Oncology*, 2011, vol. 12, no. 11, pp. 1013–1022. [https://doi.org/10.1016/S1470-2045\(11\)70235-2](https://doi.org/10.1016/S1470-2045(11)70235-2)
5. Pfreundschuh M., Schubert J., Ziepert M. [et al.]. Six versus eight cycles of bi-weekly CHOP-14 with or without rituximab in elderly patients with aggressive CD20+ B-cell lymphomas: a randomised controlled trial (RICOVER-60). *Lancet Oncology*, 2008, vol. 9, no. 2, pp. 105–116. [https://doi.org/10.1016/s1470-2045\(08\)70002-0](https://doi.org/10.1016/s1470-2045(08)70002-0)
6. Crump M., Neelapu S. S., Farooq U. [et al.]. Outcomes in refractory diffuse large B-cell lymphoma: results from the international SCHOLAR-1 study. *Blood*, 2017, vol. 130, no. 16, pp. 1800–1808. <https://doi.org/10.1182/blood-2017-03-769620>
7. Eertink J. J., Burggraaf C. N., Heymans M. W. [et al.]. Optimal timing and criteria of interim PET in DLBCL: a comparative study of 1692 patients. *Blood Advances*, 2021, vol. 5, no. 9, pp. 2375–2384. <https://doi.org/10.1182/bloodadvances.2021004467>
8. Shipp M. A., Harrington D. P., Anderson J. R. [et al.]. A Predictive model for aggressive non-Hodgkin's lymphoma. The International non-Hodgkin's lymphoma prognostic factors project. *New England Journal of Medicine*, 1993, vol. 329, pp. 987–994. <https://doi.org/10.1056/NEJM199309303291402>
9. Cragg M. S., Glennie M. J. Antibody specificity controls *in vivo* effector mechanisms of anti-CD20 reagents. *Blood*, 2004, vol. 103, pp. 2738–2743. <https://doi.org/10.1182/blood-2003-06-2031>
10. Maurer M. J., Ghesquières H., Jais J.-P. [et al.]. Event-free survival at 24 months is a robust end point for disease-related outcome in diffuse large B-cell lymphoma treated with immunochemotherapy. *Journal of Clinical Oncology*, 2014, vol. 32, no. 10, pp. 1066–1073. <https://doi.org/10.1200/JCO.2013.51.5866>
11. Gluck W. L., Hurst D., Yuen A. [et al.]. Phase I studies of interleukin (IL-2) and rituximab in B-cell non-Hodgkin's lymphoma: IL-2 mediated natural killer cell expansion correlates with clinical response. *Clinical Cancer Research*, 2004, vol. 10, no. 7, pp. 2253–2264. <https://doi.org/10.1158/1078-0432.ccr-1087-3>
12. Dall'Ozzo S., Tartas S., Pintaund G., Cartron G., Colombat P., Bardos P., Watier H., Thibault G. Rituximab-dependent cytotoxicity by natural killer cells: influence of FCGR3A polymorphism on the concentration – effect relationship. *Cancer Research*, 2004, vol. 64, no. 13, pp. 4664–4669. <https://doi.org/10.1158/0008-5472.CAN-03-2862>
13. Eisenbeis C. F., Grainger A., Fisher B. [et al.]. Combination immunotherapy of B-cell non-Hodgkin's Lymphoma with rituximab and interleukin-2: a preclinical and phase I study. *Clinical Cancer Research*, 2004, vol. 10, no. 18, pp. 6101–6110. <https://doi.org/10.1158/1078-0432.CCR-04-0525>
14. Friedberg J. W., Neuberger D., Gribben J. G. [et al.]. Combination immunotherapy with rituximab and interleukin-2 in patients with relapsed or refractory follicular non-Hodgkin's lymphoma. *British Journal of Haematology*, 2002, vol. 117, no. 4, pp. 828–834. <https://doi.org/10.1046/j.1365-2141.2002.03535.x>

### Информация об авторах

*Красный Сергей Анатольевич* – академик, д-р мед. наук, профессор, заместитель директора. РНПЦ онкологии и медицинской радиологии им. Н. Н. Александрова (223040, агр. Лесной, Минский р-н, Республика Беларусь). E-mail: [sergeykrasny@tut.by](mailto:sergeykrasny@tut.by). ORCID: 0000-0332-445-664.

*Конопля Наталья Евгеньевна* – д-р мед. наук, профессор, гл. науч. сотрудник. РНПЦ онкологии и медицинской радиологии им. Н. Н. Александрова (223040, агр. Лесной, Минский р-н, Республика Беларусь). E-mail: [nkonoplya@mail.ru](mailto:nkonoplya@mail.ru). ORCID: 0000-0003-0592-7182.

*Каленик Ольга Александровна* – канд. мед. наук, вед. науч. сотрудник. РНПЦ онкологии и медицинской радиологии им. Н. Н. Александрова (223040, агр. Лесной, Минский р-н, Республика Беларусь). E-mail: [olga.a.kalenik@mail.ru](mailto:olga.a.kalenik@mail.ru). ORCID: 0000-0001-8629-2830.

*Демешко Павел Дмитриевич* – д-р мед. наук, доцент, гл. науч. сотрудник. РНПЦ онкологии и медицинской радиологии им. Н. Н. Александрова (223040, агр. Лесной, Минский р-н, Республика Беларусь). E-mail: [pdemeshko@icloud.com](mailto:pdemeshko@icloud.com). ORCID: 0000-0002-1324-3656.

### Information about the authors

*Krasny Sergei A.* – Academician, D. Sc. (Medicine), Professor, Deputy Director. N. N. Alexandrov National Cancer Centre (223040, Lesnoy, Minsk region, Republic of Belarus). E-mail: [sergeykrasny@tut.by](mailto:sergeykrasny@tut.by). ORCID: 0000-0332-445-664.

*Konoplya Natalya E.* – D. Sc. (Medicine), Professor, Chief Researcher. N. N. Alexandrov National Cancer Centre (223040, Lesnoy, Minsk region, Republic of Belarus). E-mail: [nkonoplya@mail.ru](mailto:nkonoplya@mail.ru). ORCID: 0000-0003-0592-7182.

*Kalenik Volha A.* – Ph. D. (Medicine), Leading Researcher. N. N. Alexandrov National Cancer Centre (223040, Lesnoy, Minsk region, Republic of Belarus). E-mail: [olga.a.kalenik@mail.ru](mailto:olga.a.kalenik@mail.ru). ORCID: 0000-0001-8629-2830.

*Dziameshka Pavel D.* – D. Sc. (Medicine), Associate Professor, Chief Researcher. N. N. Alexandrov National Cancer Centre (223040, Lesnoy, Minsk region, Republic of Belarus). E-mail: [pdemeshko@icloud.com](mailto:pdemeshko@icloud.com). ORCID: 0000-0002-1324-3656.

**НАУКИ О ЗЕМЛЕ**  
**EARTH SCIENCES**УДК 551.582; 551.588  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-134-143>Поступило в редакцию 18.08.2022  
Received 18.08.2022**С. А. Лысенко, П. О. Зайко***Институт природопользования Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь***МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРОДСКИХ «ОСТРОВОВ ТЕПЛА»  
НА ТЕРРИТОРИИ БЕЛАРУСИ В УСЛОВИЯХ СОВРЕМЕННОГО  
ГЛОБАЛЬНОГО ПОТЕПЛЕНИЯ***(Представлено академиком В. Ф. Логиновым)*

**Аннотация.** Представлены количественные оценки интенсивностей городских «островов тепла» на территории Беларуси и их изменений в результате глобального потепления. На основе мезомасштабного численного моделирования метеорологических условий в городах оценены потенциальные возможности улучшения городского микроклимата за счет увеличения площади лесопарковых зон города. Показано, что в летний период областные центры Беларуси в среднем теплее окружающих их пригородных районов на 2–3 °С днем и на 1,2–2,3 °С ночью. За период, прошедший с начала текущего столетия, областные центры Беларуси потептели в среднем на 1,1–2,2 °С для дневного и на 1,3–1,9 °С для ночного времени суток. Максимальный рост дневных и ночных температур в городах Беларуси составил соответственно 3,1–6,0 и 2,4–4,4 °С. На примере г. Гомель показано, что замена промышленных кластеров города лесопарковыми зонами способствует понижению температуры воздуха в пределах 2 °С и более чем в 2 раза повышает среднюю для города эвапотранспирацию. В дневное время суток отмечается усиление северо-западного ветра в городе и его окрестностях, что способствует улучшению городской вентиляции. В ночные часы озеленение города делает приземный слой атмосферы менее устойчивым, что сопровождается активизацией локальных циркуляционных ячеек, посредством которых происходит выравнивание температуры и удельной влажности в городе и пригороде.

**Ключевые слова:** глобальное потепление, городской «остров тепла», адаптация, дистанционное зондирование Земли, метеорологическое моделирование

**Для цитирования.** Лысенко, С. А. Метеорологическое моделирование городских «островов тепла» на территории Беларуси в условиях современного глобального потепления / С. А. Лысенко, П. О. Зайко // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 134–143. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-134-143>

**Sergey A. Lysenko, Palina A. Zaiko***Institute of Nature Management of the National Academy of Science of Belarus, Minsk, Republic of Belarus***METEOROLOGICAL MODELING OF URBAN “HEAT ISLANDS” ON THE TERRITORY OF BELARUS  
UNDER MODERN GLOBAL WARMING***(Communicated by Academician Vladimir F. Loginov)*

**Abstract.** The article presents a quantitative estimation of intensity of urban “heat islands” in Belarus and their changes as a result of global warming. The potential opportunities for improving the urban microclimate by increasing the area of forest park zones in the city have been evaluated using mesoscale numerical simulation of meteorological conditions in cities. It is shown that in summer, Belarusian regional centers are warmer than suburban areas within 2–3 °C during the day and within 1.2–2.3 °C at night. Over the period that has passed since the beginning of this century, the regional cities have warmed by an average of 1.1–2.2 °C during the day and 1.3–1.9 °C at night. The maximum increase in daytime and nighttime temperatures in Belarusian cities has amounted within 3.1–6.0 and 2.4–4.4 °C, respectively. It is shown that replacing industrial clusters with forest park zones decreases the air temperature in the city within 2 °C and more than 2 times in evapotrans-

piration in the city of Homel. In the daytime, the northwest wind increases in the city and its suburb and this improves urban ventilation. At night, the afforestation of the city makes the surface layer of the atmosphere less stable, which is accompanied by the activation of local circulation cells, through which the temperature and specific humidity in the city and the suburb are smoothed.

**Keywords:** climate warming, urban “heat island”, adaptation, remote sensing, meteorological modeling

**For citation.** Lysenko S. A., Zaiko P. A. Meteorological modeling of urban “heat islands” on the territory of Belarus under modern global warming. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 134–143 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-134-143>

**Введение.** Устойчивая тенденция к урбанизации привела к формированию на территории Беларуси крупных индустриальных кластеров с особенными микроклиматическими условиями. Одним из проявлений микроклимата этих территорий является присутствие на них так называемых городских островов тепла. Данное метеорологическое явление характеризуется повышением средних температур воздуха и подстилающей поверхности в городе относительно прилегающих к нему территорий. Возникновение городских «островов тепла» связано с сокращением естественного растительного покрова, изменением альбедо и теплофизических свойств подстилающей поверхности, а также с выбросами антропогенных источников тепла и аэрозолей.

В условиях глобального потепления происходит быстрая трансформация микроклиматических систем города, проявляющаяся в увеличении жарких и засушливых периодов, или так называемых волн тепла. Мультимодельные проекции изменения климата для сценария с высоким уровнем выбросов парниковых газов (RCP 8.5) показывают, что рост летней температуры в городах к концу текущего столетия может более чем на 4 °C превышать среднее региональное потепление [1; 2], что будет иметь ряд негативных последствий для здоровья людей и городской инфраструктуры [3; 4].

Для анализа и прогнозирования метеоусловий в городах широко используются мезомасштабные численные модели атмосферы и данные дистанционного зондирования Земли. В рамках данного исследования впервые проведено мезомасштабное моделирование метеорологических условий в городах Беларуси для летнего периода. Полученные результаты сопоставлены с данными спутниковых наблюдений. Для прогнозирования метеоусловий в городах использовалась мезомасштабная модель атмосферы WRF (Weather Research and Forecasting), применяемая в Национальной гидрометеорологической службе (Белгидромет) для краткосрочного численного прогноза погоды [5]. На основе данной модели выполнены расчеты микроклиматических изменений для различных сценариев преобразования городского ландшафта (увеличение зеленых насаждений, сокращение промышленных территорий), что позволило оценить потенциал адаптации городов Беларуси к изменению климата.

**Материалы и методы исследования.** В настоящем исследовании для количественных оценок интенсивности городских «островов тепла» использовались данные спутникового прибора MODIS/Terra, имеющие пространственное разрешение 1 км и охватывающие период с 2000 г. по настоящее время. Эффекты городских «островов тепла» проанализированы для шести областных центров Беларуси. Для каждого города рассчитаны распределения аномалии температуры поверхности, определяемой как разница между температурой поверхности на территории города и средней температурой свободной от застроек поверхности в пригороде. Расчеты выполнены отдельно для дневных и ночных температур на основе всех доступных для территории Беларуси спутниковых снимков MODIS, прошедших контроль качества [6].

Количественные оценки эффектов потепления городов Беларуси анализировались на основе составленных отдельно для каждого года композитных распределений средней летней температуры подстилающей поверхности. Тренды температуры рассчитывались попиксельно методом наименьших квадратов. Изменение температуры для каждого пиксела оценивалось по изменению ее трендовой компоненты с 2000 по 2021 г.

Для оценки потенциальных возможностей адаптации городов Беларуси к изменению климата проведено численное моделирование метеорологических условий в г. Гомель на основе негидростатической численной мезомасштабной модели WRF-ARW. Данная модель основана на интегрировании уравнений гидротермодинамики на прямоугольной сетке методом конечных разно-

стей, с параметризацией атмосферных процессов подсеточного масштаба (микрофизики, длинноволновой и коротковолновой радиации, тепло- и влагообмена в почве, конвекции, турбулентности и др.).

Моделирование метеорологических условий в городе выполнялось в два этапа. На первом этапе вычислялись распределения метеовеличин на всей территории Европы при начальных и граничных условиях, заданных на основе расчетов глобальной системы численного прогноза погоды GFS (Global Forecast System). Для расчета метеорологических полей использовались две сетки: первая – внешняя с шагом 9 км, охватывающая всю расчетную область (Европа), вторая – вложенная с разрешением 3 км, охватывающая юго-восточную часть Беларуси. Поля метеовеличин, рассчитанные на вложенной сетке, использовались в качестве начальных и граничных условий на втором этапе моделирования для вычисления метеорологических полей в анализируемом городе и его окрестности с пространственным разрешением 1 км. При этом боковые условия на сетке с разрешением 1 км корректировались на основании предшествующих расчетов на более крупной сетке с разрешением 3 км каждые 6 ч моделируемого периода. Такая последовательность моделирования по сравнению с использованием в модели WRF сразу трех вложенных сеток с уменьшающимся шагом обеспечивает большую экономичность счета и в несколько раз сокращает время вычислений.

Моделирование проводилось с заблаговременностью +48 ч на 32 вертикальных уровнях. Для параметризации физических процессов подсеточного масштаба использовались следующие схемы: микрофизика – WSM6, коротковолновая и длинноволновая радиация – RRTMG, подстилающая поверхность – Noah, конвекция на крупномасштабных сетках – Grell3D, пограничный слой – схема университета Ёнсей [7].

Для более детального описания метеорологических условий в пределах городской территории использовалась однослойная модель городского навеса (SLUCM, Urban Canopy Model) [8], учитывающая процессы обмена энергией и импульсом между городскими поверхностями (асфальт, бетон и др.) и атмосферой. Применение SLUCM-модели для мезомасштабного метеорологического моделирования потребовало задания расширенной пространственной структуры классов землепользования для урбанизированных территорий (10 классов). В большинстве исследований по моделированию городского климата используются три наиболее упрощенные категории городских поверхностей (жилые дома с низкой плотностью, высокоплотная застройка и промышленные кластеры) [9; 10], однако в последнее время были предприняты попытки для улучшения численного моделирования городских ландшафтов за счет увеличения количества различаемых в модели классов подстилающей поверхности [11; 12]. Для этой цели применяются современные базы данных спутниковых наблюдений, позволяющие учесть влияние на микроклимат мелкомасштабных городских ландшафтов [13; 14].

Для создания цифровых моделей классов землепользования проведен экспертный анализ спутниковых снимков для городов Беларуси на предмет выделения областей, входящих в классификацию локальных климатических зон (LCZ, WUDAPT) для урбанизированных территорий. Выделение областей проводилось с помощью приложения Google Earth, с последующим использованием стороннего генератора классов городских территорий – LCZ Generator [15] (рис. 1). Полученная база данных городских ландшафтов включает 10 классов: компактная высокоэтажная застройка; компактная средневысотная застройка; компактная низковысотная застройка; открытая высокоэтажная застройка; открытая среднеэтажная застройка; открытая низкоэтажная застройка; легкая малоэтажная застройка; крупная низковысотная застройка; редкая застройка; промышленная зона.

Главным достоинством мезомасштабного метеорологического моделирования в сравнении с эмпирическими методами изучения городских «островов тепла» является возможность проведения численных экспериментов по преобразованию структуры подстилающей поверхности в пределах модельной области с оцениванием соответствующих климатических последствий.

Такие эксперименты позволяют в первом приближении оценить потенциал адаптации городских территорий к изменению климата. Ниже рассмотрены изменения микроклимата в результате увеличения площади зеленых зон города Гомеля. Для этой цели проводилось моделирование

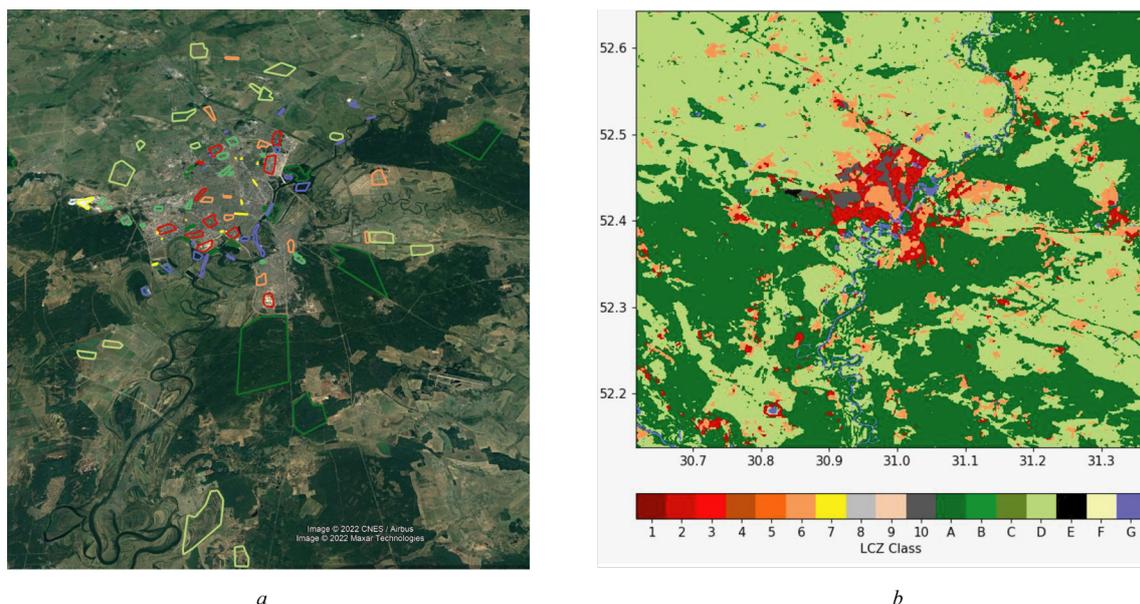


Рис. 1. Локальные климатические зоны г. Гомель: *a* – экспертные области урбанизированных классов, *b* – цифровая модель урбанизированных классов

Fig. 1. Local climate zones of the Homel city: *a* – expert areas of urbanized classes, *b* – digital model of urbanized classes

полей метеорологических величин (температуры, влажности, облачности, тепловых потоков и др.) при исходном и преобразованном состоянии подстилающей поверхности в анализируемом городе. Моделирование включало два разных сценария преобразования городского ландшафта: сокращение промышленных территорий с непроницаемыми поверхностями за счет замены их территориями с травой и низкорастущими растениями, а также вариант расширения лесопарковых зон за счет промышленных комплексов.

**Результаты и их обсуждение.** Средние и максимальные значения аномалии летней температуры поверхности в городах Беларуси и оценки их потепления за период с 2000 по 2021 г. сведены в таблице. Максимальные аномалии температуры поверхности (7,8 °С днем и 4,4 °С ночью), а также максимальные величины тренда потепления отмечаются в столице Беларуси. В отдельных районах Минска средняя летняя температура поверхности лишь с начала текущего столетия повысилась на 6 °С днем и на 4,4 °С ночью (рис. 2). Второе место по величинам максимальных аномалий температуры городских поверхностей занимает Гомель – 6,6 °С днем и 4,3 °С ночью. Однако по величинам максимального для города тренда потепления второе место принадлежит Витебску, в котором летняя дневная температура поверхности в отдельных районах с 2000 г. повысилась на 5,0 °С.

**Количественные оценки температурных аномалий в областных центрах Беларуси и их потепления за период с 2000 по 2021 г.**

**Quantitative estimates of temperature anomalies in the regional centers of Belarus and their warming for the period from 2000 to 2021**

Город City	Средняя интенсивность «острова тепла», °С Average “heat island” intensity, °С		Максимальная интенсивность «острова тепла», °С Maximum “heat island” intensity, °С		Среднее потепление в городе, °С Average warming in the city, °С		Максимальное потепление в городе, °С Maximum warming in the city, °С	
	День Day	Ночь Night	День Day	Ночь Night	День Day	Ночь Night	День Day	Ночь Night
Минск	2,6	2,0	7,8	4,4	1,6	1,5	6,0	4,4
Гродно	2,2	1,2	5,6	2,6	1,9	1,6	3,7	2,7
Брест	2,0	1,8	5,3	4,1	1,1	1,9	3,1	2,9
Гомель	3,0	2,3	6,6	4,3	2,2	1,7	3,9	2,7
Витебск	2,8	1,4	5,7	3,9	2,1	1,6	5,0	2,7
Могилев	2,8	1,7	5,9	3,1	2,2	1,3	4,1	2,4

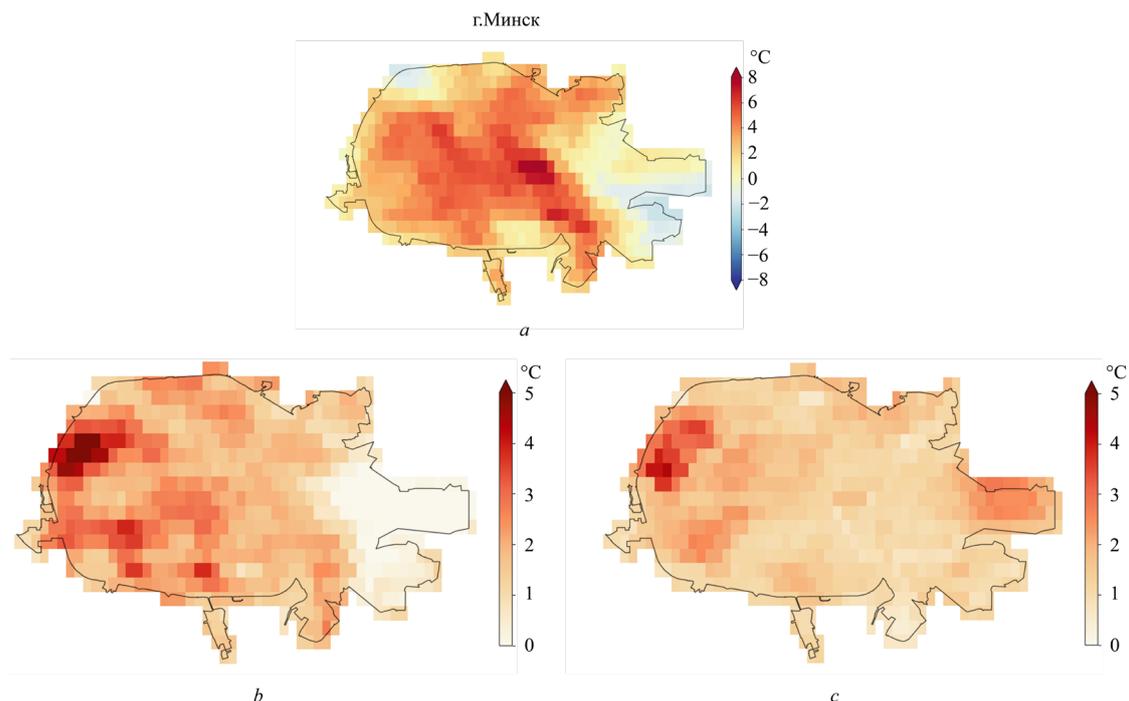


Рис. 2. Распределения средней для лета аномалии температуры поверхности в г. Минск (а) и изменения трендовой компоненты летней температуры поверхности в городе для дневного (b) и ночного (c) времени суток за период с 2000 по 2021 г.

