

# ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

Выходит шесть номеров в год

Журнал основан в июле 1957 года

---

МИНСК, БЕЛОРУССКАЯ НАУКА, 2015, ТОМ 59, № 5

---

Учредитель – Национальная академия наук Беларуси

Редакционная коллегия:

**В. Г. Гусаков** (главный редактор),  
**А. В. Кильчевский** (заместитель главного редактора),  
**С. Я. Килин** (заместитель главного редактора),  
**С. А. Чижик** (заместитель главного редактора),  
**И. М. Богдевич, Н. А. Борисевич, П. А. Витязь,**  
**И. Д. Волоотовский, И. В. Гайшун, С. В. Гапоненко, А. Е. Дайнеко, И. В. Залуцкий,**  
**О. А. Ивашкевич, Н. А. Изобов, Н. С. Казак, А. А. Коваленя,**  
**Ф. Ф. Комаров, И. В. Котляров, В. А. Лабунов, А. П. Ласковнев, О. Н. Левко,**  
**А. И. Лесникович, В. Ф. Логинов, А. А. Махнач, А. А. Михалевич,**  
**М. Е. Никифоров, В. А. Орлович, О. Г. Пенязьков, Ю. М. Плескачевский,**  
**Н. С. Сердюченко, А. Ф. Смянович, Л. М. Томильчик, С. А. Усанов,**  
**Л. В. Хотылева, В. А. Хрипач, И. П. Шейко,**  
ведущий редактор **Т. П. Петрович**

*Адрес редакции:*

220072, Минск, ул. Академическая, 1, к. 119,  
тел. 284-19-19

[csl.bas-net.by/Web/Pages/magNAS.asp](http://csl.bas-net.by/Web/Pages/magNAS.asp)

E-mail: [doklady\\_nanb@mail.ru](mailto:doklady_nanb@mail.ru)

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

<b>Бенедиктович В. И.</b> Достаточное спектральное условие гамильтоновости графа. . . . .	5
<b>Матус П. П., Хиену Л. М., Волков Л. Г.</b> Принцип максимума для разностных схем с знакопостоянными входными данными. . . . .	13
<b>Васьковский М. М., Кондратёнок Н. В.</b> Аналог RSA-криптосистемы в квадратичных факториальных кольцах (на англ. яз). . . . .	18

### ФИЗИКА

<b>Комаров Ф. Ф., Константинов С. В., Погребняк А. Д.</b> Влияние высокофлюентного ионного облучения на структуру и механические свойства покрытий из наноструктурированных нитридов высокоэнтропийных сплавов (Ti, Hf, Zr, V, Nb) . . . . .	24
<b>Комиссаров И. В., Свито И. А., Федотов А. К., Прищепа С. Л.</b> Транспорт электронов в массивах вертикально ориентированных многослойных углеродных нанотрубок. . . . .	31
<b>Овсюк Е. М., Дашук К. В., Веко О. В.</b> Электромагнитное поле в осциллирующей Вселенной де Ситтера: формализмы Майораны–Оппенгеймера и Даффина–Кеммера, точные решения . . . . .	38

<b>Эскандери М., Леонов А. В., Феранчук И. Д.</b> Анализ релаксации трехуровневой системы вне рамок приближения вращающейся волны .....	44
<i>ХИМИЯ</i>	
<b>Космачева Т. Г., Акулич Я. В., Иванова Н. А., Агабеков В. Е.</b> Светостойкие поляризационные пленки с расширенным спектральным диапазоном .....	51
<i>БИОЛОГИЯ</i>	
<b>Петрова Е. А., Терпинская Т. И., Артемьев М. В., Улащик В. С.</b> Полупроводниковые наночастицы селенида кадмия как флуоресцентные клеточные маркеры .....	55
<b>Савина С. М., Шалыго Н. В.</b> Потенцирование антиоксидантной системы в трансгенных растениях табака с повышенной экспрессией супероксиддисмутазы .....	62
<i>МЕДИЦИНА</i>	
<b>Павлова Н. Ф., Толпеко А. А., Маньковская С. В., Залуцкий И. В.</b> Анализ эффективности использования простатспецифического антигена для оценки риска развития рака простаты при проведении случай-контроль исследований .....	68
<b>Смаль М. П., Ролевич А. И., Набебина Т. И., Красный С. А., Гончарова Р. И.</b> Метилирование гена <i>RUNX3</i> как фактор прогноза при раке мочевого пузыря без мышечной инвазии .....	73
<b>Кириллов В. А., Луговец К. А., Ерохина О. А., Ключкина Л. Б.</b> Повышение эффективности цитологической диагностики хронического панкреатита и аденокарциномы поджелудочной железы с помощью экспертной системы .....	79
<i>НАУКИ О ЗЕМЛЕ</i>	
<b>Кудельский А. В.</b> О геологической концепции генезиса воды .....	88
<i>ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ</i>	
<b>Левин М. Л., Маханёк А. А.</b> Влияние возраста на тепловое состояние пациента при общей газовой криотерапии .....	95
<i>СОЦИАЛЬНО-ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ</i>	
<b>Гниломедов В. В.</b> Литература и современность (на бел. яз.) .....	102
<b>Груша А. И.</b> Происхождение и утверждение документа в Великом Княжестве Литовском в конце XIV – первой трети XVI в. ....	107
<b>Галузо И. В.</b> Словарь живого белорусского языка в 20-е годы XX в.: концепция составления и источники лексических материалов (на бел. яз.) .....	114
<i>АГРАРНЫЕ НАУКИ</i>	
<b>Лапа В. В., Михайловская Н. А.</b> Ферментативная активность дерново-подзолистых почв при разных уровнях применения удобрений .....	122

---

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ. 2015. Т. 59, № 5

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,  
свидетельство о регистрации № 387 от 18.05.2009.

---

Редактор Т. П. Петрович  
Компьютерная верстка Н. И. Кашуба

Сдано в набор 29.09.2015. Выпуск в свет 27.10.2015. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная. Печать цифровая.  
Усл. печ. л. 14,88. Уч.-изд. л. 16,4. Тираж 128 экз. Заказ 184.

Цена номера: индивидуальная подписка – 83 600 руб.; ведомственная подписка – 203 287 руб.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/18 от 02.08.2013. ЛП № 02330/455 от 30.12.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск.

© «Издательский дом «Беларуская навука».  
Доклады НАН Беларуси, 2015

# DOKLADY OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

Published bimonthly

The journal has been published since July, 1957

---

MINSK, BELORUSSKAYA NAUKA, 2015, Vol. 59, N 5

---

Founder – National Academy of Sciences of Belarus

Editorial Board:

**V. G. Gusakov** (Editor-in-Chief),  
**S. Ya. Kilin** (Associate Editor-in-Chief),  
**A. V. Kilchevsky** (Associate Editor-in-Chief),  
**S. A. Chizhik** (Associate Editor-in-Chief),  
**I. M. Bogdevich, N. A. Borisevich, A. Ye. Daineko, I. V. Gaishun, S. V. Gaponenko,**  
**O. A. Ivashkevich, N. A. Izobov, N. S. Kazak, L. V. Khotyleva, V. A. Khripach,**  
**A. A. Kovalenya, F. F. Komarov, I. V. Kotlyarov, V. A. Labunov, A. P. Laskovnev,**  
**O. N. Levko, A. I. Lesnikovich, V. F. Loginov, A. A. Makhnach, A. A. Mikhalevich,**  
**M. Ye. Nikiforov, V. A. Orlovich, O. G. Penyazkov, Yu. M. Pleskachevsky,**  
**N. S. Serduchenko, I. P. Sheiko, A. F. Smeyanovich, L. M. Tomilchik,**  
**S. A. Usanov, P. A. Vitiaz, I. D. Volotovski, I. V. Zalutsky,**  
lead editor **T. P. Petrovich**

*Address of the Editorial Office:*

220072, Minsk, 1 Akademicheskaya Str., room 119

telephone: 284-19-19

*csl.bas-net.by/Web/Pages/magNAS.asp*

*E-mail: doklady\_nanb@mail.ru*

## CONTENTS

### MATHEMATICS

<b>Benediktovich V. I.</b> Sufficient spectral condition for Hamiltonicity of a graph . . . . .	5
<b>Matus P. P., Hieu L. M., Vulkov L. G.</b> Maximum principle for finite-difference schemes with non sighth-constant input data . . . . .	13
<b>Vaskouski M., Kondratyonok N.</b> Analogue of the RSA-cryptosystem in quadratic unique factorization domains . . . . .	18

### PHYSICS

<b>Komarov F. F., Konstantinov S. V., Pogrebnyak A. D.</b> Effect of high-fluence ion irradiation on the structure and mechanical properties of coatings based on nanostructured nitrides of high-entropy alloys (Ti, Hf, Zr, V, Nb) . . . . .	24
<b>Komissarov I. V., Svito I. A., Fedotov A. K., Prischepa S. L.</b> Electron transport in arrays of aligned multi-walled carbon nanotubes. . . . .	31
<b>Ovsiyuk E. M., Dashuk K. V., Veko O. V.</b> Electromagnetic field in oscillating De Sitter Universe: Majorana–Oppenheimer and Duffin–Kemmer approaches, exact solutions . . . . .	38

<b>Eskandari M., Leonov A. V., Feranchuk I. D.</b> Analysis of a relaxation in a three-level system out of framework of the rotating wave approximation .....	44
<i>CHEMISTRY</i>	
<b>Kosmacheva T. G., Akulich Y. V., Ivanova N. A., Agabekov V. E.</b> Light-resistant polarizing films with an extended spectral range. ....	51
<i>BIOLOGY</i>	
<b>Petrova E. A., Terpinskaya T. I., Artemyev M. V., Ulashchyk V. S.</b> Semiconductor nanoparticles of cadmium selenide as fluorescent cell markers .....	55
<b>Savina S. M., Shalygo N. V.</b> Potentiation of the antioxidant system in transgenic tobacco plants with the overexpression of superoxide dismutase .....	62
<i>MEDICINE</i>	
<b>Paulava N. F., Tolpeko A. A., Mankovskaya S. V., Zalutski I. V.</b> Analysis of the efficiency of prostate-specific antigen use for prostate cancer risk evaluation under case-control investigation .....	68
<b>Smal M. P., Rolevich A. I., Nabebina T. I., Krasny S. A., Goncharova R. I.</b> <i>RUNX3</i> gene methylation as a prognostic factor in non-muscle-invasive bladder cancer. ....	73
<b>Kirillov V. A., Luhavets K. A., Erokhina O. A., Kliukina L. B.</b> Enhancement of the efficiency of cytological diagnosis of chronic pancreatitis and pancreatic adenocarcinoma by an expert system .....	79
<i>EARTH SCIENCES</i>	
<b>Kudelsky A. V.</b> About the geological concept of the origin of water .....	88
<i>TECHNICAL SCIENCES</i>	
<b>Levin M. L., Makhaniok A. A.</b> Effect of age on the patient's thermal state using whole body gas cryotherapy .....	95
<i>SOCIAL SCIENCES AND HUMANITIES</i>	
<b>Gnilomyodov V. V.</b> Literature and today's culture .....	102
<b>Hruša A. I.</b> Origin and the statement of a document in the Grand Duchy of Lithuania at the end of XIV – first third of XVI centuries .....	107
<b>Haluza I. U.</b> Dictionary of the living Belarusian language in the 20s of XX century: the concept of compiling a dictionary and lexical material sources .....	114
<i>AGRARIAN SCIENCES</i>	
<b>Lapa V. V., Mihailovskaya N. A.</b> Enzyme activities of luvisol soils under different levels of fertilization .....	122

## МАТЕМАТИКА

УДК 519.173

В. И. БЕНЕДИКТОВИЧ

## ДОСТАТОЧНОЕ СПЕКТРАЛЬНОЕ УСЛОВИЕ ГАМИЛЬТОНОВОСТИ ГРАФА

(Представлено академиком И. В. Гайшуном)

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь  
vbened@im.bas-net.by

В данной работе доказывается достаточное условие гамильтоновости графа.

*Ключевые слова:* спектральный радиус, гамильтонов цикл, гамильтонова цепь, минимальная степень.

V. I. BENEDIKTOVICH

## SUFFICIENT SPECTRAL CONDITION FOR HAMILTONICITY OF A GRAPH

Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
vbened@im.bas-net.by

In this article the sufficient spectral condition for Hamiltonicity of a graph has been proved.

*Keywords:* Spectral radius, Hamiltonian cycle, Hamiltonian path, minimum degree.

Пусть  $G = (V(G), E(G))$  – простой неориентированный связный граф порядка  $n$  и пусть  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$  являются собственными значениями его матрицы смежности  $A = A(G)$ , упорядоченными по убыванию (с учетом их кратностей), или его *спектром*. Наибольшее собственное значение  $\lambda_1$  называется *спектральным радиусом* графа  $G$  и часто обозначается через  $\rho(G)$ . Согласно известной теореме Перрона–Фробениуса, спектральный радиус  $\rho(G)$  является положительным действительным числом кратности 1 и существует единичный положительный собственный вектор (с положительными компонентами), относящийся к нему, называемый *вектором Перрона*.

Для произвольной вершины  $v_i \in V$  графа  $G$  ее степень  $\deg_G(v)$  обозначим через  $d_i$ . Пусть  $(d_1, d_2, \dots, d_n)$  – последовательность степеней графа  $G$ , упорядоченная по возрастанию:  $d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$ . Тогда  $d_1 = \delta$  называется *минимальной степенью* графа  $G$ .

*Объединением* двух простых графов  $G$  и  $H$  называется простой граф  $G \cup H$  с множеством вершин  $V(G) \cup V(H)$  и множеством ребер  $E(G) \cup E(H)$ . Если графы  $G$  и  $H$  не пересекаются ( $V(G) \cap V(H) = \emptyset$ ), то их объединение называется *дизъюнктным* и обозначается через  $G + H$ . Дизъюнктное объединение  $k$  копий графа  $G$  обозначается через  $kG$ . *Соединением* непересекающихся графов  $G$  и  $H$  называется граф  $G \vee H$ , получаемый из дизъюнктного объединения  $G + H$  добавлением всех ребер, которые соединяют каждую вершину графа  $G$  с каждой вершиной графа  $H$ .

Цикл или цепь, проходящие через все вершины графа  $G$ , называются *гамильтоновыми*. Граф  $G$ , содержащий гамильтонов цикл или цепь, называется соответственно *гамильтоновым* или *трассируемым*. Как известно, *задача распознавания* гамильтоновости или трассируемости заданного графа является NP-полной. Недавно для решения этой проблемы стала применяться спектральная теория графов.

В 1986 г. Brualdi и Solheid [1] поставили следующую проблему:

**Проблема 1.** Какой максимальный спектральный радиус у графа  $G$  на  $n$  вершинах, принадлежащего специальному классу графов?

В последнее время интенсивно изучалась следующая тесно связанная проблема:

**Проблема 2.** Для заданного графа  $F$  каким максимальным спектральным радиусом должен обладать граф  $G$  на  $n$  вершинах, не содержащий подграфа, изоморфного графу  $F$ ?

Проблема 2 рассматривалась для случаев, когда граф  $F$  является кликой, четной (нечетной) цепью (циклом) заданной длины и гамильтоновой цепью (циклом) [2–5]. В частности, изучались достаточные спектральные условия для существования гамильтоновых цепей и циклов. Fiedler, Nikiforov получили некоторые достаточные условия для существования гамильтоновых цепей и циклов в терминах спектральных радиусов графов и дополнений графов [2]. Lu и др. [3] изучали достаточные условия для гамильтоновых цепей в связных графах и гамильтоновых циклов в двудольных графах в терминах спектрального радиуса графа. Некоторые другие спектральные условия для гамильтоновых цепей и циклов в графах получены в [6–7].

Совсем недавно [8] было найдено следующее достаточное условие трассируемости графа в терминах спектрального радиуса.

**Теорема 1** [8]. Пусть  $G$  граф на  $n \geq 4$  вершинах с  $\delta \geq 1$ . Если  $\rho(G) > n - 3$ , то  $G$  содержит гамильтонову цепь, кроме случаев, когда  $G \in \{K_1 \vee (K_{n-3} + 2K_1), K_2 \vee 4K_1, K_1 \vee (K_{1,3} + K_1)\}$ .

В данной работе будет получена нижняя оценка спектрального радиуса для гамильтоновости графа.

**Теорема 2.** Пусть  $G$  – простой связный граф на  $n > 8$  вершинах с  $\delta \geq 2$ , отличный от графов  $5K_1 \vee K_4, K_3 \vee (K_{1,4} + K_1), K_2 \vee (K_{n-4} + 2K_1), K_1 \vee (K_{n-3} + K_2)$ . Тогда если его спектральный радиус  $\rho(G) \geq n - 3$ , то граф  $G$  гамильтонов.

**Доказательство.** Для доказательства нам понадобятся следующие известные факты.

**Лемма 1** [9]. Пусть  $G$  – простой граф порядка  $n$  с  $t$  ребрами и минимальной степенью вершин  $\delta$ . Тогда его спектральный радиус удовлетворяет неравенству

$$\rho(G) \leq \frac{\delta - 1 + \sqrt{(\delta + 1)^2 + 4(2t - \delta n)}}{2}.$$

**Лемма 2** [9]. Функция  $f(x) = x - 1 + \sqrt{(x + 1)^2 + 4(2t - xn)}$  является убывающей функцией на промежутке  $[1; n - 1]$ , где  $n - 1 \leq t \leq n(n - 1) / 2$  и  $2t \geq xn$ .

В силу лемм 1, 2, а также условий теоремы, мы получаем, что спектральный радиус

$$n - 3 \leq \rho(G) \leq \frac{1 + \sqrt{9 + 8(m - n)}}{2}.$$

Из этого неравенства после преобразований получаем

$$n^2 - 5n + 10 \leq 2m. \quad (1)$$

Предположим, что граф  $G$  негамильтонов. Тогда, согласно теореме Хватала [10], существует натуральное число  $k$ , такое, что  $d_k \leq k < \frac{n}{2}$  и  $d_{n-k} \leq n - k - 1$  для последовательности степеней графа  $G$ :  $\delta = d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n = \Delta$ . Поэтому имеем следующую цепочку неравенств:

$$2m = \sum_{i=1}^n d_i \leq k \cdot k + (n - 2k)(n - k - 1) + k(n - 1) = n^2 + 3k^2 + k - 2kn - n. \quad (2)$$

Используя неравенство (1) получаем

$$n^2 - 5n + 10 \leq n^2 + 3k^2 + k - 2kn - n.$$

Откуда следует

$$3k^2 + k - 10 \geq (2k - 4)n \geq (2k - 4)(2k + 1) = 4k^2 - 6k - 4$$

или

$$k^2 - 7k + 6 = (k - 1)(k - 6) \leq 0,$$

поэтому, поскольку  $k \in \mathbb{N}$ , имеем  $k \in \{1, 2, \dots, 6\}$ . Однако в силу условия  $\delta \geq 2$  сразу замечаем, что  $k \neq 1$ .

Рассмотрим случай  $k = 2$ . Тогда  $d_1 = d_2 = 2, d_{n-2} \leq n - 3$  и неравенство (2) нам дает верхнюю оценку:  $2m \leq n^2 - 5n + 14$ . Таким образом, вместе с неравенством (1) имеем

$$\frac{n(n-5)}{2} + 5 \leq m \leq \frac{n(n-5)}{2} + 7 = C_{n-2}^2 + 4.$$

Заметим, что верхняя оценка  $C_{n-2}^2 + 4$  для числа ребер графа  $G$  достигается только для графа  $K_2 \vee (K_{n-4} + 2K_1)$ , каким по условию теоремы граф  $G$  не является.

Нетрудно видеть, что негамильтоновым графом  $G$  с числом ребер  $C_{n-2}^2 + 3$  может быть либо граф  $K_1 \vee (K_{n-3} + K_2)$ , который входит в список исключений теоремы, либо граф  $G$ , который получается из графа  $K_2 \vee (K_{n-4} + 2K_1)$  удалением одного ребра.

Покажем, что граф, который получается из графа  $K_2 \vee (K_{n-4} + 2K_1)$  удалением одного ребра имеет спектральный радиус  $\rho(G) < n - 3$ . В силу условий  $d_1 = d_2 = 2, d_{n-2} \leq n - 3$  граф  $G$  может иметь только одну из следующих последовательностей степеней (рисунок):

- 1)  $2, 2, \underbrace{(n-3), \dots, (n-3)}_{n-4}, (n-2), (n-2)$ , т. е.  $G = 2K_1 \vee (K_{n-4} + 2K_1)$ ;
- 2)  $2, 2, (n-4), \underbrace{(n-4), \dots, (n-4)}_{n-4}, (n-1), (n-1)$ , т. е.  $G = K_2 \vee ((2K_1 \vee K_{n-6}) + 2K_1)$ ;
- 3)  $2, 2, (n-4), \underbrace{(n-3), \dots, (n-3)}_{n-5}, (n-2), (n-1)$ .

Пусть  $y^T = (y_1 y_2 \dots y_n) > 0$  – вектор Перрона, соответствующий спектральному радиусу  $\rho(G) =: \theta > 0$ . Введем обозначение

$$C := \sum_{i=1}^{n-2} y_i. \quad (3)$$

Рассмотрим случай 1). При нумерации вершин графа  $G$ , указанной на рисунке,  $a$ , его матрица смежности имеет вид

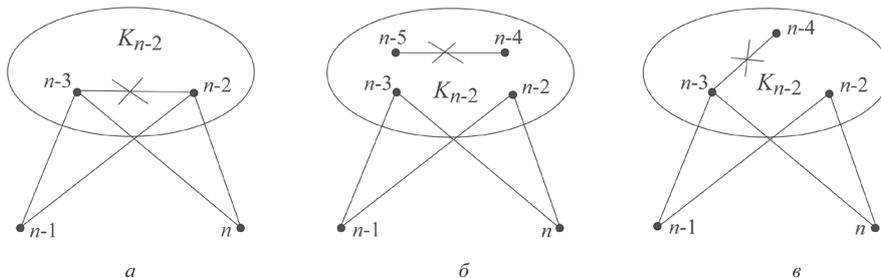
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{n-4} \\ A_{n-3} \\ A_{n-2} \\ A_{n-1} \\ A_n \end{pmatrix}.$$

Тогда из равенства  $Ay = \theta y$  получаем, что при  $i = \overline{1, n-4}$

$$A_i y = y_1 + \dots + y_{i-1} + y_{i+1} + \dots + y_{n-2} = \theta y_i,$$

откуда в силу обозначения (3) имеем

$$y_i = \frac{C}{\theta + 1}, \quad i = \overline{1, n-4}.$$



Графы, полученные из графа  $K_2 \vee (K_{n-4} + 2K_1)$  удалением одного ребра

Из равенств

$$A_{n-3}y = y_1 + \dots + y_{n-4} + y_{n-1} + y_n = \theta y_{n-3};$$

$$A_{n-2}y = y_1 + \dots + y_{n-4} + y_{n-1} + y_n = \theta y_{n-2}$$

с учетом равенства (3) вытекают равенства  $y_{n-3} = y_{n-2}$  и  $C + y_{n-1} + y_n = (\theta + 2)y_{n-3}$ . Далее, из равенств

$$A_{n-1}y = y_{n-3} + y_{n-2} = \theta y_{n-1};$$

$$A_n y = y_{n-3} + y_{n-2} = \theta y_n$$

вытекают равенства  $y_{n-1} = y_n$  и  $2y_{n-3} = \theta y_{n-1}$ . Решая систему линейных уравнений

$$\begin{cases} C + 2y_{n-1} = (\theta + 2)y_{n-3}; \\ 2y_{n-3} = \theta y_{n-1} \end{cases}$$

получаем

$$y_{n-3} = y_{n-2} = \frac{\theta C}{\theta(\theta + 2) - 4};$$

$$y_{n-1} = y_n = \frac{2C}{\theta(\theta + 2) - 4}.$$

Подставляя теперь найденные компоненты вектора Перрона  $y$  в равенство (3), получим

$$\frac{C}{\theta + 1}(n - 4) + \frac{2\theta C}{\theta(\theta + 2) - 4} = C.$$

Разделив последнее равенство на  $C > 0$  и преобразовав его, получим равенство

$$f(\theta) := \theta^3 + (5 - n)\theta^2 + 2(2 - n)\theta + 4(n - 5) = 0.$$

Таким образом, спектральный радиус  $\rho(G)$  является корнем многочлена  $f(\theta)$ . Покажем теперь, что все корни этого многочлена лежат левее числа  $n - 3$ . Действительно, при условии теоремы  $n > 8$  легко проверить, что выполняются следующие неравенства:

$$f(n - 3) = 2n - 14 > 0;$$

$$f'(n - 3) = 3\theta^2 + 2(5 - n)\theta + 2(2 - n) \Big|_{\theta=n-3} = n^2 - 4n + 1 > 0;$$

$$f''(n - 3) = 6\theta + 2(5 - n) \Big|_{\theta=n-3} = 4n - 8 > 0;$$

$$f'''(n - 3) = 6 > 0.$$

Следовательно, по теореме Фурье–Бюдана [12] на интервале  $[n - 3; +\infty)$  нет корней многочлена  $f(\theta)$ . Тем самым, показано, что  $\rho(G) < n - 3$ , что противоречит условию теоремы.

Рассмотрим случай 2). При нумерации вершин графа  $G$ , указанной на рисунке,  $\bar{b}$ , его матрица смежности имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{n-6} \\ A_{n-5} \\ A_{n-4} \\ A_{n-3} \\ A_{n-2} \\ A_{n-1} \\ A_n \end{pmatrix}.$$

Тогда из равенства  $Ay = \theta y$  получаем, что при  $i = \overline{1, n-6}$

$$A_i y = y_1 + \dots + y_{i-1} + y_{i+1} + \dots + y_{n-2} = \theta y_i,$$

откуда в силу обозначения (3) имеем

$$y_i = \frac{C}{\theta+1}, \quad i = \overline{1, n-6}.$$

Из равенств

$$A_{n-5} y = y_1 + \dots + y_{n-6} + y_{n-3} + y_{n-2} = \theta y_{n-5};$$

$$A_{n-4} y = y_1 + \dots + y_{n-6} + y_{n-3} + y_{n-2} = \theta y_{n-4}$$

и  $\theta > 0$  с учетом равенства (3) вытекают равенства  $y_{n-5} = y_{n-4}$  и  $C = (\theta+2)y_{n-5}$ . Поэтому  $y_{n-5} = y_{n-4} = \frac{C}{\theta+2}$ . Далее, из равенств

$$A_{n-3} y = y_1 + \dots + y_{n-4} + y_{n-2} + y_{n-1} + y_n = \theta y_{n-3};$$

$$A_{n-2} y = y_1 + \dots + y_{n-3} + y_{n-1} + y_n = \theta y_{n-2}$$

вытекают равенства  $C + y_{n-1} + y_n = (\theta+1)y_{n-3}$  и  $C + y_{n-1} + y_n = (\theta+1)y_{n-2}$ . Откуда  $y_{n-3} = y_{n-2}$ . Кроме того, из равенств

$$A_{n-1} y = y_{n-3} + y_{n-2} = \theta y_{n-1};$$

$$A_n y = y_{n-3} + y_{n-2} = \theta y_n$$

следует, что  $y_{n-1} = y_n$ . Поэтому получаем систему линейных уравнений

$$\begin{cases} C + 2y_{n-1} = (\theta+1)y_{n-3}; \\ 2y_{n-3} = \theta y_{n-1}, \end{cases}$$

решая которую, находим

$$y_{n-3} = y_{n-2} = \frac{\theta C}{\theta(\theta+1)-4};$$

$$y_{n-1} = y_n = \frac{2C}{\theta(\theta+1)-4}.$$

Подставляя теперь найденные компоненты вектора Перрона  $y$  в равенство (3), получим

$$\frac{C}{\theta+1}(n-6) + \frac{2C}{\theta+2} + \frac{2\theta C}{\theta(\theta+1)-4} = C.$$

Разделив последнее равенство на  $C > 0$  и преобразовав его, получим равенство

$$f(\theta) := \theta^4 + (6-n)\theta^3 + 3(3-n)\theta^2 + 2(n-10)\theta + 8(n-6) = 0.$$

Таким образом, спектральный радиус  $\rho(G)$  является корнем многочлена  $f(\theta)$ . Покажем теперь, что все корни этого многочлена лежат левее числа  $n-3$ . Действительно, при условии теоремы  $n > 8$  нетрудно проверить, что выполняются следующие неравенства:

$$f(n-3) = 2n^2 - 18n + 12 > 0;$$

$$f'(n-3) = 4\theta^3 + 3(6-n)\theta^2 + 6(3-n)\theta + 2(n-10) \Big|_{\theta=n-3} = n(n-3)^2 + 2(n-10) > 0;$$

$$f''(n-3) = 12\theta^2 + 6(6-n)\theta + 6(3-n) \Big|_{\theta=n-3} = 6(n-3)(n-1) > 0;$$

$$f'''(n-3) = 24\theta + 6(6-n) \Big|_{\theta=n-3} = 18(n-2) > 0;$$

$$f^{(4)}(n-3) = 24 > 0.$$

Следовательно, по теореме Фурье–Бюдана [12] на интервале  $[n-3; +\infty)$  нет корней многочлена  $f(\theta)$ . Тем самым показано, что  $\rho(G) < n-3$ , что противоречит условию теоремы.

Наконец, рассмотрим случай 3). При нумерации вершин, указанной на рисунке,  $\mathcal{G}$ , его матрица смежности имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{n-5} \\ A_{n-4} \\ A_{n-3} \\ A_{n-2} \\ A_{n-1} \\ A_n \end{pmatrix}.$$

Тогда из равенства  $Ay = \theta y$  получаем, что для  $i = \overline{1, n-5}$

$$A_i y = y_1 + \dots + y_{i-1} + y_{i+1} + \dots + y_{n-2} = \theta y_i,$$

откуда в силу обозначения (3) имеем

$$y_i = \frac{C}{\theta + 1}, i = \overline{1, n-5}.$$

Из равенств

$$\begin{aligned} A_{n-4} y &= y_1 + \dots + y_{n-5} + y_{n-2} = \theta y_{n-4}; \\ A_{n-3} y &= y_1 + \dots + y_{n-5} + y_{n-2} + y_{n-1} + y_n = \theta y_{n-3}; \\ A_{n-2} y &= y_1 + \dots + y_{n-3} + y_{n-1} + y_n = \theta y_{n-2}; \\ A_{n-1} y &= A_n y = y_{n-3} + y_{n-2} = \theta y_{n-1} = \theta y_n \end{aligned}$$

и  $\theta > 0$  вытекает равенство  $y_{n-1} = y_n$  и, с учетом равенства (3), система линейных уравнений

$$\begin{cases} (1 + \theta)y_{n-4} + y_{n-3} = C; \\ y_{n-4} + (1 + \theta)y_{n-3} - 2y_{n-1} = C; \\ (1 + \theta)y_{n-2} - 2y_{n-1} = C; \\ y_{n-3} + y_{n-2} - \theta y_{n-1} = 0, \end{cases}$$

решая которую, находим

$$\begin{aligned} y_{n-4} &= \frac{\theta^3 + \theta^2 - 4\theta - 4}{\theta^4 + 3\theta^3 - 2\theta^2 - 8\theta - 2} C; \\ y_{n-3} &= \frac{\theta^3 + \theta^2 + 2}{\theta^4 + 3\theta^3 - 2\theta^2 - 8\theta - 2} C; \\ y_{n-2} &= \frac{\theta^3 + 2\theta^2 - 2}{\theta^4 + 3\theta^3 - 2\theta^2 - 8\theta - 2} C; \\ y_{n-1} = y_n &= \frac{2\theta^2 + 3\theta}{\theta^4 + 3\theta^3 - 2\theta^2 - 8\theta - 2} C. \end{aligned}$$

Подставляя теперь найденные компоненты вектора Перрона  $y$  в равенство (3), получим

$$\frac{C}{\theta + 1}(n-5) + \frac{(\theta^3 + \theta^2 - 4\theta - 4) + (\theta^3 + \theta^2 + 2) + (\theta^3 + 2\theta^2 - 2)}{\theta^4 + 3\theta^3 - 2\theta^2 - 8\theta - 2} C = C.$$

Разделив последнее равенство на  $C > 0$  и преобразовав его, получим равенство

$$f(\theta) := \theta^5 + (6-n)\theta^4 + 3(3-n)\theta^3 + 2(n-10)\theta^2 + (8n-42)\theta + (2n-8) = 0.$$

Таким образом, спектральный радиус  $\rho(G)$  является корнем многочлена  $f(\theta)$ . Покажем теперь, что все корни многочлена лежат левее числа  $n-3$ . Действительно, при условии теоремы  $n > 8$  нетрудно проверить, что выполняются следующие неравенства:

$$\begin{aligned} f(n-3) &= 2n^3 - 24n^2 + 74n - 62 > 0; \\ f'(n-3) &= 5\theta^4 + 4(6-n)\theta^3 + 9(3-n)\theta^2 + 4(n-10)\theta + (8n-42) \Big|_{\theta=n-3} = n(n-3)^3 + 4n^2 - 44n + 78 > 0; \\ f''(n-3) &= 20\theta^3 + 12(6-n)\theta^2 + 18(3-n)\theta + 4(n-10) \Big|_{\theta=n-3} = 2(n-3)^2(4n-3) + 4(n-10) > 0; \\ f'''(n-3) &= 60\theta^2 + 24(6-n)\theta + 18(3-n) \Big|_{\theta=n-3} = 18(n-3)(2n-1) > 0; \\ f^{(4)}(n-3) &= 120\theta + 24(6-n) \Big|_{\theta=n-3} = 96n - 196 > 0; \\ f^{(5)}(n-3) &= 120 > 0. \end{aligned}$$

Следовательно, по теореме Фурье–Бюдана [12] на интервале  $[n-3; +\infty)$  нет корней многочлена  $f(\theta)$ . Тем самым, показано, что  $\rho(G) < n-3$ , что противоречит условию теоремы.

Аналогично можно показать, что граф, который получается из графа  $K_1 \vee (K_{n-3} + K_2)$  удалением одного ребра также имеет спектральный радиус  $\rho(G) < n-3$ .

Отметим, что для графа, полученного из графа  $K_2 \vee (K_{n-4} + 2K_1)$  удалением двух ребер, это неравенство также справедливо в силу следующего утверждения.

**Л е м м а 3** [11]. *Пусть  $G$  – простой связный граф и  $H$  – его собственный подграф. Тогда  $\rho(G) > \rho(H)$ .*

Таким образом, предположение о негамильтоновости графа  $G$  при  $k=2$  приводит к противоречию с условиями теоремы.

Пусть  $k=3$ . Тогда из неравенства (2) получаем, что  $n \leq 10$ , а следовательно,  $n \in \{9; 10\}$ . Если  $n=9$ , то из (2) получаем  $23 \leq m \leq 24$ , причем максимальное число ребер графа достигается для последовательности степеней (3; 3; 3; 5; 5; 5; 8; 8; 8), которая соответствует графу  $G = K_3 \vee (3K_1 + K_3)$ . Нетрудно проверить, что для этого графа  $\rho(G) = 5,864 < 6$ , а значит, по лемме 3 для всех графов  $H$ , которые получаются из графа  $G$  удалением одного ребра, также имеет место неравенство  $\rho(H) < 6$ , что неверно по условию теоремы.

Если  $n=10$ , то из (2) получаем, что  $m=30$ , причем это число ребер графа достигается для последовательности степеней (3; 3; 3; 6; 6; 6; 6; 9; 9; 9), которая соответствует графу  $G = K_3 \vee (3K_1 + K_4)$ . Нетрудно проверить, что для этого графа  $\rho(G) = 6,646 < 7$ , что неверно по условию теоремы.

Пусть  $k=4$ . Тогда из неравенства (2) получаем, что  $n \leq 10$ , и следовательно,  $n \in \{9; 10\}$ . Если  $n=9$ , то получаем, что  $23 \leq m \leq 26$ , причем максимальное число ребер графа достигается для последовательности степеней (4; 4; 4; 4; 4; 8; 8; 8; 8), которая соответствует графу  $G = 5K_1 \vee K_4$ , входящему в список исключений теоремы. Последовательностями степеней, удовлетворяющими условию  $m=25$ , являются последовательность (3; 4; 4; 4; 4; 7; 8; 8; 8), которая соответствует графу  $G = K_3 \vee (K_{1,4} + K_1)$ , также входящему в список исключений теоремы, или последовательность (4; 4; 4; 4; 4; 7; 7; 8; 8), которая соответствует графу  $H = 2K_1 \vee (K_2 \vee 5K_1)$  со спектральным радиусом  $\rho(H) = 5,915 < 6$ , что неверно по условию теоремы. Последовательностями, удовлетворяющими условию  $m=24$ , и не соответствующими собственному подграфу  $H$ , могут быть только три последовательности: (2; 4; 4; 4; 4; 7; 7; 8; 8), (3; 3; 4; 4; 4; 6; 8; 8; 8) или (3; 3; 4; 4; 4; 7; 7; 8; 8). Нетрудно проверить, что спектральные радиусы графов  $G_1, G_2, G_3$ , соответствующих этим последовательностям, равны  $\rho(G_1) = 5,89$ ;  $\rho(G_2) = 5,85$ ;  $\rho(G_3) = 5,837$ . Таким образом, все негамильтоновы графы  $G$  порядка  $n=9$  с  $m=24$ , а значит, графы с  $m=23$ , которые являются их собственными подграфами, удовлетворяют неравенству  $\rho(G) < 6$ , что неверно по условию теоремы.

Если  $n = 10$ , то из (2) получаем, что  $30 \leq m \leq 31$ , причем максимальное число ребер графа достигается для последовательности степеней (4; 4; 4; 4; 5; 5; 9; 9; 9; 9), которая соответствует графу  $G = K_4 \vee (4K_1 + K_2)$ . Нетрудно проверить, что  $\rho(G) = 6,757 < 7$ , а значит, по лемме 3 для всех графов  $H$ , которые получаются из графа  $G$  удалением одного ребра, также имеет место неравенство  $\rho(H) < 7$ , что неверно по условию теоремы.

Пусть  $k = 5$ . Тогда из неравенства (2) получаем, что  $n \leq 11$ . Но  $2k + 1 \leq n$ , т. е.  $11 \leq n$ . Поэтому  $n = 11$ . Тогда из (2) получаем, что  $76 \leq m \leq 80$ , причем максимальное число ребер графа достигается для последовательности степеней (5; 5; 5; 5; 5; 5; 10; 10; 10; 10; 10), которая соответствует графу  $G = 6K_1 \vee K_5$ . Нетрудно проверить, что  $\rho(G) = 7,831 < 8$ , а значит, по лемме 3 для всех графов  $H$ , которые получаются из графа  $G$  удалением 1–4 ребер, также имеет место неравенство  $\rho(H) < 8$ , что неверно по условию теоремы.

Наконец, пусть  $k = 6$ . Тогда из неравенства (2) получаем  $n \leq 13$ , а из неравенства  $2k + 1 \leq n$  получаем  $13 \leq n$ . Поэтому  $n = 13$ . Тогда  $m = 57$ , причем это число ребер графа достигается для последовательности степеней (6; 6; 6; 6; 6; 6; 12; 12; 12; 12; 12; 12), которая соответствует графу  $G = 7K_1 \vee K_6$ . Нетрудно проверить, что  $\rho(G) = 9,446 < 10$ , что неверно по условию теоремы.

Таким образом, предположение о негамильтоновости графа  $G$  приводит к противоречию с условиями теоремы, и тем самым она доказана.

Работа профинансирована Институтом математики НАН Беларуси в рамках Государственной программы фундаментальных исследований «Конвергенция» и Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований (грант № Ф14РА-004).

### Список использованной литературы

1. Brualdi, R. A. On the spectral radius of complementary acyclic matrices of zeros and ones / R. A. Brualdi, E. S. Solheid // SIAM J. Algebraic Discrete Methods. – 1986. – Vol. 7, N 2. – P. 265–272.
2. Fiedler, M. Spectral radius and Hamiltonicity of graphs / M. Fiedler, V. Nikiforov // Linear Algebra Appl. – 2010. – Vol. 432. – P. 2170–2173.
3. Lu, M. Spectral radius and Hamiltonian graphs / M. Lu, H. Liu, F. Tian // Linear Algebra Appl. – 2012. – Vol. 437. – P. 2670–2741.
4. Nikiforov, V. The spectral radius of graphs without paths and cycles of specified length / V. Nikiforov // Linear Algebra Appl. – 2010. – Vol. 432. – P. 2243–2256.
5. Yuan, W. On the spectral radii of graphs without given cycles / W. Yuan, B. Wang, M. Zhai // Electron. J. Linear Algebra. – 2012. – Vol. 23. – P. 599–606.
6. Krivelevich, M. Sparse pseudo-random graphs are Hamiltonian / M. Krivelevich, B. Sudakov // J. Graph Theory. – 2003. – Vol. 42, N 1. – P. 17–33.
7. Mohar, B. A domain monotonicity theorem for graphs and hamiltonicity / B. Mohar // Discrete Appl. Math. – 1992. – Vol. 36, N 2. – P. 169–177.
8. Ning, B. Spectral radius and Hamiltonian properties of graphs / B. Ning, J. Ge // Linear and Multilinear Algebra. – 2014. – Vol. 63, N 8. – P. 1520–1530.
9. Hong, Y. A sharp upper bound of the spectral radius of graphs / Y. Hong, J. Shu, K. Fang // J. Combin. Theory. – 2001. – Vol. 81. – P. 177–183.
10. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.]. – М.: Наука, 1990.
11. Brouwer, A. E. Spectra of graphs / A. E. Brouwer, W. H. Haemers. – Springer-Verlag, 2011.
12. Прасолов, В. В. Многочлены / В. В. Прасолов. – М.: МЦНМО, 2001.

Поступило в редакцию 25.05.2015

УДК 519.63

П. П. МАТУС<sup>1</sup>, Л. М. ХИЕУ<sup>2</sup>, Л. Г. ВОЛКОВ<sup>3</sup>**ПРИНЦИП МАКСИМУМА ДЛЯ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ  
С НЕЗНАКОПОСТОЯННЫМИ ВХОДНЫМИ ДАННЫМИ***(Представлено академиком И. В. Гайшуном)*<sup>1</sup>Католический университет, Люблин, Польша

matus@im.bas-net.by

<sup>2</sup>Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

lmhieuktdn@gmail.com

<sup>3</sup>Русенский университет, Болгария

lvalkov@uni-ruse.bg

В настоящей работе для так называемой канонической формы записи разностной схемы общего вида при обычных условиях положительности коэффициентов уравнения получены двусторонние оценки сеточного решения при произвольных знакопостоянных входных данных задачи. Полученные результаты применяются для получения двусторонних оценок конкретных монотонных разностных схем, аппроксимирующих начально-краевую задачу для квазилинейного параболического уравнения типа конвекции диффузии, а также для исследования корректности Гамма-уравнения, используемого при описании опционной цены в финансовой математике.

*Ключевые слова:* принцип максимума, монотонная разностная схема, квазилинейное параболическое уравнение, Гамма-уравнение.

P. P. MATUS<sup>1</sup>, L. M. HIEU<sup>2</sup>, L. G. VULKOV<sup>3</sup>**MAXIMUM PRINCIPLE FOR FINITE-DIFFERENCE SCHEMES WITH NON SIGH-CONSTANT INPUT DATA**<sup>1</sup>The John Paul II Catholic University of Lublin, Poland

matus@im.bas-net.by

<sup>2</sup>Belarusian State University, Minsk, Belarus

lmhieuktdn@gmail.com

<sup>3</sup>«Angel Kanchev» University of Ruse, Ruse, Bulgaria

lvalkov@uni-ruse.bg

In this article, for the so-called canonical form of a difference scheme under usual positivity conditions on the equation coefficients two-sided estimates for the approximate solution are obtained at the arbitrary non sigh-constant input data of the problem. The obtained results are used both for deriving two-sided estimates of monotone difference schemes, which approximate the initial boundary-value problem for the quasi-linear parabolic convection-diffusion equation, and for studying the correctness of the Gamma equation that is used for describing the option price in financial mathematics.

*Keywords:* maximum principle, monotone difference scheme, quasi-linear parabolic equation, Gamma equation.

**Введение.** Принцип максимума с успехом применяется для доказательства существования и единственности решения начально-краевых задач для параболических и эллиптических уравнений. В отличие от метода энергетических неравенств он позволяет устанавливать априорные оценки решения в наиболее сильной равномерной норме для задач произвольной размерности с несамосопряженным эллиптическим оператором [1].

Аналогичный математический аппарат используется и в теории разностных схем [2]. Вычислительные методы, удовлетворяющие сеточному принципу максимума, в линейном случае принято называть монотонными. Важность монотонных разностных схем обусловлена отсутствием

нефизических осцилляций при моделировании прикладных задач, описываемых уравнениями в частных производных на ЭВМ.

Не менее важными являются и нижние оценки решения дифференциально-разностных задач или в общем случае – двусторонние оценки решения задачи. Отметим также, что при формулировке сеточного принципа максимума обычно требуется знакоопределенность входных данных задачи.

В настоящей работе для так называемой канонической формы записи разностной схемы общего вида [2] при обычных условиях положительности коэффициентов уравнения получены двусторонние оценки сеточного решения при произвольных незнакопостоянных входных данных задачи. Полученные результаты применяются для получения двусторонних оценок конкретных монотонных разностных схем, аппроксимирующих начально-краевую задачу для квазилинейного параболического уравнения типа конвекции диффузии, а также для исследования корректности Гамма-уравнения, используемого при описании опционной цены в финансовой математике [3]. Любопытно отметить, что доказанные двусторонние оценки не зависят от величины коэффициентов диффузии и конвекции.

**Постановка задачи и формулировка основных результатов.** Пусть в  $n$ -мерном евклидовом пространстве задано конечное количество точек – сетка  $\Omega_h$ . Каждой точке  $x \in \Omega_h$  сопоставим один и только один шаблон  $\mathcal{M}(x)$  – любое подмножество  $\Omega_h$ , содержащее данную точку. Окрестностью точки  $x$  назовем множество  $\mathcal{M}'(x) = \mathcal{M}(x) \setminus x$ . Пусть заданы функции  $A(x)$ ,  $B(x, \xi)$ ,  $F(x)$ , определенные при любых  $x \in \Omega_h$ ,  $\xi \in \Omega_h$  и принимающие вещественные значения. Далее, каждой точке  $x \in \Omega_h$  соотносится одно и только одно уравнение вида [2]

$$A(x)y(x) = \sum_{\xi \in \mathcal{M}'(x)} B(x, \xi)y(\xi) + F(x), \quad x \in \Omega_h, \quad (1)$$

называемое канонической формой записи разностной схемы. Заметим, что множество  $\mathcal{M}'(x)$  может быть и пустым, как, например, в случае граничных условий Дирихле. В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений с числом уравнений, равным числу неизвестных. Эта система уравнений и называется разностной схемой. Наряду с сеткой  $\Omega_h$ , будем рассматривать какое-либо ее подмножество  $\bar{\omega}_h$  и обозначим

$$\bar{\Omega}_h = \bigcup_{x \in \omega_h} \mathcal{M}(x).$$

Например,  $\Omega_h$  – множество внутренних узлов при аппроксимации уравнения Пуассона. Очевидно, что при этом  $\bar{\omega}_h = \Omega_h$ . В соответствии с [2, с. 244], точка  $x$  называется граничным узлом сетки, если в ней задано условие Дирихле:

$$y(x) = \mu(x), \quad x \in \gamma,$$

где  $\gamma$  – множество граничных узлов. Отметим, что при аппроксимации граничных условий второго или третьего рода сетка может не содержать граничных узлов, т. е. все точки сетки будут являться только внутренними узлами. Будем предполагать выполнение обычных условий положительности коэффициентов

$$A(x) > 0, \quad B(x, \xi) > 0 \quad \text{для всех } \xi \in \mathcal{M}'(x), \quad (2)$$

$$D(x) = A(x) - \sum_{\xi \in \mathcal{M}'(x)} B(x, \xi) > 0 \quad \text{для всех } \xi \in \mathcal{M}'(x), \quad (3)$$

гарантирующих однозначную разрешимость разностной схемы (1), монотонность и ее устойчивость в равномерной норме по отношению к малому возмущению входных данных.

Сформулируем основные утверждения, позволяющие установить двусторонние оценки сеточного решения через входные данные задачи при незнакоопределенных входных данных задачи  $F(x)$ .

**Т е о р е м а 1.** Пусть выполнены условия положительности коэффициентов (2) и (3). Тогда максимальное и минимальное значения решения разностной схемы (1) принадлежат интервалу изменения входных данных:

$$\min_{x \in \Omega_h} \frac{F(x)}{D(x)} \leq y(x) \leq \max_{x \in \Omega_h} \frac{F(x)}{D(x)}. \quad (4)$$

Доказательство. Пусть максимум решения  $y(x)$  разностной задачи (1) достигается в некоторой точке  $x_0 \in \Omega_h$ :

$$\max_{x \in \Omega_h} y(x) = y(x_0).$$

Тогда из уравнения (1) имеем

$$\begin{aligned} A(x_0)y(x_0) &= \sum_{\xi \in \mathcal{M}'(x_0)} B(x_0, \xi)y(\xi) + F(x_0) \leq \\ &\sum_{\xi \in \mathcal{M}'(x_0)} B(x_0, \xi)y(x_0) + F(x_0). \end{aligned}$$

В силу условий теоремы:

$$A(x_0) - \sum_{\xi \in \mathcal{M}'(x_0)} B(x_0, \xi) = D(x_0) > 0.$$

Следовательно,

$$y(x) \leq y(x_0) \leq \frac{F(x_0)}{D(x_0)} \leq \max_{x \in \Omega_h} \frac{F(x)}{D(x)} \text{ для всех } x \in \Omega_h.$$

Итак, первая оценка (4) доказана. Аналогично доказывается и вторая оценка. Действительно, пусть в некоторой точке  $x_1 \in \Omega_h$ :

$$\min_{x \in \Omega_h} y(x) = y(x_1).$$

Тогда из уравнения (1) следует цепочка неравенств:

$$\begin{aligned} A(x_1)y(x_1) &= \sum_{\xi \in \mathcal{M}'(x_1)} B(x_1, \xi)y(\xi) + F(x_1) \geq \\ &\sum_{\xi \in \mathcal{M}'(x_1)} B(x_1, \xi)y(x_1) + F(x_1). \end{aligned}$$

На основании условия (3) заключаем, что

$$y(x) \geq y(x_1) \geq \min_{x \in \Omega_h} \frac{F(x)}{D(x)}. \quad \square$$

С л е д с т в и е 1 [2]. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда для решения разностной задачи (1) имеет место оценка в сеточном аналоге нормы  $C$ :

$$\|y\|_C = \max_{x \in \Omega_h} |y(x)| \leq \left\| \frac{F}{D} \right\|_C.$$

**Монотонные разностные схемы для квазилинейных параболических уравнений.** Рассмотрим нестационарное уравнение конвекции-диффузии, когда конвективный перенос записывается в недивергентном виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + r(x) \frac{\partial u}{\partial x} + f(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t \leq T, \quad (5)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u(0, t) = \mu_1(t), \quad u(l, t) = \mu_2(t),$$

$$0 < k_1 \leq k(u) \leq k_2, \quad k_1, k_2 = \text{const}.$$

Чтобы получить для (5) монотонную схему, для которой справедлив принцип максимума при любых  $h$  и  $\tau$ , рассмотрим уравнение с возмущенным оператором  $\tilde{L}$  [2]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \tilde{L}u + f, \quad \tilde{L}u = \kappa(x, u) \frac{\partial}{\partial x} \left( k(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + r(x) \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\kappa(x, u) = \frac{1}{1 + R(x, u)}, \quad R(x, u) = \frac{h|r(x)|}{2k(u)}.$$

Представим  $r(x)$  в виде суммы

$$r = r^+ + r^-, \quad r^+ = \frac{1}{2}(r + |r|) \geq 0, \quad r^- = \frac{1}{2}(r - |r|) \leq 0,$$

и аппроксимируем  $ru'$  выражением

$$(ru')_i = \left( \frac{r}{k(u)} (k(u)u') \right)_i \sim b_i^+ a_{i+1} u_{x,i} + b_i^- a_i u_{\bar{x},i}.$$

Оператор  $\tilde{L}$  при фиксированном  $t = t_j$  аппроксимируем разностным оператором

$$\tilde{\Lambda}y = \kappa(a(y)y_{\bar{x}})_x + b^+ a(y)^{(+1)} y_x + b^- a(y)y_{\bar{x}}.$$

Уравнение (6) на обычной равномерной сетке по пространству и времени

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_h \times \bar{\omega}_\tau, \quad \bar{\omega}_h = \{x_i = ih, i = \overline{0, N}, hN = l\}, \quad \bar{\omega}_h = \omega_h \cup \{x_0 = 0, x_N = l\}, \\ \bar{\omega}_\tau = \{t_n = n\tau, n = \overline{0, N_0}, \tau N_0 = T\}, \quad \bar{\omega}_\tau = \omega_\tau \cup \{t_{N_0} = T\},$$

аппроксимируем монотонной схемой вида

$$\frac{y_i^{n+1} - y_i^n}{\tau} = \frac{\kappa_i^n}{h} \left( a(y_{i+1}^n) \frac{y_{i+1}^{n+1} - y_i^{n+1}}{h} - a(y_i^n) \frac{y_i^{n+1} - y_{i-1}^{n+1}}{h} \right) + \\ b_i^+ a(y_{i+1}^n) \frac{y_{i+1}^{n+1} - y_i^{n+1}}{h} + b_i^- a(y_i^n) \frac{y_i^{n+1} - y_{i-1}^{n+1}}{h} + \phi_i^{n+1}, \quad (7)$$

где

$$a(y_i^n) = \frac{1}{2} (k(y_{i-1}^n) + k(y_i^n)), \quad \kappa_i^n = \frac{1}{1 + \frac{h|r_i|}{2k(y_i^n)}} \geq 0, \quad (8)$$

$$b_i^+ = \frac{r_i + |r_i|}{2k(y_i^n)} \geq 0, \quad b_i^- = \frac{r_i - |r_i|}{2k(y_i^n)} \leq 0, \quad \phi_i^{n+1} = f_i^{n+1}.$$

Данная разностная схема записывается в каноническом виде (1)

$$A_i^n y_i^{n+1} = B_{1i}^n y_{i-1}^{n+1} + B_{2i}^n y_{i+1}^{n+1} + F_i^n, \quad i = \overline{1, 2, \dots, N-1}, \quad (9)$$

$$A_0^n y_0^{n+1} = F_0^n, \quad A_N^n y_N^{n+1} = F_N^n, \quad (10)$$

с коэффициентами

$$B_{1i}^n = \frac{\tau}{h^2} a(y_i^n) (\kappa_i^n - hb_i^-) \geq 0, \quad B_{2i}^n = \frac{\tau}{h^2} a(y_{i+1}^n) (\kappa_i^n + hb_i^+) \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1},$$

$$A_i^n = 1 + B_{1i}^n + B_{2i}^n \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad A_0^n = A_N^n = 1,$$

$$F_i^n = y_i^n + \tau f_i^{n+1}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad F_0^n = \mu_1^{n+1}, \quad F_N^n = \mu_2^{n+1},$$

$$D_i^n = 1, \quad i = \overline{0, N}.$$

Так как выполнены все условия теоремы 1, то на основании оценки (4) для произвольного  $t = t_n \in \omega_\tau$  и всех  $i = 0, 1, \dots, N$  имеем

$$\min \left\{ \mu_1^{n+1}, \mu_2^{n+1}, \min_{1 \leq i \leq N-1} (y_i^n + \tau f_i^{n+1}) \right\} \leq y_i^{n+1} \leq \\ \max \left\{ \mu_1^{n+1}, \mu_2^{n+1}, \max_{1 \leq i \leq N-1} (y_i^n + \tau f_i^{n+1}) \right\}, \quad (11)$$

Используя индукцию по  $n$  из (11) получаем двустороннюю оценку через входные данные без предположения о знакоопределенности входных данных

$$m_1^n \leq y_i^n \leq m_2^n, \quad i = \overline{0, N}, \quad n = \overline{0, N_0},$$

где

$$m_1^n = \min \left\{ \min_{t \in [0, T]} \{\mu_1(t), \mu_2(t)\}, \min_{x \in [0, l]} u_0(x) + t_n \min_{(x, t) \in Q_T} f(x, t) \right\},$$

$$m_2^n = \max \left\{ \max_{t \in [0, T]} \{\mu_1(t), \mu_2(t)\}, \max_{x \in [0, l]} u_0(x) + t_n \max_{(x, t) \in Q_T} f(x, t) \right\}.$$

На основании принципа максимума обычным образом устанавливается и оценка устойчивости в норме  $C$ :

$$\max_{t \in \omega_\tau} \|y(t)\|_{C(\overline{\omega}_h)} \leq \max_{t \in [0, T]} \left\{ \max_{t \in [0, T]} \{|\mu_1(t)|, |\mu_2(t)|\}, \|u_0\|_{C(0, l)} \right\} + T \max_{t \in [0, T]} \|f(t)\|_{C(0, l)},$$

где

$$\|v\|_{C(\overline{\omega}_h)} = \max_{x \in \overline{\omega}_h} |v(x)|, \quad \|g\|_{C(0, l)} = \max_{0 \leq x \leq l} |g(x)|.$$

*З а м е ч а н и е.* Максимальное и минимальное значения разностного решения не зависят от коэффициентов диффузии  $k(u)$  и конвекции  $r(x)$ .