Fig. 2. Distributions of the average summer surface temperature anomaly in Minsk (a) and changes in the trend component of the summer surface temperature in the city for daytime (b) and nighttime (c) for the period from 2000 to 2021

В среднем областные центры Беларуси летом оказываются теплее окружающих их пригородных районов на 2–3 °C днем и на 1,2–2,3 °C ночью. Максимальные для них температурные аномалии для дневного и ночного времени суток составляют соответственно 5,3–7,8 и 2,6–4,4 °C.

За период, прошедший с начала текущего столетия, областные центры Беларуси потеплели в среднем на 1,1–2,2 °C для дневного и на 1,3–1,9 °C для ночного времени суток. Рост средней температуры подстилающей поверхности в рассматриваемых городах на 7–38 % опережает среднюю для Беларуси скорость летнего потепления, однако в целом укладывается в диапазон ее разброса для метеорологических станций. При этом средняя интенсивность городских островов тепла с 2000 г. практически не изменилась – это означает, что рост средней температуры в городах и их пригородах происходит примерно с одинаковой скоростью. Однако в отдельных районах наиболее крупных городов Беларуси рост дневной и ночной летней температур значительно превышает среднюю по стране скорость летнего потепления: максимальное потепление с 2000 г. в областных центрах Беларуси для дневного и ночного времени суток составило 3,1–6,0 и 2,4–4,4 °C соответственно.

Для объяснения различий в проявлении «островов тепла» на территории Беларуси рассмотрим структуру подстилающей поверхности в пределах областных центров. Минск из данного рассмотрения можно исключить, поскольку максимальные значения присущих ему температурных аномалий вполне объяснимы максимальной среди городов Беларуси численностью населения, а также наличием обширных промышленных кластеров. Для других городов использовалась глобальная классификация земной поверхности Европейского космического агентства WorldCover 10m v100, составленная с разрешением 10 м на основе данных дистанционного зондирования Земли, полученных за 2020 г. со спутников Sentinel-1 и Sentinel-2.

На основе использованной классификации подстилающей поверхности рассчитаны доли непроницаемых поверхностей, зеленых насаждений, древесной растительности и водных объектов в общей площади каждого из рассматриваемых городов Беларуси. Исходя из полученных данных, наименьшая доля древесных насаждений (29,5 %) свойственна второму по численности

городу Беларуси – Гомелю. Очевидно, что в летние месяцы древесная растительность, создающая тень и способствующая отводу от поверхности тепла в виде эвапотранспирации, является важным фактором терморегулирования. Вероятно, что именно с малой долей древесных насаждений в общей площади г. Гомель связана высокая интенсивность соответствующего ему «острова тепла» и быстрый рост в городе летних температур. Это вывод косвенно подтверждается аналогичными данными по г. Брест, имеющему максимальный процент древесных насаждений (40,5 %) и отличающемуся минимальной интенсивностью соответствующего ему «острова тепла» и наименьшей среди областных центров Беларуси скоростью летнего потепления.

Для остальных областных центров, имеющих меньшие различия по численности населения и процентному соотношению различных типов городских поверхностей, столь явных закономерностей не прослеживается. Вероятно, что на формирование «островов тепла» в этих городах оказывают влияние ряд других факторов, например, геометрические характеристики городской застройки, физические свойства поверхности, взаимное расположение источников тепла, атмосферная циркуляция, влажность, загрязнение воздуха и др. [13; 14].

Несмотря на то что спутниковые данные и результаты мезомасштабного моделирования имеют некоторые несоответствия по времени, между ними наблюдается вполне удовлетворительное согласие. Так, мезомасштабное метеорологическое моделирование позволяет вполне адекватно прогнозировать динамику городского «острова тепла» на протяжении суток. Это подтверждает сравнительный анализ дневной температуры подстилающей поверхности, полученной по спутниковым измерениям и по результатам моделирования (рис. 3): среднеквадратическая погрешность прогноза дневной температуры составила 2,4 °С, что находится в пределах погрешности ее измерений спутниковым прибором MODIS.

Для ночного времени суток прогнозы температуры подстилающей поверхности хуже согласуются с данными спутниковых наблюдений: среднеквадратическая погрешность прогноза температуры составила 4,2 °С. Средний для модельной области коэффициент корреляции между прогнозными и спутниковыми данными составил 0,35. При этом метеорологическое моделирование дает значения температуры поверхности со систематической погрешностью – они в среднем на 18 % ниже результатов спутниковых измерений температуры. Причиной этому может быть некоторое несоответствие используемой в модели WRF температуры на почвенном уровне спутниковому продукту «температура подстилающей поверхности», определяемому по радиояркостной температуре на верхней границе атмосферы.

Результаты мезомасштабного численного моделирования метеорологических условий в г. Гомель при сценарии замены в нем промышленных объектов лесопарковыми зонами представлены

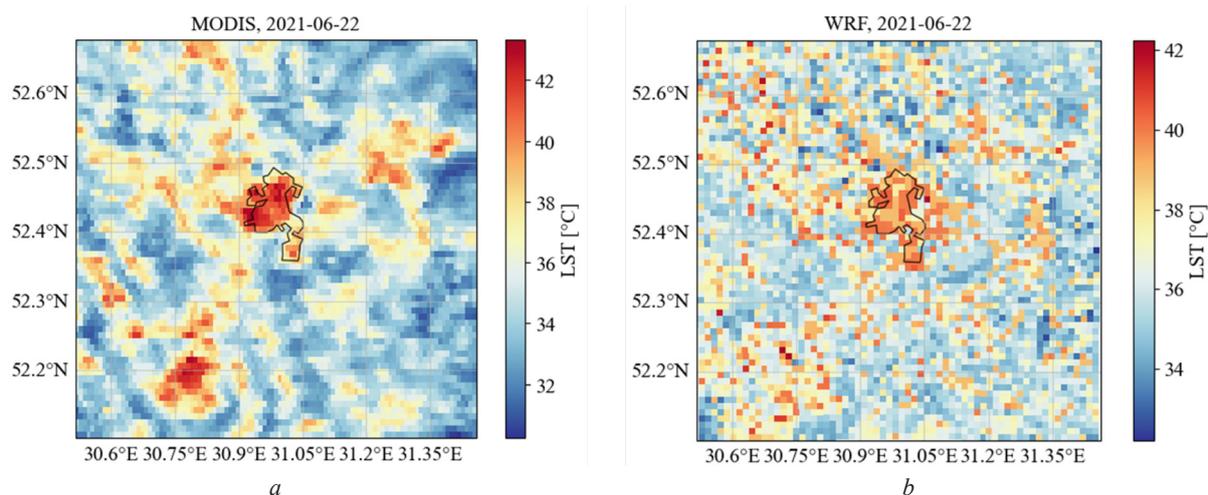


Рис. 3. Дневная температура подстилающей поверхности по данным спутниковых измерений (а) и результатам мезомасштабного метеорологического моделирования (б) для г. Гомель

Fig. 3. Day land surface temperature the satellite measurements (a) and results of mesoscale meteorological modeling (b) for the city of Homel

на рис. 4. Для оценок изменений метеорологических параметров в дневное время суток выбраны сроки прогноза +12 и +36 ч, для ночных – +24 и +48 ч. На карте отражены разницы между значениями метеорологических параметров до и после преобразования городских ландшафтов – температуры  $T_{2m}$  и удельной влажности  $q_{2m}$  (массовой доли водяного пара) на уровне 2 м, вертикаль-

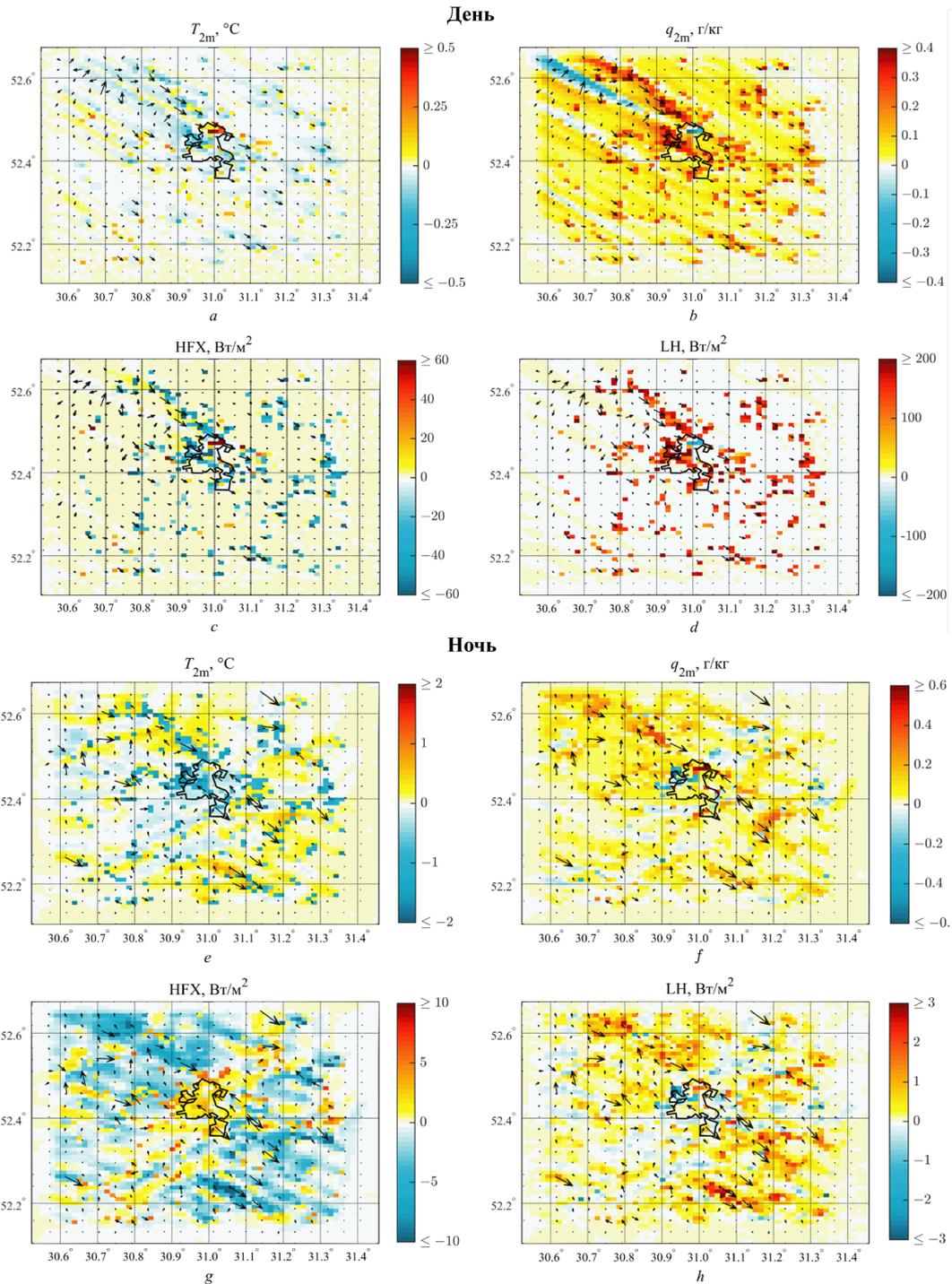


Рис. 4. Изменения метеорологических параметров в г. Гомель и его окрестностях в дневное (a, b, c, d) и ночное (e, f, g, h) время суток, спрогнозированные моделью WRF на дату 22.06.2021 для сценария замены промышленных комплексов лесопарковыми зонами

Fig. 4. Changes in meteorological parameters in Homel city and its suburban in the day time (+12 h) – a, b, c, d, and at night time (+24 h) – e, f, g, k, predicted by the WRF model for date 06.22.2021 for the considered replacement of industrial complexes to park areas (forestation)

ных турбулентных потоков явного НФХ и скрытого ЛН тепла на уровне подстилающей поверхности.

При увеличении площади зеленых зон города наблюдаются существенные изменения метеорологических условий в пределах города и его окрестности как в дневные, так и в ночные часы. Для обоих вариантов замены промышленных комплексов на лесную или травянистую растительность для дневных часов наблюдается понижение температуры воздуха в городе и его окрестностях в пределах 0,4–0,7 °С. Массовая доля водяного пара в городе возрастает в пределах 5 %. Расширение площади зеленых зон города кардинальным образом трансформирует структуру его теплового баланса: в озеленяемых районах города наблюдается уменьшение потока явного тепла в пределах 60 %, а поток скрытого тепла возрастает до 2,5 раз. Средний для города поток явного тепла за счет охлаждения подстилающей поверхности уменьшается на 3,0–4,5 %, а поток скрытого тепла увеличивается примерно вдвое. Общий вертикальный турбулентный поток тепла на уровне подстилающей поверхности возрастает на 48–52 Вт/м<sup>2</sup>, что способствует отводу тепла с территории города. Для рассматриваемого города зоны микроклиматического влияния преобразованных городских ландшафтов в дневные часы вытянуты с северо-запада на юго-восток, что связано с изменением поля приземного ветра в результате изменений шероховатости подстилающей поверхности.

Для ночного времени суток влияние озеленения города на метеорологические условия в нем проявляется в более сложной форме. В результате замены городских непроницаемых поверхностей и промышленных объектов лесопарковыми зонами ночная температура воздуха в городе уменьшается в среднем на 0,54–0,64 °С, а в озеленяемых районах города ее понижение достигает 2 °С. Падение температуры воздуха в ночное время значительно превышает ее аналогичные изменения для дневного времени. Это обстоятельство может быть связано с различиями высоты планетарного пограничного слоя атмосферы в дневное и ночное время суток. Ночью планетарный пограничный слой имеет минимальную толщину и в наибольшей степени подвержен термическому и динамическому влиянию подстилающей поверхности.

Более устойчивая термическая стратификация атмосферы в ночное время обуславливает менее развитую турбулентность планетарного пограничного слоя и меньший размер зоны микроклиматического влияния озеленяемых территорий города по сравнению с дневным временем суток, что отчетливо видно на векторном поле изменений скорости приземного ветра для дневного и ночного времени суток, представленном на рис. 4.

Изменения турбулентных потоков тепла в результате озеленения города для ночного времени суток в целом противоположны тем, что отмечают для дневного времени, однако их значения существенным образом зависят от термической стратификации атмосферы. Для атмосферных условий, рассмотренных на рис. 4, средние для города и его окрестностей турбулентные потоки явного и скрытого тепла составляют –13,0 и –1,73 Вт/м<sup>2</sup>. Отрицательный знак этих потоков указывает на неустойчивую стратификацию приземного слоя (потоки направлены к подстилающей поверхности). При замене промышленных объектов лесопарковыми зонами поток явного тепла увеличивается для города в среднем на 1,62 Вт/м<sup>2</sup> (максимально на 4,3 Вт/м<sup>2</sup>), а для пригорода – уменьшается в среднем на 0,78 Вт/м<sup>2</sup> (в отдельных районах до 13 Вт/м<sup>2</sup>). Поток скрытого тепла в одних районах модельной области увеличивается в пределах 3,3 Вт/м<sup>2</sup>, а в других уменьшается примерно в тех же пределах, в результате средние для города и пригорода потоки скрытого тепла практически не изменяются. Таким образом, можно сделать вывод, что озеленение урбанизированных территорий в ночное время нарушает устойчивость атмосферы и активизирует локальные циркуляционные ячейки, посредством которых осуществляется теплообмен между более теплыми и более холодными участками подстилающей поверхности.

**Заключение.** Анализ городских «островов тепла», проведенный на основе данных дистанционного зондирования Земли, позволил установить, что областные центры Беларуси летом в среднем теплее окружающих их пригородных районов на 2–3 °С днем и на 1,2–2,3 °С ночью. Максимальные температурные аномалии для дневного и ночного времени суток составляют соответственно 5,3–7,8 и 2,6–4,4 °С. За период, прошедший с начала текущего столетия, областные центры Беларуси потептели в среднем на 1,1–2,2 °С для дневного и на 1,3–1,9 °С для ночного

времени суток. Максимальный рост дневных и ночных температур в городах Беларуси составил соответственно 3,1–6,0 и 2,4–4,4 °С.

Важным фактором терморегулирования городской среды является площадь древесных насаждений, способствующих отводу из города антропогенного тепла за счет эвапотранспирации. В связи с этим максимальная среди областных центров Беларуси средняя интенсивность «острова тепла» отмечается для г. Гомель (3,0 °С в дневное время), имеющего минимальный процент древесных насаждений (29,5 %). В противоположность к этому для г. Брест, отличающегося наибольшей относительной площадью древесных насаждений (40,5 %), средняя интенсивность «острова тепла» имеет минимальное значение (2,0 °С в дневное время), а летнее потепление городской среды происходит даже медленнее, чем в среднем по стране.

Результаты мезомасштабного численного моделирования метеорологических условий в г. Гомель показывают, что при замене в нем непроницаемых городских поверхностей и промышленных объектов лесопарковыми зонами происходит существенная трансформация структуры теплового баланса подстилающей поверхности. В дневное время суток резко увеличивается поток скрытого тепла (примерно вдвое), что способствует отводу тепла с территории города и понижению средней для него температуры воздуха на 0,4–0,7 °С. Средний для города поток явного тепла за счет охлаждения подстилающей поверхности уменьшается на 3,0–4,5 %. Массовая доля водяного пара в результате усиления эвапотранспирации возрастает в пределах 5 %. Помимо этого, отмечается увеличение скорости северо-западного ветра, что способствует улучшению городской вентиляции.

Для ночного времени суток средняя температура воздуха в городе уменьшается в среднем на 0,54–0,64 °С, а в озеленяемых районах города ее понижение достигает 2 °С. При этом изменения восходящих с подстилающей поверхности турбулентных потоков тепла противоположны тем, что отмечаются для дневного времени суток и существенным образом зависят от термической стратификации в приземном слое атмосферы. Озеленение города делает приземный слой атмосферы в ночное время менее устойчивым, что сопровождается усилением восходящих турбулентных потоков тепла и активизацией локальных циркуляционных ячеек, посредством которых происходит выравнивание температуры и удельной влажности в городе и его окрестностях.

### Список использованных источников

1. Моделирование городского острова тепла в период экстремальных морозов в Москве в январе 2017 г. / В. П. Юшков [и др.] // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. – 2019. – Т. 55, № 5. – С. 13–31. <https://doi.org/10.31857/S0002-351555513-31>
2. Global multi-model projections of local urban climates / L. Zhao [et al.] // Nat. Clim. Change. – 2021. – Vol. 11, N 2. – P. 152–157. <https://doi.org/10.1038/s41558-020-00958-8>
3. Ревич, Б. А. Особенности воздействия волн холода и жары на смертность в городах с резко-континентальным климатом / Б. А. Ревич, Д. А. Шапошников // Сибирское медицинское обозрение. – 2017. – № 2. – С. 84–90. <https://doi.org/10.20333/2500136-2017-2-84-90>
4. Изучение феномена городского острова тепла в условиях полярной ночи с помощью экспериментальных измерений и дистанционного зондирования на примере Норильска / М. И. Варенцов [и др.] // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2014. – Т. 11, № 4. – С. 329–337.
5. Зайко, П. О. Ассимиляция метеорологических данных в мезомасштабную численную модель WRF-ARW в Республике Беларусь / П. О. Зайко // Wschodnioeuropejskie Czasopismo Naukowe (East European Scientific Journal). – 2020. – № 3 (55). – С. 4–12.
6. Validation of Collection 6 MODIS land surface temperature product using *in situ* measurements / S.-B. Duan [et al.] // Remote Sens. Environ. – 2019. – Vol. 225. – P. 16–29. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2019.02.020>
7. A description of the Advanced Research WRF. Version 3 / W. C. Skamarock [et al.]. – Boulder, 2008. – 113 p.
8. Kusaka, H. Coupling a single-layer urban canopy model with a simple atmospheric model: impact on urban heat island simulation for an idealized case / H. Kusaka, F. Kimura // J. Meteorol. Soc. Jpn. – 2004. – Vol. 82, N 1. – P. 67–80. <https://doi.org/10.2151/jmsj.82.67>
9. Coupled WRF/Unified Noah/Urban-Canopy Modelling System / M. Tewari [et al.]. – Boulder, 2007. – 22 p.
10. WUDAPT, an efficient land use producing data tool for mesoscale models? Integration of urban LCZ in WRF over Madrid / O. Brousse [et al.] // Urban Clim. – 2016. – Vol. 17. – P. 116–134. <https://doi.org/10.1016/j.uclim.2016.04.001>
11. WUDAPT: Facilitating Advanced Urban Canopy Modeling for Weather Climate and Air Quality Applications [Electronic Resource] / J. Ching [et al.] // 94th American Meteorological Society Annual Meeting, 2–6 February 2014, Georgia, USA. – Georgia, 2014. – Available at: <https://pure.iiasa.ac.at/id/eprint/11169/>.
12. Vahmani, P. High-resolution land surface modeling utilizing remote sensing parameters and the Noah UCM: a case study in the Los Angeles Basin / P. Vahmani, T. S. Hogue // Hydrol. Earth Syst. Sci. – 2014. – Vol. 18, N 12. – P. 4791–4806. <https://doi.org/10.5194/hess-18-4791-2014>

13. Impacts of the decadal urbanization on thermally induced circulations in Eastern China / M. Li [et al.] // *J. Appl. Meteorol. Climatol.* – 2015. – Vol. 54, N 2. – P. 259–282. <https://doi.org/10.1175/jamc-d-14-0176.1>
14. Лысенко, С. А. Оценки влияния подстилающей поверхности на точность численного прогноза температуры воздуха на территории Беларуси с использованием модели WRF / С. А. Лысенко, П. О. Зайко // *Гидрометеорологические исследования и прогнозы.* – 2021. – № 4 (382). – С. 50–68. <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2021-4-50-68>
15. Stewart, I. Local Climate Zones for Urban Temperature Studies / I. D. Stewart, T. R. Oke // *Bull. Am. Meteorol. Soc.* – 2012. – Vol. 93, N 12. – P. 1879–1900. <https://doi.org/10.1175/bams-d-11-00019.1>

## References

1. Yushkov V. P., Kurbatova M. M., Varentsov M. I., Lezina E. A., Kurbatov G. A., Miller E. A., Repina I. A., Artamonov A. Yu., Kallistratova M. A. Modeling of the heat island in the period extreme frost in Moscow in January 2017. *Izvestiya RAN. Fizika atmosfery i okeana* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Physics of the atmosphere and ocean], 2019, vol. 55, no. 5, pp. 13–31 (in Russian). <https://doi.org/10.31857/S0002-35155513-31>
2. Zhao L., Oleson K., Bou-Zeid E., Krayenhoff E. S., Bray A., Zhu Q., Zheng Z., Chen C., Oppenheimer M. Global multi-model projections of local urban climates. *Nature Climate Change*, 2021, vol. 11, no. 2, pp. 152–157. <https://doi.org/10.1038/s41558-020-00958-8>
3. Revich B. A., Shaposhnikov D. A. Influence features of cold and heat waves to the population mortality – the city with sharply continental climate. *Sibirskoe Medicinskoje Obozrenie = Siberian Medical Review*, 2017, no. 2, pp. 84–90 (in Russian). <https://doi.org/10.20333/2500136-2017-2-84-90>
4. Varentsov M. I., Konstantinov P. I., Samsonov T. E., Repina I. A. Investigation of urban heat island phenomenon during the polar night with application of experimental measurements and remote sensing for Norilsk city. *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa = Current problems of remote sensing of the Earth from space*, 2014, vol. 11, no. 4, pp. 329–337 (in Russian).
5. Zaiko P. O. Assimilation of meteorological data in the WRF-ARW mesoscale model in the Republic of Belarus. *Wschodnioeuropejskie Czasopismo Naukowe = Eastern European Scientific Journal*, 2020, vol. 55, no. 3, pp. 4–12 (in Russian).
6. Duan S.-B., Li Z.-L., Li H., Göttsche F.-M., Wu H., Zhao W., Leng P., Zhang X., Coll C. Validation of collection 6 MODIS land surface temperature product using in situ measurements. *Remote Sensing of Environment*, 2019, vol. 225, pp. 16–29. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2019.02.020>
7. Skamarock W. C., Klemp J. B., Dudhia J., Gill D. O., Barker D., Duda M. G., Huang X.-Y., Wang W., Powers J. G. *A Description of the Advanced Research WRF*. Version 3. Boulder, 2008. 113 p.
8. Kusaka H., Kimura F. Coupling a single-layer urban canopy model with a simple atmospheric model: impact on urban heat island simulation for an idealized case. *Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II*, 2004, vol. 82, no. 1, pp. 67–80. <https://doi.org/10.2151/jmsj.82.67>
9. Tewari M., Chen F., Kusaka H., Miao S. *Coupled WRF/Unified Noah/Urban-Canopy Modeling System*. Boulder, 2007. 22 p.
10. Brousse O., Martilli A., Foley M., Mills G., Bechtel B. WUDAPT, an efficient land use producing data tool for meso-scale models? Integration of urban LCZ in WRF over Madrid. *Urban Climate*, 2016, vol. 17, pp. 116–134. <https://doi.org/10.1016/j.uclim.2016.04.001>
11. Ching J., Mills G., Fedemma J., Oleson K., See L., Stewart I., Bechtel B., Chen F., Wang X., Neophytou M., Hanna A. WUDAPT: Facilitating Advanced Urban Canopy Modeling for Weather, Climate and Air Quality Applications. *94th Annual Meeting of the American Meteorological Society, February 2–6, 2014, Georgia, USA*. USA, 2014. Available at: <https://pure.iiasa.ac.at/id/eprint/11169/>.
12. Vahmani P., Hogue T. S. High-resolution land surface modeling utilizing remote sensing parameters and the Noah UCM: a case study in the Los Angeles basin. *Hydrology and Earth System Sciences*, 2014, vol. 18, no. 12, pp. 4791–4806. <https://doi.org/10.5194/hess-18-4791-2014>
13. Li M., Mao Z., Song Y., Liu M., Huang X. Impacts of the Decadal Urbanization on Thermally Induced Circulations in Eastern China. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 2015, vol. 54, no. 2, pp. 259–282. <https://doi.org/10.1175/jamc-d-14-0176.1>
14. Lysenko S. A., Zaiko P. O. Estimates of the Earth surface influence on the accuracy of numerical prediction of air temperature in Belarus using the WRF model. *Gydrometeorologicheskiye issledovaniya i prognozy = Hydrometeorological research and forecasting*, 2021, no. 4, pp. 50–68 (in Russian). <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2021-4-50-68>
15. Stewart I. D., Oke T. R. Local Climate Zones for Urban Temperature Studies. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 2012, vol. 93, no. 12, pp. 1879–1900. <https://doi.org/10.1175/bams-d-11-00019.1>

## Информация об авторах

Лысенко Сергей Александрович – д-р физ.-мат. наук, профессор, директор. Институт природопользования НАН Беларуси (ул. Ф. Скорины, 10, 220076, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [lysenko.nature@gmail.com](mailto:lysenko.nature@gmail.com).