**Пример.** Рассмотрим частный случай Гамма-уравнения [3], полученного преобразованием нелинейного уравнения Black–Scholes к квазилинейному параболическому уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} + r(x) \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (12)$$

Для случая  $\beta = u / (1 - \rho u)^2$ ,  $\rho > 0$ , получаем коэффициент  $k(u)$

$$k(u) = \frac{1 + \rho u}{(1 - \rho u)^3}.$$

Тогда по определению А. Фридмана [4] уравнение (12) будет параболическим, если

$$-\frac{1}{\rho} < u < \frac{1}{\rho}. \quad (13)$$

Для разностной схемы вида (7)–(10), аппроксимирующей начальную краевую задачу для уравнения (12), условия (13) будут выполнены при

$$-\frac{1}{\rho} < y_i^n < \frac{1}{\rho}, \quad i = \overline{0, N}, \quad n = \overline{0, N_0}.$$

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор № Ф14Р-108) и Болгарского научного фонда (проект N FNI I02/20 – 2014).

### Список использованной литературы

1. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров. – М.: Наука, 1981.
2. Самарский, А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука, 1977.
3. Koleva, M. N. A second-order positivity preserving numerical method for Gamma equation / M. N. Koleva, L. G. Vulkov // Appl. Math. and Comput. – 2013. – Vol. 220. – P. 722–734.
4. Фридман, А. Уравнения с частными производными параболического типа / А. Фридман. – М.: Издательство «Мир», 1968.

Поступило в редакцию 29.06.2015

UDC 511.622+519.719.2

M. VASKOUSKI, N. KONDRATYONOK

## ANALOGUE OF THE RSA-CRYPTOSYSTEM IN QUADRATIC UNIQUE FACTORIZATION DOMAINS

*(Communicated by Academician N. A. Izobov)**Belarusian State University, Minsk, Belarus  
vaskovskii@bsu.by; nkondr2006@rambler.ru*

In the article, the analogue of a RSA-cryptosystem in general quadratic unique factorization domains is obtained. A scheme of digital signature on the basis of the generalized RSA-cryptosystem is suggested. The analogue of Wiener's theorem on low private key is obtained. We prove the equivalence of the problems of generalized RSA-modulus factorization and private key search when the domain of all algebraic integer elements of the quadratic field is Euclidean. A method to secure the generalized RSA-cryptosystem of the iterated encryption cracking is proposed.

*Keywords:* RSA-cryptosystem, digital signature, unique factorization domain, euclidean domain, quadratic number field.

М. М. ВАСЬКОВСКИЙ, Н. В. КОДРАТЕНОК

## АНАЛОГ RSA-КРИПТОСИСТЕМЫ В КВАДРАТИЧНЫХ ФАКТОРИАЛЬНЫХ КОЛЬЦАХ

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь  
vaskovskii@bsu.by; nkondr2006@rambler.ru*

Цель данной работы заключается в построении аналога RSA-криптосистемы в квадратичных факториальных кольцах. В работе предложен алгоритм построения электронной цифровой подписи. Доказан аналог поиска секретного ключа и факторизации модуля криптосистемы в случае, когда целые алгебраические элементы поля образуют Евклидово кольцо. Даны ограничения на параметры криптосистемы для защиты от метода повторного цифрования. Так же проведено исследование скорости работы и взлома полученной криптосистемы.

*Ключевые слова:* RSA-криптосистема, электронная цифровая подпись, факториальное кольцо, евклидово кольцо, квадратичное числовое поле.

In 1978 there was constructed [1] one of the most high-usage public-key cryptosystem, which is named as RSA-cryptosystem and is based on the difficulty of the factorization of big natural numbers. In the papers [2–6] there were obtained and investigated analogues of RSA-cryptosystem based on using of polynomials and Gaussian integers instead of natural numbers. The present paper is devoted to constructing and analysis of RSA-cryptosystem in the domain of algebraic integer elements of a general quadratic number field.

Let  $\rho \neq 1$  be an integer squarefree number. Denote by  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  the domain of all integer algebraic elements of the quadratic number field  $\mathbb{Q}[\sqrt{\rho}]$  and we assume that  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  is a unique factorization domain. It is known [7] that  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] = \{a + b\sqrt{\rho} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$  if  $\rho \not\equiv 1 \pmod{4}$ , and  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] = \{(a + b\sqrt{\rho})/2 \mid a, b \in \mathbb{Z}, a \equiv b \pmod{2}\}$  if  $\rho \equiv 1 \pmod{4}$ . Let the norm  $v_\rho$  in  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  be defined by the relation  $v_\rho(a + b\sqrt{\rho}) = |a^2 - \rho b^2|$ ,  $a + b\sqrt{\rho} \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ . We recall that a domain  $\mathbb{K}$  is called Euclidean if one can define a function  $v: \mathbb{K} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$  such that for any  $a, b \in \mathbb{K} \setminus \{0\}$  the inequality  $v(ab) \geq v(a)$  holds, and for any  $a, b \in \mathbb{K} \setminus \{0\}$  one can find elements  $q, r \in \mathbb{K}$  such that  $a = bq + r$ , where  $r = 0$  or  $v(r) < v(b)$ . There exist exactly five Euclidean imaginary quadratic domains  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  (for  $\rho = -1, -2, -3, -7, -11$ ), and exactly sixteen Euclidean real quadratic domains  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  (for  $\rho = 2, 3, 5, 6, 7, 11, 13, 17, 19, 21, 29, 33, 37, 41, 57, 73$ ) with respect to the norm  $v_\rho$ . In another quadratic domains there doesn't exist a norm, with respect to which these domains will be Euclidean [7].

Let  $J_\rho$  be the set of all invertible elements of  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  with zero. For any  $N \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$  denote by  $\mathbb{Z}_N[\sqrt{\rho}]$  and  $\mathbb{Z}_N^*[\sqrt{\rho}]$  the additive group of residue classes modulo  $N$  and the multiplicative group of primitive residue classes modulo  $N$  respectively. Let  $\alpha_\rho(N) = |\mathbb{Z}_N[\sqrt{\rho}]|$ ,  $\varphi_\rho(N) = |\mathbb{Z}_N^*[\sqrt{\rho}]|$ . An element  $p \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$  is called prime element if for any divisor  $q$  of  $p$  there holds  $q \in J_\rho$  or  $p/q \in J_\rho$ . Any prime element  $p > 1$  of  $\mathbb{Z}$  will be called a prime number.

In further we suppose that  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  is a unique factorization domain.

**Proposition 1.** *For any  $N \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$  there holds  $\alpha_\rho(N) = v_\rho(N)$ .*

**Proof.** At first we prove that the function  $\alpha_\rho : \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho \rightarrow \mathbb{N}$  is totally multiplicative. Let  $N_1, N_2 \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$ ,  $\alpha_\rho(N_1) = m_1$ ,  $\alpha_\rho(N_2) = m_2$ . Let  $x_1, \dots, x_{m_1}, y_1, \dots, y_{m_2}$  be elements of  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  such that  $x_i \not\equiv x_j \pmod{N_1}$  for any  $i, j = 1, \dots, m_1, i \neq j$ , and  $y_i \not\equiv y_j \pmod{N_2}$  for any  $i, j = 1, \dots, m_2, i \neq j$ . It's easy to see that the set  $\{x_i + N_1 y_j \mid i = 1, \dots, m_1, j = 1, \dots, m_2\}$  forms a complete residues system modulo  $N_1 N_2$ , hence,  $\alpha_\rho(N_1 N_2) = m_1 m_2$ .

Let  $N \in \mathbb{Z} \setminus J_\rho$ . If  $\rho \not\equiv 1 \pmod{4}$ , then  $a_1 + b_1 \sqrt{\rho} \equiv a_2 + b_2 \sqrt{\rho} \pmod{N}$  iff  $a_1 \equiv a_2 \pmod{N}$  and  $b_1 \equiv b_2 \pmod{N}$ , hence,  $\alpha_\rho(N) = N^2$ . If  $\rho \equiv 1 \pmod{4}$  and  $N$  is odd, then  $(a_1 + b_1 \sqrt{\rho})/2 \equiv (a_2 + b_2 \sqrt{\rho})/2 \pmod{N}$  iff  $a_1 \equiv a_2 \pmod{N}$  and  $b_1 \equiv b_2 \pmod{N}$ , hence,  $\alpha_\rho(N) = N^2$ . Suppose that  $\rho \equiv 1 \pmod{4}$ ,  $N = 2^k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Let  $(a_1 + b_1 \sqrt{\rho})/2 \equiv (a_2 + b_2 \sqrt{\rho})/2 \pmod{N}$ , where  $a_1 \equiv b_1 \pmod{N}$ ,  $a_2 \equiv b_2 \pmod{N}$ . It's easy to see that there exist exactly  $2^{2k-1}$  pairs  $(a_1, b_1), \dots, (a_{2^{2k-1}}, b_{2^{2k-1}})$  such that  $(a_i + b_i \sqrt{\rho})/2 \not\equiv (a_j + b_j \sqrt{\rho})/2 \pmod{N}$  for any  $i, j = 1, \dots, 2^{2k-1}, i \neq j$ , where  $a_i, b_i, a_j, b_j$  are even. Analogously there exist exactly  $2^{2k-1}$  pairs  $(\alpha_1, \beta_1), \dots, (\alpha_{2^{2k-1}}, \beta_{2^{2k-1}})$  such that  $(\alpha_i + \beta_i \sqrt{\rho})/2 \not\equiv (\alpha_j + \beta_j \sqrt{\rho})/2 \pmod{N}$  for any  $i, j = 1, \dots, 2^{2k-1}, i \neq j$ , where  $\alpha_i, \beta_i, \alpha_j, \beta_j$  are odd. Hence,  $\alpha_\rho(2^k) = 2^{2k-1} + 2^{2k-1} = 2^{2k}$ . Taking into account the total multiplicativity of the function  $\alpha_\rho$  we conclude that  $\alpha_\rho(N) = v_\rho(N)$  for any  $N \in \mathbb{Z} \setminus J_\rho$ .

Let  $N \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$ . Since  $x \equiv y \pmod{N}$  iff  $\bar{x} \equiv \bar{y} \pmod{\bar{N}}$  for any  $x, y \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ , so  $\alpha_\rho(N) = \alpha_\rho(\bar{N})$ , where  $\bar{N}$  is the conjugate number to  $N$ . So,  $\alpha_\rho(N) = \sqrt{\alpha_\rho(N) \alpha_\rho(\bar{N})} = \sqrt{\alpha_\rho(N \bar{N})} = \sqrt{v_\rho(N \bar{N})} = v_\rho(N)$ . The proposition is proved.

**Proposition 2.** *For any  $N \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$  there holds  $\varphi_\rho(N) = \prod_{i=1}^k (v_\rho(p_i))^{q_i-1} (v_\rho(p_i) - 1)$ , where  $N = \prod_{i=1}^k p_i^{q_i}$ ,  $p_i$  are distinct prime elements from  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ ,  $q_i \in \mathbb{N}$ .*

**Proof.** Let  $N_1, N_2 \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$  be coprime. Since  $\mathbb{Z}_{N_1 N_2}^*[\rho] \cong \mathbb{Z}_{N_1}^*[\rho] \times \mathbb{Z}_{N_2}^*[\rho]$ , so  $\varphi_\rho(N_1 N_2) = \varphi_\rho(N_1) \varphi_\rho(N_2)$ .

Let  $p$  be a prime element of  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . It's easy to see that  $\varphi_\rho(p) = \alpha_\rho(p) - 1$ , and  $\varphi_\rho(p^k) = \alpha_\rho(p^k) - \alpha_\rho(p^{k-1})$  if  $k > 1$ . By proposition 1, we have  $\varphi_\rho(p^k) = (v_\rho(p))^{k-1} (v_\rho(p) - 1)$ . Since the function  $\varphi_\rho$  is multiplicative, so the statement of the proposition is valid.

The Lagrange theorem immediately implies the following statement, which is an analogue of the Euler theorem.

**Proposition 3.** *Let  $N \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$ , then for any  $m \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ ,  $(m, N) = 1$ , there holds  $m^{\varphi_\rho(N)} \equiv 1 \pmod{N}$ .*

**Corollary 1.** *Let  $p$  be a prime element of  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ , then for any  $m \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  there holds  $m^{v_\rho(p)} \equiv m \pmod{p}$ .*

It's easy to see that there holds an analogue of the Chinese remainder theorem in the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ .

**Proposition 4.** *Let  $m_1, \dots, m_k, c_1, \dots, c_k \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ ,  $(m_i, m_j) = 1$  for any  $i \neq j$ . Then the system of congruencies  $x \equiv c_i \pmod{m_i}$ ,  $i = 1, \dots, k$ , has a unique solution  $x \equiv \sum_{i=1}^k c_i x_i \frac{m}{m_i} \pmod{m}$ , where  $m = \prod_{i=1}^k m_i$ ,  $x_i \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ ,  $\frac{m}{m_i} x_i \equiv 1 \pmod{m_i}$ ,  $i = 1, \dots, k$ .*

The following three statements are analogues of Wilson's, Lucas' [8] and Pocklington's criterions [9] of primality.

**Proposition 5.** *An element  $p \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$  is prime iff there holds the congruence*

$$\prod_{x \in \mathbb{Z}_p[\sqrt{\rho}], x \neq 0} x \equiv -1 \pmod{p}.$$

**P r o o f.** If  $p$  is prime, then for any  $x \in \mathbb{Z}_p^*[\sqrt{\rho}]$ ,  $x \not\equiv \pm 1 \pmod{p}$  there exists a unique  $y \in \mathbb{Z}_p^*[\sqrt{\rho}]$ ,  $y \neq x$ , such that  $xy \equiv 1 \pmod{p}$ . Hence,  $\prod_{x \in \mathbb{Z}_p[\sqrt{\rho}], x \neq 0} x \equiv -1 \pmod{p}$ . If  $p$  is not prime, then the ring  $\mathbb{Z}_p[\sqrt{\rho}]$  has divisors of zero, so  $\prod_{x \in \mathbb{Z}_p[\sqrt{\rho}], x \neq 0} x \equiv 0 \pmod{p}$ . This contradiction finishes the proof.

**P r o p o s i t i o n 6.** *An element  $N \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$  is prime iff there exists  $a \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ ,  $(a, N) = 1$ , such that there holds: 1)  $a^{v_\rho(N)-1} \equiv 1 \pmod{N}$ , 2)  $a^{(v_\rho(N)-1)/q} \not\equiv 1 \pmod{N}$  for any prime divisor  $q$  of  $v_\rho(N) - 1$ .*

**P r o o f.** If  $N$  is prime, then  $\mathbb{Z}_N[\sqrt{\rho}]$  is a finite field, and we can get any primitive element  $a$  of this field. Conditions 1) and 2) of the proposition are satisfied.

Let for any  $a$  there hold conditions 1) and 2) of the proposition. Hence,  $\text{ord } a = v_\rho(N) - 1$  in the group  $\mathbb{Z}_N^*[\sqrt{\rho}]$ . The Lagrange theorem implies that  $(v_\rho(N) - 1) \mid \varphi_\rho(N)$ . By proposition 1,  $\varphi_\rho(N) \leq \alpha_\rho(N) - 1 = v_\rho(N) - 1$ . Consequently,  $\varphi_\rho(N) = \alpha_\rho(N) - 1$ . The last one implies the primality of the element  $N$ . The proposition is proved.

**P r o p o s i t i o n 7.** *Let  $N \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}] \setminus J_\rho$  and there exists a prime number  $q > \sqrt{v_\rho(N)} - 1$  such that  $q \mid (v_\rho(N) - 1)$ . If there exists an element  $a \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  such that the following two conditions hold: 1)  $a^{v_\rho(N)-1} \equiv 1 \pmod{N}$ , 2)  $(a^{(v_\rho(N)-1)/q} - 1, N) = 1$ ; then the element  $N$  is prime in  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ .*

**P r o o f.** Let the conditions of the proposition be satisfied but  $N$  is not prime element of  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ . Hence, there exists a prime element  $p \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  such that  $p \mid N$  and  $v_\rho(p) \leq \sqrt{v_\rho(N)}$ . Since  $q > \sqrt{v_\rho(N)} - 1$ , so  $(q, v_\rho(p) - 1) = 1$  and therefore there exists a natural number  $u$  such that  $uq \equiv 1 \pmod{v_\rho(p) - 1}$ . Consequently, by condition 1) and proposition 3, we have

$$a^{(v_\rho(N)-1)/q} \equiv a^{uq(v_\rho(N)-1)/q} = a^{u(v_\rho(N)-1)} \equiv 1 \pmod{p}.$$

The last one contradicts with condition 2). The proposition is proved.

**Algorithm of the generalized RSA-cryptosystem.** Any subscriber  $A$  chooses two distinct big prime elements  $p_A, q_A \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  and calculates  $\varphi_\rho(N_A)$ , where  $N_A = p_A q_A$ . Further  $A$  chooses a random natural number  $e_A \in [1, \varphi_\rho(N_A)]$  and finds a natural number  $d_A$  such that  $e_A d_A \equiv 1 \pmod{\varphi_\rho(N_A)}$  with the help of the extended Euclidean algorithm [8]. The pair  $(N_A, e_A)$  is a public key of  $A$ , the pair  $(N_A, d_A)$  is a private key of  $A$ . Then  $f_A: \mathbb{Z}_{N_A}[\sqrt{\rho}] \rightarrow \mathbb{Z}_{N_A}[\sqrt{\rho}]$ ,  $f_A(x) \equiv x^{e_A} \pmod{N_A}$ , is an encryption function of  $A$ , the function  $f_A^{-1}: \mathbb{Z}_{N_A}[\sqrt{\rho}] \rightarrow \mathbb{Z}_{N_A}[\sqrt{\rho}]$ ,  $f_A^{-1}(x) \equiv x^{d_A} \pmod{N_A}$  is a decryption function of  $A$ . Any such triple  $(N_A, e_A, d_A)$  is called parameters of the generalized RSA-cryptosystem. Corollary 1 implies the correctness of the work of the the generalized RSA-cryptosystem.

**Scheme of digital signature based on the generalized RSA-cryptosystem.** Suppose that a subscriber  $A$  wants to send to a subscriber  $B$  a signed message  $(m, P)$ , where  $m \in \mathbb{Z}_{N_B}[\sqrt{\rho}]$  is a secret message,  $P \in \mathbb{Z}_N[\sqrt{\rho}]$  is a signature of  $A$  (open text), where  $N = N_A$  if  $v_\rho(N_A) \leq v_\rho(N_B)$ , and  $N = N_B$  if  $v_\rho(N_A) > v_\rho(N_B)$ . Suppose that for any two RSA-modulus  $N_1$  and  $N_2$ ,  $v_\rho(N_1) \leq v_\rho(N_2)$ , there is defined an injective mapping  $g_{N_1, N_2}: \mathbb{Z}_{N_1}[\sqrt{\rho}] \rightarrow \mathbb{Z}_{N_2}[\sqrt{\rho}]$  such that values of the mappings  $g_{N_1, N_2}$  and  $g_{N_1, N_2}^{-1}$  are easy computable. If  $v_\rho(N_A) \leq v_\rho(N_B)$ , then the subscriber  $A$  send to  $B$  the pair  $(m_1, P_1)$ , where  $m_1 = f_B(m)$ ,  $P_1 = f_B(g_{N_A, N_B}(f_A^{-1}(P)))$ . The subscriber  $B$  computes  $m_2 = f_B^{-1}(m_1)$ ,  $P_2 = f_A(g_{N_A, N_B}^{-1}(f_B^{-1}(P_1)))$ . If  $v_\rho(N_A) > v_\rho(N_B)$ , then the subscriber  $A$  send to  $B$  the pair  $(m_1, P_1)$ , where  $m_1 = f_B(m)$ ,  $P_1 = f_A^{-1}(g_{N_B, N_A}(f_B(P)))$ . The subscriber  $B$  computes  $m_2 = f_B^{-1}(m_1)$ ,  $P_2 = f_B^{-1}(g_{N_B, N_A}^{-1}(f_A(P_1)))$ . Then, by corollary 1,  $m_2 = m, P_2 = P$ .

**Analysis of security of the generalized RSA-cryptosystem.** It's easy that knowledge of the RSA-modulus factorization  $N = pq$  gives an effective way to find the private key. The following theorem establishes the inverse statement and in the case of classical RSA-cryptosystem is given in [11, Ch. 14].

**T h e o r e m 1.** *Let the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  be Euclidean,  $(N, e, d)$  be parameters of the generalized RSA-cryptosystem. If the number  $d$  is known, then the number  $N$  can be effectively factorized with probability at least  $\frac{1}{2}$  at polynomial, with respect to  $\log v_\rho(N)$ , number of arithmetic operations in  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ .*

**P r o o f.** Let  $s = ed - 1 = 2^t u$ , where  $t, u \in \mathbb{N}$ ,  $u$  is odd. Since  $\varphi_\rho(N) \mid s$ , so  $x^s \equiv 1 \pmod{N}$  for any  $x \in \mathbb{Z}_N^*[\rho]$ . Construct the set

$$B = \{x \in \mathbb{Z}_N^*[\rho] \mid \exists j \in \{0, \dots, t-1\} : x^{2^j u} \equiv -1 \pmod{N} \text{ or } x^u \equiv 1 \pmod{N}\}.$$

Let  $A = \mathbb{Z}_N^*[\rho] \setminus B$ . Let's consider an arbitrary element  $a \in A$ . Take the smallest natural number  $k$  such that  $a^{2^k} \equiv 1 \pmod{N}$ . Let  $b \equiv a^{2^{k-1}} \pmod{N}$ . It's easy to see that  $b^2 \equiv 1 \pmod{N}$  and  $b \not\equiv \pm 1 \pmod{N}$ . Hence,  $(b-1, N)$  is a nontrivial divisor of  $N$ . There exists a constant  $\gamma_\rho \in (0, 1)$  such that for any  $a, b \in \mathbb{Z}_{[\sqrt{\rho}]} \setminus \{0\}$ ,  $v_\rho(a) \geq v_\rho(b)$ , one can find  $q, r \in \mathbb{Z}_{[\sqrt{\rho}]}$  such that  $a = bq + r$ , where  $r = 0$  or  $v_\rho(r) \leq \gamma_\rho v_\rho(b)$  [10]. Hence, the greatest divisor  $(b-1, N)$  can be computed with the help of the Euclidean algorithm at polynomial number on  $\log v_\rho(N)$  of arithmetic operations in  $\mathbb{Z}_{[\sqrt{\rho}]}$  [7]. It remains to show that  $|B| \leq \frac{\varphi_\rho(N)}{2}$ .