Зайко Полина Олеговна – науч. сотрудник. Институт природопользования НАН Беларуси (ул. Ф. Скорины, 10, 220076, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [nature@ecology.basnet.by](mailto:nature@ecology.basnet.by).

## Information about the authors

Lysenko Sergey A. – D. Sc. (Physical and Mathematical), Professor, Director. Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus (10, F. Skorina Str., 220076, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [lysenko.nature@gmail.com](mailto:lysenko.nature@gmail.com).

Zaiko Polina O. – Researcher. Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus (10, F. Skorina Str., 220076, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [nature@ecology.basnet.by](mailto:nature@ecology.basnet.by).

**ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ**  
**TECHNICAL SCIENCES**УДК 536.2.001  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-144-155>Поступило в редакцию 04.04.2022  
Received 04.04.2022**В. А. Кот***Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси,  
Минск, Республика Беларусь***НОВЫЕ ПОДХОДЫ К РАСЧЕТУ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ МЕТОДОМ КАРМАНА–  
ПОЛЬГАУЗЕНА***(Представлено членом-корреспондентом Н. В. Павлюкевичем)*

**Аннотация.** Представлено несколько эффективных вычислительных схем для расчета задач гидродинамики, обеспечивающих достижение минимальных ошибок определения основных параметров пограничного слоя. Полученный в работе новый трехчленный полином, описывающий профиль скорости в пограничном слое, существенно превосходит по точности все известные, аналогичные по форме, решения. Также предложена схема нахождения достаточно точного решения на основе двух классических полиномов Польгаузена третьей и четвертой степени в виде их полусуммы. Данное решение обладает лучшими аппроксимационными свойствами по сравнению с исходными профилями. Получено высокоточное решение для профиля скорости в виде  $F(\zeta) = (1 + 1,135\zeta)(1 - \zeta)^3$ , причем кривая профиля скорости практически совпадает с точным решением. Ошибка определения напряжения трения составляет  $\varepsilon_{\tau_w} = 0,0008\%$ . Данное решение дает практически точное значение напряжения трения с очень малыми ошибками расчета толщины вытеснения (0,12 %) и формпараметра (0,12 %).

**Ключевые слова:** метод Кармана–Польгаузена, пограничный слой, уравнение Блазиуса, полиномиальные решения, интегральные методы

**Для цитирования.** Кот, В. А. Новые подходы к расчету пограничного слоя методом Кармана–Польгаузена / В. А. Кот // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 144–155. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-144-155>

**Valery A. Kot***A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus,  
Minsk, Republic of Belarus***NEW APPROACHES TO CALCULATION OF THE BOUNDARY LAYER  
BY THE KARMAN–POHLHAUSEN METHOD***(Communicated by Corresponding Member Nikolai V. Pavlyukevich)*

**Abstract.** Several efficient computational schemes, providing the attainment of minimum errors in determining the main parameters of a boundary layer, are presented. The new trinomial polynomial obtained for definition of the velocity profile in the boundary layer much exceeds in accuracy all the known analogous solutions. A scheme of finding a fairly exact solution in the form of the half-sum of the classical Pohlhausen polynomials of the third and fourth degrees is proposed. This solution possesses better approximation properties compared to those of the initial profiles. A high-accuracy solution has been obtained for the velocity profile in the form  $F(\zeta) = (1 + 1.135\zeta)(1 - \zeta)^3$ , the velocity profile curve being almost coincident with the exact solution. The friction stress error is  $\varepsilon_{\tau_w} = 0.0008\%$ . This solution yields an almost exact value of friction stress with very small calculation errors of the displacement thickness (0.12 %) and the form parameter (0.12 %).

**Keywords:** Karman–Pohlhausen method, boundary layer, Blasius equation, polynomial solutions, integral methods

**For citation.** Kot V. A. New approaches to calculation of the boundary layer by the Karman–Pohlhausen method. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 144–155 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-144-155>

**Введение.** В начале прошлого века Л. Прандтль [1] заложил основы теории пограничного слоя (ПС), объединив, казалось бы, несовместимые в то время науки: теоретическую гидродинамику и гидравлику. Теория пограничного слоя нашла применение при расчете сопротивления поверхностного трения, которое действует на тело при его движении в жидкости и газе [2]. В настоящую эпоху микроэлектроники теория пограничного слоя вновь приобретает большой научный интерес в связи с изучением течений газа и жидкости в микромасштабном режиме. Сохранив подход Прандтля к пограничным слоям [1] и одновременно автомодельное решение, представленное Блазиусом [3], метод Кармана–Польгаузена, который основан на интеграле импульса и представлен в статьях Кармана [4] и Польгаузена [5], в настоящее время считается одним из основных в теории ПС. Это связано с весьма высокой эффективностью расчета множества важнейших свойств ПС в потоках с низким и высоким числами Рейнольдса. Благодаря своей простоте данный метод входит в основные разделы монографий, посвященных теории ПС [6; 7]. Цель настоящей работы состоит в представлении новых вычислительных схем для динамического пограничного слоя на основе интегрального метода Кармана–Польгаузена.

**1. Течение жидкости на плоской пластине. Уравнение Блазиуса.** Установившееся плоское течение жидкости с заданным давлением  $p(x)$  мимо тонкой пластины описывается уравнениями Навье–Стокса в приближении пограничного слоя [6]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \end{aligned} \tag{1.1}$$

где  $u$  и  $v$  – компоненты скорости жидкости вдоль координат  $x$  и  $y$  соответственно;  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости;  $\rho$  – плотность жидкости. Граничными условиями будут

$$\begin{aligned} u(0, x) &= 0, \quad v(0, x) = 0, \\ u(x, y) &= U(x), \quad y \rightarrow \infty, \end{aligned} \tag{1.2}$$

где  $U(x)$  – скорость основного потока. Граничные условия (1.2) при  $y = 0$  основаны на том предположении, что на пластине не допускается проскальзывание и массоперенос, тогда как оставшееся граничное условие означает, что скорость  $u$  асимптотически стремится к  $U = U(x)$ .

Для решения задачи вводится в рассмотрение потенциал  $\Psi(x, y)$  (функция тока)

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}.$$

Математическая мотивация введения такой новой переменной заключается в том, что уравнение неразрывности выполняется тождественно и остается лишь одно преобразованное уравнение. При  $U = \text{const}$  задача упрощается. С помощью преобразования Блазиуса [3]

$$\eta = y \sqrt{\frac{U}{\nu x}}, \quad f(\eta) = \frac{[\Psi(y, x)]}{\sqrt{\nu y U}} \rightarrow \Psi(x, y) = f(\eta) \sqrt{\nu y U} \tag{1.3}$$

математическая модель с частными производными (1.1) сводится к модели для полубесконечной области, описываемой дифференциальным уравнением (уравнение Блазиуса)

$$\begin{aligned} f'''(\eta) + \frac{1}{2} f(\eta) f''(\eta) &= 0, \quad \eta \geq 0, \\ f(0), \quad f'(0) &= 0, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} f'(\eta) = 1. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Здесь  $\eta$  и  $f(\eta)$  – соответственно безразмерная координата и безразмерная функция тока. Задача (1.4) решена Блазиусом посредством ее описания степенным рядом в асимптотическом приближении при некотором конечном значении параметра  $\eta$ :

$$f(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^k \frac{A_k \sigma^{k+1}}{(3k+2)!} \eta^{3k+2}, \quad (1.5)$$

где

$$A_0 = A_1 = 1, \quad A_k = \sum_{r=0}^{k-1} \binom{3k-1}{3r} A_r A_{k-r-1} \quad (k \geq 2).$$

В (1.5) параметр  $\sigma$  является неизвестной второй производной  $\sigma = f''(0)$ . Компонента скорости  $u$  может быть определена из функции тока следующим образом:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = U \frac{df}{d\eta} \rightarrow \frac{u}{U} = f'. \quad (1.6)$$

Несмотря на присутствие в (1.5) знаменателя  $(3k+2)!$ , ряд (1.6) сходится лишь на конечном интервале  $[0, R]$ , где  $R \approx 5,69$  [8]. Данная задача является предметом активных исследований. Ховарт [9] численно решил задачу Блазиуса, определив  $\sigma \approx 0,33206$ . В [10] найдено значение  $\sigma \approx 0,332057336$ . В дальнейшем для параметра  $\sigma$  получено еще более точное значение [см., напр., 11; 12].

Наиболее важными параметрами являются, в частности, коэффициент сопротивления  $C_f$  и толщина вытеснения потока  $\delta^*$ , для которых имеют место соотношения [7]

$$\frac{1}{2} C_f \sqrt{\text{Re}_x} = f''(0),$$

$$\frac{\delta^*}{x} \sqrt{\text{Re}_x} = \int_0^{\infty} \frac{U-u}{U} dy = \int_0^{\infty} (1-f') d\eta \approx \int_0^{\alpha} (1-f') d\eta,$$

где  $\text{Re}_x = Ux/\nu$  – локальное число Рейнольдса;  $\alpha = \frac{\delta}{x} \sqrt{\text{Re}_x}$ ,  $\delta$  – толщина ПС, которую, в зависимости от степени приближений, можно определить как

$$\delta \approx \eta_1 \frac{x}{\sqrt{\text{Re}_x}}.$$

Касательное напряжение трения  $\tau_w$  определяется формулой

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U^2} \rightarrow \tau_w = \frac{1}{2} C_f \rho U^2 = f''(0) \frac{\rho U^2}{\sqrt{\text{Re}_x}}. \quad (1.7)$$

Для толщины вытеснения импульса имеем

$$\frac{\Theta}{x} \sqrt{\text{Re}_x} = \int_0^{\infty} \frac{U-u}{U} \frac{u}{U} dy = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (1-f') f' d\eta \approx \frac{1}{2} \int_0^{\eta_1} (1-f') f' d\eta = s \approx 0,332057336\dots \quad (1.8)$$

Толщина вытеснения потока  $\delta_1$  определяется следующим образом:

$$\frac{\delta_1}{x} \sqrt{\text{Re}_x} = \int_0^{\infty} (1-f') d\eta \approx 1,7208. \quad (1.9)$$

С учетом (1.8) и (1.9) находим формпараметр

$$H = \frac{\delta_1}{\Theta} = \frac{\int_0^{\infty} (1-f') d\eta}{\int_0^{\infty} (1-f') f' d\eta} \approx \frac{\int_0^{\eta_1} (1-f') d\eta}{\int_0^{\eta_1} (1-f') f' d\eta} \approx 2,59110\dots$$

**2. Некоторые определяющие соотношения и параметры ПС.** Как показано Карманом [4] и Польгаузенем [5], при получении решения задачи (1.1), (1.2) можно потребовать выполнения дифференциальных уравнений (1.1) в среднем по толщине ПС. С этой целью берется за основу уравнение импульсов с заменой дифференциальных уравнений (1.1) на интегральное соотношение, которое получается посредством интегрирования исходных уравнений в пределах толщины ПС. Таким интегральным соотношением является [4]

$$\frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^{\delta} (U-u)u \, dy + \frac{\partial U}{\partial x_0} \int_0^{\delta} (U-u) \, dy = v \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (2.1)$$

Введем в рассмотрение безразмерные параметры

$$\zeta = \frac{y}{\delta}, \quad F = F(\zeta) = \frac{u}{U}(\zeta) = \tilde{u}. \quad (2.2)$$

При  $\partial U / \partial x = 0$  вместо (2.1), с учетом (2.2), имеем интегральное соотношение Кармана

$$\frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^{\delta} (U-u)u \, dy = v \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (2.3)$$

которому можно придать вид

$$\delta'(x)\delta(x) \int_0^1 (1-F)F \, d\zeta = \frac{v}{U} F'(0). \quad (2.4)$$

Для толщины ПС имеем

$$\delta = \eta_1 \sqrt{\frac{v}{U} x} = x \eta_1 \sqrt{\frac{v}{U x}} \rightarrow \frac{\delta}{x} = \frac{\eta_1}{\sqrt{\text{Re}_x}}. \quad (2.5)$$

Подстановка (2.5) в (2.4) дает интегральное соотношение

$$\frac{\eta_1^2}{2} \int_0^1 (1-F)F \, d\zeta = \frac{\eta_1^2}{2} \alpha_2 = F'(0). \quad (2.6)$$

Введем в рассмотрение параметры  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , а также формпараметр  $H$ , определяемые как

$$\alpha_1 = \int_0^1 (1-F)F \, d\zeta, \quad \alpha_2 = \int_0^1 (1-F)F \, d\zeta, \quad H = \frac{\delta^*}{\Theta} = \frac{\delta \alpha_1}{\delta \alpha_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}. \quad (2.7)$$

Из (2.6) и (2.7) находим

$$\eta_1 = \sqrt{2 \frac{F'(0)}{\alpha_2}}. \quad (2.8)$$

Следуя Польгаузену и другим авторам, зададим профиль скорости в виде

$$\frac{u}{U} = F(\zeta) = \sum_{k=0}^N a_k \zeta^k.$$

Анализ известных простых полиномиальных решений рассматриваемой задачи позволяет более критично подойти к проблеме задания граничных условий на стенке и внешней стороне пограничного слоя, которые впервые были введены Польгаузенем [5]:

$$F(1) = 1, \quad \left. \frac{dF}{d\zeta} \right|_{\zeta=1} = F'(1) = 0, \quad \left. \frac{d^2 F}{d\zeta^2} \right|_{\zeta=1} = F''(1) = 0, \quad \left. \frac{d^3 F}{d\zeta^3} \right|_{\zeta=1} = F'''(1) = 0. \quad (2.9)$$

Граничные условия (2.9) являются частным случаем последовательности

$$\left. \frac{d^n F}{d\zeta^n} \right|_{\zeta=1} = F^{(n)}(1) = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Из (1.1) и (1.2) при  $U = \text{const}$  ( $\omega = du(0, x) / dy$ ) имеем граничные условия

$$\begin{aligned} u(0, x) = 0, \quad \frac{\partial^2 u(0, x)}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 u(0, x)}{\partial y^3} = 0, \quad \frac{\partial^4 u(0, x)}{\partial y^4} = \frac{1}{v} \omega \frac{\partial \omega}{\partial x}, \\ \frac{\partial^5 u(0, x)}{\partial y^5} = 0, \quad \frac{\partial^6 u(0, x)}{\partial y^6} = 0, \quad \frac{\partial^7 u(0, x)}{\partial y^7} = \frac{\omega}{v^2} \left( 4\omega \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 \right), \dots \end{aligned} \quad (2.10)$$

Выделим в (2.10) особые («нулевые») граничные условия

$$F(0) = 0, \quad F''(0) = 0, \quad F'''(0) = 0.$$

Для внешней стороны ПС ( $\zeta = 1$ ) запишем наиболее важные из них:

$$F(1) = 1, \quad F'(1) = 0, \quad F''(1) = 0, \quad F'''(1) = 0, \quad F^{(4)}(1) = 0.$$

Отталкиваясь от той либо иной конкретной функции  $F(\zeta)$ , будем далее определять по (2.7) и (2.8) параметры  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $H$  и  $\eta_1$ . Из (1.3), (1.7) и (2.5) получаем преобразование  $\zeta \rightarrow \eta / \eta_1$ , которое позволяет записать искомое решение для профиля скорости в виде, аналогичном по форме решению классической задачи Блазиуса (1.4), т. е.

$$\tilde{u}(\zeta) = F(\zeta) \leftrightarrow f'(\zeta) \rightarrow \tilde{u}(\eta) = F(\eta) = F\left(\frac{\eta}{\eta_1}\right) \leftrightarrow f'\left(\frac{\eta}{\eta_1}\right).$$

Для оценки точности приближенных решений используем отклонение  $E_u$ , а также среднеквадратичное отклонение (норму ошибки)  $L_2$ , рассчитываемые как

$$E_u(\eta) = \tilde{u}(\eta) - f'(\eta), \quad L_2 = \sqrt{\frac{1}{\eta_1} \int_0^{\eta_1} [\tilde{u}(\eta) - f'(\eta)]^2 d\eta}.$$

Точность расчета оценим посредством относительных ошибок

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\delta_1} &= \left| \frac{\delta_1}{1,7208} - 1 \right| 100\%, \quad \varepsilon_H = \left| \frac{H}{2,5911} - 1 \right| 100\%, \\ \varepsilon_{C_f} &= \left| \frac{C_f}{0,6641} - 1 \right| 100\%, \quad \varepsilon_{\tau_w} = \varepsilon_{f''(0)} = \left| \frac{f''(0)}{0,332057} - 1 \right| 100\%. \end{aligned} \quad (2.11)$$

**3. Анализ известных полиномиальных решений для ПС.** Рассмотрим известные полиномиальные решения для профиля скорости, полученные на основе интегрального соотношения Кармана. Отдельно рассмотрим решения при следующих ограничениях на стенке: 1 –  $F''(0) = 0$ , 2 –  $\{F''(0) = 0, F'''(0) = 0\}$ , 3 –  $\{F''(0) = 0, F'(0) \cong \eta_1 s\}$ .

*Ограничение  $dF^2(0) / d\zeta^2 = 0$ .* Для данного ограничения построены все основные классические решения для ПС [5]. В частности, функции  $F_1(\zeta)$ ,  $F_2(\zeta)$  и  $F_3(\zeta)$  вида

$$F_1(\zeta) = \frac{3}{2}\zeta - \frac{1}{2}\zeta^3, \quad (3.1)$$

$$F_2(\zeta) = 2\zeta - 2\zeta^3 + \zeta^4, \quad (3.2)$$

$$F_3(\zeta) = \frac{5}{2}\zeta - 5\zeta^3 + 5\zeta^4 - \frac{3}{2}\zeta^5 \quad (3.3)$$

при разных системах ограничений на внешней стороне ПС (табл. 1) были получены Польгаузенем [5]. Вспомогательные параметры  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $F'(0)$  и  $\eta_1$  для функций (3.1)–(3.3) представлены в табл. 2.

Как показали графики функций (3.1)–(3.3) (рис. 1, а), наилучшему приближению отвечает профиль  $F_2(\eta)$  на основе трехчленного полинома четвертой степени, что соответствует «симметричным» ограничениям  $F''(0) = F''(1) = 0$  (рис. 1, б). Как видим, добавление граничного условия  $F''(1) = 0$  позволило существенно улучшить решение по сравнению с профилем  $F_1(\delta)$ . Обратим также внимание, что добавление ограничения  $F'''(1) = 0$  (профиль  $F_3(\eta)$ ) приводит к заметному ухудшению аппроксимации. По всей видимости, это связано с нарушением отмеченной выше согласованности старших нулевых производных в точках  $\zeta = 0$  и  $\zeta = 1$ . Рассчитанные по (2.11) параметры  $\delta$ ,  $\delta_1$ ,  $H$ ,  $\tau_w$  и  $C_f$  представлены в табл. 3. Наилучшее приближение к точным значениям  $\tau_w$ ,  $C_f$  и  $H$  достигается в профиле  $F_2(\eta)$ .

*Ограничения  $dF^2(0) / d\zeta^2 = 0$  и  $dF^3(0) / d\zeta^3 = 0$ .* В [13] Н. Кёрл ввел в рассмотрение граничное условие  $F'''(0) = 0$ , что дало возможность прийти к полиному

Т а б л и ц а 1. Граничные условия и отвечающие им профили скорости  
 Table 1. Boundary conditions and corresponding velocity profiles

$F_n$	$\zeta = 0$	$\zeta = 1$	$F(\zeta)$	Источник
$F_1$	$F = F'' = 0$	$F = 1, F' = 0$	$\frac{3}{2}\zeta - \frac{1}{2}\zeta^3$	[5]
$F_2$	$F = F'' = 0$	$F = 1, F' = F'' = 0$	$2\zeta - 2\zeta^3 + \zeta^4$	[5]
$F_3$	$F = F'' = 0$	$F = 1, F' = F'' = F''' = 0$	$\frac{5}{2}\zeta - 5\zeta^3 + 5\zeta^4 - \frac{3}{2}\zeta^5$	[5]
$F_4$	$F = F'' = F''' = 0$	$F = 1, F' = F'' = 0$	$\frac{5}{3}\zeta - \frac{5}{3}\zeta^4 + \zeta^5$	[13]
$F_5$	$F = F'' = 0, F' \approx \eta_1 s$	$F = 1, F' = 0$	$\frac{5}{3}\zeta - \frac{5}{3}\zeta^4 + \zeta^5$	[14]
$F_6$	$F = F'' = 0$	$F = 1, F' = 0$	$\frac{7}{4}\zeta - \frac{5}{4}\zeta^3 + \frac{1}{2}\zeta^4$	*
$F_7$	$F = F'' = 0, F' \approx \eta_1 s$	$F = 1, F' = F'' = 0$	$\frac{9}{5}\zeta - \zeta^3 + \frac{1}{5}\zeta^6$	*
$F_8$	$F = 0, F' \approx \eta_1 s$	$F = 1, F' = F'' = 0$	$1 - \left(1 + \frac{227}{200}\zeta\right)(1 - \zeta)^3$	*

Примечание. \* – новое решение.  
 Note. \* – new solution.