Let  $N = pq$ , where  $p, q$  are distinct prime elements of  $\mathbb{Z}_{[\sqrt{\rho}]}$ . Let  $\varphi_\rho(p) = 2^{v_1} u_1$ ,  $\varphi_\rho(q) = 2^{v_2} u_2$ , where  $v_1, v_2, u_1, u_2 \in \mathbb{N}$ ,  $u_1$  and  $u_2$  are odd. Denote  $v = \min\{v_1, v_2\}$ ,  $K = (u, u_1)(u, u_2)$ . It's easy to see that the congruence  $x^u \equiv 1 \pmod{N}$  is equivalent to the system  $u \log_\alpha x \equiv 0 \pmod{\varphi_\rho(p)}$ ,  $u \log_\beta x \equiv 0 \pmod{\varphi_\rho(q)}$ , where  $\alpha$  and  $\beta$  are primitive elements in  $\mathbb{Z}_p^*[\rho]$  and  $\mathbb{Z}_q^*[\rho]$  respectively. Since  $u$  is odd, so, by proposition 4, the congruence  $x^u \equiv 1 \pmod{N}$  has exactly  $K$  solutions. Let's consider the congruence  $x^{2^j u} \equiv -1 \pmod{N}$ , where  $j \in \{0, \dots, v-1\}$ . If  $j < v$ , then the similar arguments imply that the number of solutions is  $4^j K$ . If  $j \geq v$ , then the congruence has no solutions. Therefore  $|B| = (1 + 1 + 4 + \dots + 4^{v-1})K = \frac{4^v + 2}{3}K$ . Since  $\varphi_\rho(N) = 2^{v_1+v_2} u_1 u_2 \geq 4^v K$ , so  $\frac{|B|}{\varphi_\rho(N)} \leq \frac{1}{2}$ . The theorem is proved.

**R e m a r k 1.** As in the case of classical RSA-cryptosystem the question on the equivalence of breaking of the generalized RSA-cryptosystem and factorization of the RSA-modulus is open.

The following theorem is an analogue of the Wiener theorem on low private key for the classical RSA-cryptosystem [11, Ch. 14].

**T h e o r e m 2.** Let  $(N, e, d)$ ,  $N = pq$ , be parameters of the generalized RSA-cryptosystem such that  $v_\rho(q) < v_\rho(p) < \alpha^2 v_\rho(q)$ , where  $\alpha > 1$ . If  $d < \frac{1}{\sqrt{2\alpha + 2}} (v_\rho(N))^{1/4}$ , then the number  $d$  can be effectively computed at polynomial, with respect to  $\log v_\rho(N)$ , number of arithmetic operations in  $\mathbb{Z}$ .

**P r o o f.** Let  $N = pq$ , where  $p, q$  are distinct prime elements of  $\mathbb{Z}_{[\sqrt{\rho}]}$ . Let  $ed - 1 = k\varphi_\rho(N)$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Since  $v_\rho(p) + v_\rho(q) < (\alpha + 1)\sqrt{v_\rho(N)}$ , so

$$v_\rho(N) - \varphi_\rho(N) = v_\rho(p) + v_\rho(q) - 1 < (\alpha + 1)\sqrt{v_\rho(N)}. \quad (1)$$

We have  $k\varphi_\rho(N) < ed$ ,  $e < \varphi_\rho(N)$ . Therefore  $k < d$ . The last one implies the relations

$$\frac{(\alpha + 1)k}{d\sqrt{v_\rho(N)}} \leq \frac{(\alpha + 1)}{\sqrt{v_\rho(N)}} < \frac{1}{2d^2}. \quad (2)$$

In view of (1) and (2) we get

$$\left| \frac{e}{v_\rho(N)} - \frac{k}{d} \right| = \left| \frac{1 - k(v_\rho(N) - \varphi_\rho(N))}{v_\rho(N)d} \right| \leq \frac{(\alpha + 1)\sqrt{v_\rho(N)}}{v_\rho(N)d} < \frac{1}{2d^2}. \quad (3)$$

Relation (3) means that  $\frac{k}{d}$  is a successive fraction for the non-secret fraction  $\frac{e}{v_\rho(N)}$ . Hence, the fraction  $\frac{k}{d}$  can be computed effectively with the help of the Euclidean algorithm in  $\mathbb{Z}$ . The theorem is proved.

One of the well-known methods of breaking of RSA-cryptosystem is the method of iterated encryption. Let  $(N, e, d)$  be parameters of the generalized RSA-cryptosystem. Let  $y = x^e \pmod{N}$  be an encrypted message  $x \in \mathbb{Z}_N[\sqrt{\rho}]$ . To try to find the original text  $x$  a cryptanalytic computes the terms of the sequence  $y_i = y^{e^i} \pmod{N}$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , until one has  $y_m = y$  for the first time. It's easy to see that  $y_{m-1} = x$ . So, we need to choose the parameters of the generalized RSA-cryptosystem to make the value  $m$  to be quite big.

**Proposition 8.** Let  $N = pq$ ,  $p, q$  be distinct prime elements of  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ ,  $\varphi_\rho(p) = rk$ ,  $\varphi_\rho(q) = sl$ , where  $r$  and  $s$  are distinct prime numbers,  $(r, k) = (s, l) = 1$ . If  $y \in \mathbb{Z}_N^*[\sqrt{\rho}]$  is a random element, then  $\mathbb{P}(rs \mid \text{ord } y) = (1 - r^{-1})(1 - s^{-1})$ .

**P r o o f.** For any  $t_1 \mid k, t_2 \mid l$  there exist exactly  $\varphi(rt_1)\varphi(st_2)$  of elements  $y \in \mathbb{Z}_N^*[\sqrt{\rho}]$  such that  $\text{ord } y = rs(t_1, t_2)$ . Consequently, the number of elements  $y \in \mathbb{Z}_N^*[\sqrt{\rho}]$  such that  $rs \mid \text{ord } y$  is equal to

$$\sum_{t_1 \mid k, t_2 \mid l} \varphi(rt_1)\varphi(st_2) = (r-1)(s-1) \sum_{t_1 \mid k, t_2 \mid l} \varphi(t_1)\varphi(t_2) = (r-1)(s-1)kl. \quad (4)$$

So, the statement of the proposition follows from relation (4) and equality  $|\mathbb{Z}_N^*[\sqrt{\rho}]| = rksl$ .

**Theorem 3.** Let  $(N, e, d)$ ,  $N = pq$ , be parameters of the generalized RSA-cryptosystem. Suppose that the numbers  $\varphi_\rho(p)$ ,  $\varphi_\rho(q)$  have distinct prime divisors  $r, s$  respectively, and the numbers  $r-1, s-1$  have prime divisors  $r_1, s_1$  respectively, then  $\mathbb{P}(m \geq r_1s_1) \geq (1 - r^{-1})(1 - s^{-1})(1 - r_1^{-1})(1 - s_1^{-1})$ , where  $m$  is the smallest natural number such that  $y^{e^m} = y \pmod{N}$ ,  $y \in \mathbb{Z}_N^*[\sqrt{\rho}]$  is a random element.

**P r o o f.** Note that  $y^{e^m} = y \pmod{N}$  iff  $\text{ord } y \mid (e^m - 1)$ . By proposition 8,

$$\mathbb{P}(rs \mid (e^m - 1)) \geq \mathbb{P}(rs \mid \text{ord } y) = (1 - r^{-1})(1 - s^{-1}).$$

Applying Theorem 14.1 [11], we conclude that

$$\mathbb{P}(m \geq r_1s_1) \geq \mathbb{P}(r_1s_1 \mid m) \geq \mathbb{P}(r_1s_1 \mid \text{ord } e, rs \mid \text{ord } y) \geq (1 - r^{-1})(1 - s^{-1})(1 - r_1^{-1})(1 - s_1^{-1}).$$

The theorem is proved.

**R e m a r k 2.** To secure the generalized RSA-cryptosystem of the iterated encryption attack we should take prime elements  $p, q \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  such that one can find big distinct prime divisors  $r, s$  of  $\varphi_\rho(p)$ ,  $\varphi_\rho(q)$  and one can find big prime divisors  $r_1, s_1$  of  $r-1, s-1$ .

**R e m a r k 3.** If  $N = pq$ , where  $p$  and  $q$  are such that the difference  $|\nu_\rho(p) - \nu_\rho(q)|$  is small, then it is easy to find the representation  $N = t^2 - s^2$ , where  $t, s \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  and this representation gives us the factorization of  $N$ . Hence, the difference  $|\nu_\rho(p) - \nu_\rho(q)|$  should be quite large.

**R e m a r k 4.** The generalized RSA-cryptosystem provides more security than the classical variant of RSA-cryptosystem, since the number of elements which are chosen to represent the message  $m$  is about square of those used in the classical variant. This advantage enables to use shorter keys than in the classical version of RSA-cryptosystem. Note that all our results cover the case of the classical RSA-cryptosystem: it's enough to take the ring  $\mathbb{Z}$  instead of  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ , and to define the norm of  $a \in \mathbb{Z}$  as the absolute value  $|a|$ .

**Estimate of computational efficiency of the generalized RSA-cryptosystem in imaginary quadratic domains.** Let  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  – imaginary quadratic domain. We say that an element  $x = x_1 + x_2\sqrt{\rho} \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  is  $n$ -bit if integers  $x_1$  and  $x_2$  have less than  $n+1$  bits in the binary value. Let  $p = p_1 + p_2\sqrt{\rho}, q = q_1 + q_2\sqrt{\rho}$  be distinct prime  $n$ -bit elements of the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ . Let's call RSA-cryptosystem with parameters  $p$  and  $q$   $n$ -bit. Multiplication modulo  $N = pq$  of two  $n$ -bit elements of the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  has the complexity  $O(n^2)$  and involution of  $n$ -bit element  $x \in \mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  in the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  has the complexity  $O(n^2 \log k)$ . So encryption and decryption using the generalized RSA-cryptosystem in the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  have the complexity  $O(n^2 \log n)$ . The complexity of generating the pair of keys  $d, e$  is defined by the complexity of calculating of inverse element in the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ . So it has the complexity  $O(n^2)$ . Note that the complexity of encrypting, decrypting and generation of keys  $d, e$  using  $n$ -bit RSA-cryptosystem in the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  can be estimated as  $O(M)$ , where  $M$  – the number of binary operations to encrypt, decrypt and generation of keys in classical  $n$ -bit RSA-cryptosystem. Breaking of classical  $n$ -bit cryptosystem using checking of every possible message has the complexity  $O(4^n n^2 \log n)$ , analogical breaking for  $n$ -bit RSA-cryptosystem in the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  has the complexity  $O(16^n n^2 \log n)$ . And also the number of binary operations to factorize RSA-modulus in the domain  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$ , is not less than the number of binary operations to factorize RSA-modulus in classical RSA-cryptosystem.

**E x a m p l e.** Let the subscriber  $A$  wishes to send the secret message  $m = 1 + i$  with the signature  $P = 2i$  to the subscriber  $B$  with the help of the generalized RSA-cryptosystem in  $\mathbb{Z}[\sqrt{\rho}]$  with  $\rho = -1$ . Let

$(N_A, e_A, d_A) = (589, 7, 98743)$  and  $(N_B, e_B, d_B) = (559, 13, 167173)$ ,  $g_{N_B, N_A}(X) = x_1 + ix_2 + N_A \mathbb{Z}[i]$ ,  $X \in \mathbb{Z}_{N_B}[i]$ , where  $x_1, x_2$  are the smallest nonnegative integers such that  $X = x_1 + ix_2 + N_B \mathbb{Z}[i]$ . The subscriber  $A$  computes

$$m_1 = m^{e_B} \pmod{N_B} = 495 + 495i$$

and

$$P_1 = (P^{e_B} \pmod{N_B})^{d_A} \pmod{N_A} = 192i.$$

So, the encrypted signed message is  $(m_1, P_1) = (495 + 495i, 192i)$ . The subscriber  $B$  gets the pair  $(m_1, P_1)$  and calculates

$$m_2 = m_1^{d_B} \pmod{N_B} = 1 + i$$

and

$$P_2 = (P_1^{e_A} \pmod{N_A})^{d_B} \pmod{N_B} = 2i.$$

So the pair  $(m_2, P_2)$  is the decrypted message.

#### References

1. Rivest, R. L. A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems / R. L. Rivest, A. Shamir, L. Adleman // Communications of the ACM. – 1978. – Vol. 21. – P. 120–126.
2. Elkamchouchi, H. Extended RSA Cryptosystem and digital signature schemes in the domain of Gaussian integers / H. Elkamchouchi, K. Elshenawy, H. Shaban // Proceedings of the 8th International conference on communication systems. – 2002. – P. 91–95.
3. Li, B. Generalizations of RSA public key cryptosystem / B. Li // IACR. – Cryptology ePrint Arc. 2005.
4. Modified RSA in the domains of Gaussian integers and polynomials over finite fields / A. N. El-Kassar [et al.] // Proceedings of the ISCA 18th International conference on computer applications in industry and engineering. – Hawaii, USA, 2005. – P. 298–303.
5. Koval, A. Analysis of RSA over Gaussian integers algorithm // 5th international conference on information technology: new generations (ITNG 2008) / A. Koval, B. Verkhovsky. – Las Vegas, Nevada, USA, 2008. – P. 101–105.
6. Proceedings of the second international conference of soft computing for problem solving / B. V. Babu [et al.] // Advances in intelligent systems and computing. – 2014. – Vol. 236.
7. Rodosky, K. A. Euclidean algorithm / K. A. Rodosky. – Moscow: Nauka, 1988.
8. Introduction to number theoretical methods in cryptography / M. M. Gluhov [et al.]. – Saint-Petersburg: Lan', 2011.
9. Koblitz, N. Course in number theory and cryptography / N. Koblitz. – Moscow: TVP, 2001.
10. Eggleton, R. B. Euclidean quadratic fields / R. B. Eggleton, C. B. Lacampagne, J. L. Selfridge // Amer. Math. Monthly. – 1992. – Vol. 99, N 9. – P. 829–837.
11. Cryptology / Y. S. Kharin [et al.]. – Minsk: BSU, 2013.

Received 24.06.2015

## ФИЗИКА

УДК 621.039+539.21

*Член-корреспондент Ф. Ф. КОМАРОВ<sup>1</sup>, С. В. КОНСТАНТИНОВ<sup>1</sup>, А. Д. ПОГРЕБНЯК<sup>2</sup>***ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОФЛЮЕНСНОГО ИОННОГО ОБЛУЧЕНИЯ НА СТРУКТУРУ И МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОКРЫТИЙ ИЗ НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ НИТРИДОВ ВЫСОКОЭНТРОПИЙНЫХ СПЛАВОВ (Ti, Hf, Zr, V, Nb)**<sup>1</sup>*НИИ прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь**komarovF@bsu.by; mymail3000@tut.by*<sup>2</sup>*Сумский государственный университет, Сумы, Украина*  
*alexpr@i.ua*

Впервые исследовано влияние высокофлюенсного ионного облучения наноструктурированных покрытий на базе высокоэнтропийного соединения (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N. Облучение проводилось ионами гелия с энергией 500 кэВ, в диапазоне флюенсов  $5 \cdot 10^{16}$ – $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>. Для моделирования процессов эксплуатации в ядерном реакторе проведен термический отжиг покрытий после ионного облучения при температуре 773 К в течение 15 мин. Исследованы элементный состав, структура, морфология, а также прочностные свойства покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N до и после облучения. По результатам исследований не выявлено существенных структурных или фазовых изменений покрытий после облучения, кроме сильного дробления кристаллитов покрытий до величины менее 10 нм. Также не выявлено изменений в атомном составе покрытий. Установлено нелинейное влияние флюенса облучения на твердость покрытий. По результатам исследований можно утверждать, что наноструктурированные покрытия (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N являются радиационно-стойкими и перспективны в качестве покрытий на оболочки ТВЭЛов ядерных реакторов.

*Ключевые слова:* наноструктурированные покрытия, высокофлюенсное ионное облучение, радиационная стойкость, высокоэнтропийные сплавы.

*F. F. KOMAROV<sup>1</sup>, S. V. KONSTANTINOV<sup>1</sup>, A. D. POGREBNJAK<sup>2</sup>***EFFECT OF HIGH-FLUENCE ION IRRADIATION ON THE STRUCTURE AND MECHANICAL PROPERTIES OF COATINGS BASED ON NANOSTRUCTURED NITRIDES OF HIGH-ENTROPY ALLOYS (Ti, Hf, Zr, V, Nb)**<sup>1</sup>*A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems of Belarusian State University, Minsk, Belarus**komarovF@bsu.by; mymail3000@tut.by*<sup>2</sup>*Sumy State University, Sumy, Ukraine*  
*alexpr@i.ua*

The effect of high-fluence ion irradiation of nanostructured coatings based on high-entropy compound (Ti, Hf, Zr, V, Nb) N was studied. The irradiation was performed using helium ions with an energy of 500 keV in the fluence range of  $5 \cdot 10^{16}$ – $3 \cdot 10^{17}$  ion/cm<sup>2</sup>. The thermal annealing at 773 K during 15 min was done with the aim of modeling conditions of this material exploitation in a nuclear reactor. The elemental composition, structure, morphology, as well as mechanical properties of (Ti, Hf, Zr, V, Nb) N coatings were investigated before and after the irradiation. According to the results of this study, there are no significant structural or phase changes in coatings after irradiation, except a strong fragmentation of grains to a size less than 10 nm. Also, there are not observed any changes in the elemental composition. The non-linear behavior of coating hardness on irradiation fluence was detected. It can be argued according to the experimental results that nanostructured coatings (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N are radiation-resistant and perspective as fuel claddings in nuclear reactors.

*Keywords:* nanostructured coatings, high fluence ion irradiation, radiation resistance, high entropy alloys.

**Введение.** Высокоэнтропийные нитридные системы, такие как (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N представляют большой интерес ввиду своих уникальных свойств. Как было показано в работах [1–7] при экстремальном увеличении энтропии системы релаксационные процессы не успевают

происходить, и система остается в неравновесном состоянии. В случае покрытий это способствует улучшению важных эксплуатационных свойств, таких как твердость, износостойкость, коррозионная стойкость, жаростойкость и жаропрочность [1–5]. Высокая энтропия достигается созданием многокомпонентного неупорядоченного твердого раствора как единственной фазы покрытия, формируемого вакуумным методом нанесения. Данная категория методов нанесения покрытий характеризуется низкой температурой процесса осаждения материала на подложку и, как следствие, высокой скоростью зародышеобразования и низкой скоростью роста зародышей покрытия. Указанная особенность дополнительно способствует повышению энтропии формируемой системы и созданию ультрамелкодисперсной структуры – нанокристаллической пленки.

Как известно, состояние системы описывается функцией термодинамического потенциала [8]:

$$G = U + pV - TS,$$

где  $U$  – внутренняя энергия;  $p$  – давление;  $V$  – объем;  $T$  – температура;  $S$  – энтропия. Устойчивость термодинамической системы характеризуется минимумом свободной энергии Гельмгольца:

$$F = U - TS,$$

где  $U$  – внутренняя энергия;  $T$  – температура;  $S$  – энтропия. При постоянной внутренней энергии и температуре варьируемым параметром остается энтропия. Следовательно, более термодинамически устойчивым состоянием системы при заданной температуре будет состояние с более высокой энтропией. Нельзя однозначно утверждать, что такое состояние будет стабильным, скорее оно будет являться метастабильным. Но, как известно, чтобы вывести систему из метастабильного состояния необходимо сообщить системе некоторую энергию  $\Delta E$ . При постоянной температуре энергетический барьер  $\Delta E$  можно представить в виде

$$\Delta E = F_1 - F_2 = (U - TS_1) - (U - TS_2) = TS_2 - TS_1 = T(S_2 - S_1),$$

где  $F_1$  и  $F_2$  – начальное и конечное значение свободной энергии системы;  $S_1$  и  $S_2$  – начальное и конечное значение энтропии системы. Таким образом, изменение энтропии системы прямо пропорционально изменению свободной энергии и в метастабильном состоянии термодинамически невыгодно.

Следовательно, можно предположить, что внешние воздействия, такие как термический нагрев, действие агрессивных сред (кислоты, щелочи), ионизирующее облучение будут достаточно слабо сказываться на изменении структуры и свойств высокоэнтропийных сплавов, если энергетический барьер  $\Delta E$  достаточно велик.

Поведение этого интересного для покрытий класса материалов при воздействии потоков ионизирующих излучений, и, в частности быстрых ионов, в литературе не рассматривалось.

Целью данной работы было изучение радиационной стойкости высокоэнтропийных наноструктурированных покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N при облучении ионами  $\text{He}^+$  с энергией 500 кэВ.

При облучении металлов легкими ионами ( $\text{H}^+$ ,  $\text{He}^+$ ) с энергиями в сотни кэВ потери энергии происходят по двум каналам: на возбуждение электронной подсистемы твердого тела и на формирование простых дефектов структуры. При этом каскады атомных смещений, затухание которых завершается образованием сложных дефектных ансамблей – обедненных и обогащенных зон, в этом случае не реализуется [9]. Теоретическая интерпретация постимплантационных свойств материалов с позиции свободной энергии, энтропии и влияния размеров зерен тогда значительно упрощается. В то же время облучение металлов и сплавов пучками ионов гелия с энергиями сотни кэВ–несколько МэВ используется для моделирования процессов радиационного повреждения конструкционных материалов ядерных реакторов, чаще всего оболочек тепловыделяющих элементов (ТВЭЛов) [10].

**Материалы и методы исследования.** Покрытия (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N были нанесены методом сепарируемого вакуумно-дугового осаждения с различным потенциалом смещения на подложке  $U_b$  и при различном парциальном давлении азота  $P$  в вакуумной камере (таблица). Использовался

вакуумно-дуговой источник «Булат-3Т» с ВЧ-генератором. Потенциал смещения подавался на подложку от ВЧ-генератора, который генерировал импульсы затухающих колебаний с частотой  $\leq 1$  МГц, длительность каждого импульса 60 мкс с частотой повторения  $\approx 10$  кГц. Величина отрицательного автосмещения потенциала на подложке, благодаря ВЧ диодному эффекту, составляла 2–3 кВ. Для получения нитридов в вакуумную камеру с образцами напускали атомарный азот при различных давлениях и значениях потенциала на подложке.

Элементный состав покрытия (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N (ат. %)

№	$U_b$ , В	$P$ , Па	Концентрация, ат. %						Параметр решетки, нм
			N	Ti	V	Zr	Nb	Hf	
505	-110	$5 \cdot 10^{-1}$	49,15	16,63	5,91	8,17	8,88	11,26	0,4405
507	-50	$5 \cdot 10^{-1}$	51,13	25,31	4,72	5,70	6,31	6,84	0,4362
512	-200	$8 \cdot 10^{-2}$	46,65	17,03	2,79	12,01	12,54	8,99	0,4435
515	-200	$3 \cdot 10^{-2}$	36,05	20,13	2,28	17,12	17,50	6,93	0,4433
523	-200	$2,3 \cdot 10^{-1}$	43,44	17,80	1,45	16,39	16,99	3,92	0,4408

Образцы подвергались облучению ионами гелия с энергиями 500 кэВ и флюенсами от  $5 \cdot 10^{16}$  до  $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> на ускорителе ионов AN 2500 фирмы High Voltage Engineering Europe B.V. Затем проводился термический отжиг покрытий при температуре 773 К в течение 15 мин. Данные операции проводились с целью смоделировать влияние среды в ядерном реакторе, где конструкционные материалы подвергаются ионизирующему облучению, а также облучению быстрыми и тепловыми нейтронами [9]. Состав облученных покрытий изучался методом резерфордского обратного рассеяния (РОР) ионов гелия с энергией 1,5 МэВ, разрешение детектора 15 кэВ. Структура покрытий исследовалась методами оптической микроскопии, рентгеноструктурного и фазового анализа на установке ДРОН-3 с фокусировкой по Брэггу–Брентано. Запись дифракционных линий осуществлялась в режиме сканирования (по точкам). Шаг сканирования –  $0,1^\circ$ , время набора импульсов в точке 15 с. Рентгеновскую съемку выполняли в монохроматизированном  $\text{CoK}_\alpha$  излучении при ускоряющем напряжении 30 кВ и анодном токе 10 мА. Кристалл-монокроматор, в качестве которого использовался пиролитический графит, устанавливался на пути вторичного (дифрагированного) пучка лучей. Дифракционную картину регистрировали в диапазоне углов рассеяния ( $2\theta = 10\text{--}130^\circ$ ). Точность измерения межплоскостных расстояний  $d/n$  составляет  $\pm 0,0005$  нм.

Также структура и морфология покрытий исследовались методом сканирующей электронной микроскопии на электронном микроскопе Hitachi SU3400, ускоряющая электроны разность потенциалов была равна 15 кВ.

Проведены дюрометрические испытания покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N по методу восстановленного отпечатка для исследования влияния облучения на эксплуатационные свойства

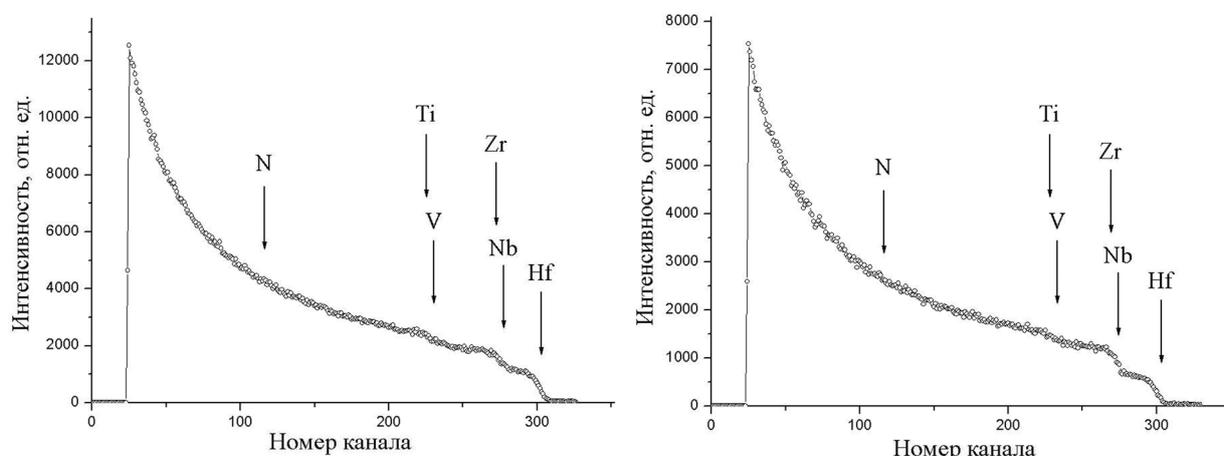


Рис. 1. Спектры РОР ионов гелия от покрытия (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N

покрытия. Испытание на микротвердость вдавливанием по методу восстановленного отпечатка заключается в нанесении на испытываемую поверхность образца (изделия) отпечатка под действием статической нагрузки, приложенной к алмазному наконечнику в течение определенного времени. Измерения микротвердости покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N проводились на установке DuraScan 20. Использовались нагрузки в диапазоне величин 0,09–0,98 Н.

**Результаты и их обсуждения.** Методом POP (рис. 1, таблица) установлено однородное распределение концентрации элементов по толщине покрытия. Наличие вредных примесей, таких как кислород, сера, фосфор не обнаружено, что свидетельствует о высоком качестве полученных пленок покрытий. Установлено наличие азота в составе покрытий на уровне 50 ат. %. Следовательно, формируется стехиометрический нитрид типа TiN и чистая металлическая фаза отсутствует [11; 12]. Кроме того, отсутствие в покрытиях углерода, кислорода, бора и иных примесей, способных образовывать фазы внедрения в металлах, свидетельствует о том, что 90–95 % октаэдрических пор кристаллической решетки занято атомами азота.

На рис. 2 представлены рентгеновские дифрактограммы от покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N.

Как видно из рентгеновских дифрактограмм до облучения (рис. 2, а) в покрытиях присутствует одна фаза с гранцентрированной кубической кристаллической решеткой (ГЦК). Данная фаза представляет собой твердый раствор замещения на базе нитридов металлов IV, V групп таблицы Д. И. Менделеева с решеткой типа NaCl. Металлы Ti, Hf, Zr, V, Nb замещают друг друга в металлической подрешетке, азот внедряется в октаэдрические поры кристаллической решетки, образуя подрешетку, смещенную относительно подрешетки металла на половину периода в направлении пространственной диагонали куба, так что узел  $[[0\ 0\ 0]]$  азотной ячейки совпадает с узлом  $[[\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}]]$  металлической ячейки. Параметр решетки варьируется в диапазоне 0,4362–0,4435 нм в зависимости от элементного состава покрытий. Различные положения пиков на дифрактограммах объясняются различным периодом кристаллической решетки покрытий с различным элементным составом – атомы Hf, Nb, Zr увеличивают параметр решетки, атомы Ti, V – уменьшают его. Уширение дифракционных максимумов свидетельствует о наноструктурированности покрытий. Рассчитанный по формуле Селякова–Шеррера [13] размер кристаллитов покрытий составил величину 240–250 нм.

Общая характеристика дифракционной картины после облучения ионами гелия с энергией 500 кэВ, флюенс  $2 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> принципиально не изменяется, как это следует из рис. 2, б. По-прежнему в покрытиях присутствует одна фаза – твердый раствор азота в металлической ГЦК решетке типа NaCl. При этом установлено, что облучение ионами гелия до флюенсов  $1 \cdot 10^{17}$ – $2 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> приводит к измельчению кристаллитов покрытий. Так, размер кристаллитов покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N после облучения ионами гелия с флюенсом  $2 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>, рассчитанный по формуле Селякова–Шеррера [13], составил величину 5–10 нм, т. е. средний размер зерен уменьшился больше чем на порядок величины.

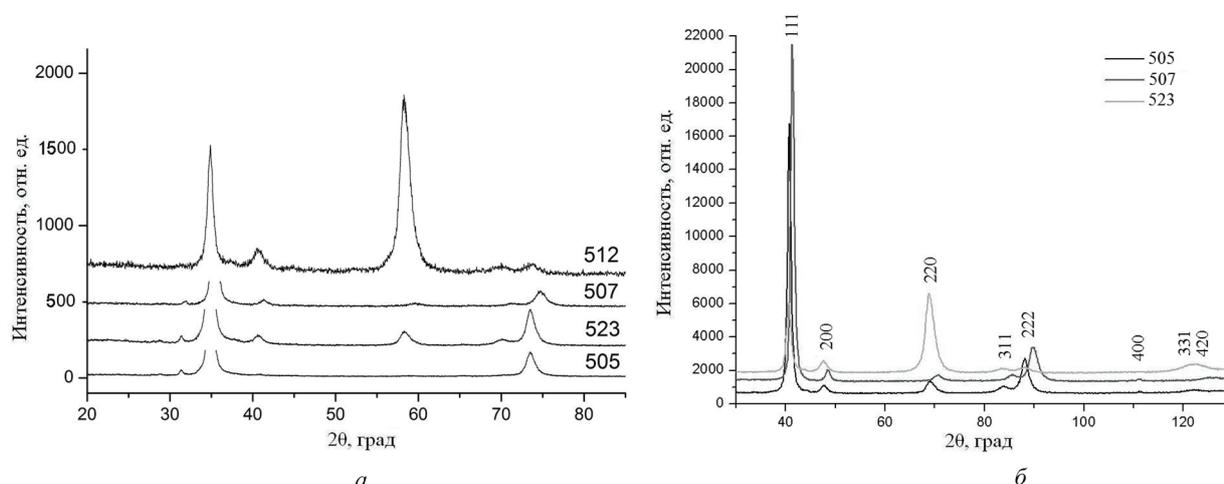


Рис. 2. Рентгеновские дифрактограммы от покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N до облучения (а) и после облучения ионами He<sup>+</sup> с энергией 500 кэВ, флюенс  $2 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> (б)

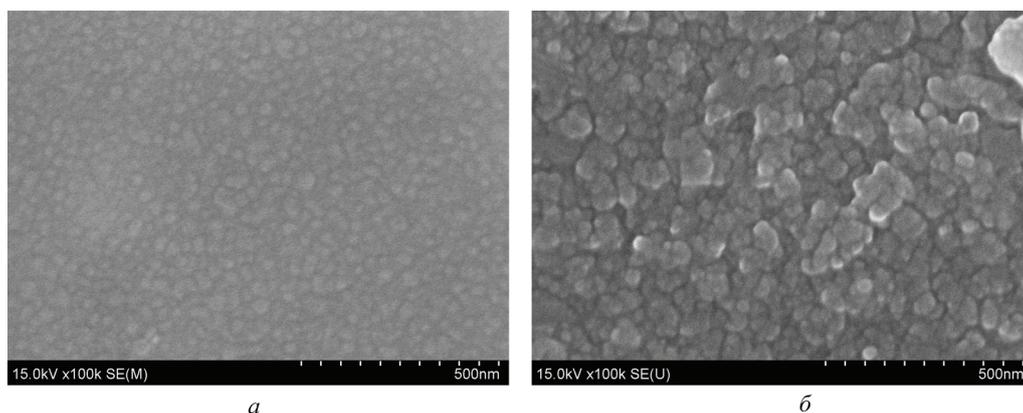


Рис. 3. Фотографии микроструктуры покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N, полученных с помощью сканирующей электронной микроскопии: *a* – исходное покрытие, *б* – облучение He<sup>+</sup>, флюенс  $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>

На рис. 3 представлены фотографии покрытий, полученных методом сканирующей электронной микроскопии (СЭМ).

На фотографиях отчетливо различимы кристаллиты покрытий. На рис. 3, *б* приведена фотография, снятая с области после отслоения части покрытия при облучении ионами гелия с флюенсом  $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>, когда выявляется более структурированный рельеф поверхности. Размер кристаллитов составил величину 240–250 нм до облучения (рис. 3, *а*) и 50–60 нм после облучения ионами гелия с энергией 500 кэВ, флюенс  $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>. Данные результаты подтверждают результаты рентгеноструктурного фазового анализа, где был установлен такой же размер кристаллитов покрытий до и после облучения. Следовательно, облучение высокими флюенсами ионов ( $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>) приводит к сильному измельчению кристаллитов высокоэнтропийных покрытий. Анализ покрытий методом СЭМ не выявил крупных блистеров, следовательно, гелий не агломерируется в масштабные пузыри, по крайней мере до размеров 40–50 нм. Возможно, происходит накопление гелия в структуре покрытий после облучения на наноуровне, как это было показано в работе [14].

На рис. 4 представлены фотографии облученных покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N, полученные с помощью оптической микроскопии.

Как видно из рис. 4, изменения в морфологии покрытий отсутствуют до флюенса облучения  $2 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>. Поверхностная дефектность, которая наблюдается на рис. 4, *а* и *б*, не является радиационно-индуцированной. При флюенсе облучения  $2 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> (рис. 4, *в*) наблюдаются местные повреждения поверхности покрытия, по всей видимости, это результат селективного распыления материала покрытия, преимущественно азота, и накопления мельчайших (наноразмерных) блистеров гелия в материале. О возможности протекания подобных процессов сообщалось в [14; 15]. При флюенсе облучения  $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> (рис. 4, *г*) наблюдаются очаги разрушения покрытия в результате эксфолиации (отшелушивания). Однако в областях разрушения покрытия измеренная твердость составляет 50–60 % твердости исходного покрытия, следовательно, разрушение покрытия происходит не до подложки, а до области локализации максимума концентрации радиационно-индуцированных дефектов и внедренной примеси. Данный факт подтверждается результатами микрорентгеноспектрального элементного анализа, выполненного на специализированной приставке к сканирующему электронному микроскопу Hitachi SU3400, где обнаружен тот же элементный состав в нижней области покрытия после частичного разрушения, как и в области исходного необлученного покрытия. Не обнаружено также образования макро- или микроскопических блистеров в покрытиях при всех исследованных флюенсах облучения.

Для исследования радиационной стойкости механических свойств покрытий после облучения были проведены дюрометрические испытания, результаты которых отображены на рис. 5.

Установлено нелинейное влияние флюенса облучения на микротвердость высокоэнтропийных покрытий. Тенденция такова, что для образцов 505, 507 и 512 происходит упрочнение покрытий до флюенса  $1 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> приблизительно на 4–10 %. Далее при увеличении флюенса

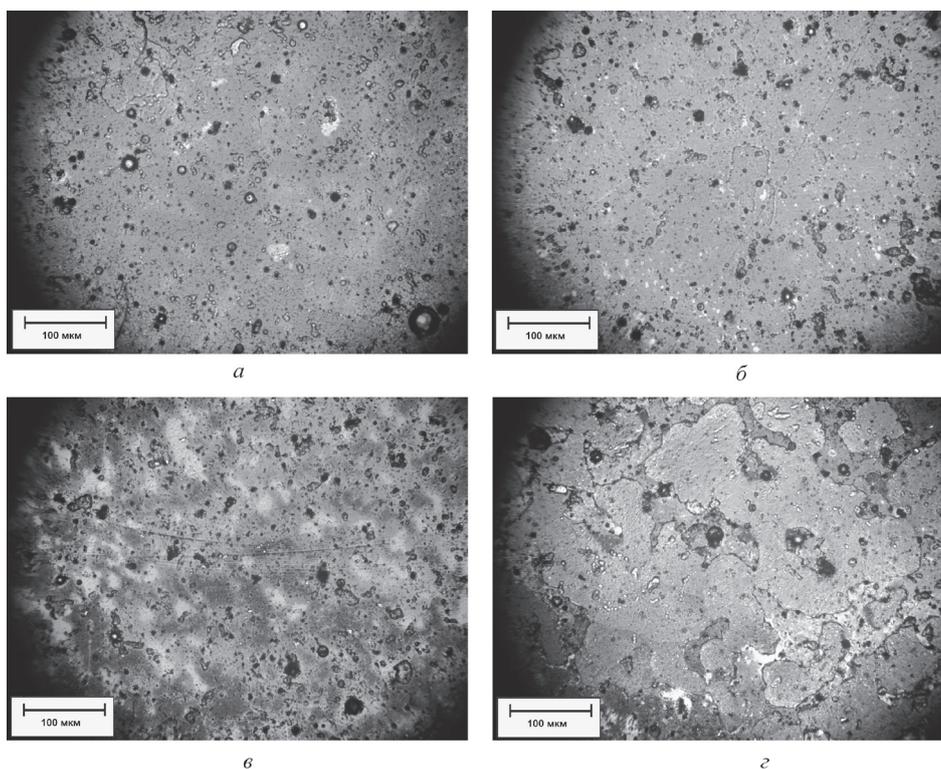


Рис. 4. Фотографии микроструктуры покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N после облучения ионами гелия с энергией 500 кэВ, с флюенсами  $5 \cdot 10^{16}$  ион/см<sup>2</sup> (а),  $1 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> (б),  $2 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> (в),  $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> (г)

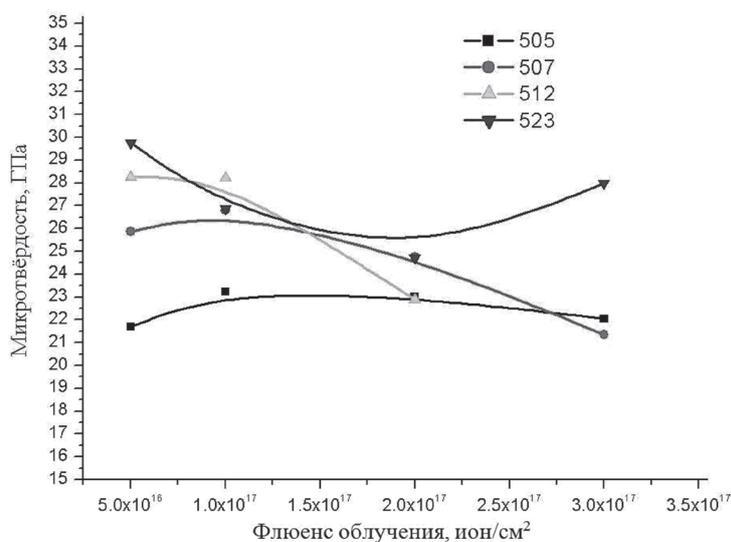


Рис. 5. График зависимости микротвердости покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N от флюенса облучения ионами гелия с энергией 500 кэВ

до  $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> наблюдается уменьшение микротвердости на 9–15 %. Для образца с минимальной концентрацией атомов самого тяжелого компонента – Hf наблюдается противоположная зависимость микротвердости от флюенса ионов гелия. Микротвердость покрытия с ростом флюенса до  $2 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> уменьшается, а затем заметно возрастает при  $D = 3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>. Измерение при этом флюенсе проводилось на неповрежденной части, без следов флекинга, на поверхности покрытия.

Причина такого нелинейного и весьма необычного поведения микротвердости высокоэнтропийных покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N под воздействием облучения ионами гелия кроется в изменениях в кристаллической структуре материала. Облучение материалов высокими флюенсами

высокоэнергетических ионов приводит к ряду радиационно-индуцированных эффектов, рассмотренных ранее в [9]. В нашем случае после облучения отсутствуют выделения новых фаз, не происходит существенного изменения параметра решетки, как было установлено методом рентгеноструктурного фазового анализа, но изменения твердости происходят. Определенный вклад в увеличение твердости при умеренных флюенсах облучения ионами  $\text{He}^+$  вносит обнаруженное нами измельчение зерен в покрытиях. Дальнейшее снижение микротвердости при увеличении флюенса облучения вызвано радиационно-индуцированными релаксационными процессами в высокоэнтропийных покрытиях и, как следствие, увеличением размеров кристаллитов. Накопление дефектов структуры с ростом флюенса ионов также может вызывать уменьшение микротвердости.

**Закключение.** По результатам исследования можно сделать вывод, что высокая энтропия системы (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N стабилизирует формирование однофазной системы в виде неупорядоченного твердого раствора и предотвращает формирование интерметаллических соединений в процессе кристаллизации покрытия. Покрытия имеют структуру с размером кристаллитов 240–250 нм. Установлено, что облучение покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N ионами гелия с энергией 500 кэВ не приводит к заметным изменениям структурно-фазового состояния их до флюенсов около  $2 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> кроме сильного дробления зерен. Также установлено отсутствие блистеринга покрытий при всех исследованных флюенсах облучения. При облучении с флюенсом  $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup> происходит эксфолиация (отшелушивание) пленки покрытия до глубины залегания максимума концентрации радиационно-индуцированных дефектов и внедренного гелия. Обнаружен факт нелинейного влияния флюенса облучения на микротвердость покрытий (Ti, Hf, Zr, V, Nb)N. Установлено, что ионное облучение слабо сказывается на прочностных характеристиках покрытий. Изменения величины микротвердости наблюдаются в пределах 9–17 % при облучении ионами гелия с энергией 500 кэВ в диапазоне флюенсов от  $5 \cdot 10^{16}$  до  $3 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>.

Установленная высокая радиационная стойкость высокоэнтропийных покрытий обусловлена эффективными механизмами рекомбинации точечных радиационно-индуцированных дефектов в наноструктурированных покрытиях, в первую очередь на границах кристаллитов. Можно прогнозировать, что данные покрытия являются перспективными в качестве радиационно-стойких на оболочках ТВЭЛов ядерных реакторов.

### Список использованной литературы

1. Микро- и нанокомпозитные защитные покрытия на основе Ti-Al-N/Ni-Cr-B-Si-Fe / А. Д. Погребняк [и др.] // Журн. техн. физики. – 2011. – Т. 81, вып. 7. – С. 124–131.
2. Стехиометрия, фазовый состав и свойства сверхтвердых наноструктурных пленок Ti-Hf-Si-N, полученные с помощью вакуумно-дугового источника в высокочастотном разряде / А. Д. Погребняк [и др.] // Письма в ЖТФ. – 2011. – Т. 37, вып. 13. – С. 90–97.
3. Analysis of local regions near interfaces in nanostructured multicomponent (Ti-Zr-Hf-V-Nb)N coatings produced by the cathodic-arc-vapor-deposition from an arc of an evaporating cathode / R. Krause-Rechberg [et al.] // The Physics of Metals and Metallography. – 2013. – Vol. 114, N 8. – P. 672.
4. Effects of substrate temperature on the structure and mechanical properties of (TiVCrZrHf)N coatings / S.-Ch. Liang [et al.] // Applied Surface Science. – 2011. – Vol. 257. – P. 7709.
5. High-Entropy Alloys – A New Era of Exploitation / J.-W. Yeh [et al.] // Materials Science Forum. – 2007. – Vol. 560. – P. 1–9.
6. Mechanical performance and nanoindenting deformation of (AlCrTaTiZr)N<sub>Cy</sub> multi-component coatings co-sputtered with bias / S.-Y. Lin [et al.] // Surface and Coatings Technology. – 2012. – Vol. 206, N 24. – P. 5096–5102.
7. Li, A. Thermodynamic analysis of the simple microstructure of AlCrFeNiCu high-entropy alloy with multi-principal elements / A. Li, X. Zhang // Acta Metallurgica Sinica. – 2009. – Vol. 22, N 3. – P. 219–224.
8. Шепелевич, В. Г. Структурно-фазовые превращения в металлах / В. Г. Шепелевич. – Минск: БГУ, 2007. – 167 с.
9. Komarov, F. F. Ion Beam Modification of Metals / F. F. Komarov. – New York: Gordon and Breach, 1992. – 249 p.
10. Радиационная стойкость конструкционных материалов атомных реакторов при облучении высокоэнергетическими ионами водорода и гелия / Ф. Ф. Комаров [и др.] // Инженерно-физ. журн. – 2013. – Т. 86, № 6. – С. 1393–1396.
11. Formation and characterization of nanostructured composite coatings based on the TiN phase F. F. Komarov // Acta Physica Polonica A. 2014. Vol. 125, N 6. P. 1292–1295.
12. Komarov, F. F. Formation of nanostructured TiAlN, TiCrN, and TiSiN coatings using reactive magnetron sputtering / F. F. Komarov, S. V. Konstantinov, V. V. Pilko // J. of Friction and Wear. – 2014. – Vol. 35, N 3. – P. 215–223.
13. Русаков, А. А. Рентгенография металлов / А. А. Русаков. – М.: Атомиздат, 1977. – 480 с.
14. Enhanced radiation tolerance in nitride multilayered nanofilms with small period-thicknesses / M. Hong [et al.] // Applied Physics Letters. – 2012. – Vol. 101. – P. 153117.
15. Enhanced radiation tolerance in nanocrystalline MgGa<sub>2</sub>O<sub>4</sub> / T. D. Shen [et al.] // Applied Physics Letters. – 2007. – Vol. 90. – P. 263115.

Поступило в редакцию 15.07.2015

УДК 537.632/636, 538.94

И. В. КОМИССАРОВ<sup>1</sup>, И. А. СВИТО<sup>2</sup>, А. К. ФЕДОТОВ<sup>2</sup>, С. Л. ПРИЩЕПА<sup>1</sup>**ТРАНСПОРТ ЭЛЕКТРОНОВ В МАССИВАХ ВЕРТИКАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК**

(Представлено академиком В. А. Лабуновым)

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь  
komissarov@bsuir.by; prischepa@bsuir.by<sup>2</sup>Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь  
master184@rambler.ru; fedotov@bsu.by

Экспериментально исследуется электро- и магнитотранспорт массивов преимущественно вертикально ориентированных многослойных углеродных нанотрубок. Показано, что ниже 50 К наиболее адекватной моделью для описания экспериментальных зависимостей удельной проводимости от температуры является модель двумерной слабой локализации. Из аппроксимации экспериментальных данных в рамках этой модели оценены удельное сопротивление углеродных нанотрубок  $(1,2-1,5) \cdot 10^{-3}$  Ом · см и температурная зависимость диффузионной длины потери фазы  $L_{th} \sim T^{-p/2}$  с  $p = 0,78$ .

*Ключевые слова:* углеродные нанотрубки (УНТ), электротранспорт, магнитотранспорт, слабая локализация.

I. V. KOMISSAROV<sup>1</sup>, I. A. SVITO<sup>2</sup>, A. K. FEDOTOV<sup>2</sup>, S. L. PRISCHEPA<sup>1</sup>**ELECTRON TRANSPORT IN ARRAYS OF ALIGNED MULTI-WALLED CARBON NANOTUBES**<sup>1</sup>Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus  
komissarov@bsuir.by; prischepa@bsuir.by<sup>2</sup>Belarusian State University, Minsk, Belarus  
master184@rambler.ru; fedotov@bsu.by

Electrical and magnetotransport in arrays of aligned multi-walled carbon nanotubes are investigated. It is shown that for temperatures below 50 K the 2D weak localization model is the most reliable model for approximation of the experimental data. Electrical resistivity,  $(1,2-1,5) \cdot 10^{-3}$  Ohm · cm, and the temperature dependence of the phase coherence length,  $L_{th} \approx T^{p/2}$  with  $p = 0,78$ , are evaluated from the experimental data in the framework of the 2D weak localization model.

*Keywords:* carbon nanotubes (CNT), electrotransport, magnetotransport, weak localization.

Влияние структуры углеродных нанотрубок (УНТ) на их электронные свойства определяет целый ряд уникальных явлений, которые предсказывались и были в них обнаружены. Так, авторами работы [1] экспериментально было показано, что на расстояниях до 1,6 мкм (длина свободного пробега носителей заряда) в однослойных углеродных нанотрубках (ОСУНТ) с металлическим типом проводимости наблюдается баллистический транспорт, и проводимость таких трубок выражается через квант проводимости  $G_0 = 4e^2 / h$ . Множитель 4 в приведенном выражении указывает на двойное вырождение квантового состояния электрона по спину и по орбитальному моменту. Более того, для одномерных объектов, к которым при определенных условиях можно отнести УНТ, даже очень слабое кулоновское взаимодействие приводит к сильным возмущениям, что в свою очередь вызывает спин-зарядовое разделение. Такое поведение, в отличие от модели Ферми жидкости, объясняется в рамках модели жидкости Латтинжера. В этом случае наблюдается степенная зависимость проводимости от температуры,  $G \sim T^a$ , а также степенная зависимость дифференциальной проводимости от напряжения,  $dI / dV \sim V^a$ . Такого рода зависимости для проводимости и дифференциальной проводимости массива ОСУНТ впервые наблюдались в работе [2]. Более того, поведение проводимости, характерное для жидкости Латтинжера, было экспериментально обнаружено и для многослойных УНТ [3]. Следует отметить еще одно явление, относящееся к квантовой природе электротранспорта в УНТ, обусловлен-

ное их квазиодномерностью. Так, авторами [4] было показано, что для массива многослойных УНТ магнитотранспорт может быть описан в модели одномерной слабой локализации. Вышеперечисленные явления экспериментально наблюдались либо для индивидуальных нанотрубок, либо для массива УНТ, где геометрия нанотрубок и путь протекания тока строго определены. Для систем, где геометрия нанотрубок и протекание тока заданы не так строго, вышеперечисленные эффекты не являются определяющими, и доминирующую роль играют другие механизмы переноса заряда. Например, в работе [5] показано, что для сети ОСУНТ имеет место как механизм прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка, отвечающий сильной локализации, так и механизм двумерной слабой локализации. Таким образом, механизм переноса заряда в массивах УНТ определяется не только размерностью нанотрубок, но и их взаимным расположением. С этой точки зрения массивы вертикально ориентированных УНТ являются интересным объектом для изучения механизмов переноса заряда, в котором возможно проявление «индивидуальных» свойств нанотрубок как следствие их заданной ориентации в массиве.

В данной работе приводятся результаты исследования проводимости и магнитосопротивления в широком диапазоне температур и магнитных полей для массивов вертикально ориентированных УНТ разного диаметра, синтезированных методом химического парофазного осаждения (ХПО) при различных концентрациях ферроцена. Экспериментальные данные анализируются с учетом нескольких возможных механизмов переноса заряда, которые могут быть реализованы в исследуемом сложном объекте.

Массивы вертикально ориентированных УНТ синтезировались инъекционным ХПО методом с использованием термического пиролиза раствора ферроцена в ортоксилоле. Процесс синтеза проводился при атмосферном давлении в трубчатом реакторе. Для осаждения массивов использовались ситалловые и Si/SiO<sub>2</sub> подложки. Были синтезированы образцы с концентрацией ферроцена 1 % (образец 1), 5 % (образец 2) и 10 % (образец 3). Как было показано в [6], диаметр УНТ увеличивался с ростом концентрации ферроцена от 20 нм при 1 % до 50 нм при 10 %. Концентрация ферроцена в инъектируемом растворе, тип подложки и конфигурация контактных площадок представлены в таблице.

**Тип подложки, концентрация ферроцена в растворе, а также конфигурация контактных площадок и отношения интенсивностей  $D$  и  $G$  полос КРС образцов**

Образец	Тип и размеры подложки	Концентрация раствора ферроцена, %	Конфигурация контактных площадок	$I_D / I_G$
1	SiO <sub>2</sub> /Si, 10 × 10 мм <sup>2</sup>	1	Ван дер Пау	0,63
2	SiO <sub>2</sub> /Si, 10 × 10 мм <sup>2</sup>	5	Ван дер Пау	0,43
3	Ситалл, 9 × 3 мм <sup>2</sup>	10	линейная	0,55

Для измерения сопротивления массивов УНТ как функции температуры и магнитного поля на поверхность образцов наносились по 4 контактные площадки из серебра в линейной конфигурации либо в конфигурации Ван дер Пау. Измерения спектров комбинационного рассеяния света (КРС) проводились на конфокальном микроскопе Nanofinder HighEnd компании LotisTII с использованием лазера с длиной волны 473 нм. Исследования морфологии массивов УНТ проводились при помощи сканирующего электронного микроскопа Hitachi S-4800. Результаты этих исследований синтезированных образцов представлены на рис. 1. Как видно из рисунка, УНТ в исследованных образцах действительно имеют ориентацию близкую к вертикальной. Тем не менее, она не является идеально вертикальной, поскольку нанотрубки имеют множественные изгибы, выступы и межтрубочные соединения. Совершенство кристаллической структуры графитовых стенок самих нанотрубок оценивалось с помощью КРС. Для структур на основе графита критерием дефектности, как правило, выступает отношение интенсивностей ( $I_D / I_G$ ) полос  $D$  и  $G$  в спектре КРС [7]. В таблице приведены значения соответствующих отношений для исследуемых образцов.