Т а б л и ц а 2. Вспомогательные параметры  
 Table 2. Subsidiary parameters

$F_n$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$H = \alpha_1 / \alpha_2$	$F'(0)$	$\eta_1$
$F_1$	3/8	39/280	35/13	3/2	4,6409
$F_2$	3/10	37/315	189/74	2	5,8355
$F_3$	1/4	10/99	99/40	5/2	7,0356
$F_4$	1/3	775/6237	2079/775	5/3	5,1794
$F_5$	13/20	379/2835	7371/1516	5/3	4,9934
$F_6$	27/80	1313/10080	3402/1313	7/4	5,1836
$F_7$	9/28	279/2275	325/124	9/5	5,4180
$F_8$	1227/4000	170273/1440000	441720/170273	373/200	5,6165

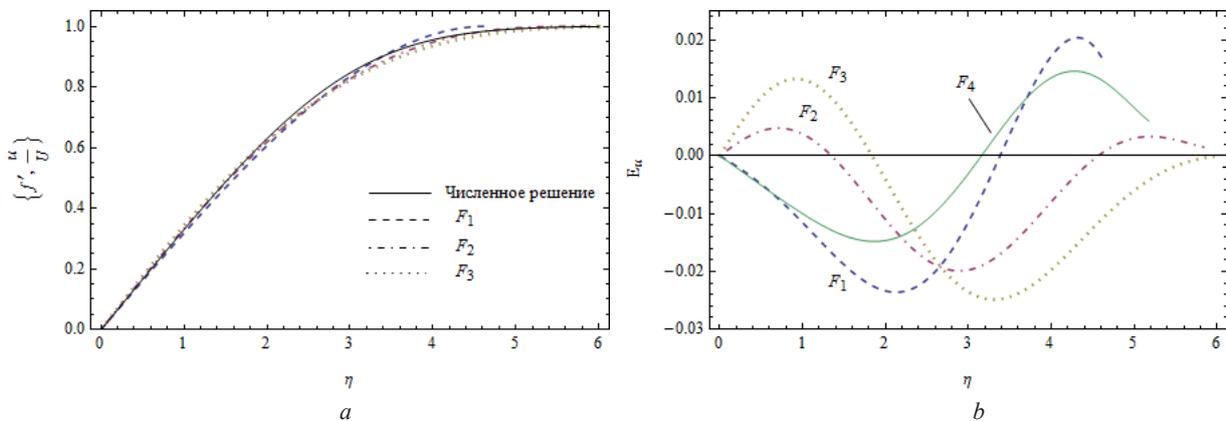


Рис. 1. Профили скорости в ПС на основе точного решения (сплошная линия), полиномов  $F_1(\eta)$  (штриховая линия),  $F_2(\eta)$  (штрихпунктирная линия),  $F_3(\eta)$  (пунктирная линия) (a) и графики отклонений  $E_u(\eta)$  для профилей скорости  $F_1(\eta) - F_4(\eta)$  (b)

Fig. 1. Velocity profiles in the BL on the basis of the exact solution (full line) and the polynomials  $F_1(\eta)$  (dashed line),  $F_2(\eta)$  (dash-dotted line), and  $F_3(\eta)$  (dotted line) (a) and graphs of the deviation  $E_u(\eta)$  for the velocity profiles  $F_1(\eta) - F_4(\eta)$  (b)

Т а б л и ц а 3. Основные свойства пограничного слоя, описываемого полиномами  $F_1 - F_8$ Table 3. Basic properties of the boundary layer described by polynomials  $F_1 - F_8$ 

$F_n$	$\tilde{u}(\eta) = \frac{u}{U}(\eta)$	$\frac{\delta^*}{x} \sqrt{\text{Re}_x}$	$H$	$C_f \sqrt{\text{Re}_x}$	$f''(0)$	$L_2$
$F_1$	$\frac{3}{2}\zeta - \frac{1}{2}\zeta^3$	1,7403 1,13 %	2,692 3,90 %	0,6464 9,47 %	0,3232 9,47 %	0,0153
$F_2$	$2\zeta - 2\zeta^3 + \zeta^4$	1,7506 1,73 %	2,554 1,43 %	0,6854 3,21 %	0,3427 3,21 %	0,0108
$F_3$	$\frac{5}{2}\zeta - 5\zeta^3 + 5\zeta^4 - \frac{3}{2}\zeta^5$	1,7589 2,21 %	2,475 4,48 %	0,7107 7,02 %	0,3553 7,02 %	0,0152
$F_4$	$\frac{5}{3}\zeta - \frac{5}{3}\zeta^4 + \zeta^5$	1,7264 0,33 %	2,682 3,51 %	0,6435 3,10 %	0,3217 3,10 %	0,0106
$F_5$	$\frac{5}{3}\zeta - \zeta^3 + \frac{1}{3}\zeta^4$	4,9934	1,7477 1,56 %	2,618 1,04 %	0,6675 0,51 %	0,0121
$F_6$	$\frac{7}{4}\zeta - \frac{5}{4}\zeta^3 + \frac{1}{2}\zeta^4$	1,7495 1,66 %	2,591 0 %	0,6752 1,67 %	0,3376 1,67 %	0,0113
$F_7$	$\frac{9}{5}\zeta - \zeta^3 + \frac{1}{5}\zeta^6$	5,4180	1,7415 1,20 %	2,621 1,16 %	0,6644 0,045 %	0,0094
$F_8$	$1 - \left(1 + \frac{227}{200}\zeta\right)(1 - \zeta)^3$	5,6164	1,7228 0,12 %	2,594 0,12 %	0,6641 0,0008 %	0,0049
Блазиус		1,7208	2,591	0,6641	0,33206	–

$$F_4(\zeta) = \frac{5}{3}\zeta - \frac{5}{3}\zeta^4 + \zeta^5 \quad (3.4)$$

при  $\eta_1 = 5,1794$ . Если сравнить данное решение с решением Польгаузена  $F_2(\eta)$  (рис. 1, *a*), то, как это можно видеть из графиков для отклонения  $E_u$  (рис. 1, *b*), решение Кёрла (3.4) является несколько лучшим. Это подтверждают рассчитанные параметры ПС (табл. 3).

*Ограничения*  $F''(0) = 0$  и  $F' \cong \eta_1 s$ . Поскольку значение второй производной  $f''(0)$  известно и вычислено с высокой точностью, для аппроксимации профиля скорости многие авторы часто прибегают к заданию заранее известной первой производной скорости потока на стенке  $\tilde{u}'(0)$ . Здесь речь идет об условии

$$\frac{d\tilde{u}(0)}{d\eta} = f''(0) = 0,332057... \Rightarrow \frac{dF(0)}{d\zeta} = \eta_1 s = \bar{s}, \quad s = 0,332057...$$

Данное условие, в частности, использовано авторами работы [14], где получена функция  $F_5(\zeta) = \frac{5}{3}\zeta - \zeta^3 + \frac{1}{3}\zeta^4$ . Авторы [14] отказались от условия  $F''(1)$ , посчитав его «нереалистичным». Применив граничные условия  $F(0) = F''(0) = 0$ ,  $F'(0) = s$  и  $F(1) = 1$  и  $F'(1) = 0$ , имеем

$$F(\zeta) = a_1 \zeta + (4 - 3a_1)\zeta^3 + (2a_1 - 3)\zeta^4.$$

Нахождение коэффициента  $a_1$  авторы работы [14] связали с поиском минимума функции

$$R = \left(\frac{\alpha_1 - \bar{\alpha}_1}{\bar{\alpha}_1}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_2 - \bar{\alpha}_2}{\bar{\alpha}_2}\right)^2 + \left(\frac{a_1 - s\bar{\eta}_1}{s\bar{\eta}_1}\right)^2,$$

где  $\bar{\alpha}_1 \approx 0,344$ ,  $\bar{\alpha}_2 \approx 0,133$ ,  $s\bar{\eta}_1 \approx 1,660$  ( $s \approx 0,332$ ,  $\delta \approx 5$ ) [6], а также параметры  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  определяются формулами (2.7). Для нахождения  $a_1$  приравнивается нулю первая производная  $dR/da_1 = 0$ , что дает кубическое уравнение с корнем  $a_1 \approx 1,6794 \approx 5/3$ . Отсюда

$$F_5(\zeta) = \frac{5}{3}\zeta - \zeta^3 + \frac{1}{3}\zeta^4. \quad (3.5)$$

Используя преобразование  $\zeta \rightarrow \eta / \eta_1$  ( $\eta_1 = 4,9934$ ), имеем следующее решение:

$$F_5(\eta): \quad \tilde{u} = 0,33377\eta - 0,008032\eta^3 + 0,0005362\eta^4. \quad (3.6)$$

График профиля скорости для (3.6) характеризуется лучшим приближением к точному решению по сравнению с функциями  $F_2(\eta)$  и  $F_4(\eta)$  (рис. 2).

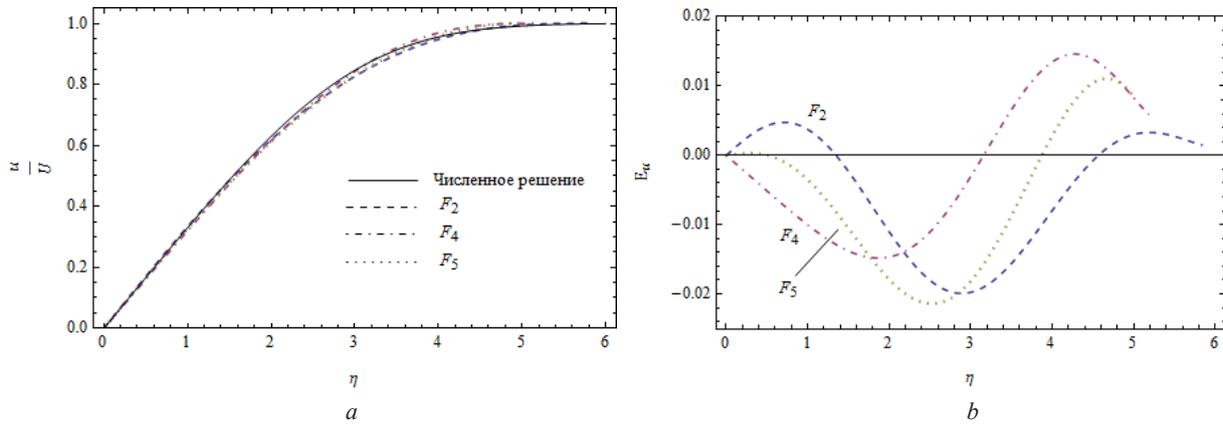


Рис. 2. Профили скорости в ПС на основе точного решения (сплошная линия), полиномов  $F_2(\eta)$  (штриховая линия),  $F_4(\eta)$  (штрихпунктирная линия),  $F_5(\eta)$  (пунктирная линия) (a) и графики отклонений  $E_u(\eta)$  для профилей скорости  $F_2(\eta)$ ,  $F_4(\eta)$  и  $F_5(\eta)$  (b)

Fig. 2. Velocity profiles in the BL on the basis of the exact solution (full line) and the polynomials  $F_2(\eta)$  (dashed line),  $F_4(\eta)$  (dash-dotted line), and  $F_5(\eta)$  (dotted line) (a) and graphs of the deviation  $E_u(\eta)$  for the velocity profiles  $F_2(\eta)$ ,  $F_4(\eta)$  and  $F_5(\eta)$  (b)

Отметим, что несмотря на несколько более высокое среднеквадратичное отклонение  $L_2 = 0,0122$  по сравнению с профилем Польгаузена  $F_2(\eta)$  ( $L_2 = 0,0108$ ), новый профиль (3.5) имеет существенно более точные параметры  $\tau_w = 0,3338$  (0,51 %),  $C_f = 0,6675$  (0,51 %) и  $H = 2,619$  (1,04 %) (табл. 3).

**4. Новое решение для ПС на основе полиномов Польгаузена.** Анализ решений Польгаузена на основе полиномов  $F_1(\zeta)$  и  $F_2(\zeta)$  показывает, что в окрестности точки  $\zeta = 0$  имеет место практически «зеркальное» отклонение кривых  $F_1(\eta)$  и  $F_2(\eta)$  относительно линии, которая отвечает точному профилю скорости (рис. 1, b). Это позволяет подойти к рассматриваемой проблеме с позиции нахождения полусуммы  $F_1(\zeta)$  и  $F_2(\zeta)$  т. е.

$$F_6(\zeta) = \frac{F_1(\zeta) + F_2(\zeta)}{2} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} F_6(0) = 0 \\ F_6''(0) = 0 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} F_6(1) = 1 \\ F_6'(1) = 0 \end{matrix} \right\} \leftarrow F_1(\zeta). \quad (4.1)$$

Вполне очевидно, что данный полином  $F_6(\zeta)$  автоматически удовлетворяет граничным условиям, которым удовлетворяет полином Польгаузена  $F_1(\zeta)$ . Подстановка  $F_1(\zeta)$  и  $F_2(\zeta)$  из (3.1) и (3.2) в (4.1) дает новую функцию

$$F_6(\zeta) = \frac{7}{4}\zeta - \frac{5}{4}\zeta^3 + \frac{1}{2}\zeta^4.$$

Рассчитав на основе (2.8) параметр  $\eta_1 = 5,1836$  (табл. 2), мы приходим к профилю

$$\tilde{u} = F_6(\eta) = 0,3376\eta - 0,00897\eta^3 + 0,00069\eta^4. \quad (4.2)$$

График отклонения  $E_u(\eta)$  для (4.2) представлен на рис. 2, b. Как показывают данные расчета (табл. 3), решение (4.2) имеет гораздо лучшие аппроксимационные свойства по сравнению с решениями Польгаузена  $F_1(\eta)$  и  $F_2(\eta)$ . Отмечаем примерно в два раза меньшую относительную ошибку для параметров  $\tau_w$  и  $C_f$  (1,67 %) по сравнению с функцией  $F_2(\eta)$  при почти точном определении формпараметра  $H = 2,591$  (~0 %).

**5. Новые решения для ПС на основе граничного условия  $dF(0) / d\zeta = \eta_1 s$ .** В данном разделе наше внимание будет обращено на получение новых высокоточных решений для ПС на основе введения в рассмотрение условия  $F'(0) \cong \eta_1 s$ , которое эквивалентно  $f''(0) \cong 0,332057$ .

$dF^2(0) / d\zeta^2 = 0$ . Среди простых трехчленных полиномиальных решений особо выделим полиномы  $F_2(\zeta) = 2\zeta - 2\zeta^3 + \zeta^4$ ,  $F_4(\zeta) = \frac{5}{3}\zeta - \frac{5}{3}\zeta^3 + \zeta^5$  и  $F_5(\zeta) = \frac{5}{3}\zeta - \zeta^3 + \frac{1}{3}\zeta^4$ . Сюда же мы отнесем полученный выше полином  $F_6(\zeta) = \frac{7}{4}\zeta - \frac{5}{4}\zeta^3 + \frac{1}{2}\zeta^4$ . Поскольку авторы работы [14] отталкивались от известных точных значений основных параметров ПС, то можно поставить вопрос: возможно ли более точная аппроксимация ПС посредством трехчленного полинома, исходя только из условия  $f''(0) \approx 0,332057$ ? Для ответа на него запишем искомое решение в виде

$$F(\eta) = a\zeta + b\zeta^3 + c\zeta^p. \quad (5.1)$$

Применив для (5.1) граничные условия  $F(1) = 1$ ,  $F'(1) = 0$  и  $F''(1) = 0$ , находим коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$ , откуда получаем

$$F(\zeta) = \frac{3p}{2(p-1)}\zeta - \frac{p}{3(p-2)^3}\zeta^3 + \frac{3}{(p-1)(p-3)}\zeta^p. \quad (5.2)$$

Подстановка (5.2) в (2.8) дает параметр

$$\eta_1 = 2\sqrt{\frac{70(8+30p+35p^2+15p^3+2p^4)}{(p-1)(280+318p+169p^2+26p^3)}}.$$

Используя соотношение  $F'(0) \cong \eta_1 s$ , имеем производную относительной скорости

$$\tilde{u}'(0) = s\eta_1 = 2s\sqrt{\frac{70(8+30p+35p^2+15p^3+2p^4)}{(p-1)(280+318p+169p^2+26p^3)}}. \quad (5.3)$$

С другой стороны, из (5.2) находим

$$\tilde{u}'(0) = \frac{3p}{2(p-1)}. \quad (5.4)$$

Приравняв правые части (5.3) и (5.4), мы приходим к уравнению

$$\frac{3p}{4}\sqrt{\frac{280+318p+169p^2+26p^3}{70(p-1)(8+30p+35p^2+15p^3+2p^4)}} = s = f''(0). \quad (5.5)$$

График левой части уравнения (5.5) представлен на рис. 3, а. Пересечение кривой  $f''(0, p)$  с горизонтальной линией  $f''(0) = 0,332057$  имеет место при значении  $p = 6,0594$  ( $p \approx 6$ ).

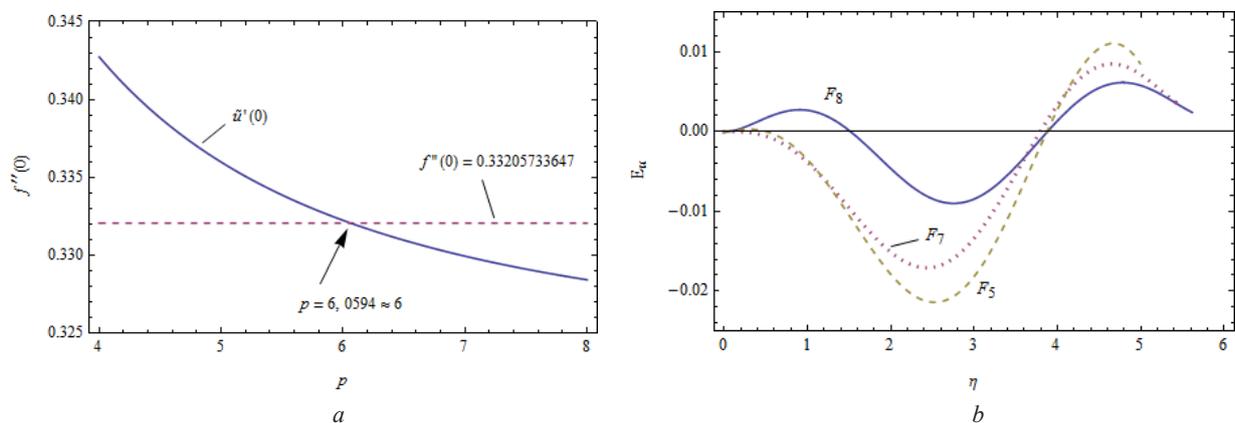


Рис. 3. График зависимости  $f''(0)$  согласно формуле (5.5) (а) и графики отклонений  $E_u(\eta)$  для профилей скорости  $F_5(\eta)$ ,  $F_7(\eta)$  и  $F_8(\eta)$  (б)

Fig. 3. Graphs of the dependence  $f''(0)$  in accordance with formula (5.5) (a) and graphs of the deviation  $E_u(\eta)$  for the velocity profiles  $F_5(\eta)$ ,  $F_7(\eta)$  and  $F_8(\eta)$  (b)

Подстановка в (5.2)  $p \approx 6$  дает полином (табл. 1)

$$F_7(\zeta) = \frac{9}{5}\zeta - \zeta^3 + \frac{1}{5}\zeta^6. \quad (5.6)$$

Из (2.8) находим параметр  $\eta_1 \approx 5,4180$ . Применяв преобразование  $\zeta \rightarrow \eta / \eta_1$ , из (5.6) получаем решение

$$\tilde{u}(\eta) = F_7(\eta) = 0,33222\eta - 0,006287\eta^3 + 7,9 \cdot 10^{-6}\eta^6.$$

Простой трехчленный полином (5.6) дает наиболее точное решение из всех известных трехчленных полиномиальных решений (рис. 3, *b*). Рассчитанные на основе (2.11) параметры ПС представлены в табл. 3. Для напряжения трения  $\tau_w$  имеем ошибку всего 0,045 %, при этом отмечаем малые ошибки для  $H$  (1,16 %) и  $\delta_1$  (1,20 %).

$dF^2(0) / d\zeta^2 \neq 0$ . В [15] М. Саттон предложил решение для ПС в виде функции

$$\tilde{u} = (1 + a\zeta)(1 - \zeta)^3, \quad (5.7)$$

которая удовлетворяет граничным условиям  $F(0) = 0$ ,  $F(1) = 1$  и  $F'(1) = F''(1) = 0$ . М. Саттон заменил граничное условие  $F''(0)$  на известное интегральное соотношение энергии [2; 7]. В отличие от автора [15], мы применим лишь одно интегральное соотношение Кармана (2.3). При этом первоначально мы будем исходить из известных точных значений  $f''(0)$ ,  $\delta_1$  и  $H$ . Для определения коэффициента  $a$  подставим (5.7) в (2.7). Отсюда находим

$$H = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{63(5+a)}{135+18a-5a^2}. \quad (5.8)$$

Для параметра  $\eta_1$  из (2.8) имеем

$$\eta_1 = \sqrt{2 \frac{3-a}{\frac{1}{14} \left( \frac{3}{2} + \frac{a}{5} - \frac{a^2}{18} \right)}} = 6 \sqrt{\frac{70(3-a)}{135+18a-5a^2}}. \quad (5.9)$$

Из (2.5) и (5.9) получаем

$$\delta_1 \frac{\sqrt{\text{Re}_x}}{x} = \eta_1 \alpha_1 = \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{a}{5} \right) \sqrt{\frac{70(3-a)}{135+18a-5a^2}}. \quad (5.10)$$

Используя формулы (1.8) и (1.9), находим напряжение трения

$$\tau_w = \frac{F'(0)}{\delta} = \frac{F'(0)}{\eta_1} \frac{\sqrt{\text{Re}_x}}{x} = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{(3-a)(135+18a-5a^2)}{70}} \frac{\sqrt{\text{Re}_x}}{x}. \quad (5.11)$$

Для расчета коэффициента  $a$  используем формулы (2.11) для абсолютных относительных ошибок в отношении параметров  $H$ ,  $\delta_1$  и  $\tau_w$ . Подстановка в них правых частей (5.8), (5.10) и (5.11) дает

$$\varepsilon_H = \left| \frac{H}{H^*} - 1 \right| 100 \% = \left| \frac{63(5+a)}{135+18a-5a^2} \frac{1}{2,5911} - 1 \right| 100 \%, \quad (5.12)$$

$$\varepsilon_{\tau_w} = \left| \frac{\tau_w}{\tau_w^*} - 1 \right| 100 \% = \left| \frac{1}{6} \sqrt{\frac{(3-a)(135+18a-5a^2)}{70}} \frac{1}{0,332057} - 1 \right| 100 \%, \quad (5.13)$$

$$\varepsilon_{\delta_1} = \left| \frac{\delta_1}{\delta_1^*} - 1 \right| 100 \% = \left| \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{a}{5} \right) \sqrt{\frac{70(3-a)}{135+18a-5a^2}} \frac{1}{1,72079} - 1 \right| 100 \%. \quad (5.14)$$

Определим относительную ошибку  $\varepsilon_\Sigma$  в виде суммы

$$\varepsilon_{\Sigma} = \varepsilon_H + \varepsilon_{\delta_1} + \varepsilon_{\tau_w}. \quad (5.15)$$

Для каждой ошибки  $\varepsilon_H(a)$ ,  $\varepsilon_{\tau_w}(a)$  и  $\varepsilon_{\delta_1}(a)$ , задаваемой формулами (5.12)–(5.14), а также функции  $\varepsilon_{\Sigma}(a)$  построены графики (рис. 4, *a*) с определением минимума для  $\varepsilon_{\Sigma}$  согласно (5.15).

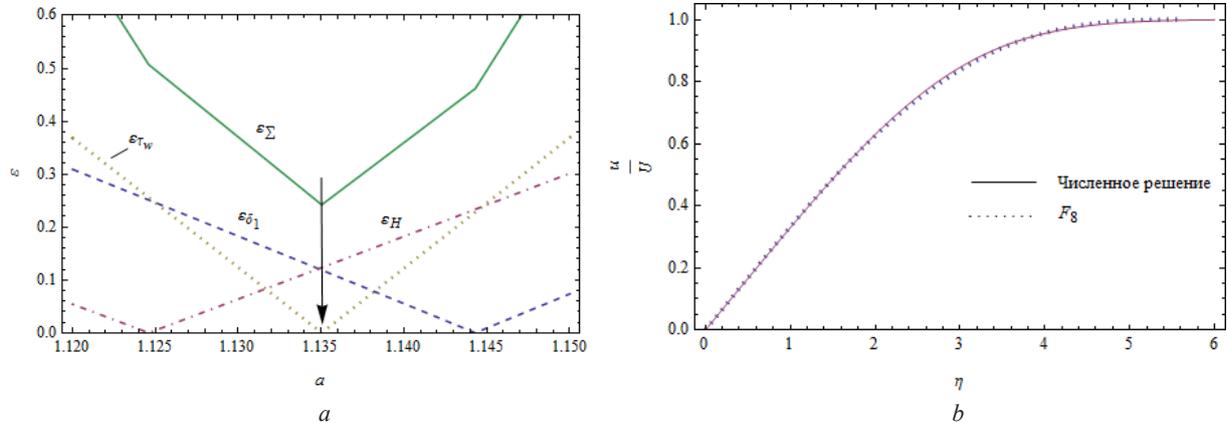


Рис. 4. Графики зависимостей для относительных ошибок (5.15) (*a*) и профили скорости в ПС на основе точного решения (сплошная линия) и полинома  $F_8(\eta)$  (пунктирная линия) (*b*)

Fig. 4. Graphs of the relative errors (5.15) (*a*) and the velocity profiles in the BL on the basis of the exact solution (full line) and the polynomial  $F_8(\eta)$  (dotted line) (*b*)

Обратим внимание на очень важную закономерность: функция  $\varepsilon_{\Sigma}(a)$  образует минимум  $\varepsilon_{\Sigma}^{\min} = 0,24207$  при одном и том же значении  $a = 1,13503$ , что и минимум  $\varepsilon_{\tau_w}^{\min}$  функции  $\varepsilon_{\tau_w}(a)$ . Отсюда, для получения оптимального профиля нам достаточно исходить лишь только из параметра  $\varepsilon_{\tau_w} \equiv \varepsilon_{f''(0)}$ , который отвечает второй производной  $f''(0)$ . Используя профиль (5.7) и вычисленное значение  $a = 1,135$ , получаем

$$F_8(\zeta) = (1 + 1,135\zeta)(1 - \zeta)^3.$$

По формуле (5.9) находим  $\eta_1 \approx 5,6165$ . Используя  $\zeta \rightarrow \eta / \eta_1$ , приходим к профилю скорости

$$\tilde{u} = F_8(\eta) = 1 - (1 + 0,202\eta)(1 - 0,178\eta)^3. \quad (5.16)$$

Кривая профиля скорости (5.16) почти полностью совпадает с кривой для точного решения (рис. 4, *b*). Графики отклонения  $E_u(\eta)$  для «оптимального» решения  $F_5(\eta)$  [14], полученного выше полинома  $F_5(\eta)$  и решения  $F_8(\eta)$  в виде (5.16), представлены на рис. 3, *b*. Решение в виде (5.16) существенно превосходит по свойствам решение на основе полинома  $F_5(\eta)$ . Из (5.16) определим производную  $\tilde{u}'(0) = f''(0) = 0,33206$  с ошибкой 0,0008 %. Такую же ошибку имеем для напряжения трения  $\varepsilon_{\tau_w} = 0,0008$  % (табл. 3). Также отмечаем очень малые относительные ошибки для параметров  $\delta_1$  (0,12 %) и  $H$  (0,12 %).