На рис. 2 приведены температурные зависимости удельной проводимости  $\sigma$  исследуемых массивов УНТ. Видно, что для всех образцов  $\sigma$  растет с температурой. Следует отметить, что возрастание концентрации ферроцена также приводит к увеличению удельной проводимости.

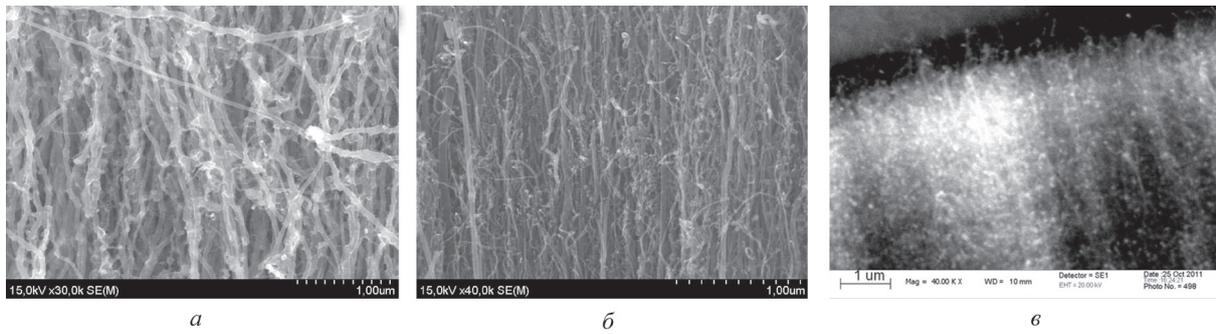


Рис. 1. Изображение в растровом электронном микроскопе поперечного сечения массивов УНТ, синтезированных с разной концентрацией ферроцена: *a* – 1 %, *б* – 5 %, *в* – 10 %

С целью выявления механизмов электротранспорта в исследованных образцах оценим применимость моделей жидкости Латтинжера, прыжковой проводимости и моделей слабой локализации к описанию полученных зависимостей  $\sigma(T)$ .

Как следует из данных растровой электронной микроскопии, исследуемые массивы могут быть в значительной мере представлены как сеть хаотически соединенных между собой УНТ, где перенос заряда между трубками может осуществляться как за счет прямого транспорта вдоль трубок, так и туннелирования через межтрубочные соединения (контакты) между ними. Согласно работе [8], проводимость туннельного контакта, сформированного касаящимися друг друга УНТ, имеет степенную зависимость от температуры. Действительно, ниже 50 К проводимость достаточно хорошо аппроксимируется степенной функцией температуры (рис. 3, *a*). Показатели степени  $\alpha$  зависимости  $G \sim T^\alpha$  равны 0,14, 0,18 и 0,13 для образцов 1, 2 и 3 соответственно. Однако полученные значения показателя степени  $\alpha$  не согласуются с литературными данными для туннельных контактов, образованных многослойными углеродными нанотрубками, для которых наблюдались значения  $\alpha \sim 0,25-0,35$  [9].

Следует отметить, что степенная зависимость проводимости от температуры в квазиодномерных системах может быть объяснена также в рамках механизма прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка (VRH-variable range hopping) [10]. Для механизма VRH удельная проводимость обычно описывается известным соотношением [11]

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left[-\frac{T_0}{T}\right]^{1+D}, \quad (1)$$

где  $D$  – размерность системы;  $T_0$  – характеристическая температура в (1). В результате проведенных исследований установлено, что размерность  $D = 3$  в (1) наилучшим образом описывает экспериментальные кривые (рис. 3, *б*). Из представленных на рис. 3, *б* данных можно оценить значения  $T_0 = 3,4, 25,0$  и  $1,1$  К для образцов 1, 2 и 3 соответственно. Согласно [11],  $T_0 = 21,2 / k_B \xi^3 N_F$ , где  $\xi$  – радиус локализации;  $N_F$  – плотность состояний на уровне Ферми;  $k_B$  – постоянная Больцмана. Принимая максимально известное из литературы значение  $N_F \sim 5 \cdot 10^{21} \text{ eV}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$  [12], получаем нижний предел  $\xi$  для наших образцов, который изменяется в диапазоне от 13 до 40 нм. Данные значения минимально возможного радиуса локализации представляются существенно завышенными для модели сильной локализации. Известно, что в случае сильной локализации характерные значения  $\xi$  не превышают 7–8 нм [13].

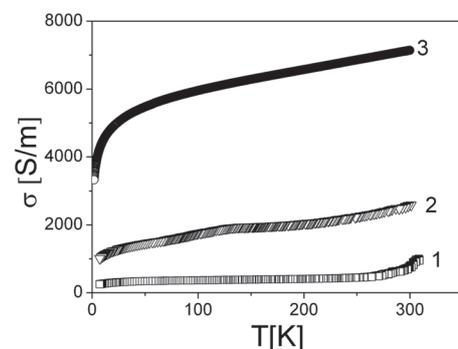


Рис. 2. Зависимость удельной проводимости исследуемых образцов от температуры. Номера кривых соответствуют номерам образцов в таблице

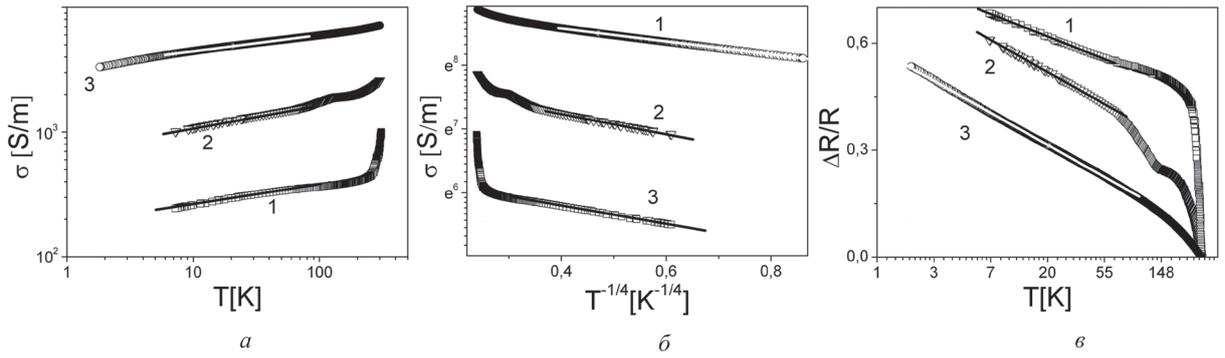


Рис. 3. Зависимость: *a* – удельной проводимости от температуры в log-log координатах; *б* – натурального логарифма удельной проводимости от  $T^{-1/4}$ ; *в* – относительного сопротивления от натурального логарифма температуры. Сплошные линии являются результатом аппроксимации данных согласно моделям, описанным в тексте. Номера кривых соответствуют номерам образцов в таблице

С другой стороны, величины  $T_0 = 3,4$  и  $1,1$  К меньше температуры измерения для кривых 1 и 3. Это означает, что энергия прыжка меньше энергии фононов  $k_B T$ . Следовательно, это не активационный (не прыжковый) механизм проводимости. Об этом говорит и степенной характер зависимостей на рис. 3, *a* при низких температурах. Таким образом, завышенные значения  $\xi$  и низкая энергия активации свидетельствуют о недостаточности лишь одной модели сильной локализации для описания электротранспорта в исследуемой системе.

Проведем оценку возможной степени локализации. Согласно критерию Иоффе–Регеля, в случае слабой локализации произведение радиуса сферы Ферми на длину свободного пробега значительно больше единицы,  $k_F l \gg 1$ , а в случае сильной локализации  $k_F l \ll 1$ . Исходя из концентрации носителей для графитоподобных материалов, с  $n \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , радиус сферы Ферми составляет  $k_F \sim 2,5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$ . Верхнюю границу длины свободного пробега носителей ограничим средним размером кристаллитов стенок УНТ. Оценка размеров кристаллита  $L_a$  можно произвести согласно формуле [7]

$$L_a = (2,4 \cdot 10^{-10}) \lambda_{\text{laser}}^4 \left( \frac{I_D}{I_G} \right)^{-1},$$

где  $\lambda_{\text{laser}}$  – длина волны лазерного излучения. Согласно данным КРС (см. таблицу),  $L_a$  составляет 19, 21 и 26 нм для образцов 1, 2 и 3 соответственно. Таким образом, получаем произведение  $k_F l \sim 5$ , что позволяет говорить о слабой локализации.

В системах со слабой локализацией при низких температурах основной вклад в проводимость могут вносить также так называемые квантовые поправки [14]. Зависимость сопротивления от температуры, обуславливаемая квантовыми поправками, определяется размерностью системы. Учитывая геометрию многослойных УНТ (конечную толщину стенок и наличие полостей), логично предположить, что размерность системы является промежуточной между одномерной и трехмерной, т. е. можно считать, что  $D = 2$ . В этом случае вклад квантовых поправок в сопротивление от температуры может иметь логарифмический характер [14]. Действительно, экспериментальные данные при температуре  $T < 50$  К на рис. 3, *в* хорошо аппроксимируются выражением  $\Delta R / R \sim \ln(T)$ .

Как известно, магнитное поле подавляет слабую локализацию, что обусловлено нарушением интерференции электронных волн на самопересекающихся траекториях, дающих вклад в виде поправки в амплитуду рассеяния электронов. В результате, в случае слабой локализации (без учета электрон-электронного взаимодействия) наблюдается отрицательное магнитосопротивление. На рис. 4 представлены экспериментальные зависимости магнитосопротивления,  $MR = [R(B) - R(0)] / R(0)$ , для образца 3 при  $T < 50$  К. Как следует из эксперимента, магнитосопротивление является отрицательным и его абсолютное значение уменьшается с ростом температуры. Аналогичные результаты получены для образцов 1 и 2.

В случае двумерной слабой локализации магнитосопротивление можно выразить следующей формулой [15]:

$$\frac{\Delta R_{\text{sqr}}(B, T)}{R_{\text{sqr}}(0, T)} = -R_{\text{sqr}}(0, T) \frac{e^2}{2\pi\hbar} \left\{ \psi \left[ \frac{1}{2} + \frac{B_i}{B} \right] - \ln \left[ \frac{B_i}{B} \right] \right\}, \quad (2)$$

где  $R_{\text{sqr}}$  – слоевое сопротивление;  $B$  – индукция магнитного поля;  $\psi$  – дигамма функция;  $B_i = \hbar / (4eD_d \tau_{\text{Th}})$ ,  $D_d$  – коэффициент диффузии носителей заряда;  $\tau_{\text{Th}}$  – время сбоя фазы. Результаты аппроксимации формулой (2), представленные на рис. 4, в виде сплошных линий, хорошо аппроксимируют экспериментальные зависимости для случая положительного магнитного поля. Указанная аппроксимация проводилась всего с двумя подгоночными параметрами,  $B_i$  и  $R_{\text{sqr}}$ . Необходимость выбора слоевого сопротивления  $R_{\text{sqr}}$  в качестве подгоночного параметра обусловлена высокой развитостью поверхности исследуемого массива УНТ и, как следствие, невозможностью установления точной геометрии (длины и сечения) путей протекания тока. Так, удельное сопротивление, полученное непосредственно из измерений (рис. 2) в приближении сплошной пленки при  $T = 5$  К должно составить  $2,5 \cdot 10^{-2}$  Ом · см, что представляется достаточно большим. Поверхностное сопротивление, полученное по результатам аппроксимации кривой магнитосопротивления при 5 К, составляет 6,5 кОм/□. Оценим удельное сопротивление в приближении, что  $R_{\text{sqr}} = \rho / d$  [14], где  $\rho$  – удельное сопротивление, а  $d$  – диаметр нанотрубок. Согласно данным электронной микроскопии, для образца 3 диаметр УНТ может быть оценен как 50 нм, что дает  $\rho \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$  Ом · см. Для образца 2 аппроксимация экспериментальных данных дает значение  $R_{\text{sqr}} = 5,3$  кОм/□, что при диаметре нанотрубок  $\sim 30$  нм приводит к значению  $\rho \approx 1,5 \cdot 10^{-3}$  Ом · см. Эта величина находится в хорошем согласии с литературными данными для удельного сопротивления единичных многослойных УНТ [16]. Из величины  $B_i$  можно рассчитать так называемую длину Таулесса  $L_{\text{Th}} = \sqrt{D_d \tau_{\text{Th}}}$  или диффузионную длину сбоя фазы при разных температурах. На вставке к рис. 4 показана полученная зависимость длины Таулесса от температуры. Видно, что  $L_{\text{Th}}$  уменьшается от 18 до 10 нм в представленном диапазоне температур. Согласно теории двумерной локализации, такая зависимость  $L_{\text{Th}}(T)$  должна иметь степенной характер,  $L_{\text{Th}} \sim T^{-p/2}$ , где показатель степени  $p$  зависит от механизма рассеяния носителей заряда. Для систем, в которых электрон-электронное рассеяние является доминирующим,  $p = 1$  [17; 18]. В нашем случае показатель степени  $p = 0,78$ .

Обсудим возможные причины отклонения экспериментального значения показателя степени  $p$  от 1. Как известно, строгим критерием размерности системы в теории слабой локализации является соотношение толщины проводящего слоя  $t$  и  $L_{\text{Th}}$  – для  $L_{\text{Th}} > t$  систему следует рассматривать как двумерную. В нашем случае проводящим слоем является стенка нанотрубки, диаметр которой, как упоминалось выше для образца 3, близок к 50 нм. Согласно [19], для МУНТ диаметр и толщина стенки нанотрубки связаны линейно,  $t \sim d / 3$ , что дает  $t \approx 17$  нм. Строго говоря, согласно приведенному выше критерию размерности, не все нанотрубки являются двумерными, часть нанотрубок (наиболее толстые) являются уже трехмерными. Очевидно, что с ростом температуры доля «трехмерных» нанотрубок возрастает, и для температуры выше 50 К (рис. 3), согласно модели слабой локализации, об исследуемом образце, по-видимому, можно говорить как о трехмерном, т. е. осуществляется температурный кроссовер из двумерного случая в трехмерный.

Приведенные выше аргументы позволяют качественно объяснить отклонение экспериментального значения  $p = 0,78$  от теоретического  $p = 1$  в предположении доминирующего электрон-электронного рассеяния. Необходимо отметить, что в каналах, в стенках, а также на поверхности нанотрубок исследуемых массивов присутствуют ферромагнитные наночастицы катализатора, причем природа взаимодействия между частицами и УНТ является сложной и в значительной

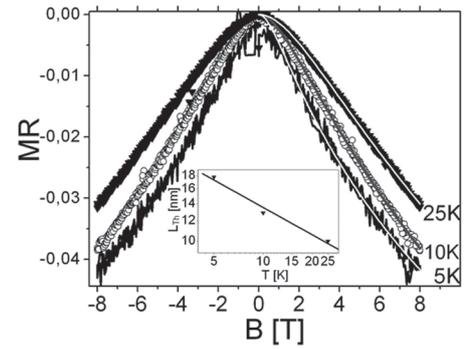


Рис. 4. Магнитосопротивление образца 3 для  $T = 5, 10$  и  $25$  К. Сплошные линии на положительных ветвях экспериментальных кривых построены в соответствии с аппроксимацией данных по (2). На вставке приведена зависимость длины Таулесса  $L_{\text{Th}}$  от температуры

степени определяется свойствами графитовых стенок нанотрубок [6]. Однако для массивов синтезированных из раствора с низкой концентрацией ферроцена (1 %) расстояние между частицами катализатора превышает 100 нм, что выше приведенных оценочных значений длины свободного пробега. Следовательно, вклад в рассеяние носителей заряда, связанный с магнитными моментами наночастиц, представляется ничтожным. Тем не менее, как известно, для графитовых структур наличие дефектов приводит к возникновению локального магнитного момента (ферромагнитного порядка) [20]. Учитывая высокую дефектность стенок УНТ (таблица), рассеяние на магнитных моментах, индуцированных дефектами, должно быть принято во внимание. Для случая магнитных примесей время потери фазы принимает вид  $\tau_{\text{Th}}^{-1}(T) = \tau_{\text{in}}^{-1}(T) + 2\tau_{\text{S}}^{-1}$ , где  $\tau_{\text{in}}$  – время, обусловленное электрон-электронным рассеянием, а  $\tau_{\text{S}}$  соответствует рассеянию на магнитных примесях и не зависит от температуры [17]. Необходимость учета дополнительного, помимо неупругого, механизма рассеяния и приводит, скорее всего, к отклонению показателя степени  $p$  от 1.

Таким образом, нами были проведены измерения проводимости массивов вертикально ориентированных МУНТ синтезированных методом ХПО. Экспериментальные данные аппроксимировались с использованием моделей Латтинжера, прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка (сильная локализация), а также двумерной слабой локализацией. Показано, что наиболее адекватно полученные экспериментальные данные описываются в модели двумерной слабой локализации. Степенная зависимость длины Таулесса от температуры,  $L_{\text{Th}} \sim T^{-p/2}$ , и оцененные из экспериментальных зависимостей магнитосопротивления значения удельного сопротивления нанотрубок,  $(1,2-1,5) \cdot 10^{-3}$  Ом · см, подтверждают правильность выбора модели двумерной слабой локализации для описания транспорта заряда в исследуемой системе для температур ниже 50 К. Величина показателя степени в температурной зависимости длины Таулесса  $p = 0,78$  позволяет утверждать, что доминирующим механизмом рассеяния для температур ниже 50 К является электрон-электронное рассеяние, однако нельзя полностью исключать из рассмотрения и рассеяние на магнитных примесях.

### Список использованной литературы

1. Electron-phonon scattering in metallic single-walled carbon nanotubes / J. Y. Park [et al.] // Nano Letters. – 2004. – Vol. 4, N 3. – P. 517–520.
2. Luttinger-liquid behaviour in carbon nanotubes / M. Bockrath [et al.] // Nature. – 1999. – Vol. 397, N 18. – P. 598–601.
3. Tomonaga-Luttinger liquid and coulomb blockade in multiwall carbon nanotubes under pressure / M. Monteverde [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97. – P. 176401.
4. Luttinger Liquid to Al'tshuler – Aronov Transition in Disordered, Many-Channel Carbon Nanotubes / S. Kar [et al.] // ACSNano. – 2009. – Vol. 3, N 1. – P. 207–212.
5. Magnetoresistance of an entangled single-wall carbon-nanotube network / G. T. Kim [et al.] // Phys. Rev. B. – 1998. – Vol. 58. – P. 16064.
6. Interplay between exchange interaction and magnetic anisotropy for iron based nanoparticles in aligned carbon nanotube arrays / A. L. Danilyuk [et al.] // Carbon. – 2014. – Vol. 68. – P. 337–345.
7. Studying disorder in graphite-based systems by Raman spectroscopy / M. A. Pimenta [et al.] // Phys. Chem. Chem. Phys. – 2007. – Vol. 9. – P. 1276–1290.
8. Electrical transport through carbon nanotube junctions created by mechanical manipulation / H. W. Ch. Postma [et al.] // Phys. Rev. B. – 2000. – Vol. 62. – P. R10653(R).
9. Suppression of tunneling into multiwall carbon nanotubes / A. Bachtold [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2001. – Vol. 87. – P. 166801.
10. Rodin, A. S. Apparent power-law behavior of conductance in disordered quasi-one-dimensional systems / A. S. Rodin, M. M. Fogler // Phys. Rev. Lett. – 2010. – Vol. 105. – P. 106801.
11. Шкловский, Б. И. Электронные свойства легированных полупроводников / Б. И. Шкловский, А. Л. Эфрос. – Москва: Наука, 1979.
12. Температурная зависимость электросопротивления и магнетосопротивления компактизированных наноконструкций из многослойных углеродных нанотрубок со структурой вложенных конусов / В. И. Цебро [и др.] // ЖЭТФ. – 1998. – Т. 113, № 6. – С. 2221–2228.
13. Spin-polarized and normal hopping magnetoresistance in heavily doped silicon / A. Fedotov [et al.] // Acta Physica Polonica A. – 2014. – Vol. 125, N 6. – P. 1271–1274.
14. Lee, P. A. Disordered electronic systems / P. A. Lee, T. V. Ramakrishnan // Rev. Mod. Phys. – 1985. – Vol. 57, N 2. – P. 287–337.

15. Electronic properties of graphite nanotubules from galvanomagnetic effects / S. N. Song [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1994. – Vol. 72. – P. 697.
16. Resistivity reduction of boron-doped multiwalled carbon nanotubes synthesized from a methanol solution containing boric acid / S. Ishii [et al.] // Applied Physics Letters. – 2008. – Vol. 92, N 20. – P. 202116.
17. Quantum transport in a multiwalled carbon nanotube / L. Langer [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1996. – Vol. 76, N 3. – P. 479–482.
18. Consistent picture of strong electron correlation from magnetoresistance and tunneling conductance measurements in multiwall carbon nanotubes / N. Kang [et al.] // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 66. – P. 241403(R).
19. On the elastic properties of carbon nanotube-based composites: modeling and characterization / E. Thostenson [et al.] // J. of Physics D. – 2003. – Vol. 36, N 5. – P. 573–582.
20. *Cervenka, J.* Room-temperature ferromagnetism in graphite driven by two-dimensional networks of point defects / J. Cervenka, M. I. Katsnelson, C. F. J. Flipse // Nature Physics. – 2009. – Vol. 5. – P. 840–844.

*Поступило в редакцию 29.06.2015*

УДК 539.12

*Е. М. ОВСИЮК, К. В. ДАШУК, О. В. ВЕКО***ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ВСЕЛЕННОЙ ДЕ СИТТЕРА:  
ФОРМАЛИЗМЫ МАЙОРАНЫ–ОППЕНГЕЙМЕРА И ДАФФИНА–КЕММЕРА,  
ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ***(Представлено членом-корреспондентом Л. М. Томильчиком)**Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина, Мозырь, Беларусь  
e.ovsiyuk@mail.ru; kristinash2@mail.ru; vekoolga@mail.ru*

Обобщенный тетрадный комплексный формализм Майораны–Оппенгеймера применен для исследования электромагнитного поля в осциллирующей Вселенной де Ситтера в нестатических сферически-симметричных координатах. С помощью  $D$ -функций Вигнера проведено отделение в комплексном векторном поле  $E_j(x) + iB_j(x)$  угловых переменных  $(\theta, \phi)$  от переменных  $(t, r)$ . Система дифференциальных уравнений в переменных  $(t, r)$  решена точно. Исследовано соотношение между комплексным 3-векторным формализмом Майораны–Оппенгеймера и 10-компонентным подходом Даффина–Кеммера–Петье. На этой основе построены электромагнитные волны магнитного и электрического типов в двух формализмах. В подходе Даффина–Кеммера–Петье построен класс решений градиентного типа в кулоновской и лоренцевской калибровках.

*Ключевые слова:* электромагнитное поле, осциллирующая Вселенная де Ситтера, нестатические координаты, формализм Майораны–Оппенгеймера, формализм Даффина–Кеммера.

*Е. М. OVSIYUK, K. V. DASHUK, O. V. VEKO***ELECTROMAGNETIC FIELD IN OSCILLATING DE SITTER UNIVERSE:  
MAJORANA–OPPENHEIMER AND DUFFIN–KEMMER APPROACHES, EXACT SOLUTIONS***Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin, Mozyr, Belarus  
e.ovsiyuk@mail.ru; kristinash2@mail.ru; vekoolga@mail.ru*

The tetrad-based generalized complex formalism by Majorana–Oppenheimer is applied to examine an electromagnetic field in oscillating de Sitter Universe in nonstatic spherically symmetric coordinates. With the help of Wigner  $D$ -functions we separate the angular  $(\theta, \phi)$ -dependence in the complex vector field  $E_j(x) + iB_j(x)$  from the  $(t, r)$ -dependence. After that, the system of differential equations in  $(t, r)$  variables is solved exactly. Relations between the complex 3-vector Majorana–Oppenheimer formalism and the 10-component Duffin–Kemmer–Petiau approach have been examined. On this basis, electromagnetic waves of magnetic and electric types have been constructed in the both formalisms. In the Duffin–Kemmer–Petiau formalism, the class of gradient-type solutions is constructed in Coulomb and Lorentz gauges.

*Keywords:* electromagnetic field, oscillating de Sitter Universe, nonstatic coordinates, Majorana–Oppenheimer approach, Duffin–Kemmer approach.

**Введение.** В последние годы вырос интерес к комплексному формализму Майораны–Оппенгеймера и матричному формализму Даффина–Кеммера–Петье, в частности, интерес к их применению в электродинамике в римановых пространствах [1–16].

Вопрос об изучении фундаментальных полей частиц на фоне нестационарных Вселенных, моделей де Ситтера и анти де Ситтера имеет долгую историю. Особая значимость этих геометрий состоит в их простоте и высокой симметрии групп, лежащих в их основе, что дает возможность найти точные аналитические решения некоторых основных задач классической и квантовой теории поля в искривленных пространствах. В частности, существуют специальные представления для фундаментальных волновых уравнений, Дирака и Максвелла, которые явно инвариантны относительно соответствующих групп симметрии  $SO(4, 1)$  и  $SO(3, 2)$  для этих моделей.

© Овсиюк Е. М., Дашук К. В., Веко О. В., 2015.

В настоящей работе формализмы Майораны–Оппенгеймера и Даффина–Кеммера–Петье применены для исследования электромагнитного поля в (осциллирующей) Вселенной анти де Ситтера. С помощью  $D$ -функций Вигнера [17] отделена угловая зависимость от  $(t, r)$ -переменных. Нестатическая геометрия модели анти де Ситтера приводит к определенной зависимости электромагнитных колебаний от временной переменной. Построены точные решения уравнений Максвелла в подходе Майораны–Оппенгеймера. Установлена взаимосвязь 3-векторного комплексного формализма и 10-мерного формализма Даффина–Кеммера–Петье. На этой основе в подходе Даффина–Кеммера–Петье построены электромагнитные волны магнитного и электрического типов, а также решения градиентного типа.