**Заключение.** Предложена схема нахождения двух достаточно точных решений на основе полиномов Польгаузена  $F_1$  и  $F_2$  в виде  $F_6(\zeta) = \frac{1}{2}(F_1(\zeta) + F_2(\zeta))$ . Решение  $F_6(\zeta)$  обладает существенно лучшими аппроксимационными свойствами по сравнению с профилями  $F_1(\zeta)$  и  $F_2(\zeta)$ . Для параметров  $\tau_w$  и  $C_f$  получена примерно в два раза меньшая ошибка по сравнению с  $F_2(\eta)$  при практически точном определении формпараметра  $H = 2,591$ . Получено высокоточное решение для профиля скорости в формальном представлении Саттона  $F(\zeta) = (1 + a\zeta)(1 - \zeta)^3$  в виде полинома  $F_8(\zeta) = (1 + 1,135\zeta)(1 - \zeta)^3$  ( $\eta_1 \approx 5,6165$ ). Кривая профиля скорости для  $F_8(\zeta)$  практически полностью совпадает с численным решением. Данное решение дает вторую производную  $f''(0) = 0,33206$ , что практически полностью совпадает с точным решением. Ошибки для параметров  $\delta_1$  и  $H$  составляют всего 0,12 %.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Prandtl, L. Über flüssigkeits bewegungen bei sehr kleiner reibung / L. Prandtl // III Internationalen Mathematiker Kongresses. – Leipzig, 1904. – P. 484–491.
2. Stewartson, K. The Theory of Laminar Boundary Layers in Incompressible Fluids / K. Stewartson. – Oxford University Press, 1964. – 191 p.
3. Blasius, H. Grenzschichten in flüssigkeiten mit kleiner reibung / H. Blasius // J. Appl. Math. Mech. – 1908. – Vol. 56. – P. 1–37.
4. Karman, T. V. Über laminare und turbulente feibung / T. V. Karman // J. Appl. Math. Mech. – 1921. – Vol. 1, N 4.– P. 233–252. <https://doi.org/10.1002/zamm.19210010401>
5. Pohlhausen, K. Zur näherungs weisen integration der differential gleichung der laminaren grenzschicht / K. Pohlhausen // J. Appl. Math. Mech. – 1921. – Vol. 1, N 4. – P. 252–290. <https://doi.org/10.1002/zamm.19210010402>
6. White, F. M. Viscous Fluid Flow / F. M. White. – New York, 2006. – 652 p.
7. Schlichting, H. Boundary-Layer Theory / H. Schlichting, K. Gersten. – Berlin, 2017. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-52919-5>
8. Shanks, D. The Blasius and Weyl constants in boundary-layer theory / D. Shanks // Phys. Rev. – 1953. – Vol. 90, N 2. – P. 377.
9. Howarth, L. On the solution of the laminar boundary layer equations / L. Howarth // Proc. London Math Soc A. – 1938. – Vol. 164, N 919. – P. 547–579. <https://doi.org/10.1098/rspa.1938.0037>
10. Asaithambi, A. Solution of the Falkner–Skan equation by recursive evaluation of Taylor coefficients / A. Asaithambi // J. Comput. Appl. Math. – 2005. – Vol. 176, N 1. – P. 203–214. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2004.07.013>
11. Robin, W. Some new approximate analytical representations of the Blasius function global / W. Robin // Journal of Mathematics. – 2015. – Vol. 2, N 2. – P. 150–155.
12. Lal, S. A. An accurate taylors series solution with high radius of convergence for the Blasius function and parameters of asymptotic variation / S. A. Lal, P. M. Neeraj // J. Applied Fluid Mechanics. – 2014. – Vol. 7, N 4. – P. 557–564. <https://doi.org/10.36884/jafm.7.04.21339>
13. Curle, N. The laminar boundary layer equation / N. Curle. – Clarendon Press, 1962. – 162 p.
14. Majdalani, J. On the Karman momentum-integral approach and the Pohlhausen paradox / J. Majdalani, Li-J. Xuan // Physics of Fluids. – 2020. – Vol. 32, N 12. – Art. 123605. <https://doi.org/10.1063/5.0036786>
15. Sutton, M. A. An approximate solution of the boundary layer equations for a flat plate / M. A. Sutton // The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Sciences. – 1937. – Vol. 23, N 158. – P. 1146–1152. <https://doi.org/10.1080/14786443708561882>

## References

1. Prandtl L. Über flüssigkeits bewegungen bei sehr kleiner reibung. *III Internationalen Mathematiker Kongresses, Heidelberg, 8-13 August 1904*. Leipzig, 1904, pp. 484–491 (in German).
2. Stewartson K. *The Theory of Laminar Boundary Layers in Incompressible Fluids*. Oxford University Press, 1964. 191 p.
3. Blasius H. Grenzschichten in flüssigkeiten mit kleiner reibung. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1908, vol. 56, pp. 1–37 (in German).
4. Karman T. V. Über laminare und turbulente Reibung. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1921, vol. 1, no. 4, pp. 233–252 (in German). <https://doi.org/10.1002/zamm.19210010401>
5. Pohlhausen K. Zur näherungsweisen integration der differentialgleichung der laminaren grenzschicht. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1921, vol. 1, no. 4, pp. 252–290 (in German). <https://doi.org/10.1002/zamm.19210010402>
6. White F. M. *Viscous Fluid Flow*. New York, 2006. 652 p.
7. Schlichting H., Gersten K. *Boundary-Layer Theory*. Berlin, 2017. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-52919-5>
8. Shanks D. The Blasius and Weyl constants in boundary-layer theory. *Physical Review*, 1953, vol. 90, no. 377.
9. Howarth L. On the solution of the laminar boundary layer equations. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A – Mathematical and Physical Sciences*, 1938, vol. 164, no. 919, pp. 547–579. <https://doi.org/10.1098/rspa.1938.0037>
10. Asaithambi A. Solution of the Falkner–Skan equation by recursive evaluation of Taylor coefficients. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2005, vol. 176, no. 1, pp. 203–214. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2004.07.013>
11. Robin W. Some new approximate analytical representations of the Blasius function global. *Journal of Mathematics*, 2015, vol. 2, no. 2, pp. 150–155.
12. Lal S. A., Neeraj P. M. An accurate Taylors series solution with high radius of convergence for the Blasius function and parameters of asymptotic variation. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 2014, vol. 7, no. 4, pp. 557–564. <https://doi.org/10.36884/jafm.7.04.21339>
13. Curle N. *The laminar boundary layer equation*. Clarendon Press, 1962. 162 p.
14. Majdalani J., Xuuan Li-J. On the Karman momentum-integral approach and the Pohlhausen paradox. *Physics of Fluids*, 2020, vol. 32, no. 12, art. 123605. <https://doi.org/10.1063/5.0036786>
15. Sutton M. A. An approximate solution of the boundary layer equations for a flat plate. *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Sciences*, 1937, vol. 23, no. 158, pp. 1146–1152. <https://doi.org/10.1080/14786443708561882>

## Информация об авторе

Кот Валерий Андреевич – канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник. Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси (ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: valery.kot@hmti.ac.by.

## Information about the author

Kot Valery A. – Ph. D. (Engineering), Senior researcher. A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (15, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: valery.kot@hmti.ac.by.

ISSN 1561-8323 (Print)

ISSN 2524-2431 (Online)

УДК 539.216:621.315.592

<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-156-162>

Поступило в редакцию 28.02.2023

Received 28.02.2023

**Академик С. А. Чижик<sup>1</sup>, В. А. Зеленин<sup>2</sup>, Ю. А. Егорова<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь<sup>2</sup>Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

## ПРОЦЕССЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПЛЕНОК СПЛАВОВ СИСТЕМЫ Cu–Ni МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОГО ИСПАРЕНИЯ

**Аннотация.** Рассмотрены особенности формирования пленок сплавов системы Cu–Ni методом электронно-лучевого испарения. Определено положение изобар суммарного давления меди и никеля на диаграмме состояния Cu–Ni при испарении в вакууме. Проведены расчеты элементных составов пленок. Показано, что содержание никеля в пленках, осаждающихся при кипении сплава Cu<sub>50</sub>Ni<sub>50</sub> в вакууме, в 50 раз меньше, чем в сплаве. Исследована структура и элементный состав поверхностного слоя сплавов после их испарения и сублимации, а также элементный состав осаждаемых пленок. Показано, что наиболее приемлемым способом получения пленок стабильного состава в системе Cu–Ni является одновременное электронно-лучевое испарение меди и никеля из двух тиглей.

**Ключевые слова:** тонкие пленки сплавов системы Cu–Ni, электронно-лучевое испарение, сублимация, элементный состав, давление паров, азеотропные составы

**Для цитирования.** Чижик, С. А. Процессы формирования пленок сплавов системы Cu–Ni методом электронно-лучевого испарения / С. А. Чижик, В. А. Зеленин, Ю. А. Егорова // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 156–162. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-156-162>

**Academician Sergey A. Chizhik<sup>1</sup>, Victor A. Zelenin<sup>2</sup>, Yuliya A. Yahorava<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus<sup>2</sup>Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

## PROCESSES OF FORMATION OF Cu–Ni ALLOY FILMS BY ELECTRON BEAM EVAPORATION

**Abstract.** The features of the formation of Cu–Ni alloy films by electron beam evaporation are considered. The position of the isobars of the total pressure of copper and nickel on the state diagram of the Cu–Ni during evaporation in vacuum is determined. Calculations of the elemental compositions of films have been carried out. It is shown that the nickel content in films deposited during boiling of Cu<sub>50</sub>Ni<sub>50</sub> alloy in vacuum is 50 times less than in the alloy. The structure and elemental composition of the surface layer of alloys after their evaporation and sublimation, as well as the elemental composition of the deposited films, are investigated. It is shown that the most acceptable way to obtain films of stable composition in the Cu–Ni system is simultaneous electron beam evaporation of copper and nickel from two crucibles.

**Keywords:** thin films of Cu–Ni alloys, electron beam evaporation, sublimation, elemental composition, vapor pressure, azeotropic compositions

**For citation.** Chizhik S. A., Zelenin V. A., Yahorava Yu. A. Processes of formation of Cu–Ni alloy films by electron beam evaporation. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 156–162 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-156-162>

**Введение.** Одна из проблем использования многокомпонентных материалов при изготовлении изделий электронной техники (ИЭТ) связана с тем, что тонкопленочные элементы и структуры из многих сплавов, например из сплавов на основе никеля или кобальта, обладающих высокой относительной магнитной проницаемостью, как правило, получают методами испарения. В случаях, когда предпочтительнее технологии распыления, например магнетронного, выбирают сплавы с низкими значениями температуры Кюри, например Ni + 7 мас. % V, Ni + 15 мас. % Cr или Ni + 35 мас. % Cu, мишени из которых не экранируют магнитное поле. Тем не менее, в ряде случаев формирование многослойных структур ИЭТ проводят методами испарения, в частности электронно-лучевого [1; 2].

Имеющиеся сведения о фазовых переходах твердое тело→жидкость (тт→ж) и жидкость→пар (ж→пар) в двойных металлических системах получены чаще всего при давлении  $1 \cdot 10^5$  Па [3]. В связи с тем, что температуры кипения металлов и их сплавов в вакууме на сотни градусов ниже, чем при атмосферном давлении, имеющиеся в настоящее время данные по фазовым переходам ж→пар нуждаются в привязке к условиям получения тонкопленочных покрытий.

Анализ особенностей испарения многокомпонентных сплавов показал, что воспроизводимые по химическому составу покрытия могут быть получены при условии выбора в качестве их составляющих элементов, образующих между собой идеальные твердые растворы, подчиняющиеся законам Рауля. Однако, вследствие различных давлений паров элементов, при испарении сплавов происходит их фракционирование и в результате элементный состав осаждаемого покрытия отличается от состава испаряемого сплава. Вопросы влияния условий испарения на элементный состав пленок остаются в настоящее время малоизученными. Наиболее полно исследованной в этом отношении является система Ni–Cu [4].

Цель работы – рассмотрение особенностей формирования пленок стабильного элементного состава методами испарения и сублимации сплавов системы Ni–Cu при изготовлении изделий электронной техники.

Зависимости давления паров элементов Cu, Ni и Ti от температуры, согласно данным, приведенным в [5; 6], показаны на рис. 1.

Как следует из рис. 1 давление паров Cu при температуре 1200 °C на два порядка выше, чем у Ni, при температуре 2000 °C разница в давлении паров этих элементов десятикратная и с дальнейшим ростом температуры становится еще меньше.

Поскольку сплавы системы Cu–Ni представляют собой неограниченные твердые и жидкие растворы, то их испарение подчиняется закону Рауля, т. е. отношение числа атомов никеля  $n_{Ni}$  к числу атомов меди  $n_{Cu}$  в потоке пара в любой момент времени определяется выражением

$$\frac{n_{Ni}}{n_{Cu}} = \frac{f_{Ni} \chi_{Ni} P_{Ni}}{f_{Cu} \chi_{Cu} P_{Cu}} \left( \frac{A_{Cu}}{A_{Ni}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

где  $f_{Ni}, f_{Cu}$  – коэффициенты активности атомов никеля и меди в расплаве;  $P_{Ni}, P_{Cu}$  – равновесные давления паров Ni и Cu при температуре испарения;  $A_{Ni}, A_{Cu}$  – атомные массы элементов ( $A_{Ni} = 58,71, A_{Cu} = 63,54$ );  $\chi_{Ni}, \chi_{Cu}$  – молярные концентрации компонентов Ni и Cu в сплаве ( $\chi_{Ni} + \chi_{Cu} = 1$ ).

Давление паров Cu при температуре 1350 °C составляет порядка 10 Па, а Ni – 0,1 Па (рис. 1). При использовании электронно-лучевого метода нанесения пленок в вакууме  $5 \cdot 10^{-3}$  Па при температуре 1350 °C происходит кипение сплава  $Cu_{50}Ni_{50}$ , т. е. пары Ni и Cu образуются не только на границе раздела жидкость–пар, но и во всем объеме расплавленной электронным лучом области. Отношение  $f_{Ni} / f_{Cu}$  в этом случае равно отношению объемов, занимаемых атомами Ni и Cu в расплаве, т. е.

$$f_{Ni} / f_{Cu} = (R_{Ni} / R_{Cu})^3,$$

где  $R_{Ni}, R_{Cu}$  – размеры радиусов атомов элементов вблизи температур их кипения  $R_{Ni} = 0,1246$  нм,  $R_{Cu} = 0,1280$  нм,  $f_{Ni} / f_{Cu} = 0,9224$ .

При подстановке всех значений в (1) получаем, что концентрация никеля в пленке составляет 0,96 ат. %, т. е. в ~50 раз меньше, чем в испаряемом сплаве.

В [4] методом спектрального анализа определен тип диаграммы равновесия системы Ni–Cu в области высоких температур. Установлено, что температуры кипения элементов Cu и Ni при давлении  $1 \cdot 10^5$  Па составляют 2563 и 2914 °C, а минимальные температуры кипения (порядка 2500 °C) имеют сплавы, содержащие 50–60 ат. % Ni. Именно эти составы в [3] отнесены к азеотропным, при испарении которых при высоких температурах элементный состав пара близок к составу расплава.

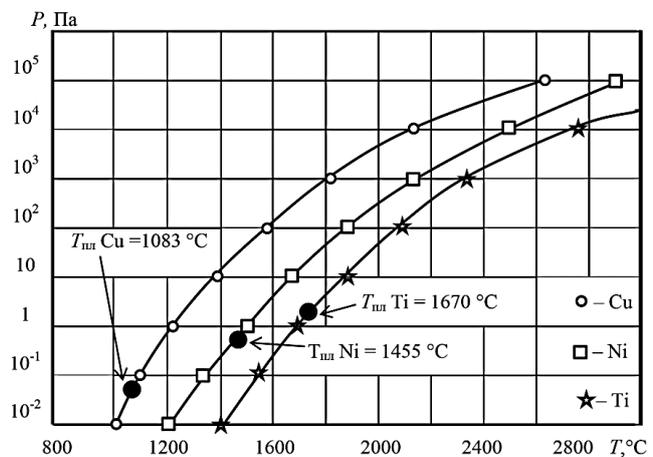


Рис. 1. Влияние температуры на давление паров Cu, Ni и Ti

Fig. 1. Influence of temperature on the vapor pressure of Cu, Ni and Ti

**Особенности испарения сплавов в вакууме.** Поскольку тонкопленочные элементы при изготовлении ИЭТ формируют в вакууме, процессы фазовых переходов ж→пар и тт→пар имеют ряд особенностей. Для их рассмотрения представлена на рис. 2 диаграмма состояния системы Ni–Cu дополнена конодами и изобарами суммарного давления паров  $\Sigma p(\text{Cu} + \text{Ni})$  при различных температурах испарения сплавов в вакууме.

Так, при температуре 1350 °C состояние сплавов описывается конодой АВ. Сплав состава  $\text{Cu}_{50}\text{Ni}_{50}$  находится при этой температуре в состоянии жидкого раствора, а состава  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{67}$  – в состоянии твердого раствора. Процентное содержание жидкой и твердой фаз сплавов промежуточных составов легко рассчитать, используя правило отрезков (рычага) [7]. В соответствии с рис. 2 однофазные жидкие растворы в системе Ni–Cu при температуре 1200 °C образуются при содержании в сплавах Ni до 17 ат. %, при температуре 1300 °C – при содержании Ni до 38 ат. %, а при температуре 1400 °C – до 67 ат. %. Соответственно при содержании Ni более 30, 56 и 84 ат. % при тех же температурах сплавы находятся в состоянии твердых растворов. Отрезкам конод соответствуют промежуточные двухфазные состояния сплавов (ж + тт).

Сплав состава  $\text{Cu}_{35}\text{Ni}_{65}$  при температуре 1400 °C в вакууме также как и сплав состава  $\text{Cu}_{50}\text{Ni}_{50}$  находится в состоянии кипения (рис. 2). В соответствии с законом Рауля (1) соотношение атомов в паре в этом случае равно  $n_{\text{Ni}} / n_{\text{Cu}} = 0,047$ , что соответствует составу пленки, т. е. содержание атомов Ni в осаждаемой пленке согласно расчетам будет в 16 раз меньше, чем в сплаве.

Согласно рис. 2 сплав состава  $\text{Cu}_{15}\text{Ni}_{85}$  при температуре 1400 °C находится в состоянии твердого раствора и отношение  $f_{\text{Ni}} / f_{\text{Cu}}$  в этом случае равно отношению площадей, занимаемых атомами Ni и Cu на сублимирующей поверхности, т. е.  $f_{\text{Ni}} / f_{\text{Cu}} = (R_{\text{Ni}} / R_{\text{Cu}})^2 = 0,9476$ . Давление паров Cu и Ni при температуре 1400 °C составляет ~12 и 0,3 Па соответственно (рис. 1). По (1) получаем, что концентрация никеля в пленке составляет ~12 ат. %, т. е. в 7 раз меньше, чем в сплаве.

Точки C и D на рис. 2 соответствуют температурам, при которых давления паров Cu и Ni равны 10 Па. При плавлении идеальных растворов проведенная через эти точки изобара является прямой, соответствующей суммарному давлению паров  $\Sigma p(\text{Cu} + \text{Ni})$ . Отклонения от закона Рауля связаны с изменением прочности связей атомов Cu и Ni при смешении, а также с изменениями их активности. Энергия смешения атомов Cu и Ni максимальна при молярных концентрациях  $\chi_{\text{Ni}} = \chi_{\text{Cu}} = 0,5$  и составляет  $\Delta H_{\text{см}} = -3,85$  кДж/моль, т. е. 1,1 % от энергии атомизации Cu (342 кДж/моль) и 0,9 % от энергии атомизации Ni (425 кДж/моль). Поскольку  $\Delta H_{\text{см}} < 0$ , то прочность связи между атомами Cu и Ni в растворе выше, чем между одноименными атомами. Следовательно, суммарное давление паров  $\Sigma p(\text{Cu} + \text{Ni}) = 10$  Па будет достигнуто при несколько более высоких температурах, чем для идеальных растворов и центральная точка кривой изобары E, соответствующая давлению паров 10 Па, будет расположена над прямой CD.

Более высокая активность атомов меди в расплаве обусловлена большими их размерами, чем у никеля. Кроме того, при температурах испарения до 1400 °C в вакууме при содержании никеля

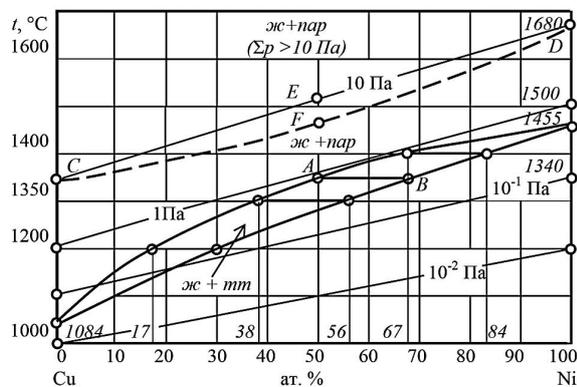


Рис. 2. Диаграмма состояния системы Cu–Ni с указанием изобар  $\Sigma p(\text{Cu} + \text{Ni})$

Fig. 2. Diagram of the Cu–Ni system state with isobars  $\Sigma p(\text{Cu} + \text{Ni})$

в сплавах до 67 ат. % (рис. 2) атомы никеля переходят в паровую фазу преимущественно с поверхности расплавленной электронным лучом зоны, а атомы меди, поскольку парциальное давление ее паров выше давления остаточной атмосферы – из всего объема расплава. В связи с этим влияние активности атомов на положение изобар намного превышает влияние на них изменения прочности связей атомов при их смешении. Поскольку при повышении активности атомов меди их парциальное давление при испарении увеличивается, то изобара реальных сплавов будет расположена ниже прямой CD. Ее расположение может быть установлено экспериментально, на рис. 2 положение центральной точки F, соответствующей суммарному давлению паров  $\Sigma p(\text{Cu}_{50}\text{Ni}_{50}) = 10$  Па, показано на ~40 °C ниже прямой EF.

При температуре 1350 °С все сплавы с содержанием Ni до 50 ат. % испаряются из жидкого состояния путем фазового перехода ж→пар, сплавы с содержанием Ni выше 67 ат. % сублимируют из твердого состояния путем фазового перехода тт→пар, а промежуточные двухфазные сплавы могут переходить в паровую фазу одновременно как испарением, так и сублимацией.

**Материалы и методы исследования.** Для приготовления сплава  $\text{Cu}_{50}\text{Ni}_{50}$  ( $\text{Cu}_{52}\text{Ni}_{48}$ , в мас. %) использовали медь марки ОСЧ 11-4 по ЦМТУ 03-9-69 и никель марки Н0, ГОСТ 492–2006. Кроме того, для приготовления сплава – аналога монели марки К-500 состава  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0,5}\text{Si}_{0,5}$  использовали легирующие элементы: алюминий особой чистоты марки А5N по ТУ 48-5-288–88, титан йодидный по ЦМТУ 05-18–67 и кремний монокристаллический марки ЭКДБ1-1. Плавку сплавов проводили в модернизированной индукционной печи типа ИСВ 0.004. ПИМ1 в тиглях из диоксида циркония в атмосфере аргона. Из полученных отливок вырезали образцы массой до 5 г и проводили исследование их элементного состава с помощью сканирующего электронного микроскопа Tescan Mira 3, оснащенного системой энергодисперсионного микроанализа Oxford Instruments AZtecLive Standard с безазотным детектором Ultim MAX 100.

Затем образцы помещали в тигли из графита спектральной чистоты и после повторной их переплавки в установке ВУ-1А в вакууме  $5 \cdot 10^{-3}$  Па проводили осаждение пленок методами электронно-лучевого испарения (переход ж→пар) и сублимации (переход тт→пар) в диапазоне температур от 1350 до 1500 °С. Пленки толщиной от 100 до 200 нм осаждали на подложки из монокристаллического кремния с предварительно выращенными на их поверхности оксидными слоями толщиной 0,4 мкм.

**Результаты и их обсуждение.** Результаты исследования структуры и элементного состава поверхностного слоя образцов сплава  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0,5}\text{Si}_{0,5}$  представлены на рис. 3 и 4. На рис. 3 приведены структуры, сформировавшиеся в зонах испарения сплава по механизму ж→пар (рис. 3, *a*) и сублимации сплава по механизму тт→пар (рис. 3, *b*).

Результаты исследований элементного состава сплава состава  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0,5}\text{Si}_{0,5}$  и пленки, полученной при его электронно-лучевом испарении при температуре 1400 °С, представлены на рис. 4, *a*, *b*. Содержание элементов в поверхностном слое исследованных образцов при площади сканирования  $(1-2) \cdot 10^3$  мкм<sup>2</sup> близки к составу исходного сплава (рис. 3, *a*). Элементы Si и O на спектрограмме пленки присутствуют вследствие того, что толщина анализируемого при энергии электронов 20 кэВ образца превышает толщину осажденной на поверхность кремниевой подложки пленки. Углерод присутствует как вследствие использования графитовых тиглей, так и из-за осаждения на подложку паров вакуумных масел. Концентрация атомов никеля в пленке составляет ~0,5 ат. %, что в ~8 раз меньше расчетного значения по закону Рауля для идеального раствора (~4 ат. %).