**Формализм Майораны–Оппенгеймера.** Исходим из матричной формы уравнений Максвелла в подходе Майораны–Оппенгеймера

$$\alpha^c \left( e_{(c)}^{\rho} \partial_{\rho} + \frac{1}{2} j^{ab} \gamma_{abc} \right) \Psi = 0, \quad \alpha^0 = -iI, \quad \Psi = \begin{vmatrix} 0 \\ \mathbf{E} + i\mathbf{B} \end{vmatrix},$$

или в более детальном виде

$$-i \left( e_{(0)}^{\rho} \partial_{\rho} + \frac{1}{2} j^{ab} \gamma_{ab0} \right) \Psi + \alpha^k \left( e_{(k)}^{\rho} \partial_{\rho} + \frac{1}{2} j^{ab} \gamma_{abk} \right) \Psi = 0. \quad (1)$$

Ниже понадобятся выражения для матрицы  $\alpha^k$  и шесть генераторов 3-вектора комплексного представления группы  $SO(3, C)$ . Будем использовать обозначения

$$j^{23} = S^1, \quad j^{31} = S^2, \quad j^{12} = S^3, \quad j^{01} = iS^1, \quad j^{02} = iS^2, \quad j^{03} = iS^3.$$

Рассмотрим уравнение (1) в нестатических координатах пространства де Ситтера (осциллирующая Вселенная)

$$x^{\alpha} = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, r, \theta, \phi), \quad dS^2 = dt^2 - \cos^2 t [dr^2 + \sinh^2 r (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]$$

и соответствующей тетраде

$$e_{(0)}^{\alpha} = (1, 0, 0, 0), \quad e_{(1)}^{\alpha} = \left( 0, 0, \frac{1}{\cos t \sinh r}, 0 \right),$$

$$e_{(2)}^{\alpha} = \left( 0, 0, 0, \frac{1}{\cos t \sinh r \sin \theta} \right), \quad e_{(3)}^{\alpha} = \left( 0, \frac{1}{\cos t}, 0, 0 \right).$$

Матричное уравнение Максвелла примет вид

$$\left\{ -i \frac{\partial}{\partial t} + i \tan t (\alpha^1 S^1 + \alpha^2 S^2 + \alpha^3 S^3) + \frac{1}{\cos t} \left( \alpha^3 \partial_r + \frac{\alpha^1 S^2 - \alpha^2 S^1}{\tanh r} \right) + \frac{1}{\cos t \sinh r} \Sigma_{\theta\phi} \right\} \Psi = 0, \quad \Sigma_{\theta\phi} = \alpha^1 \frac{\partial}{\partial \theta} + \alpha^2 \frac{\partial}{\partial \phi} + S^3 \frac{\cos \theta}{\sin \theta}.$$

Будем диагонализировать квадрат и третью проекцию полного углового момента, что соответствует подстановке для полевой функции

$$\Psi = \begin{vmatrix} 0 \\ \varphi_1(t, r) D_{-1} \\ \varphi_2(t, r) D_0 \\ \varphi_3(t, r) D_{+1} \end{vmatrix};$$

$D$ -функции Вигнера обозначены как  $D_{\sigma} = D_{-m, \sigma}^j(\phi, \theta, 0)$ ,  $\sigma = -1, 0, +1$ . С помощью рекуррентных формул [17]

$$\begin{aligned}\partial_\theta D_{-1} &= \frac{1}{2}(aD_{-2} - vD_0), \quad \frac{m - \cos\theta}{\sin\theta} D_{-1} = \frac{1}{2}(aD_{-2} + vD_0), \\ \partial_\theta D_0 &= \frac{1}{2}(vD_{-1} - vD_{+1}), \quad \frac{m}{\sin\theta} D_0 = \frac{1}{2}(vD_{-1} + vD_{+1}), \\ \partial_\theta D_{+1} &= \frac{1}{2}(vD_0 - aD_{+2}), \quad \frac{m + \cos\theta}{\sin\theta} D_{+1} = \frac{1}{2}(vD_0 + aD_{+2}),\end{aligned}$$

где  $v = \sqrt{j(j+1)}$ ,  $a = \sqrt{(j-1)(j+2)}$ , находим действие углового оператора

$$\Sigma_{\theta\phi}\Psi = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} (\varphi_1 + \varphi_3)D_0 \\ -i\varphi_2D_{-1} \\ i(\varphi_1 - \varphi_3)D_0 \\ +i\varphi_2D_{+1} \end{vmatrix}.$$

Далее получаем 4 уравнения для трех функций:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{2}{\tanh r}\right)\varphi_2 + \frac{v/\sqrt{2}}{\sinh r}(\varphi_1 + \varphi_3) &= 0, \\ -\left(\cos t \frac{\partial}{\partial t} + 2\sin t\right)\varphi_1 - \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{\tanh r}\right)\varphi_1 - \frac{v/\sqrt{2}}{\sinh r}\varphi_2 &= 0, \\ -\left(\cos t \frac{\partial}{\partial t} + 2\sin t\right)\varphi_2 + \frac{v/\sqrt{2}}{\sinh r}(\varphi_1 - \varphi_3) &= 0, \\ -\left(\cos t \frac{\partial}{\partial t} + 2\sin t\right)\varphi_3 + \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{\tanh r}\right)\varphi_3 + \frac{v/\sqrt{2}}{\sinh r}\varphi_2 &= 0.\end{aligned}$$

Выделив специальный множитель

$$\varphi_j(t, r) = \frac{1}{\cos^2 t} \frac{1}{\sinh r} F_j(t, r),$$

получим более простые уравнения:

$$\begin{aligned}(1') \quad \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{\tanh r}\right)F_2 + \frac{v/\sqrt{2}}{\sinh r}(F_1 + F_3) &= 0, \\ (2') \quad -\cos t \frac{\partial}{\partial t} F_1 - \frac{\partial}{\partial r} F_1 - \frac{v/\sqrt{2}}{\sinh r} F_2 &= 0, \\ (3') \quad -\cos t \frac{\partial}{\partial t} F_2 + \frac{v/\sqrt{2}}{\sinh r}(F_1 - F_3) &= 0, \\ (4') \quad -\cos t \frac{\partial}{\partial t} F_3 + \frac{\partial}{\partial r} F_3 + \frac{v/\sqrt{2}}{\sinh r} F_2 &= 0.\end{aligned}$$

Первое уравнение не является независимым: оно может быть получено из трех остальных. Таким образом, далее используем три уравнения для функций  $F_1, F_2, F_3$  в следующем виде (пусть  $b = v/\sqrt{2}$ ):

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} F_2 = \frac{b}{\cos t \sinh r} (F_1 - F_3), \quad \cos t \frac{\partial}{\partial t} (F_1 + F_3) + \frac{\partial}{\partial r} (F_1 - F_3) &= 0, \\ \cos t \frac{\partial}{\partial t} (F_1 - F_3) + \frac{\partial}{\partial r} (F_1 + F_3) + \frac{2b}{\sinh r} F_2 &= 0.\end{aligned} \quad (2)$$

Исключим  $F_2$  из третьего уравнения в (2). Для этого дифференцируем уравнение по времени, а затем учтем выражение для  $\partial_t F_2$

$$\cos t \frac{\partial}{\partial t} \cos t \frac{\partial}{\partial t} (F_1 - F_3) + \cos t \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial r} (F_1 + F_3) + \frac{2b^2}{\sinh^2 r} (F_1 - F_3) = 0;$$

введем обозначения  $F = F_1 + F_3$ ,  $G = F_1 - F_3$ . В результате вместо (2) будем использовать эквивалентную систему

$$\begin{aligned} \cos t \frac{\partial}{\partial t} F_2 &= \frac{b}{\sinh r} G, & \cos t \frac{\partial}{\partial t} F &= -\frac{\partial}{\partial r} G, \\ \left( -\cos t \frac{\partial}{\partial t} \cos t \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2b^2}{\sinh^2 r} \right) G &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Вместо  $t$  введем координату согласно

$$\cos t \frac{d}{dt} = \frac{d}{d\tau}, \quad \tau = \operatorname{arctanh}(\sin t).$$

Система (3) может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \left( -\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2b^2}{\sinh^2 r} \right) G &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \tau} F_2 &= \frac{b}{\sinh r} G, & \frac{\partial}{\partial \tau} F &= -\frac{\partial}{\partial r} G. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение для  $G(t, r)$  решается методом разделения переменных

$$G = T(\tau)R(r), \quad T(\tau) = e^{-i\omega\tau}, \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \omega^2 - \frac{j(j+1)}{\sinh^2 r} \right) R(r) = 0.$$

Чтобы решить уравнение для функции  $R(r)$ , сделаем замену переменной  $z = 1 - e^{-2r}$ , введем подстановку  $R = z^a (1-z)^b f(z)$ ; при  $a = j+1$ ,  $-j$ ;  $b = \pm\omega/2$  для функции  $f(z)$  получаем уравнение гипергеометрического типа с параметрами

$$\gamma = 2a, \quad \alpha = a + b - \frac{i\omega}{2}, \quad \beta = a + b + \frac{i\omega}{2}.$$

Уравнения (4) дают возможность по найденной функции  $f(z)$  получить представления для  $F_2(t, r)$  и  $F(t, r)$ :

$$F_2(t, r) = -\frac{1}{i\omega} e^{-i\omega\tau} \frac{b}{\sin r} R(r), \quad F(t, r) = +\frac{1}{i\omega} e^{-i\omega\tau} \frac{d}{dr} R(r).$$

**Соотношение между формализмами Майораны–Оппенгеймера и Даффина–Кеммера; волны магнитного и электрического типов.** В отличие от подхода Майораны–Оппенгеймера подход Даффина–Кеммера позволяет следить за калибровочными степенями свободы электромагнитного поля. Чтобы связать два формализма, будем исходить из известных структур для электромагнитного комплексного 3-вектора и 10-мерной полевой функции

$$\begin{aligned} \Psi &= e^{-i\omega t} (0, \varphi_1 D_{-1}, \varphi_2 D_0, \varphi_3 D_{+1}), \\ \Phi &= e^{-i\omega t} [f_1 D_0; f_2 D_{-1}, f_3 D_0, f_4 D_{+1}; \\ & f_5 D_{-1}, f_6 D_0, f_7 D_{+1}; f_8 D_{-1}, f_9 D_0, f_{10} D_{+1}]. \end{aligned}$$

Из сравнения следует

$$\varphi_2 = f_6 - i f_9, \quad \varphi_1 = f_5 - i f_8, \quad \varphi_3 = f_7 - i f_{10}.$$

Учитывая ограничения по пространственной четности, получаем два класса решений:

$$\begin{aligned} P &= (-1)^{j+1}, \quad \varphi_2 = -i f_9, \quad \varphi_1 = f_5 - i f_8, \quad \varphi_3 = -f_5 - i f_8; \\ P &= (-1)^j, \quad \varphi_2 = f_6, \quad \varphi_1 = f_5 - i f_8, \quad \varphi_3 = f_5 + i f_8. \end{aligned}$$

Обратные соотношения имеют вид

$$P = (-1)^{j+1}, \quad f_9 = i\varphi_2, \quad f_5 = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_3), \quad f_8 = \frac{i}{2}(\varphi_1 + \varphi_3);$$

$$P = (-1)^j, \quad f_6 = \varphi_2, \quad f_5 = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_3), \quad f_8 = \frac{i}{2}(\varphi_1 - \varphi_3).$$

Удобно выделить специальный множитель, а затем использовать следующие комбинации:

$$\varphi_j = \frac{1}{\cos^2 t \sinh r} F_j \Rightarrow F = F_1 + F_3, \quad G = F_1 - F_3, \quad F_2.$$

Несложно показать, что для состояний электромагнитного поля с четностью  $P = (-1)^{j+1}$ , оба подхода дают эквивалентные системы. Они описывают решения магнитного типа.

Обратимся к состояниям с четностью  $P = (-1)^j$ , в этом случае имеем 6 уравнений. Сначала рассмотрим первые три уравнения, в которых присутствуют только (относящиеся к тензору) функции:

$$\left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{\tan r} \right) F_2 + \frac{\nu}{\sin r} F = 0,$$

$$-\cosh t \frac{\partial}{\partial t} F_2 + \frac{\nu}{\sin r} G = 0, \quad \cosh t \frac{\partial}{\partial t} F + \frac{\partial}{\partial r} G = 0. \quad (5)$$

Можно показать, что уравнения (5) эквивалентны уравнениям, полученным в подходе Майораны–Оппенгеймера. Это решения электрического типа.

Рассмотрим три оставшихся уравнения из системы Даффина–Кеммера. Они могут быть преобразованы в 3 уравнения для 6 функций  $g_1, g_2, g_3, G, F, F_2$ :

$$f_1 = \frac{g_1}{\cosh t}, \quad f_2 = \frac{g_2}{\cosh t}, \quad f_3 = \frac{g_3}{\cosh t},$$

$$\left( -\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2\nu^2}{\sinh^2 r} + \cosh t \frac{\partial}{\partial t} \cosh t \frac{\partial}{\partial t} \right) G = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} g_2 + \frac{\nu}{\sin r} g_1 = \frac{F/2}{\sin r}, \quad \frac{\partial}{\partial \tau} g_3 - \frac{\partial}{\partial r} g_1 = \frac{F_2}{\sin r}.$$

Из двух последних уравнений видно, что они не позволяют вычислить функции  $g_1, g_2, g_3$  по известным функциям  $F_2, F$ . Эта ситуация ожидаема из-за существования калибровочной свободы в электродинамике.

Чтобы получить описание волн электрического типа в калибровке Лоренца, нужно согласовать уравнения с условием Лоренца:

$$-\frac{2\nu}{\sin r} g_2 + (\cosh t \partial_t + 2 \sinh t) g_1 - \left( \partial_r + \frac{2}{\tan r} \right) g_3 = 0.$$

Исключив функции  $g_2, g_3$ , получаем

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 3 \tanh t \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{\cosh^2 t} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{\tan r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{j(j+1)}{\sin^2 r} \right) + 2 \right] g_1 = 0. \quad (6)$$

Очевидно, это  $(t, r)$ -часть конформно-инвариантного безмассового волнового уравнения в пространстве де Ситтера

$$\left( \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \sqrt{-g} g^{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x^\beta} + 2 \right) \Phi = 0.$$

Уравнение (6) с помощью подстановки

$$g_1 = \frac{g_1(t) g_1(r)}{\cosh t \sin r}$$

приводит к уравнениям в разделенных переменных

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \omega^2 - \frac{j(j+1)}{\sin^2 r} \right) g_1(r) = 0, \quad \left( \frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) g_1(\tau) = 0.$$

Функции  $g_2(t, r)$  и  $g_3(t, r)$ , определяемые соотношениями

$$\frac{\partial}{\partial \tau} g_2 = -\frac{v}{\sin r} g_1 + \frac{F/2}{\sin r}, \quad \frac{\partial}{\partial \tau} g_3 = \frac{\partial}{\partial r} g_1 + \frac{F_2}{\sin r},$$

дают нам полное описание волн электрического типа в калибровке Лоренца.

Кроме того, в подходе Даффина–Кеммера в лоренцевской калибровке могут быть построены решения градиентного типа, не будем на этом останавливаться детально.

**Заключение.** Обобщенный тетрадный комплексный формализм Майораны–Оппенгеймера применен для исследования электромагнитного поля в осциллирующей Вселенной де Ситтера. С помощью  $D$ -функций Вигнера проведено отделение угловых переменных  $(\theta, \phi)$  в векторном поле  $E_j(x) + iB_j(x)$  от переменных  $(t, r)$ . Система дифференциальных уравнений в переменных  $(t, r)$  решена точно. Нестатическая геометрия модели де Ситтера приводит к определенной зависимости электромагнитных колебаний от временной переменной. Установлена связь 3-векторного комплексного формализма с 10-мерным матричным формализмом Даффина–Кеммера–Петье. На этой основе построены электромагнитные волны магнитного и электрического типов в обоих подходах.

Авторы благодарны В. М. Редькову за помощь и советы. Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований в рамках сотрудничества между Беларусью и Украиной (грант Ф13К-079), а также в рамках сотрудничества между Беларусью и Арменией (грант Ф14АРМ-021).

### Список использованной литературы

1. Silberstein, L. Elektromagnetische Grundgleichungen in bivectorieller Behandlung / L. Silberstein // Ann. Phys. (Leipzig). – 1907. – Vol. 22. – P. 579–586.
2. Silberstein, L. Nachtrag zur Abhandlung Über elektromagnetische Grundgleichungen in bivectorieller Behandlung / L. Silberstein // Ann. der Phys. – 1907. – Vol. 24. – P. 783–784.
3. Majorana, E. Scientific Papers. (Unpublished). Deposited at the «Domus Galileana» / E. Majorana. – Pisa, quaderno 2. – P. 101/1; 3, P. 11, 160; 15, P. 16; 17, P. 83, 159.
4. Oppenheimer, J. Note on Light Quanta and the Electromagnetic Field / J. Oppenheimer // Rev. – 1931. – Vol. 38. – P. 725–746.
5. Weber, H. Die partiellen Differential-Gleichungen der mathematischen Physik nach Riemann's Vorlesungen / H. Weber. – Braunschweig, 1901.
6. Bialynicki-Birula, I. On the Wave Function of the Photon / I. Bialynicki-Birula // Acta Phys. Polon. – 1994. – Vol. 86. – P. 97–116.
7. Bialynicki-Birula, I. Photon Wave Function / I. Bialynicki-Birula // Progress in Optics. – 1996. – Vol. 36. – P. 248–294.
8. Sipe, J. Photon Wave Functions / J. Sipe // Phys. Rev. A. – 1995. – Vol. 52. – P. 1875–1883.
9. Gersten, A. Maxwell equations as the one photon quantum equation / A. Gersten // Found. of Phys. Lett. – 1998. – Vol. 12. – P. 291–298.
10. Rodrigues, W. A. The Many Faces of Maxwell, Dirac and Einstein Equations. Lecture Notes in Physics / W. A. Rodrigues, E. C. de Oliveira // The Many Faces of Maxwell, Dirac and Einstein Equations. Lecture Notes in Physics. – Springer, 2007. – Vol. 722.
11. Red'kov, V. The Lorentz Group, Noncommutative Space-Time, and Nonlinear Electrodynamics in Majorana-Oppenheimer Formalism / V. Red'kov, E. Tolkachev // NPCS. – 2010. – Vol. 13. – P. 249–266.
12. Maxwell Equations in Complex form of Majorana–Oppenheimer, Solutions with Cylindric Symmetry in Riemann  $S_3$  and Lobachevsky  $H_3$  spaces / A. A. Bogush [et al.] // Ricerche di matematica. – 2010. – Vol. 59. – P. 59–96.
13. Red'kov, V. Majorana–Oppenheimer Approach to Maxwell Electrodynamics. Part II. Curved Riemannian Space / V. M. Red'kov, N. G. Tokarevskaya, G. J. Spix // Adv. Appl. Clifford Algebras. – 2013. – Vol. 23. – P. 165–178.
14. Ovsyuk, E. M. Majorana–Oppenheimer Approach to Maxwell Electrodynamics. Part III. Electromagnetic Spherical Waves in Spaces of Constant Curvature / E. M. Ovsyuk, V. M. Red'kov, N. G. Tokarevskaya // Adv. Appl. Clifford Algebras. – 2013. – Vol. 23. – P. 153–163.
15. Electromagnetic Field on de Sitter Expanding Universe: Majorana–Oppenheimer Formalism, Exact Solutions in non-Static Coordinates / O. V. Veko [et al.] // NPCS. – 2014. – Vol. 17. – P. 17–39.
16. Ovsyuk, E. M. Maxwell Electrodynamics and Boson Fields in Spaces of Constant Curvature / E. M. Ovsyuk, V. V. Kisel, V. M. Red'kov. – New York, 2014.
17. Варшалович, Д. А. Квантовая теория углового момента / Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский. – Ленинград, 1975.

Поступило в редакцию 29.06.2015

УДК 535.14

М. ЭСКАНДЕРИ<sup>1</sup>, А. В. ЛЕОНОВ<sup>1</sup>, И. Д. ФЕРАНЧУК<sup>2</sup>**АНАЛИЗ РЕЛАКСАЦИИ ТРЕХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЫ ВНЕ РАМОК  
ПРИБЛИЖЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ВОЛНЫ***(Представлено академиком С. Я. Килиным)*<sup>1</sup>*Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси, Минск, Беларусь  
cosmic.mahdi@gmail.com; leonov.bsu@gmail.com*<sup>2</sup>*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь  
iferanchuk@gmail.com*

В настоящей работе исследуются квазистационарные энергетические состояния трехуровневой системы в V-конфигурации, находящейся в управляющем резонансном поле. Целью исследования является определение условий, при которых возможно существенное влияние на вероятность спонтанного излучения в такой системе. Показано, что выход за рамки приближения вращающейся волны значительно изменяет спонтанные ширины линий.

*Ключевые слова:* двухуровневая система, резонансное поле, квазистационарные уровни.

M. ESKANDARI<sup>1</sup>, A. V. LEONOV<sup>1</sup>, I. D. FERANCHUK<sup>2</sup>**ANALYSIS OF A RELAXATION IN A THREE-LEVEL SYSTEM OUT OF FRAMEWORK  
OF THE ROTATING WAVE APPROXIMATION**<sup>1</sup>*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
cosmic.mahdi@gmail.com, leonov.bsu@gmail.com*<sup>2</sup>*Belarusian State University, Minsk, Belarus  
iferanchuk@gmail.com*

Quasi-stationary states of the V-configuration three-level system in a driving resonant field is considered in the present article. The main goal of the analysis is to define the conditions when the essential impact on spontaneous emission is possible in this system. It is shown that the spontaneous linewidths substantially change if they are calculated outside the framework of the rotating wave approximation.

*Keywords:* two-level system, resonant field, quasi-stationary levels.

**Введение.** В настоящее время большой интерес вызывает возможность управления процессами релаксации в квантовых системах с помощью внешних полей. В частности, недавно в [1] было экспериментально продемонстрировано динамическое подавление спектральных линий при резонансной флуоресценции квантовой системы, обусловленное интерференцией амплитуд перехода релаксирующих состояний. Теоретический анализ эффекта изменения ширины линий излучения квантовых систем при воздействии на них монохроматическим полем лазера рассматривался во многих работах. Насколько нам известно, впервые такая возможность была описана в [2; 3]. Детальное теоретическое исследование этого явления рассматривалось в [4] при описании эволюции двухуровневой системы в резонансном поле. Существенно, что во всех этих работах «одетые» состояния излучающей двухуровневой системы, находящейся в управляющем поле лазера, описывались в рамках приближения вращающейся волны (ПВВ).

В [5; 6] для состояний двухуровневого атома в одномодовом резонансном квантовом поле было найдено аналитическое приближение, которое остается равномерно-пригодным (РПП) во всем диапазоне изменения амплитуды резонансного поля. Было показано [7; 8], что выход за

рамки ПВВ существенно изменяет эволюцию состояний такой системы. Согласно [5; 6] условие применимости ПВВ определяется неравенством

$$\Omega_R < \Omega, \quad (1)$$

где  $\Omega$  – частота резонансного поля;  $\Omega_R$  – частота Раби двухуровневой системы.

С другой стороны, динамическое управление процессами спонтанного излучения двухуровневой системы наиболее эффективно в том случае, когда время жизни относительно спонтанного распада велико по сравнению с периодом осцилляций Раби, что соответствует условию «сильной связи» системы с управляющим полем [9]:

$$\Omega_R > \Gamma, \quad (2)$$

где  $\Gamma$  – ширина линии спонтанного излучения рассматриваемой двухуровневой системы, используется система единиц, где  $\hbar = c = 1$ .

Таким образом, существует такой диапазон изменения характерных параметров системы ( $\Gamma < \Omega_R < \Omega$ ), когда поправки, обусловленные «антивращающимися» слагаемыми в гамильтониане двухуровневой системы, могут быть существенными при детальном описании спектра флуоресценции и вычислении параметров поля, при которых «управление» эволюцией будет наиболее эффективным. Анализ роли таких поправок при формировании спектра спонтанного излучения и является целью настоящей работы. Чтобы не загромождать результаты большим количеством параметров, исследование проведено для достаточно простой модели атомной системы с V-конфигурацией в расположении энергетических уровней (рис. 1).