Приведенные на рис. 4, *c*, *d* спектрограммы показали, что кристаллы кубической формы являются твердыми растворами никеля в титане, а светлые точки в центрах их граней являются

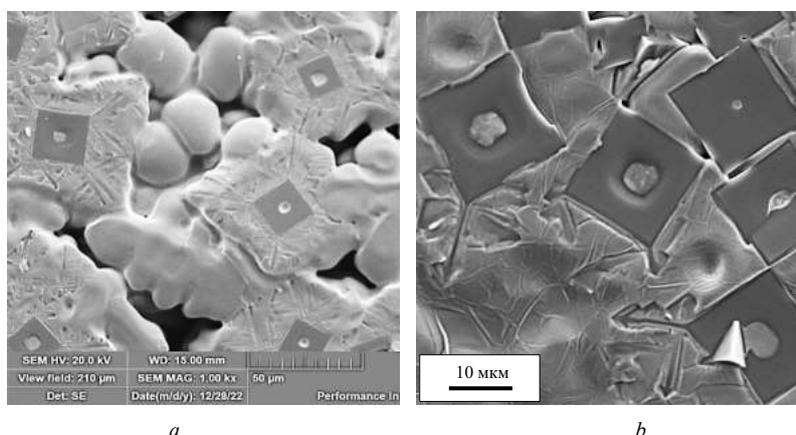


Рис. 3. Структуры поверхностного слоя сплава  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0,5}\text{Si}_{0,5}$ , сформировавшиеся в зонах испарения (*a*) и сублимации (*b*)

Fig. 3. Structures of the  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0,5}\text{Si}_{0,5}$  alloy surface layer formed in the evaporation (*a*) and sublimation (*b*) zones

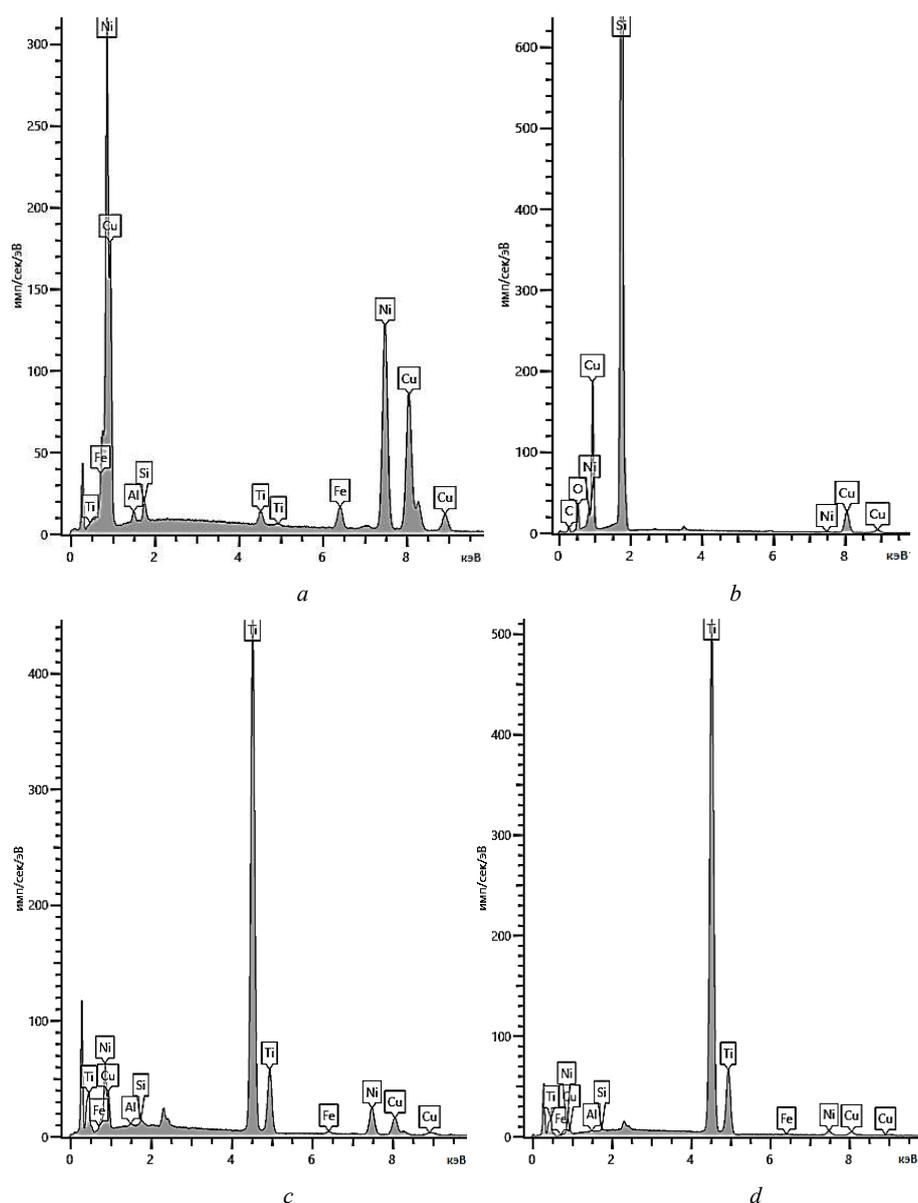


Рис. 4. Спектрограммы: *a* – сплав  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0.5}\text{Si}_{0.5}$ ; *b* – пленка, полученная при испарении сплава  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0.5}\text{Si}_{0.5}$ ; *c, d* – кристаллы титана, сформированные в зонах испарения (*c*) и сублимации (*d*)

Fig. 4. Spectrograms: *a* – the  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0.5}\text{Si}_{0.5}$  alloy; *b* – the film, obtained during by evaporation  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0.5}\text{Si}_{0.5}$  alloy; *c, d* – titanium crystals formed in the evaporation (*c*) and sublimation (*d*) zones

кристаллами никеля, образовавшимися при охлаждении жидкого (рис. 3, *a*) и твердого (рис. 3, *b*) растворов сплава соответственно.

Значительно большее содержание меди и соответственно меньшее, по сравнению с проведенными теоретическими расчетами, содержание в пленках никеля обусловлено особенностями электронно-лучевого метода испарения. При расчетах во внимание принималась только область расплава, которая вследствие фокусировки электронного луча в десятки раз меньше площади примыкающей к расплаву сублимирующей поверхности образца. Вследствие параллельного протекания более сконцентрированного по площади процесса испарения в узком диапазоне температур, близких к температуре плавления сплава, и распределенного по гораздо большей площади процесса сублимации, протекающего в широком диапазоне температур и не принятого во внимание при расчетах, содержание Ni в исследованных пленках сплава  $\text{Cu}_{33}\text{Ni}_{65}\text{Al}_1\text{Ti}_{0.5}\text{Si}_{0.5}$  (0,5 ат. %) оказалось в 8 раз меньше расчетного значения для сплава  $\text{Cu}_{35}\text{Ni}_{65}$  (4 ат. %).

Образование кристаллов титана правильной кубической формы с размерами ребра ~15 мкм, по-видимому, связано с равновесными условиями кристаллизации сплава при переплаве в вакууме. При высоких температурах в титане растворяется порядка 20 ат. % никеля, что способствует образованию упорядоченного твердого раствора. При медленном остывании в вакууме вследствие меньшей, чем у меди и никеля плотности, кристаллы титана всплывают к поверхности расплава, а поскольку при остывании растворимость никеля снижается, то его атомы накапливаются по центрам граней, диффундируя к ним по кратчайшим расстояниям от центра куба.

Поскольку давление паров титана на три порядка меньше, чем у меди (рис. 1), то их форма, размеры и рельеф поверхности граней при температурах испарения сплава не изменяются. После окончания испарения расплав в тигле охлаждается неравномерно преимущественно за счет теплоотдачи с поверхности. Находящиеся в поверхностном слое кристаллы титана также охлаждаются неравномерно. Объем кристалла, примыкающий к более охлажденной грани, вследствие выделения никеля становится менее плотным, чем у противоположной грани. В результате кристаллы в расплаве приобретают преимущественную кристаллографическую ориентацию плоскостей {001} параллельно горизонтальной плоскости расплава. При увеличении ~3500 (рис. 3, *b*) видно, что ребра и грани, вследствие выхода атомов Ni на поверхность, деформируются с прогибом к центру кристаллов титана.

Таким образом, экспериментально установлено, что при электронно-лучевом способе получения пленок сплавов системы Cu–Ni вследствие фракционирования элементный состав пленок существенно отличается от составов распыляемых сплавов.

В связи с этим более приемлемым способом получения пленок стабильного состава в системе Cu–Ni является одновременное параллельное электронно-лучевое испарение меди и никеля из двух тиглей. Как следует из рис. 1 при разнице температур испарения ~300 °C давления паров Cu (1300 °C) и Ni (1600 °C) примерно равны. Следовательно, состав пленок в этом случае будет близок к эквиатомному (Cu<sub>50</sub>Ni<sub>50</sub>). Преимущества последовательного нанесения слоев меди и никеля были использованы при разработке технологии изготовления многослойных тонкопленочных экранов электромагнитного излучения [8].

**Заключение.** Рассмотрены процессы формирования пленок сплавов системы Cu–Ni при электронно-лучевом испарении и сублимации. Определено положение изобар давления сплавов системы Cu–Ni на диаграмме состояния при испарении в вакууме. Исследована структура и элементный состав поверхностного слоя сплавов до и после их испарения и сублимации, а также элементный состав осаждаемых пленок. Показано, что наиболее приемлемым способом получения пленок стабильного состава в системе Cu–Ni является одновременное электронно-лучевое испарение меди и никеля из двух тиглей.

### Список использованных источников

1. Зеленин, В. А. Силицидные сплавы азеотропных и эвтектических составов для катодов и мишеней вакуумно-дуговых и магнетронных установок / В. А. Зеленин // Современные методы и технологии создания и обработки материалов: сб. науч. тр.: в 2 кн. – Минск, 2021. – Кн. 1: Новые технологии и материалы / редкол.: В. Г. Залесский (гл. ред.) [и др.]. – С. 208–223.
2. Волочко, А. Т. Многослойные покрытия на элементах компьютера как средство технической защиты информации / А. Т. Волочко, В. А. Зеленин, Е. О. Нарушко // Проблемы информационной безопасности. – Симферополь, 2016. – С. 16–19.
3. Диаграммы состояния двойных металлических систем: справ.: в 3 т. / под ред. Н. П. Лякишева. – М., 1997. – Т. 2. – С. 275–284.
4. Определение типа диаграммы равновесия Cu–Ni в области высоких температур методом спектрального анализа / Л. С. Палатник [и др.] // Физика металлов и металловедение. – 1958. – Т. 6, № 3. – С. 540–544.
5. Gieng, R. Вакуумное испарение / R. Gieng // Технология тонких пленок: справ.: в 2 т. / под ред. Л. Майссела, Р. Глэнга; пер. с англ. под ред. М. И. Елинсона, Г. Г. Смолко. – М., 1977. – Т. 1. – С. 9–174.
6. Несмеянов, А. Н. Давление пара химических элементов / А. Н. Несмеянов. – М., 1961. – 397 с.
7. Лахтин, Ю. М. Материаловедение и термическая обработка металлов / Ю. М. Лахтин. – М., 1983. – 359 с.
8. Влияние режимов формирования на структуру тонких покрытий, используемых в многослойных экранах ЭМИ / А. Т. Волочко [и др.] // Современные методы и технологии создания и обработки материалов: сб. науч. тр. – Минск, 2019. – С. 60–66.

## References

1. Zelenin V. A. Silicide alloys of azeotropic and eutectic compositions for cathodes and targets of vacuum arc and magnetron installations. *Sovremennye metody i tehnologii sozdaniya i obrabotki materialov: sbornik nauchnyh trudov: v 2 knigah. Kniga 1: Novye tehnologii i materialy* [Modern methods and technologies for creating and processing materials: a collection of scientific papers, in 2 books. Book 1: New technologies and materials]. Minsk, 2021, pp. 208–223 (in Russian).
2. Volochko A. T., Zelenin V. A., Narushko E. O. Multilayer coatings on computer elements as a means of technical protection of information. *Problemy informacionnoj bezopasnosti* [Information security issues]. Simferopol, 2016, pp. 16–19 (in Russian).
3. Lyakishev N. P. (ed.). *State diagrams of binary metal systems. Handbook. Vol. 2*. Moscow, 1997, pp. 275–284 (in Russian).
4. Palatnik L. S., Levchenko A. A., Bogdanova A. F., Terletskii V. E. Determination of the type of Cu–Ni equilibrium diagram in the high temperature region by spectral analysis. *Fizika metallov i metallovedenie = Physics of Metals and Metallography*, 1958, vol. 6, no. 3, pp. 540–544 (in Russian).
5. Gieng R. Vacuum Evaporation. Maissel L., Glang R. (eds.). *Handbook of Thin Film Technology*. McGraw-Hill, 1970, pp. 1–123.
6. Nesmeyanov A. N. *Vapor pressure of chemical elements*. Moscow, 1961. 397 p. (in Russian).
7. Lakhtin Yu. M. *Materials science and heat treatment of metals*. Moscow, 1983. 359 p. (in Russian).
8. Volochko A. T., Zelenin V. A., Markov G. V., Narushko E. O. Influence of formation modes on the structure of thin coatings used in multilayer EMR screens. *Sovremennye metody i tehnologii sozdaniya i obrabotki materialov: sbornik nauchnyh trudov* [Modern methods and technologies for the creation and processing of materials: a collection of scientific papers]. Minsk, 2019, pp. 60–66 (in Russian).

## Информация об авторах

*Чижик Сергей Антонович* – академик, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой. Белорусский национальный технический университет (ул. Якуба Коласа, 22, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: mnt@bntu.by. ORCID: 0000-0002-5301-0195.

*Зеленин Виктор Алексеевич* – д-р техн. наук, доцент, гл. науч. сотрудник. Физико-технический институт НАН Беларуси (ул. Купревича, 10, 220084, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vazelenin@mail.ru.

*Егорова Юлия Андреевна* – науч. сотрудник. Физико-технический институт НАН Беларуси (ул. Купревича, 10, 220084, Минск, Республика Беларусь). E-mail: egorova.y\_a@mail.ru.

## Information about the authors

*Chizhik Sergey A.* – Academician, D. Sc. (Engineering), Professor, Head of the Department. Belarusian National Technical University (22, Yakub Kolas Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: mnt@bntu.by. ORCID: 0000-0002-5301-0195.

*Zelenin Victor A.* – D. Sc. (Engineering), Professor, Chief Researcher. Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Kuprevich Str., 220084, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vazelenin@mail.ru.

*Yahorava Yuliya A.* – Researcher. Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Kuprevich Str., 220084, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: egorova.y\_a@mail.ru.

ISSN 1561-8323 (Print)  
ISSN 2524-2431 (Online)

**СОЦИАЛЬНО-ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ**  
*SOCIAL SCIENCES AND HUMANITIES*

UDC 340(075.80)  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-163-167>

Received 21.09.2022  
Поступило в редакцию 21.09.2022

**Aleksey V. Egorov**

*Belarusian State Economic University, Minsk, Republic of Belarus*

**CURRENT TYPOLOGY OF THE BELARUSIAN LEGAL SYSTEM  
ON THE LEGAL MAP OF THE WORLD**

*(Communicated by Corresponding Member Grigory A. Vasilevich)*

**Abstract.** The article presents the study results of functioning of the Belarusian legal system on the legal map of the world and its interaction with the legal systems of the continental law family. The main national legal reality components most actively communicating with foreign systemic formations – sources and law system, normative component and national type of legal consciousness – are analyzed. Proposals on the reception of foreign legal experience of French and Scandinavian legal models are made. It is proposed to improve the national law system by updating the administrative law branch according to the French model and judicial practice by the reception of the relevant components of the Scandinavian justice model. The Belarusian-type character of legal consciousness is analyzed separately from the viewpoint of its historical integration by different-type elements of legal cultures, which determines the ability of the Belarusian legal system to qualitatively interact with the legal systems of various law families. The “legal diplomacy” concept is introduced. It implies a new approach in the methodology of legal reception instead of implementation of “legal expansion” of foreign norms and institutions of law into other legal cultures. Proposals are made to include the provisions on the principles and mechanism of legal reception, as well as the rules determining a new quality of national legal consciousness by activating legal propaganda forms into the draft Concept of Legal Policy of the Republic of Belarus and in the draft Law of the Republic of Belarus “On Civil Society”.

**Keywords:** legal system, legal reception, system of law, legal consciousness, comparative law

**For citation.** Egorov A. V. Current typology of the Belarusian legal system on the legal map of the world. *Doklady National'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 163–167. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-163-167>

**А. В. Егоров**

*Белорусский государственный экономический университет, Минск, Республика Беларусь*

**СОВРЕМЕННАЯ ТИПОЛОГИЯ БЕЛОРУССКОЙ ПРАВОВОЙ СИСТЕМЫ  
НА ЮРИДИЧЕСКОЙ КАРТЕ МИРА**

*(Представлено членом-корреспондентом Г. А. Василевичем)*

**Аннотация.** Представлены результаты исследования функционирования белорусской правовой системы на юридической карте мира и ее взаимодействия с правовыми системами континентальной семьи права. Проанализированы основные компоненты национальной правовой действительности, наиболее активно контактирующие с зарубежными системными образованиями – источники и система права, нормативный компонент и национальный тип правосознания. Вносятся предложения по осуществлению рецепции иностранного правового опыта от французской и скандинавской правовых моделей. Предлагается усовершенствовать национальную систему права путем актуализации отрасли административного права по образцу французской модели, а судебную практику путем рецепции соответствующих компонентов скандинавской модели правосудия. Отдельно анализируется характер белорусского типа правосознания с точки зрения его исторической интегрированности элементами разных типов правовых культур, что определяет способность белорусской правовой системы к качественному взаимодействию с правовыми системами различных семей права. Вводится понятие «правовой дипломатии», предполагающей новый подход в методологии правовой рецепции, вместо осуществления «правовой экспансии» зарубежных норм и институтов права в другие правовые культуры. Вносятся предложения о включении в проект Концепции правовой политики Республики Беларусь и в проект Закона Республики Беларусь «О гражданском обществе» положений относительно принципов и механизма правовой рецепции, а также о разработке норм, определяющих новое качество национального правосознания за счет активизации форм правовой пропаганды.

**Ключевые слова:** правовая система, правовая рецепция, система права, правосознание, сравнительное правоведение

**Для цитирования.** Егоров, А. В. Современная типология белорусской правовой системы на юридической карте мира / А. В. Егоров // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 163–167. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-163-167>

**Introduction.** The Belarusian legal system is considered within the framework of the Romano-Germanic legal family [1, p. 276]. The sources and the system of Belarusian law are recognized as traditional markers for assessing the continental nature of the legal traditions of Belarus. It is noted that the main source of the Belarusian law is the legislation; the system of law is represented by traditional for the Romano-Germanic legal family branches of constitutional, administrative, civil, criminal law, etc. The norm of Belarusian law is abstract, designed for application in typical social situations. In fact, the formal attributes of the Belarusian legal system are being evaluated, while the content of this systemic macro-element implies the presence of not only external attributes in the form of structural organization of law norms in a branch, forms of expression of state will, but also ideological components that together represent the national legal system. The latter include: national type of legal consciousness, as well as traditions of formation and functioning of the rules of conduct in a given social environment. Together with the formal characteristics of Belarusian law (its structure and sources), the ideological components form an integral legal system of the Republic of Belarus. Such approach is especially important for determining the place of the legal system of Belarus on the legal map of the world, the nature of interaction of the national systemic component with other legal systems, as well as for the practice of legal reception.

The issues of legal typology have received much attention in the legal literature. However, mainly the research works in this field concerned the typology of law, and in particular the analysis of historical types of state and law [2]. This approach was due to factors of ideological nature. Even comparative jurisprudence was seen as a contrasting study of different types of state and law – bourgeois and socialist. In this research chain, the possibility of any reception of foreign norms and even more so of legal institutions was excluded. The maximum permissible limit of the comparative study of foreign legal systems consisted in a descriptive comparison of foreign legal institutions, which was the focus of the main research works of comparative nature [3; 4]. The situation changed after the collapse of the Soviet legal system. The newly formed states began to determine their place on the political map of the world, to build an algorithm of interaction with other subjects of the international system. Accordingly, the national legal systems of the newly formed states were the first components, requiring determining their place on the legal map of the world. The Republic of Belarus has not become an exception to this rule. After the adoption of the Declaration “On the State Sovereignty of the Belarusian Soviet Socialist Republic” by the Supreme Soviet of the BSSR in 1990, a new stage of formation of the national legal system began. On August 25, 1991, it was decided to give the Declaration on State Sovereignty the status of a constitutional statute [5].

**Main part.** The typological characterization of the Belarusian legal system implies the determination of the place and the functional role of this national formation on the legal map of the world. It is not enough simply to state the fact of adherence, in particular, of Belarusian law, to the traditions of a particular legal family – Romano-Germanic, Anglo-American or religious-communal. It is necessary to establish the nature of connections of the legal system of Belarus with other components of the legal world. This makes it possible to form a model of relations of the national legal organism with systemic formations of other nature in order to improve the quality of functioning of the legal system of the Republic of Belarus and its structural components: the law as a set of norms, lawmaking, law enforcement and legal consciousness, developed in the Belarusian society. It is necessary to note that this approach is peculiar to any national-legal organism. Let us dwell on the peculiarities of the domestic model of relations with legal formations of other countries and nations.

The formal-legal community in the form of a legal family, which unites a particular related group of legal systems, is internally heterogeneous. For example, the French and German legal systems fundamentally differ from each other both in terms of formal features, in particular regarding the legal force of the sources of law, the structure of branches of law, and in the nature of the essential features of law enforcement and law-making properties. Thus, in France, the role of sources of law issued by the government (ordiances) is rather high; Germany rejects the practice of issuing decrees-laws by the executive power; the structure of private law in France and Germany is not homogeneous, due to the presence of the “General part” in the German system of law. An even greater divergence is present in the field of judicial practice: in France, judicial practice is more important than in Germany, where German pro-

fessors have “the most honorable positions” before “eminent judges” in France [6, p. 62]. As a result, we can conclude that the functioning of the Romano-Germanic legal community is carried out in two directions – according to the French and German variants.

The analysis of the Belarusian legal system shows its “French” orientation in the legal development, as evidenced by the following facts.

*Firstly*, the so-called “regulatory” forms, i. e. acts issued by executive-administrative bodies, have found their place in the system of sources of Belarusian law. Until recently, the President of the Republic of Belarus was vested wide rule-making powers. He had the right to issue normative decrees and edicts, the legal force of which under certain conditions exceeded that of statutes. And though the new version of the Belarusian Constitution significantly narrowed the practice of the edition of these acts, the decrees and orders of the President have a compulsory force on the whole territory of the Republic of Belarus (part 2 of article 85) [7].

In terms of typology of the system of sources of Belarusian law and possible reception of the French practice of application of law sources, it is necessary to pay attention to the hierarchy of sources of French law, their internal system organization, which may be useful especially for the so-called “bylaw rule-making” of Belarusian governmental bodies. It is no secret that the main problem of national law enforcement is the ratio of “executive and administrative” acts in terms of legal force and the volume of regulated relations. The regulatory defect of Belarusian law enforcement practice consists in the presence of a mass of contradictions between “by-laws” of different levels, and often in the absence of the necessary legal norm, when it is required to apply the analogy of law or analogy of law, which is not always successfully handled by law enforcement bodies.

*Secondly*, in the system of the Belarusian law along with the traditional branches of public law there is such an important element as administrative law, which occupies an authoritative position in the French system of law as well. Many Romano-Germanic legal systems and even some Anglo-Saxon systems follow the French model of administrative law. The Belarusian practice of creating and implementing administrative norms is rich too. Suffice it to mention the fact that at the initiative of the President of the Republic of Belarus in 2021 two “administrative” codes were revised and improved – the Code of Administrative Offences and the Procedural-Executive Code of Administrative Offences. It is also necessary to note the fact that administrative norms of procedural nature are not contained in many national systems of continental law.

In this regard, it seems appropriate to return to the issue of functioning and an independent link of administrative justice in Belarus. For this purpose, it is necessary to implement a number of legal borrowings of normative and doctrinal order from the French legal model of administrative justice. Of particular interest for a preliminary comparative study will be the practice of the French Council of State as the highest judicial instance in administrative cases. According to authoritative experts, everything that has been created by this body is “admirable” [8, p. 62].

The typological features are also characteristic of the Belarusian norm of law, which by its nature is Romano-Germanic, but has a number of characteristic features that make it similar not only to French law, but also to the normative traditions of another group of legal systems, namely the Scandinavian one. This group includes the legal systems of Sweden, Norway, Denmark, Iceland and Finland. The specific features of the “Scandinavian nature” of the Belarusian legal norm consist in the degree of specification of the rules of regulation of social relations, which goes beyond the limits of continental traditions. Belarusian legal norms are more causal than the Romano-Germanic regulatory rules. This circumstance brings the judicial systems of our countries closer. Thus, Swedish courts are called to follow the decisions of higher judicial bodies strictly. First of all, it is the decisions of the Supreme Court of Sweden. The Belarusian court system follows the same practice. Moreover, the Law of the Republic of Belarus “On normative legal acts” provides an independent source of law in the form of normative legal acts of the Supreme Court (Article 17) [9]. Such practice is not characteristic of continental countries, which remain on the position of the so-called parliamentary rulemaking.

The Scandinavian legal rules have never been characterized as rules with a high level of generalization. On the contrary, the courts have tried to contain the processes of generalization of typical life situations requiring legal solutions. In this respect, the Scandinavian legal systems have become increasingly close to the common law system. Neither the Napoleonic Code, modeled on the French Civil Code drafted in 1826, nor the German pandering tradition of law, originally taught to virtually all Swedish professors, took root in the Nordic countries at the time.

Belarusian traditions of the casualization of legal norms are similar to Scandinavian tendencies. The adopted Belarusian codes are immediately concretized by a whole mass of normative acts adopted by government bodies and the President of the Republic of Belarus. Doctrinally, there is also no rigid distinction between the public and private branches of law. Quite a lot of public norms are present in the sphere of private law regulation. In addition, the point here is not in the nature of the political regime, as some apologists claim, but in the traditions established by Scandinavian traditions due to a number of historical reasons and geographical proximity of our countries and peoples.

A fundamental element in the typological characteristics of the Belarusian legal system is the type of national legal consciousness. It is necessary to note that this phenomenon is not given a significant place on the pages of the Belarusian legal literature. At the same time, legal consciousness that is differentiated into legal ideology and legal psychology has a determining meaning for interaction of the national legal system of Belarus with other systemic units of the legal community. The peculiarity of the Belarusian national legal consciousness is its “legal cosmopolitanism”. Raised in the spirit of integration interaction of different types of legal cultures, the national legal consciousness is able to perceive elements of different legal systems – from continental to religious and communal ones. The legal ideology of the Belarusian state is aimed at forming its own normative components at the expense of legal reception. This is confirmed by the development of the Concept of Legal Policy of the Republic of Belarus, where the questions of legal borrowing of the world’s progressive experience in the regulation of relations have found their worthy place. The legal system of Belarus has never rejected the positive legal experience of neighboring countries. We are talking not only about the Russian Federation, but also about European countries and their legal systems, with which Belarus has built historical ties. Unfortunately, modern expansion, including legal traditions, does not contribute to the evolutionary development of our legal systems. A more acceptable practice would be the intellectual implementation of elements of the legal cultures of Western countries, rather than the imposed rhetoric of imitation of the legal institutions of the West. Moreover, the stronger the legal expansion will affect the component of legal ideology, the greater the rejection is expected at the level of legal psychology. In this situation, we need to talk about “legal diplomacy”, which implies primarily the unification of views on legal institutions and legal traditions, rather than the unification of legal institutions themselves, about which the bearers of national legal culture often have a rather poor understanding.

The methodological basis of the system interaction of national legal cultures can be the “General theory of law” as a component of doctrinal formation of views on the legal matter of different countries. Belarusian subjects of legal consciousness are used to limited perception of the nature of legal reality, namely from the position of their own practice. For example, the theory of law sources is perceived, as a hierarchy of only normative forms of expression of the state will; the understanding of law is limited mainly by normative regulations without taking into account traditions, etc. At the same time, the legal reality is much richer and it needs to be perceived with a broad outlook, which is formed by studying the legal systems of other countries. “The General Theory of Law” just aims at learning the manifestation of various forms of normative expression in different social conditions. Introduction of the course “General Law Theory” will allow the formation of the Belarusian legal elite, affecting the main component of the national legal consciousness – legal ideology.

As for the formation of the everyday level of legal consciousness, here it is also necessary to build an algorithm of actions that meets the requirements of “legal propaganda”. The difference of this form of influence on public consciousness is that legal propaganda presupposes the use of active forms of influence on the formation of legal psychology and legal ideology. In this sense, it is quite acceptable to include in the Draft of the Law of the Republic of Belarus “On civil society” the forms and methods of active legal information of Belarusian society, including about foreign and international law. Legal propaganda is not perceived negatively, but is just an active form of educating the population about the legal culture. The main condition for the implementation of this form is the absence of limited perception of the legal palette of life of other countries and peoples. In this respect, our foreign partners should also show themselves, who perceive the legal system of the Republic of Belarus not as a hostile component of the legal reality, but as an evolving organism of the legal life of society, capable of understanding and perceiving the legal experience of life of neighboring countries and peoples.

**Conclusion.** Thus, the Belarusian legal system, while remaining in the position of the continental legal family, includes components and traditions of different groups of the Romano-Germanic legal

community, namely French and Scandinavian models, functioning within the same family of law. At that, the national legal system borrows formal features from French practice, such as sources and the system of law, and from the Scandinavian legal group – receives doctrinal components in the form of normative originality of national law and the features of judicial law enforcement. The legal consciousness of the Belarusian society is formed quite autonomously, experiencing the experience of legal interaction with many legal systems, including those belonging to different legal families.

Typological characteristics of the Belarusian legal system reveal the following integration peculiarities of interaction of the national legal organism with other legal systems.

1. As for the sources of Belarusian law, it is necessary to conduct a conceptual revision to improve the quality of the systemic interaction between the acts of different legal force issued by the legislative and executive powers. It is necessary to expand the doctrinal basis for the use of analogy of law and analogy of law. The relevant legal experience should be studied and, if necessary, borrowed from the French legal model.

2. The system of branches of Belarusian law needs doctrinal reform, whereby the branch of administrative law must find its proper place, based on the prevailing conditions and traditions of national legal regulation. It is necessary to eliminate the excessive presence of administrative norms in the branches of private law, and strengthen the law-enforcement status of administrative relations by recreating the system of administrative justice. French legal experience will also play a positive role in this regard.

3. The typological peculiarities of the Belarusian legal norm show its causal nature as compared to the general continental traditions. This circumstance must be taken into account in the implementation of the so-called “by-law rulemaking”, which should not violate the systemic balance of the application of existing codified acts of greater legal force. The practice of “current legislation” is developed in the Scandinavian group of legal systems, which is also subject to study and possible adoption.

4. In the formation of national type of legal consciousness, building new methodological approaches of influence, especially on the legal psychology of its bearers, it is necessary to expand the scope of legal propaganda as an active form of influence of legal elites, as a rule, the carriers of legal ideology, on the subjects of legal psychology. For this purpose, it is necessary to expand the content of the draft Law of the Republic of Belarus “On civil society” with components of education of the legal culture of the Belarusian society.

5. In order to train specialists in the field of interaction of the legal system of the Republic of Belarus with the legal systems of other countries it is necessary to strengthen the comparative training of legal personnel through the expansion of teaching disciplines that familiarize with the content of foreign law. The above conclusions are conceptual, but not exhaustive, about the functioning of the Belarusian legal system on the legal map of the world. The real practice of systemic integration is much richer than doctrinal proposals, which should generalize, supplement, but not hinder the development of models of integration interaction of countries and peoples.

#### References

1. Drobyazko S. G., Kozlov V. S. *General Theory of Law: textbook for universities*. Minsk, 2007. 480 p. (in Russian).
2. *Marxist-Leninist General Theory of State and Law: Historical Types of State and Law*. Moscow, 1971. 638 p. (in Russian).
3. *Actual Problems of the Modern Bourgeois Civil Law. A Collection of Scientific and Analytical Surveys*. Moscow, 1983. 171 p. (in Russian).
4. *Comparative Law: A Collection of Articles*. Moscow, 1978. 247 p. (in Russian).
5. On Giving the Status of Constitutional Law to the Declaration of the Supreme Soviet of the Republic of Belarus on the State Sovereignty of the Republic of Belarus: Law of the Republic of Belarus, 25 Aug. 1991. *Vedomosti Verhovnogo Soveta Belorusskoj SSR* [Vedomosti of the Supreme Soviet of the Byelorussian SSR], 1991, no. 28, art. 425 (in Russian).
6. Cruz P. *Modern Approach to Comparative Law*. Boston, 1993. 350 p.
7. *Constitution of the Republic of Belarus: with the amendments and addenda, adopted at the referenda of November 24, 1996, October 17, 2004. October 17, 2004 and February 27, 2022*. Minsk, 2022. 192 p. (in Russian).
8. David R., Joffre-Spinozi C. *Main legal systems of modernity*. Moscow, 1997. 400 p. (in Russian).
9. On normative legal acts: Law of the Republic of Belarus, July 17, 2018, no. 130-3. *National Legal Internet Portal of the Republic of Belarus*. Available at: <https://pravo.by/document/?guid=3871&p0=H11800130> (accessed 10 September 2022).

#### Information about the author

Egorov Aleksey V. – D. Sc. (Law), Associate Professor. Belarusian State Economic University (126, Partizansky Ave., 220070, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: egorof@yandex.ru.

#### Информация об авторе

Егоров Алексей Владимирович – д-р юрид. наук, доцент. Белорусский государственный экономический университет (Партизанский пр., 126, 220070, Минск, Республика Беларусь). E-mail: egorof@yandex.ru.

**АГРАРНЫЕ НАУКИ**  
**AGRARIAN SCIENCES**УДК 636.424.1:636.082.12  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-168-176>Поступило в редакцию 23.01.2023  
Received 23.01.2023**А. А. Бальников, Ю. С. Казутова, академик И. П. Шейко***Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по животноводству,  
г. Жодино, Республика Беларусь***НАПРАВЛЕНИЕ СЕЛЕКЦИОННО-ПЛЕМЕННОЙ РАБОТЫ ПО ФОРМИРОВАНИЮ  
НОВОГО КОНКУРЕНТОСПОСОБНОГО ЗАВОДСКОГО ТИПА СВИНЕЙ ПОРОДЫ  
ЙОРКШИР С ПРИМЕНЕНИЕМ ГЕНЕТИЧЕСКИХ ПРИЕМОМ И МЕТОДОВ**

**Аннотация.** Для реализации отечественных современных селекционных программ необходимо применять популяционно-генетические приемы и методы с целью создания новых типов линий с высокими продуктивными качествами, использование которых будет способствовать эффективному ведению племенного животноводства. Применение геномной селекции в отечественных селекционных программах ускоряет генетический прогресс в стадах за счет определения племенной ценности животных в раннем возрасте и тем самым способствует развитию местного животноводства и сокращению зависимости от импорта зарубежного племенного материала. В сообщении представлены данные исследований, целью которых было формирование селекционных стад создаваемого нового конкурентоспособного заводского типа свиней породы йоркшир с применением генетических приемов и методов. В рамках исследования проведен анализ генов-маркеров продуктивности и ДНК-тестирование по микросателлитным маркерам исходных генотипов. Установлено, что в популяциях молодняк с предпочтительными генотипами превосходил своих сверстников по продуктивным признакам на 1,95–42,3 % ( $p \leq 0,05$ ). Использование анализа ДНК-МС животных, протестированных в базовых племенных предприятиях, позволило определить их генетическую принадлежность к белорусской популяции породы йоркшир на основе генетического расстояния и частотности аллелей в изучаемых локусах, которые находились в промежутке 5,665–11,084.

**Ключевые слова:** свиньи, порода йоркшир, селекция, племенные стада, гены маркеры, воспроизводительные откормочные и мясные качества

**Для цитирования.** Бальников, А. А. Направление селекционно-племенной работы по формированию нового конкурентоспособного заводского типа свиней породы йоркшир с применением генетических приемов и методов / А. А. Бальников, Ю. С. Казутова, И. П. Шейко // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 2. – С. 168–176. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-168-176>

**Arthur A. Balnikov, Yuliya S. Kazutova, Academician Ivan P. Sheiko***Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Animal Breeding,  
Zhodino, Republic of Belarus***DIRECTION OF SELECTION AND BREEDING WORK ON THE FORMATION  
OF A NEW COMPETITIVE FACTORY TYPE OF YORKSHIRE PIGS USING GENETIC TECHNIQUES  
AND METHODS**

**Abstract.** For modern domestic breeding programs to be implemented, population genetic techniques and methods must be applied in order to create new types of lines with superior performance characteristics, the use of which will contribute to the efficient pedigree livestock farming. Genomic selection use in domestic breeding programs accelerates genetic progress in herds by determining the breeding value of animals at an early age, and thereby contributes to the development of local animal husbandry and to the reduction of dependence on imports of foreign pedigree material. The article contains the data of the studies that were aimed at forming breeding herds of a new competitive factory type of Yorkshire pigs with the use of genetic techniques and methods. The study included the analysis of productivity marker genes and DNA testing by microsatellite markers of the initial genotypes. It was found that in the populations, young animals with preferred genotypes outperformed their peers in productive traits by 1.95–42.3 % ( $p \leq 0.05$ ). The use of the DNA-MS analysis of the animals tested at basic breeding enterprises allowed determining their genetic affiliation with the Belarusian population of the Yorkshire breed on the basis of the genetic distance and allele frequency in the loci under study that were in the range 5.665–11.084.

**Keywords:** pigs, Yorkshire breed, selection, pedigree herds, marker genes, reproductive, fattening and meat traits

**For citation.** Balnikov A. A., Kazutova Y. S., Sheiko I. P. Direction of selection and breeding work on the formation of a new competitive factory type of yorkshire pigs using and genetic techniques and methods. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2023, vol. 67, no. 2, pp. 168–176 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-2-168-176>

**Введение.** В реализации современных селекционных программ не обойтись без применения популяционно-генетических приемов и методов с целью создания новых типов линий с высокими продуктивными качествами для эффективного процесса разведения и совершенствования отечественного племенного животноводства [1; 2]. Линии создаются в процессе длительной целенаправленной селекционной работы с отдельными животными и родственными группами, которые должны обладать новыми положительными качествами и быть улучшателями в стаде. Конечная цель разведения – консолидация продуктивных качеств всей популяции. Таким образом, создание линий – это целенаправленная работа, основанная на методических принципах подбора родоначальников линий, комплексной системе оценки, отбора и подбора генетического племенного материала в ряде поколений [2]. Для совершенствования продуктивных качеств животных необходимо использовать весь имеющийся в распоряжении специалистов селекционный материал по изменчивости и наследуемости отдельных признаков, целесообразно изучение породных особенностей с применением генетических приемов и методов оценки [3; 4].

Геномная селекция – технология, позволяющая улучшить генофонд популяций сельскохозяйственных животных, используя информацию о ДНК-маркерах, ассоциированных с проявлением экономически значимых признаков. Ее применение в отечественных селекционных программах ускоряет генетический прогресс в стадах за счет определения племенной ценности животных в раннем возрасте и тем самым способствует развитию местного животноводства. Только геномная селекция по локальной референтной базе позволяет сократить зависимость от импортного племенного материала [5].

Последние открытия в области ДНК-технологии предоставили возможность оперативнее и точнее вести селекционный процесс в животноводстве. Работы по изучению иммуногенетических маркеров и полиморфных белков свидетельствуют о положительной корреляции отдельных генотипов генов с хозяйственно полезными признаками, но в основном являются спецификой отдельных стад и пород животных. Задача поиска маркеров на уровне ДНК значительно упростилась с появлением метода амплификации фрагментов ДНК с помощью полимеразой цепной реакции (ПЦР). В настоящее время метод геномной диагностики находит все большее применение в селекционной практике для идентификации и маркирования отдельных животных, анализа частоты родословных, определения сходства–различия генотипов, определения степени их гетерозиготности в популяционных исследованиях. Ученые пока не пришли к единому мнению о влиянии генов ESR, MC4R и др. на продуктивность свиней различных генотипов. Таким образом, необходимо проводить дальнейшие исследования по ДНК-генотипированию как помесных, так и чистопородных свиней с целью окончательного выявления влияния генов на их продуктивность. Решение этой проблемы позволит более эффективно вести селекцию свиней, особенно при выведении новых типов, как по продуктивности, так и другим хозяйственно полезным признакам [5–10]. Важным направлением в области генетики является контроль достоверности происхождения и характеристики генетического разнообразия животных на основе STR-маркеров. Анализ ДНК-маркеров позволяет получать информацию о состоянии аллелофонда и генетической структуре пород и популяций сельскохозяйственных животных, оценивать степень генетического родства между ними, выявлять неточности в сведениях о достоверности происхождения индивидуумов [10; 11]. Для этого широко используют микросателлиты или STR (Short Tandem Repeats) – высоко полиморфные короткие тандемные повторы с кодоминантным типом наследования. Информативность результатов исследований микросателлитов повышается с увеличением количества изучаемых локусов и степени их полиморфизма. Поэтому панели микросателлитов, пригодные для исследования одних пород, могут быть менее информативны для других. В связи с этим проведению исследований с использованием микросателлитов должен предшествовать анализ информативности применяемых STR-панелей [12; 13]. Актуальными являются исследования, направленные на разработку эффективных методов селекции и создание конкурентоспособного заводского типа свиней породы йоркшир, предусмотренного программой ГНТП «Инно-

вационные агропромышленные и продовольственные технологии» на 2021–2025 гг. [14]. Однако на начальных этапах необходимо сформировать селекционные стада создаваемого нового конкурентоспособного заводского типа свиней породы йоркшир на основе изучения генов-маркеров, ассоциированных с воспроизводительными, откормочными и мясными качествами, провести ДНК-тестирование микросателлитам.

Цель исследований – формирование селекционных стад создаваемого нового конкурентоспособного заводского типа свиней породы йоркшир с применением генетических приемов и методов.

**Материалы и методы исследования.** Объектом исследований были белорусские популяции создаваемого нового конкурентоспособного заводского типа свиней породы йоркшир, разводимых в ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита» Минской, КСУП «Черняховский-Агро» Гродненской, ЗАО «Витебскагропродукт» ПУ «Племрепродуктор Лепельский» и ЗАО «Витебскагропродукт» филиал «Тростянка» Витебской областей. В процессе выполнения научно-исследовательской работы проводилась оценка племенного молодняка по собственной продуктивности, по возрасту достижения живой массы 100 кг, среднесуточному приросту (г) от рождения до достижения живой массы 100 кг, прижизненным мясным качествам: толщине шпика (мм) и содержанию мяса в теле (%) с использованием прибора Piglog-105 (SFK Technology A/S, Дания). Оценку свиноматок по воспроизводительным качествам проводили с учетом следующих показателей: количество опоросов за период племенного использования, многоплодие (среднее число живых поросят в помете за период племенного использования свиноматки), масса гнезда (кг) и количество поросят (голов) к отъему и сохранность (%) в возрасте 26–30 дней. Плодовитость свиноматки определяли по общему количеству живых поросят, полученных за период племенного использования.

Анализ ДНК проводили в лаборатории молекулярной биотехнологии и ДНК-тестирования РУП «Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по животноводству». У исследуемых животных брали биопробы ткани уха, из которых выделяли ДНК методом ПЦР-ПДРФ для выявления генотипов животных, которые затем были сопоставлены с показателями продуктивности по следующим генам-маркерам: ESR, MC4R, MYF4, IGF-2. Выделение ДНК осуществляли с помощью колонок Nexttec (Nexttec™ Biotechnologie GmbH, Германия) согласно протоколу фирмы-изготовителя. Обработку данных капиллярного электрофореза осуществляли путем перевода длин фрагментов в числовое выражение на основании сравнения их подвижности со стандартом ДНК по 9 и 11 STR-локусам (SO 155, SO 355, SO 005, SW 72, SW 951, SW 240, SW 857, SW 911, SW 936, SO 227, SO 90). Биометрическую обработку материалов исследований проводили методами вариационной статистики на персональном компьютере с использованием пакета программы Microsoft Excel по Е. К. Меркурьевой [15] и с плагином GenAlEx v. 6.5. Для оценки индивидуальной, внутри- и межпопуляционной изменчивости проводили анализ AMOVA (анализ молекулярной вариации). Обработку данных, полученных при изучении переноса генов, эффективного размера популяций, миграционных процессов, внутривидового распределения генетической изменчивости и степени дифференциации популяций осуществляли по Б. Вейру. Изменчивость микросателлитов в изучаемых популяциях свиней оценивали по значениям индекса фиксации  $F_{st}$  и  $R_{st}$ .

**Результаты и их обсуждение.** Современные исследования позволяют в различной степени проводить генетическую оценку и дифференциацию животных в популяции. Большое значение приобретает оценка особей, относящихся к различным популяциям, с использованием маркеров. В результате исследований нами проведен анализ генов-маркеров продуктивности и оценка ДНК-микросателлитов исходных генотипов, используемых в создании нового конкурентоспособного заводского типа свиней.

Наиболее перспективными для использования в селекции являются следующие. По воспроизводительным качествам – ген эстрогенового рецептора (ESR). Ген рецептора пролактина PRLR также является одним из маркеров плодовитости. Пролактин – гормон пептидной природы, выделяемый передней долей гипофиза в ответ на такие факторы, как эстроген. Ген IGF2 расположен на коротком плече 11-й хромосомы и кодирует инсулиноподобный фактор роста 2 по откормочным качествам. Ген MC4R (ген рецептора меланокортина 4) расположен на длинном плече 18-й хромосомы и кодирует нейрональный меланокортиновый рецептор MC4R, который участвует в регуляции пищевого поведения (подавляет аппетит) и энергетического баланса. Ген MYOD1 является одним из генов-кандидатов для определения полиморфизмов, ассоциированных

с интенсивностью роста и развития и, как следствие, с показателями мясной продуктивности. Он играет ключевую роль в миогенезе и связан с развитием мышц у млекопитающих, влияет на дифференцировку мышечных клеток. MYF4 существенно влияет на содержание мяса в туше, площадь «мышечного глазка».

Результаты молекулярно-генетического тестирования хряков белорусской популяции породы йоркшир по гену маркеру ESR представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. Генотип хряков белорусской популяции породы йоркшир по гену маркеру ESR

T a b l e 1. The genotype of the boars of the Belarusian population of the Yorkshire breed according to the gene marker ESR

Количество хряков, голов Number of boars, heads	Частота встречаемости Frequency of occurrence							
	генотипов genotypes						аллелей alleles	
	AA		AB		BB		A	B
	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%		
РУП «Витебское племпредприятие» «Центр селекции и генетики в свиноводстве»								
17	1	5,9	5	29,4	11	64,7	20,6	79,4
Филиал «Тростянка» ЗАО «Витебскагропродукт»								
13	–	–	3	23,1	10	76,9	11,55	88,45
РУСП «Гродненское племпредприятие» «Центр селекции и генетики в свиноводстве»								
35	5	14,3	14	40,0	16	45,7	34,3	64,7
ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита»								
28	4	14,3	19	67,9	5	17,8	48,25	51,75

Установлено, что в популяциях хряков, разводимых в базовых племенных предприятиях, наибольший удельный вес предпочтительного генотипа ESR<sup>BB</sup> (76,9 %) был у животных, разводимых в ЗАО «Витебскагропродукт» филиал «Тростянка», а наименьший показатель ESR<sup>BB</sup> (17,8 %) – у хряков, содержащихся в ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита».

Проведенное ДНК-тестирование свиноматок белорусской популяции породы йоркшир показало, что частота встречаемости генотипов эстрогенового рецептора (ESR), пролактинового рецептора (PRLR) у маток (*n* = 18), разводимых в ЗАО «Витебскагропродукт» ПУ «Племрепродуктор Лепельский», составила по предпочтительным генотипам ESR<sup>BB</sup> 67,7 %. Результаты молекулярно-генетического тестирования этих животных по гену маркеру PRLR позволили выявить, что частота встречаемости генотипов PRLR<sup>AA</sup> составила 55,6 %, PRLR<sup>AB</sup> – 38,9, PRLR<sup>BB</sup> – 5,5 %.

Лучшие показатели воспроизводительных качеств характерны для свиноматок с генотипом ESR<sup>BB</sup>, которые превосходили аналоги с генотипом ESR<sup>AB</sup> по многоплодию на 1,30 гол. (9,56 %), по количеству поросят и массе гнезда при отъеме – на 0,5 гол. (4,24 %) и на 1,60 кг (1,95 %).

По результатам молекулярно-генетического тестирования свиноматок белорусской популяции породы йоркшир по гену PRLR установлено, что матки с генотипом PRLR<sup>AB</sup> превосходили по многоплодию аналоги с генотипом PRLR<sup>AA</sup> на 0,7 гол. (4,90 %).

При изучении частоты встречаемости генотипов и аллелей локусов генов-маркеров откормочной и мясной продуктивности MC4R, MYOD1, MYF4 у белорусской популяции породы йоркшир установлено, что предпочтительными генотипами являются MC4R<sup>AA</sup>, MYOD1<sup>CC</sup> и MYF4<sup>AA</sup>. Частота их встречаемости – 9,1–33,3 %. Частота предпочтительных аллелей составила 33,0–66,9 %.

Анализ ДНК по локусу гена IGF-2 племенных животных белорусской популяции породы йоркшир позволил выявить, что наибольшая частота встречаемости предпочтительных генотипов IGF-2<sup>QQ</sup> (100 %) была у животных, разводимых в ЗАО «Витебскагропродукт» ПУ «Племрепродуктор Лепельский», а наименьшей частотой QQ (46,1 %) характеризовались особи, разводимые в ЗАО «Витебскагропродукт» филиал «Тростянка».

Установлено, что откормочный молодняк различных генотипов существенно различался по показателям продуктивности. Животные белорусской популяции породы йоркшир, используемые при создании нового конкурентоспособного заводского типа с генотипом AA по гену-маркеру MC4R, превосходили своих сверстников с генотипом AG и GG по возрасту достижения живой

массы 100 кг на 3,3–5,7 суток (2,03–3,45 %), по среднесуточному приросту – на 41,0–75,8 г (4,70–9,04 %) ( $p \leq 0,001$ ). Аналогичная тенденция наблюдалась и по затратам кормов на 1 кг прироста, подсвинки с генотипом AA потребляли меньше корма на 0,3 кг (на 10 %) ( $p \leq 0,001$ ) по сравнению с генотипом GG.

Послеубойная диагностика позволила сопоставить мясные качества с генами маркерами изучаемых показателей (табл. 2).

Т а б л и ц а 2. Мясные качества молодняка свиней различных генотипов по гену-маркеру MYOD1

T a b l e 2. Meat qualities of young pigs of different genotypes according to the marker gene MYOD1

Показатель Index	Генотип хряка Boar genotype		
	CC	AC	AA
<i>n</i>	32	57	34
Убойный выход, %	70,3 ± 0,33*	68,5 ± 0,35*	66,3 ± 0,31
Длина туши, см	101,5 ± 0,39*	98,8 ± 0,49*	95,8 ± 0,42
Толщина шпика над 6–7 грудными позвонками, мм	14,1 ± 0,56*	16,5 ± 0,49*	19,5 ± 0,37
Площадь «мышечного глазка», см <sup>2</sup>	59,9 ± 1,89*	51,9 ± 1,68*	42,1 ± 1,23
Масса задней трети полутуши, кг	12,2 ± 0,08*	11,6 ± 0,11*	10,9 ± 0,11
Выход мяса в туше, %	67,2 ± 0,53*	64,4 ± 0,54*	60,8 ± 0,49

П р и м е ч а н и е: \* – критерий достоверности  $p \leq 0,001$ .

N o t e: \* – reliability criterion  $p \leq 0,001$ .

Установлено, что животные белорусской популяции породы йоркшир, используемые при создании нового конкурентоспособного заводского типа с генотипами CC и AC по гену MYOD1, превосходили подсвинков с генотипом AA по убойному выходу на 2,2–4,0 % ( $p \leq 0,001$ ). Туши животных данных генотипов были самыми длинными – на 3,0–5,7 см (3,13–5,94 %) ( $p \leq 0,001$ ) по сравнению с аналогом генотипа AA. Наиболее тонким шпиком отличались подсвинки генотипов CC и AC: шпик был тоньше на 3,0–5,4 мм (15,4–27,7 %) ( $p \leq 0,001$ ).

В изучаемой популяции животных молодняк белорусской популяции породы йоркшир с генотипами CC и AC превосходил генотип AA: по площади «мышечного глазка» – на 9,8–17,8 см<sup>2</sup> (23,4–42,3 %), по выходу мяса – на 2,8–6,4 п. п. ( $p \leq 0,001$ ). Показатель массы задней трети полутуши был наилучшим у генотипов CC и AC и составил 11,6–12,2 кг, что на 0,7–1,3 кг (6,42–12,0 %) ( $p \leq 0,001$ ) больше, чем у генотипа AA.

В результате анализа данных по гену-маркеру MYF4, влияющему на уменьшение толщины шпика, установлено, что наименьшим слоем хребтового шпика в области холки (26,8–27,8 мм) отличались туши подсвинков йоркшир предпочтительных генотипов MYF4<sup>AG</sup> и MYF4<sup>AA</sup>, что на 8,7–9,7 мм (23,8–26,6 %) ( $p \leq 0,001$ ) ниже аналогичных показателей туш животных генотипа MYF4<sup>GG</sup>. Что касается равномерности распределения шпика вдоль хребта, то минимальное отложение его в области 6–7-го грудных позвонков наблюдалось у животных – носителей предпочтительных генотипов MYF4<sup>AG</sup> и MYF4<sup>AA</sup>, что на 5,4–6,1 мм (24,5–27,7 %) ( $p \leq 0,001$ ) тоньше, чем у животных с генотипом GG. Самый тонкий слой шпика на пояснице отмечен у молодняка аналогичных генотипов, у которых данный показатель составил 16,5–17,3 мм, что на 6,6–7,4 мм (27,6–31,0 %) ( $p \leq 0,001$ ) меньше, чем у аналогов с аллелями GG. Минимальные значения толщины шпика (15,8–16,9 мм) в области крестца фиксировались у подсвинков генотипов MYF4<sup>AG</sup> и MYF4<sup>AA</sup>, что на 9,3–10,4 мм (35,5–39,7 %) ниже, чем у подсвинков генотипа GG. На хребте у молодняка по гену MYF4 разница между наибольшей и наименьшей толщиной шпика находилась в пределах от 11 и 11,2 мм у лучших генотипов, у худших она была на 2,8–3,0 мм (20,0–21,4 %) больше.

В исследованных популяциях создаваемого типа породы йоркшир установлены 55 аллелей по 11 микросателлитным локусам. Исследования по генетическому тестированию молодняка белорусской популяции породы йоркшир, разводимого в базовых племенных предприятиях на основе микросателлитного анализа по 11 STR-локусам (SO 005, SO 090, SO 155, SO 227, SO 355, SW 240, SW 72, SW 857, SW 911, SW 936, SW 951), выполняли с использованием методик ВИЖ. Обработку данных капиллярного электрофореза осуществляли путем перевода длин фрагментов в числовое выражение на основании сравнения их подвижности со стандартом ДНК. Наибольшей

вариабельностью характеризовались локусы SO 005 (9 аллелей), SW 240, SW 857 и SW 936 (7 аллелей), а наименьшей – SO 155 и SO 227 (3 аллеля), остальные локусы занимали промежуточное положение (4–6 аллелей).

Анализ встречаемости аллелей у животных различных популяций породы йоркшир по изучаемым локусам микросателлитов ДНК показал, что наибольшее число аллелей ( $N_a$ ) было у животных, разводимых в РУП «Витебское племпредприятие» «Центр селекции и генетики в свиноводстве», –  $4,909 \pm 0,563$  (табл. 3).

Т а б л и ц а 3. Генетическое разнообразие популяции свиней породы йоркшир, разводимых в племенных предприятиях республики

Table 3. Genetic diversity of the population of Yorkshire pigs bred in breeding enterprises of the republic

Показатель Index	Популяция Population				Среднее по популяциям
	Филиал «Тростянка»	Племотрепродуктор Лепельский	Витебское племпредприятие	ЖодиноАгроПлемЭлита	
Среднее число аллелей	$3,273 \pm 0,273$	$3,364 \pm 0,244$	$4,909 \pm 0,563$	$4,273 \pm 0,449$	$4,043 \pm 0,235$
Среднее число информативных аллелей	$2,636 \pm 0,152$	$3,182 \pm 0,263$	$3,545 \pm 0,340$	$3,727 \pm 0,407$	$3,390 \pm 0,192$
Среднее число эффективных аллелей в популяции, $N_e$	$2,226 \pm 0,154$	$2,529 \pm 0,268$	$2,695 \pm 0,271$	$2,752 \pm 0,345$	$2,605 \pm 0,162$
Индекс Шеннона, I	$0,900 \pm 0,069$	$0,965 \pm 0,096$	$1,130 \pm 0,117$	$1,077 \pm 0,118$	$1,035 \pm 0,059$
Приватные аллели, Pr	–	$0,091 \pm 0,091$	$0,818 \pm 0,226$	$0,182 \pm 0,122$	$0,319 \pm 0,095$

Различия между другими популяциями составляли 12,8–33,3 %. Характерно, что в отношении уровня аллельного разнообразия у различных популяций ( $N_e$ ) эффективного числа аллелей на один локус больше отмечено у животных в ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита» ( $N_e = 2,752 \pm 0,345$ ). При анализе животных, участвующих в создании нового конкурентоспособного заводского типа, разводимого в различных хозяйствах, установлено наибольшее количество «приватных» аллелей у животных РУП «Витебское племпредприятие» «Центр селекции и генетики в свиноводстве» ( $Pr = 0,818 \pm 0,226$ ), а среднее по всем популяциям количество приватных аллелей  $Pr = 0,319 \pm 0,095$ . Низкие значения рассчитанного индекса Шеннона для популяции, равного 1,035, указывают на высокую генетическую однородность оцененных хряков.

В результате проверки соотношения различных частот генетического равновесия Харди–Вайберга установлено, что в популяциях создаваемого заводского типа породы йоркшир, разводимых в племенных предприятиях, от равновесного состояния отклоняется наибольшее число локусов в изучаемых популяциях (10 из 11 исследуемых). В то же время у свиней в популяции, принадлежащей ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита», по локусу SW 72 отмечено генетическое равновесие ( $p < 0,01$ ), что может быть обусловлено ассоциированностью с каким-либо признаком, находящимся под влиянием отбора и подбора. Анализ частот популяционного разнообразия показал, что у животных, разводимых в ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита», была наибольшая вариация частот в локусах – от 0,017 до 0,998, а наименьшая (0,198 до 0,762) – у свиней в филиале «Тростянка», что может быть связано с наличием приватных аллелей в данных локусах.

В табл. 4 приведены результаты анализа генетического разнообразия исследуемых популяций свиней породы йоркшир, используемых при создании нового конкурентоспособного заводского типа.

Наблюдаемая степень гетерозиготности в исследуемых популяциях породы йоркшир находилась в пределах от  $0,513 \pm 0,069$  у животных, разводимых в ЗАО «Витебскагропродукт» филиал «Тростянка», до  $0,636 \pm 0,065$  у животных РУП «Витебское племпредприятие» «Центр селекции и генетики в свиноводстве».

На основании результатов исследований установлен высокий уровень наблюдаемой гетерозиготности, который повлиял на отрицательное значение коэффициента инбридинга (Fis), а значит, животные различных популяций характеризовались смещением генетического разнообразия в сторону небольшого избытка гетерозигот. Наибольшей величиной значения отрицательного инбридинга отличались животные, полученные в филиале «Тростянка» ЗАО «Витебскагро-

Т а б л и ц а 4. Показатели генетического разнообразия животных различных популяций породы йоркшир на основе 11 STR-локусов

T a b l e 4. Indicators of genetic diversity of animals from different populations of the Yorkshire breed based on 11 STR loci

Популяция Population	Степень гетерозиготности Degree of heterozygosity		Разница $H_o-H_e$ «+/-» – избыток/дефицит гетерозигот Difference $H_o-H_e$ “+/-” – excess/deficiency of heterozygotes
	Фактическая, $H_o$ Actual, $H_o$	Ожидаемая, $H_e$ Expected, $H_e$	
Филиал «Тростянка»	0,629 ± 0,051	0,529 ± 0,033	-0,184 ± 0,046
Племрепродуктор Лепельский	0,513 ± 0,069	0,554 ± 0,049	0,097 ± 0,073
Витебское племпредприятие	0,636 ± 0,065	0,577 ± 0,054	-0,093 ± 0,038
ЖодиноАгроПлемЭлита	0,609 ± 0,059	0,579 ± 0,053	-0,056 ± 0,046

продукт» (-0,184 ± 0,046), а наименьшей – в ЗАО «Витебсагропродукт» ПУ «Племрепродуктор Лепельский» с положительным минимальным значением (0,097 ± 0,073).

Наблюдаемый уровень гетерозиготности ( $H_o$ ) среди животных изучаемых популяций находился в пределах от 51,3 до 63,6 %.

В своих исследованиях по определению генетической принадлежности особей к различным популяциям с учетом происхождения (вероятность идентификации к популяции) мы использовали Assignment-тест, который показывает, насколько далеко находится друг от друга каждая особь в той или иной популяции при условии независимого наследования локуса и генетического разнообразия. Анализ, проведенный по 11 локусам ДНК-МС, показал высокую идентичность особей в популяциях. Они расположены в одной плоскости и на небольшом расстоянии друг от друга. На более вероятную популяцию указывают наименьшие величины присвоения животных к имеющимся популяциям, используемым при создании нового конкурентоспособного заводского типа породы йоркшир, полученные на основании преобразования логарифмических вероятностей в положительные значения. Среди животных, протестированных из ЗАО «Витебсагропродукт» филиал «Тростянка», 11 из 12 находятся в промежутке 5,665–8,911, ЗАО «Витебсагропродукт» ПУ «Племрепродуктор Лепельский» 12 из 17 были в промежутке 7,206–9,291, у животных РУП «Витебское племпредприятие» «Центр селекции и генетики в свиноводстве» 12 из 16 находились в промежутке 6,665–13,003, ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита» из 30 животных 22 были в промежутке 5,493–11,084.

Анализ, проведенный по 11 локусам ДНК-МС, показал высокую идентичность особей в четырех популяциях. Животные, протестированные в изучаемых популяциях, находятся в одной плоскости, это характеризует их как единство племенного стада породы йоркшир. Генетические дистанции между исследуемыми популяциями свиней в виде матрицы генетического сходства различных племенных стад друг с другом, используемых при создании в белорусском заводском типе свиней породы йоркшир, разводимых в РУП «Витебское племпредприятие», ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита», ЗАО «Витебсагропродукт» филиал «Тростянка», ЗАО «Витебсагропродукт» ПУ «Племрепродуктор Лепельский» показаны в табл. 5. Наибольшее генетическое сходство было отмечено между популяциями ПУ «Племрепродуктор Лепельский» и филиал «Тростянка» и ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита» и филиал «Тростянка» (0,126 и 0,127). Таким образом, наибольшая удаленность между исследуемыми популяциями отмечена между ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита» и РУП «Витебское племпредприятие» (0,08).

Относительно близкое родство между животными, разводимыми в различных хозяйствах, обусловлено, по-видимому, использованием в селекционных программах животных, происходящих от одного корня и со схожей генетической структурой.

Проведенные исследования привели к разработке дендограммы филогенетического родства свиней различного происхождения в белорусской популяции свиней породы йоркшир, используемой при создании нового конкурентоспособного заводского типа. В ее основу положены генетические дистанции между исследуемыми группами свиней в виде матрицы генетического сходства различных популяций друг с другом. Наибольшее генетическое сходство отмечено между животными популяций ЗАО «Витебсагропродукт», ПУ «Племрепродуктор Лепельский» и ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита». Животные остальных племенных стад могут относиться к различному корню происхождения.

Т а б л и ц а 5. Генетическое расстояние между животными белорусской популяции породы йоркшир, разводимыми в племенных предприятиях Республики Беларусь, рассчитанное по (Nei)

T a b l e 5. Genetic distance between animals of the Belarusian population of the Yorkshire breed bred in breeding enterprises of the Republic of Belarus, calculated according to (Nei)

Племенные предприятия Республики Беларусь	Филиал «Тростянка»	Племрепродуктор Лепельский	Витебское племпредприятие	ЖодиноАгроПлемЭлита
Филиал «Тростянка»	*			
Племрепродуктор Лепельский	0,126	*		
Витебское племпредприятие	0,254	0,229	*	
ЖодиноАгроПлемЭлита	0,127	0,075	0,08	*

Установлено, что популяция РУП «Витебское племпредприятие» «Центр селекции и генетики в свиноводстве», используемая при создании нового конкурентоспособного заводского типа свиней породы йоркшир, находится на удаленном расстоянии, что видно из построенного генеалогического древа и образования отдельной ветки, это может указывать на различия в их происхождении с различиями в направлении селекции.

**Заключение.** Сформированы селекционные стада создаваемого нового конкурентоспособного заводского типа свиней породы йоркшир, изучены гены-маркеры, ассоциированные с продуктивными качествами, проведено ДНК-тестирование по микросателлитным маркерам исходных генотипов. Установлено, что в популяциях молодняк с предпочтительными генотипами превосходил своих сверстников по продуктивным признакам на 1,95–42,3 % ( $p \leq 0,05$ ).

В исследованных популяциях были установлены 55 аллелей по 11 микросателлитным локусам. Наибольшей вариабельностью характеризовались локусы SO 005 (9 аллелей), SW 240, SW 857 и SW 936 (7 аллелей), а наименьшей – SO 155 и SO 227 (3 аллеля). Анализ встречаемости аллелей у животных различных популяций породы йоркшир по изучаемым локусам ДНК-микросателлитов показал, что наибольшее число аллелей ( $N_a$ ) было у животных, разводимых в РУП «Витебское племпредприятие» «Центр селекции и генетики в свиноводстве», –  $4,909 \pm 0,563$ . Характерно, что в отношении уровня аллельного разнообразия у различных популяций ( $N_e$ ) эффективного числа аллелей на один локус больше отмечено у животных в ГП «ЖодиноАгроПлемЭлита» ( $N_e = 2,752 \pm 0,345$ ). В среднем по всем популяциям количество приватных аллелей составляло  $Pr = 0,319 \pm 0,095$ . Наблюдаемая степень гетерозиготности в исследуемых популяциях породы йоркшир находилась в пределах 0,513–0,636, а ожидаемая – 0,529–0,579. На более вероятную популяцию указывают наименьшие величины присвоения животных к имеющимся популяциям, полученные на основании преобразования логарифмических вероятностей в положительные значения с применением Assignment-теста. Использование анализа ДНК-МС животных, протестированных в базовых племенных предприятиях, позволило определить их генетическую принадлежность к белорусской популяции породы йоркшир на основе генетического расстояния и частотности аллелей в изучаемых локусах, которые находились в промежутке 5,665–11,084.

#### Список использованных источников

1. Погодаев, В. А. Продуктивность свиноматок в процессе выведения южной мясной (беконной) породы свиней / В. А. Погодаев, А. Д. Пешков, Е. И. Пурская // Зоотехния. – 2012. – № 4. – С. 21–22.
2. Филенко, В. Ф. Принципы и методы формирования генеалогической структуры стада новой южной мясной (беконной) породы свиней / В. Ф. Филенко, Е. И. Растворов, В. И. Гузенко // Вестн. Мичуринского гос. аграр. ун-та. – 2011. – № 2–1. – С. 185–188.
3. Головкова, И. А. Хозяйственно полезные признаки свиней крупной белой породы разных генеалогических групп / И. А. Головкова, Н. И. Татаркина // Вестн. Красноярского ГАУ. – 2021. – № 10 (175). – С. 121–127.
4. Кахикало, В. Г. Эффективность массового отбора крупной белой породы по воспроизводительным качествам / В. Г. Кахикало, О. В. Назарченко, С. В. Литвиненко // Главный зоотехник. – 2018. – № 1. – С. 4–9.
5. Зиновьева, Н. А. Генетическая экспертиза сельскохозяйственных животных: применение тест-систем на основе микросателлитов / Н. А. Зиновьева, Е. А. Гладырь // Достижения науки и техники АПК. – 2011. – № 9. – С. 19–20.
6. Семенов, В. В. Воспроизводительные и откормочные качества свиней различных генотипов / В. В. Семенов, И. Г. Рачков // Свиноводство. – 2007. – № 2. – С. 31–32.
7. Способы повышения мясной продуктивности свиней / С. И. Кононенко [и др.] // Изв. Горского гос. аграр. ун-та. – 2014. – Т. 51, № 2. – С. 90–94.
8. Are polymorphisms in non-coding regions of porcine MyoD genes suitable for predicting meat and fat deposition in the carcass? / J. Kuryl [et al.] // Anim. Sci. Papers Rep. – 2002. – Vol. 20, N 4. – P. 245–254.

9. An association between the MyoD gene polymorphisms and carcass traits in two- and three-breed crossbred pigs / P. Urbanski [et al.] // *Anim. Sci. Papers and Rep.* – 2006. – Vol. 24, N 4. – P. 297–303.
10. Программа генетической экспертизы племенной продукции животных Российской Федерации, ее недостатки и совершенствование / С. Е. Тяпугин [и др.] // *Зоотехния.* – 2021. – № 9. – С. 2–4.
11. Relations between the polymorphism in the coding and 5'-flanking regions of the porcine MYODI and MYF5 genes and productive traits in pigs / P. Urbanski [et al.] // *J. Anim. Feed Sc.* – 2006. – Vol. 15, N 2. – P. 225–235. <https://doi.org/10.22358/jafs/66895/2006>
12. Statistical model and testing designs to increase response to selection with constrained inbreeding in genomic breeding programs for pigs affected by social genetic effects / T. T. Chu [et al.] // *Genetics, Selection, Evolution.* – 2021. – Vol. 53, N 1. – P. 1–16. <https://doi.org/10.1186/s12711-020-00598-8>
13. Population genetic structure and diversity of the East Balkan Swine (*Sus scrofa*) in Bulgaria, revealed by mitochondrial DNA and microsatellite analyses / K. Ishikawa [et al.] // *Anim. Sci. J.* – 2021. – Vol. 92, N 1. – Art. e13630. <https://doi.org/10.1111/asj.13630>
14. Программа по совершенствованию племенных и продуктивных качеств свиней породы йоркшир / И. П. Шейко [и др.]. – Жодино, 2022. – 20 с.
15. Меркурьева, Е. К. Биометрия в селекции и генетике сельскохозяйственных животных / Е. К. Меркурьева. – М., 1970. – 424 с.

## References

1. Pogodaev V. A., Peshkov A. D., Purskaya E. I. Efficiency of sows in the process of raising the south meat (bacon) breed of pigs productivity. *Zootekhnika*, 2012, no. 4, pp. 21–22 (in Russian).
2. Filenko V. F., Rastovarov E. I., Guzenko V. I. Principles and methods of formation of family structure of the herd of new south meat (bacon) pig breeds. *Vestnik Michurinskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta = Bulletin of Michurinsky State Agrarian University*, 2011, no. 2–1, pp. 185–188 (in Russian).
3. Golovkova I. A., Tatarikina N. I. Large white pigs of different genealogical groups economically useful features. *Vestnik Krasnodarskogo GAU [Bulletin of the Krasnodar State Agrarian University]*, 2021, no. 10 (175), pp. 121–127 (in Russian).
4. Kakhikalo V. G., Nazarchenko O. V., Litvinenko S. V. The effectiveness of mass selection of sows of large white breed according to the reproductive traits. *Glavnyi zootekhnik = Head of Animal Breeding*, 2018, no. 1, pp. 4–9 (in Russian).
5. Zinov'eva N. A., Gladyr E. A. Genetic expertise of agricultural animals: application of the test systems based on microsatellites. *Dostizheniya nauki i tekhniki APK = Achievements of Science and Technology of AIC*, 2011, no. 9, pp. 19–20 (in Russian).
6. Semenov V. V., Rachkov I. G. Reproductive and fattening qualities of pigs of various genotypes. *Svinovodstvo = Pig breeding*, 2007, no. 2, pp. 31–32 (in Russian).
7. Kononenko S. I., Semenov V. V., Vorsina L. V., Lozovoy V. I. Methods for increasing efficiency of pigs meat productivity. *Izvestiya Gorskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta [Izvestia of the Gorsky State Agrarian University]*, 2014, vol. 51, no. 2, pp. 90–94 (in Russian).
8. Kuryl J., Kapelanski W., Cieslak D., Pierzchala M., Grajewska S., Bocian M. Are polymorphisms in non-coding regions of porcine MyoD genes suitable for predicting meat and fat deposition in the carcass? *Animal Science Papers and Reports*, 2002, vol. 20, no. 4, pp. 245–254.
9. Urbanski P., Kapelanski W., Wyszynska-Koko J., Bocian M., Pierzchala M., Kuryl J. An association between the MyoD gene polymorphisms and carcass traits in two- and three-breed crossbred pigs. *Animal Science Papers and Reports*, 2006, vol. 24, no. 4, pp. 297–303.
10. Тяпугин С. Е., Новиков А. А., Сердюк Г. Н., Семак М. С., Калашникова Л. А. The need to improve the system of genetic expertise of breeding products in the Russian Federation. *Zootekhnika*, 2021, no. 9, pp. 2–4 (in Russian).
11. Urbanski P., Pierzchala M., Kamyczek M., Rozycki M., Kuryl J. Relations between the polymorphism in the coding and 5'-flanking regions of the porcine MYODI and MYF5 genes and productive traits in pigs. *Journal of Animal and Feed Sciences*, 2006, vol. 15, no. 2, pp. 225–235. <https://doi.org/10.22358/jafs/66895/2006>
12. Chu T. T., Henryon M., Jensen J., Ask B., Christensen O. F. Statistical model and testing designs to increase response to selection with constrained inbreeding in genomic breeding programs for pigs affected by social genetic effects. *Genetics, Selection, Evolution*, 2021, vol. 53, no. 1, pp. 1–16. <https://doi.org/10.1186/s12711-020-00598-8>
13. Ishikawa K., Doneva R., Raichev E. G., Peeva S., Doichev V. D., Amaike Yo., Nishita Yo., Kaneko Ya., Masuda R. Population genetic structure and diversity of the East Balkan Swine (*Sus scrofa*) in Bulgaria, revealed by mitochondrial DNA and microsatellite analyses. *Animal Science Journal*, 2021, vol. 92, no. 1, art. 13630. <https://doi.org/10.1111/asj.13630>
14. Sheiko I. P., Balnikov A. A., Kazutova Yu. S., Yanel I. P. *Program for improving the breeding and productive qualities of Yorkshire pigs*. Zhodino, 2022. 20 p. (in Russian).
15. Merkur'yeva E. K. *Biometrics in breeding and genetics of farm animals*. Moscow, 1970. 424 p. (in Russian).

## Информация об авторах

*Бальников Артур Анатольевич* – канд. с.-х. наук, доцент, заведующий лабораторией. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: lab.breed.selec.pig@yandex.by. ORCID: 0000-0002-6854-3576.

*Казутова Юлия Сергеевна* – науч. сотрудник. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: lab.breed.selec.pig@yandex.by. ORCID: 0000-0001-7463-2666.

*Шейко Иван Павлович* – академик, д-р с.-х. наук, профессор, первый заместитель генерального директора. НПЦ НАН Беларуси по животноводству (ул. Фрунзе, 11, 222163, Жодино, Республика Беларусь). E-mail: belniig@tut.by. ORCID: 0000-0002-4684-9830.

## Information about the authors

*Balnikov Arthur A.* – Ph. D. (Agrarian), Associate Professor, Chief of the Laboratory. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus on Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: lab.breed.selec.pig@yandex.by. ORCID: 0000-0002-6854-3576.

*Kazutova Yuliya S.* – Researcher. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus on Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: lab.breed.selec.pig@yandex.by. ORCID: 0000-0001-7463-2666.

*Sheiko Ivan P.* – Academician, D. Sc. (Agrarian), Professor, The First Deputy Director General. Scientific and Practical Center of the National Academy of Sciences of Belarus on Animal Breeding (11, Frunze Str., 222163, Zhodino, Republic of Belarus). E-mail: belniig@tut.by. ORCID: 0000-0002-4684-9830.