**Основная часть.** Как известно [10], задача о вычислении радиационной ширины уровней относительно спонтанного излучения при взаимодействии атома с вакуумным электромагнитным полем состоит в построении квазистационарных решений уравнения Шрёдингера:

$$\begin{aligned} \hat{H}|\psi\rangle &= E|\psi\rangle; \\ \hat{H} &= \hat{H}_a + \hat{H}_r + \hat{H}_e + \hat{V}_r + \hat{V}_e. \end{aligned} \quad (3)$$

Для принятой 3-уровневой схемы (рис. 1) различные вклады в полный гамильтониан системы  $\hat{H}$  в нерелятивистском случае определяются формулами (частота внешнего «управляющего» поля определяет энергетический масштаб в системе и без нарушения общности можно положить  $\Omega = 1$ ):

$$\begin{aligned} \hat{H}_a &= -E_0 |\chi_0\rangle\langle\chi_0| + \frac{1}{2}\Delta\sigma_3; \\ \hat{H}_e &= a^\dagger a; \quad \hat{V}_e = f\sigma_1(a + a^\dagger); \quad (4) \\ \hat{H}_r &= \sum_{\mathbf{k},s} \omega_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k},s}^\dagger b_{\mathbf{k},s}; \\ \hat{V}_r &= -\frac{e}{m_e} \sum_{\mathbf{k},s} \left( \frac{2\pi}{V\omega_{\mathbf{k}}} \right)^{1/2} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} (e_{\mathbf{k},s} \hat{\mathbf{p}}) (b_{-\mathbf{k},s}^\dagger + b_{\mathbf{k},s}). \end{aligned}$$

В приведенных уравнениях величина  $(-E_0)$ ,  $E_0 > 0$ , определяет энергию основного состояния атома (в единицах  $\Omega$ ), соответствующего вектору  $|\chi_0\rangle$ ; энергетическое расщепление возбужденных состояний  $|\chi_{\uparrow,\downarrow}\rangle$  с энергиями соответственно  $\pm\frac{1}{2}\Delta$ , в пространстве которых действуют матрицы Паули  $\sigma_i$ ; константа взаимодействия атома с внешним полем  $f$  пропорциональна дипольному моменту перехода между возбужденными состояниями;  $a^\dagger, a$  – операторы уничтожения и рождения квантов внеш-

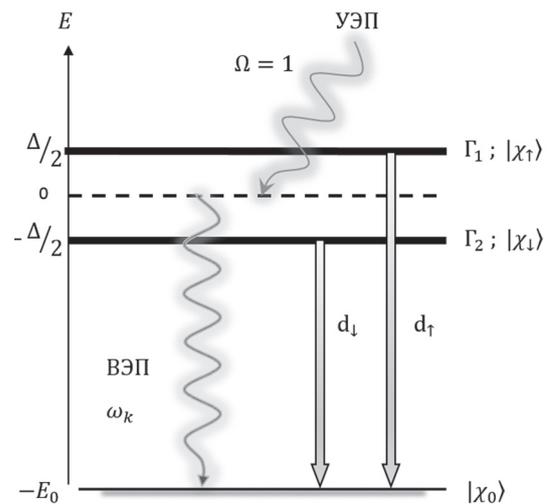


Рис. 1. Схема энергетических уровней V-конфигурации. УЭП – управляющее электромагнитное поле; ВЭП – вакуумное электромагнитное поле

него монохроматического поля; операторы  $b_{\mathbf{k},s}^\dagger, b_{\mathbf{k},s}$  – соответственно операторы рождения и уничтожения фотонов вакуумного электромагнитного поля с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , частотой  $\omega_{\mathbf{k}}$  и поляризацией  $e_{\mathbf{k},s}$ ; заряд, масса и оператор импульса атомного электрона обозначены соответственно  $e, m_e, \hat{\mathbf{p}}$ ;  $V$  – нормировочный объем. В рассматриваемой системе единиц частота Раби, соответствующая  $n$ -квантовому состоянию резонансного поля, определяется соотношением

$$\Omega_R = 2f\sqrt{n}. \quad (4)$$

Для дальнейших вычислений определим новый базисный набор возбужденных состояний атома при точном учете его взаимодействия с «управляющим» резонансным полем, так называемые одетые состояния атома, по принятой в квантовой оптике терминологии [11] (отметим, что взаимодействие поля с атомом в основном состоянии пропорционально квадрату амплитуды поля и далее не учитывается). Эти состояния представляют собой точные решения следующего уравнения [5]:

$$\left\{ \frac{1}{2} \Delta \sigma_3 + \Omega a^\dagger a + f \sigma_1 (a + a^\dagger) - E_{np}^{(0)} \right\} |\Psi_{np}\rangle = 0. \quad (5)$$

Таким образом, вместо двух возбужденных состояний у «одетого» атома возникает спектр состояний с квазиэнергиями  $E_{np}$ , зависящими от квантового числа  $n$ , которое определяет число фотонов внешнего поля, и квантового числа  $p = \pm 1$ , связанного с оператором четности, коммутирующим с гамильтонианом двухуровневой системы в квантовом поле

$$\hat{P} |\Psi_{np}\rangle \equiv \sigma_3 e^{i\pi a^\dagger a} |\Psi_{np}\rangle = p |\Psi_{np}\rangle. \quad (6)$$

В большинстве работ в качестве «одетых» состояний атома используются решения уравнения (5) в рамках ПВВ, которые приводят к простым аналитическим выражениям для спектра квазиэнергий. Однако в соответствии с результатами [5] ПВВ справедливо только в области достаточно малых значений  $\Omega_R < 1$ , так что поправки к квазиэнергиям, обусловленные «антивращающимися» слагаемыми в уравнении (5) могут быть сравнимы с радиационной шириной возбужденных состояний. Для выхода за рамки ПВВ можно использовать точное решение уравнений (5), (6), найденное в [5] в следующем виде:

$$|\Psi_{np}\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{q=\pm} C_{kq}^{np} |k, f\rangle |\chi_q\rangle, \quad (7)$$

где коэффициенты разложения  $C_{kq}^{np}$  при любых квантовых числах и константе связи  $f$  находятся численно с помощью быстро сходящейся рекуррентной процедуры, основанной на операторном методе [12] и описанной в [5], причем

$$|n, f\rangle = \frac{(a^\dagger + f)^n}{\sqrt{n!}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^k}{k!} (a^\dagger)^k |0_a\rangle e^{-f^2/2}; \quad a |0_a\rangle = 0; \quad |\chi_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\chi_{\uparrow}\rangle \pm |\chi_{\downarrow}\rangle).$$

Однако более удобным для практических расчетов является аналитическое РПП решение уравнений (5), (6), которое было впервые найдено в работе [5] (см. также [7]). Приведем явный вид этого решения

$$\begin{aligned} E_{np}^{(0)} &= (n + \frac{1}{2}q) - f^2 + \frac{1}{4}p\Delta(S_{nn} + S_{n+q, n+q}) - \frac{1}{2}qM; \\ q &= p(-1)^n; \quad M = \{[1 - \frac{1}{2}\Delta(-1)^n(S_{nn} - S_{n+q, n+q})]^2 + \Delta^2 S_{n, n+q}^2\}^{1/2}; \\ S_{km} &= (-1)^m \exp(-2f^2)(2f)^{k-m} \sqrt{\frac{m!}{k!}} L_m^{k-m}(4f^2); \quad m \leq k; \quad S_{km} = S_{mk}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $L_m^k(x)$  – полиномы Лагерра; симметричная матрица  $S_{mk}$  возникает вследствие учета точного интеграла движения (6) при вычислении квазиэнергий «одетого» атома.

В этом же нулевом приближении ОМ интересующие нас коэффициенты разложения (7) волновой функции определяются следующими соотношениями [5]:

$$C_{l+}^{np} \approx B_{np}[\gamma\delta_{ln} + \delta_{l,n+q}]; \quad C_{l-}^{np} \approx pB_{np}[(\gamma S_{nm} + S_{n,n+q})\delta_{ln} + (\gamma S_{n+q,n} + S_{n+q,n+q})\delta_{l,n+q}];$$

$$q = p(-1)^n; \quad B_{np}^2 = [(\gamma^2 + 1) + (\gamma S_{nm} + S_{n,n+q})^2 + (\gamma S_{n+q,n} + S_{n+q,n+q})^2]^{-1}; \quad (9)$$

$$\gamma = -\frac{p\Delta S_{n,n+q}}{2\Omega - 2f^2 + p\Delta S_{nm} - E_{np}} = -\frac{p\Delta S_{n,n+q}}{\frac{p\Delta}{2}(S_{nm} - S_{n+q,n+q}) - q\Omega + qM},$$

где  $\delta_{kl}$  – символ Кронекера, коэффициент  $B_{np}$  определяется условием нормировки. Отметим, что согласно [13], в практически важном случае достаточно слабого взаимодействия, но интенсивного «управляющего» поля  $f \ll 1$ ;  $n \gg 1$  формулы (8), (9) существенно упрощаются и все величины зависят только от частоты Раби (4), которую можно считать постоянной и отнесенной к среднему значению  $\bar{n}$ , связанному с мощностью  $W$  и длительностью  $\tau$  импульса поля

$$\bar{n} = \frac{W\tau}{\hbar\Omega}; \quad \Omega_R = 2f\Omega\sqrt{\bar{n}}.$$

**Расчет ширины уровней. Численные результаты.** Время жизни возбужденного состояния определяется переходом атома в основное состояние с испусканием фотона ( $\mathbf{k}_s$ ), соответствующего возбуждению вакуумного электромагнитного поля в резонаторе. По предположению, можно пренебречь взаимодействием управляющего электромагнитного поля с атомом, находящимся в основном состоянии. Это означает, что внешнее поле переходит в одно из своих стационарных состояний с определенным числом фотонов  $m$ . Таким образом, волновая функция системы в первом приближении по радиационному взаимодействию определяется следующей линейной комбинацией:

$$|\Psi_{np}^{(1)}\rangle = |\Psi_{np}\rangle + \sum_{m\mathbf{k}_s} B_{m\mathbf{k}_s}^{np} |\Psi_{m\mathbf{k}_s}\rangle;$$

$$|\Psi_{m\mathbf{k}_s}\rangle = |\chi_0, m\rangle b_{\mathbf{k},s}^\dagger |0_b\rangle; \quad |\chi_0, m\rangle = |\chi_0\rangle \frac{1}{\sqrt{m!}} (a^\dagger)^m |0_a\rangle.$$

Коэффициенты  $B_{m\mathbf{k}_s}$  в рассматриваемом приближении по  $\hat{V}_r$  вычисляются непосредственно из уравнения (3)

$$B_{m\mathbf{k}_s}^{np} = -\frac{1}{m + \omega_{\mathbf{k}} - E_0 - E_{np} - i0} \langle \chi_0, m | d_{\mathbf{k}_s} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | \Psi_{np} \rangle; \quad d_{\mathbf{k}_s} = -\frac{e}{m_e} \left( \frac{2\pi}{V\omega_{\mathbf{k}}} \right)^{1/2} (\mathbf{e}_{\mathbf{k},s} \hat{\mathbf{p}}).$$

Учет второго порядка по взаимодействию с вакуумным полем в приближении Вейскопфа–Вигнера [10] приводит к уравнению для определения комплексных значений для энергии квазистационарных состояний

$$E_{np} = -\sum_{m\mathbf{k}_s} \frac{|\langle \chi_0, m | d_{\mathbf{k}_s} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | \Psi_{np} \rangle|^2}{m + \omega_{\mathbf{k}} - E_0 - E_{np} - i0}.$$

В предположении, что мнимая часть энергии мала по сравнению с действительной, решение этого уравнения для энергии одного из возбужденных состояний «одетого» атома имеет вид

$$E_{np} \approx E_{np}^{(0)} + \delta E_{np} - i \frac{\Gamma_{np}}{2};$$

$$\Gamma_{np} = 2\pi \sum_{m\mathbf{k}_s} |\langle \chi_0, m | d_{\mathbf{k}_s} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | \Psi_{np} \rangle|^2 \delta(m + \omega_{\mathbf{k}} - E_0 - E_{np}^{(0)}).$$

При использовании определения (7) для волновой функции «одетого» атома можно выразить матричный элемент от оператора его взаимодействия с вакуумным полем через матричные элементы переходов реального атома

$$\langle \chi_0, m | d_{\mathbf{k}s} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | \Psi_{np} \rangle = \sum_{lq} C_{lq}^{np} \langle \chi_0 | d_{\mathbf{k}s} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | \chi_q \rangle \langle m | l, f \rangle. \quad (10)$$

Как будет видно из дальнейшего, явный вид матричного элемента  $\langle m | l, f \rangle$  между различными состояниями внешнего поля нам не понадобится, хотя его и можно найти в аналитическом виде [13].

Используем теперь дипольное приближение в матричных элементах взаимодействия с вакуумным полем и определим обычным образом векторы, пропорциональные дипольным моментам атомных переходов, участвующих в радиационной релаксации,

$$\mathbf{d}_{\uparrow, \downarrow} = \frac{e}{m_e} \langle \chi_0 | \hat{\mathbf{p}} | \chi_{\uparrow, \downarrow} \rangle.$$

Тогда после стандартного суммирования по поляризациям и интегрированию по волновым векторам испускаемых фотонов в формуле (10) получаем следующий результат:

$$\Gamma_{np} = \frac{2}{3} \sum_{m < (E_{np} + E_0)} (E_{np}^{(0)} + E_0 - m) \left| \sum_l \langle l, f | m \rangle [C_{l+}^{np} (\mathbf{d}_{\uparrow} + \mathbf{d}_{\downarrow}) + C_{l-}^{np} (\mathbf{d}_{\uparrow} - \mathbf{d}_{\downarrow})] \right|^2. \quad (11)$$

Формула (11) получена в рамках обычных приближений, используемых при вычислении радиационного времени жизни в нерелятивистском случае. Несмотря на то что ширина уровня представлена суммой положительно определенных слагаемых, она не сводится к простой сумме ширин возбужденных состояний свободного атома, а содержит также вклад, определяемый интерференцией матричных элементов обоих переходов.

В работе [7] была получена оценка для ширины уровня, справедливая при любой амплитуде поля. Однако в настоящей работе мы проведем аналитическое вычисление непосредственно по формуле (11) с учетом неравенства (1). В этом случае для интеграла перекрытия  $\langle l, f | m \rangle$  справедливо соотношение [13]

$$\langle l, f | m \rangle = \delta_{mn} + O\left(\frac{\Omega_R^2}{\Omega^2}\right) = \delta_{mn} + O(f^2 n).$$

Тогда формула (11) преобразуется к виду

$$\Gamma_{np} \approx \frac{2}{3} \sum_m (E_{np}^{(0)} + E_0 - m) \left| [C_{m+}^{np} (\mathbf{d}_{\uparrow} + \mathbf{d}_{\downarrow}) + C_{m-}^{np} (\mathbf{d}_{\uparrow} - \mathbf{d}_{\downarrow})] \right|^2.$$

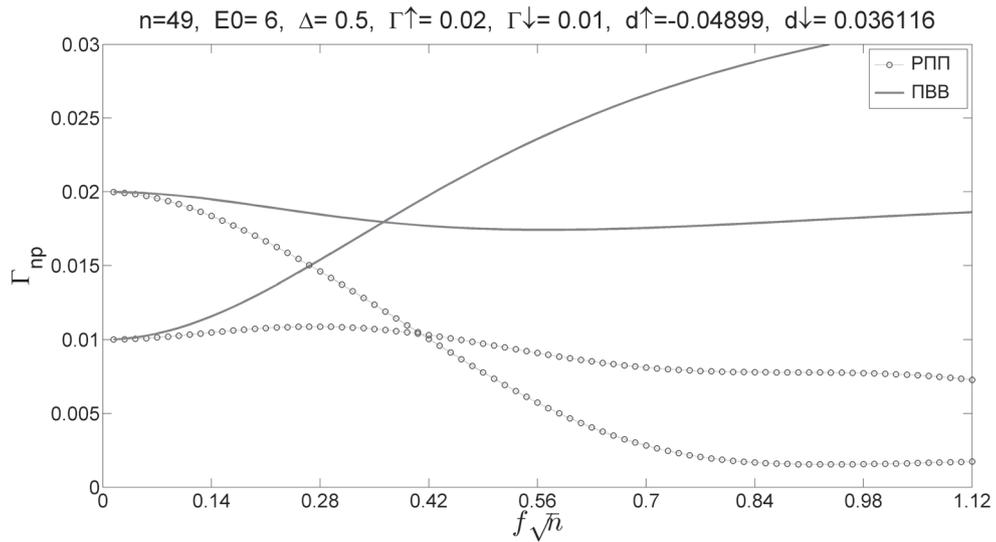


Рис. 2. Зависимость ширины возбужденных уровней от константы связи вдали от резонанса, вычисленная в рамках ПВВ (сплошная линия) и РПП (пунктирная). Верхняя и нижняя кривые отвечают четности ( $p = 1, p = -1$ ) соответственно

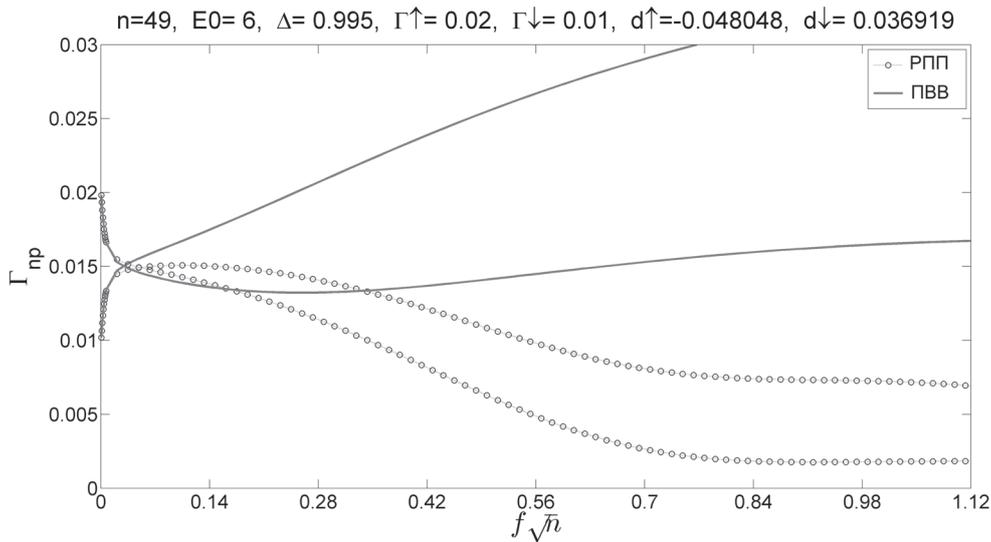


Рис. 3. То же, что на рис. 2, но вблизи резонанса

После алгебраических преобразований находим

$$\Gamma_{np} \equiv \frac{2}{3} [|\mathbf{d}_{\uparrow}|^2 D_{\uparrow}^{np} + |\mathbf{d}_{\downarrow}|^2 D_{\downarrow}^{np} + 2\text{Re}(\mathbf{d}_{\uparrow}\mathbf{d}_{\downarrow}^*) D_{\pm}^{np}];$$

$$\Gamma_{\uparrow,\downarrow} = \frac{4}{3} (E_0 \pm \Delta / 2) |\mathbf{d}_{\uparrow,\downarrow}|^2;$$

$$D_{\uparrow,\downarrow}^{np} = \sum_m (E_{np}^{(0)} + E_0 - m) |C_{m\pm}^{np} \pm C_{m\mp}^{np}|^2; \quad D_{\pm}^{np} = \sum_m (E_{np}^{(0)} + E_0 - m) [|C_{m+}^{np}|^2 - |C_{m-}^{np}|^2].$$

Введенные определения  $\Gamma_{\uparrow,\downarrow}$  совпадают с шириной возбужденных уровней свободного атома, тогда как все остальные величины связаны с перенормировкой дипольного момента в «одетом» атоме, обусловленной интерференцией в суперпозиционном состоянии, возникшем вследствие взаимодействия атома с внешним полем.

На рис. 2, 3 сравниваются результаты расчета ширины уровней, выполненные в рамках ПВВ и РПП при разных значениях параметров системы. Значения этих параметров выбраны соответствующими эксперименту [1] и условиям (2). Как видим, ширина линии при расчетах в рамках ПВВ и РПП имеет качественно различное поведение в зависимости от константы связи.

**Заключение.** Таким образом, в настоящей работе показано, что динамику переходов между уровнями квантовой системы в резонансном электромагнитном поле необходимо рассматривать вне рамок приближения вращающейся волны даже при достаточно слабой связи между системой и полем. Это обусловлено высокой чувствительностью интерференционных слагаемых в амплитудах спонтанного излучения к вкладу нерезонансных гармоник, формирующих энергетические уровни «одетого» атома. Полученные результаты существенны при выборе параметров поля, используемого для управления процессами эволюции в атомных системах.

#### Список использованной литературы

1. Dynamically Controlled Resonance Fluorescence Spectra from a Doubly Dressed Single InGaAs Quantum Dot / Y. He [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2015. – Vol. 114. – Art. 097402. – P. 1–4.
2. Feranchuk, I. About possibility of a decrease in the radiation width of excited levels of atoms and nuclei / I. Feranchuk // Phys. Lett. – 1985. – Vol. 83A. – P. 126–129.
3. Kocharovskaya, O. Coherent amplification of an ultrashort pulse in a three-level medium without a population inversion / O. Kocharovskaya, Ya. I. Khanin // JETP Lett. – 1988. – Vol. 48. – P. 630–634; Scully M. O., Zhu S. Y., Gavrielides A. // Phys. Rev. Lett. – 1989. – Vol. 62. – P. 2813; Cardimona D. A., Raymer M. G., Stroud C. R. // J. Phys. B. – 1982. – Vol. 55. – P. 15–21.
4. Scully, M. O. Spectral Line Elimination and Spontaneous Emission Cancellation via Quantum Interference / M. O. Scully, S. Y. Zhu // Phys. Rev. Lett. – 1996. – Vol. 76. – P. 388–391; Ficek, H. Z. Fluorescence and absorption by a two-level atom in

a bichromatic field with one strong and one weak component / Z. Ficek, H. S. Freedhoff // Phys. Rev. D. – 1996. – Vol. 53. – P. 4275–4287.

5. *Feranchuk, I. D.* Two-level system in a one-mode quantum field: numerical solution on the basis of the operator method / I. D. Feranchuk, L. I. Komarov, A. P. Ulyanenko // J. Phys. A.: Math. Gen. – 1996. – Vol. 29. – P. 4035–4047.

6. *Irish, E. K.* Generalized rotating-wave approximation for arbitrarily large coupling / E. K. Irish // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 99. – Art. 173601. – P. 1–4; Erratum: // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 99. – Art. 259901. – P. 1.

7. *Feranchuk, I. D.* Control of the atom (nucleus) lifetime in the excited state by means of a low-frequency external field / I. D. Feranchuk, L. I. Komarov, A. P. Ulyanenko // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. – 2002. – Vol. 35. – P. 3957–3965.

8. *Feranchuk, I. D.* Strong field effects in the evolution of a two-level system / I. D. Feranchuk, A. V. Leonov // Phys. Lett. A. – 2011. – Vol. 375, N 3. – P. 385–389.

9. *Scully, M. O.* Quantum optics / M. O. Scully, M. S. Zubairy. – Cambridge: Cambridge University Press, 1997. – 630 p.

10. *Heitler, W.* Quantum Theory of Radiation / W. Heitler. – Oxford: Clarendon, 1936. – 685 p.

11. *Килин, С. Я.* Квантовая оптика: Поля и их детектирование / С. Я. Килин. – 2-е изд. – М.: УРСС, 2003. – 176 с.

12. Nonperturbative description of quantum systems / I. Feranchuk [et al.]. – Berlin: Springer, 2015. – 360 p.

13. *Feranchuk, I.* Two-level system in a single mode quantum field / I. D. Feranchuk, A. V. Leonov. – Berlin: LAP, Berlin, 2013. – 135 p.

*Поступило в редакцию 07.09.2015*

## ХИМИЯ

УДК 535.514.4:668.816

*Т. Г. КОСМАЧЕВА, Я. В. АКУЛИЧ, Н. А. ИВАНОВА, академик В. Е. АГАБЕКОВ*  
**СВЕТСТОЙКИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ПЛЕНКИ С РАСШИРЕННЫМ  
СПЕКТРАЛЬНЫМ ДИАПАЗОНОМ**

*Институт химии новых материалов НАН Беларуси, Минск, Беларусь*  
6068992@mail.ru; ichnm-lpp@mail.ru; nadezh\_iva@mail.ru; agabekov@ichnm.basnet.by

Йодные ПВС пленки, модифицированные хризофенином и IR-806, были испытаны на устойчивость к облучению «белым» светом. Установлено, что такие анизотропные пленки светостойки и эффективно поляризуют в ближних УФ- и ИК-областях спектра.

*Ключевые слова:* поливиниловый спирт, полимерная пленка, поляризующая способность, дихроичные красители, светостойкость.

*T. G. KOSMACHEVA, Y. V. AKULICH, N. A. IVANOVA, V. E. AGABEKOV*

**LIGHT-RESISTANT POLARIZING FILMS WITH AN EXTENDED SPECTRAL RANGE**

*Institute of Chemistry of New Materials of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*  
6068992@mail.ru; ichnm-lpp@mail.ru; nadezh\_iva@mail.ru; agabekov@ichnm.basnet.by

The iodine PVA films modified with chrysophenine and IR-806 dyes were tested for resistance to exposure by «white» light. It is established that such anisotropic films are lightfast and efficiently polarize in the near UV and IR regions of the spectrum.

*Keywords:* polyvinyl alcohol, polymer film, polarizing ability, dichroic dyes, lightfastness.

**Введение.** Разработка поляризующих полимерных пленок для видимой и ближних УФ- и ИК-областей спектра и изучение их оптических свойств представляет практический интерес, поскольку они являются обязательными компонентами устройств, используемых в ЖК-индикаторах и идентификаторах латентного изображения, электрических дисплеях, оптических светофильтрах и других оптоэлектронных устройствах.

**Цель работы** – создание светостойчивых поляризующих ПВС-пленок для ближних УФ- и ИК-областей спектра со значениями светопропускания  $\geq 60$  % и поляризующей способности  $\geq 95$  % в интервале длин волн от 350 до 880 нм.

**Экспериментальная часть.** Объектами исследований являлись йодсодержащие поляризующие пленки на основе ПВС [1; 2], модифицированные красителями хризофенином и IR-806 (2-[2-[2-chloro-3-[2-[1,3-dihydro-3,3-dimethyl-1-(4-sulfobutyl)-2H-indol-2-ylidene]-ethylidene]-1-cyclopenten-1-yl]-ethenyl]-3,3-dimethyl-1-(4-sulfobutyl)-3H-indolium hydroxide, inner salt sodium salt).

Исходная композиция для отлива ПВС-пленок, окрашенных дихроичными красителями, представляет собой водно-спиртовой раствор полимера, содержащий глицерин (пластификатор), KI (дихроичный агент), KBr, борную кислоту и тетраборат натрия (желирующие добавки) [3].

Принцип действия йодного поливинилспиртового поляризатора основан на дихроизме поглощения анизотропного комплекса ПВС – йод [4; 5]. Спектры поглощения йодных поляризующих пленок, содержащих 0,5 масс. % KI, имеют слабо выраженные максимумы при  $\lambda = 360$  нм и  $\lambda = 600$ –700 нм, где наблюдалась их высокая поляризующая способность (98–99 %) [6].

Для расширения спектрального диапазона йодных ПВС-пленок состав поливочной композиции модифицировали введением дихроичных красителей хризофенина и IR-806 с максимумами поглощения 389 и 806 нм соответственно.

Устойчивость ПВС-пленок к воздействию света оценивали при облучении лампой Osram 300W Ultra-Vitalux (имитатор солнечного света) в течение 100 ч. В процессе облучения периодически записывали спектры поглощения в неполяризованном свете на спектрофотометре SOLAR PV 1251В. Спектры поглощения, пропускания и поляризующую способность (ПС) пленок в диапазоне 200–1120 нм регистрировали в поляризованном свете на спектрофотометре Ocean Optics HR 4000 CG.

Поляризующую способность пленки рассчитывали по формуле [7]

$$ПС = (T_{\max} - T_{\min}) / (T_{\max} + T_{\min}),$$

где  $T_{\max}$  и  $T_{\min}$  – экспериментально найденные значения пропускания пленкой света, линейно-поляризованного в параллельном и перпендикулярном направлениях относительно оси ориентации пленки.

Спектрально-поляризационные характеристики йодных ПВС-пленок с красителем IR-806 в количестве 0,05–0,25 масс. % имеют высокие значения ПС 79,1–99,5 % и светопропускания  $T_{\max} = 38,2–83,3$  % в диапазоне длин волн 500–865 нм. При концентрации красителя IR-806 0,19 масс. % ПВС-пленка характеризуется ПС  $\geq 95$  % в интервале длин волн 460–890 нм (рис. 1, а).

Пленки с красителем IR-806 обладают высокими значениями дихроизма ( $R_D = 18,6$ ) и ориентационного параметра  $S$  (0,89), что указывает на параллельное расположение молекулярной оси красителя и полимерных цепей ПВС.

Таким образом, применение дихроичного красителя IR-806 позволило расширить спектральный диапазон для йодных поляризационных ПВС-пленок от 600 до 865 нм с сохранением поляризующей способности от 95,4 до 99,5 %.

Ранее было установлено [8], что одноосно ориентированная йодная ПВС-пленка, содержащая краситель хризофенин, поляризует свет в области 350–750 нм (ПС  $\geq 97$  %).

Для получения йодсодержащих пленок эффективных в ближних УФ- и ИК-областях спектра использовали добавки смеси красителей – хризофенина и IR-806. Йодные ПВС-пленки, окрашенные смесями данных красителей, эффективно поляризуют свет в широком спектральном диапазоне. Концентрация красителя IR-806 во всех образцах составляла 0,1 масс. %.

Поляризующая способность пленок в области длин волн 450 нм изменяется от 86,7 до 99,4 % при увеличении добавки хризофенина от 0,05 до 0,15 масс. % соответственно. В видимой области спектра 600–650 нм ПС также увеличивается от 90,0 до 99,2 % с изменением соотношения концентраций красителей. В ближней ИК-области спектра 850–880 нм поляризующая способность окрашенных ПВС-пленок составляет 89,9–98,6 %. Следует отметить, что при введении в пленку по 0,1 масс. % каждого из красителей,  $T_{\max}$  достигает максимально высоких значений –

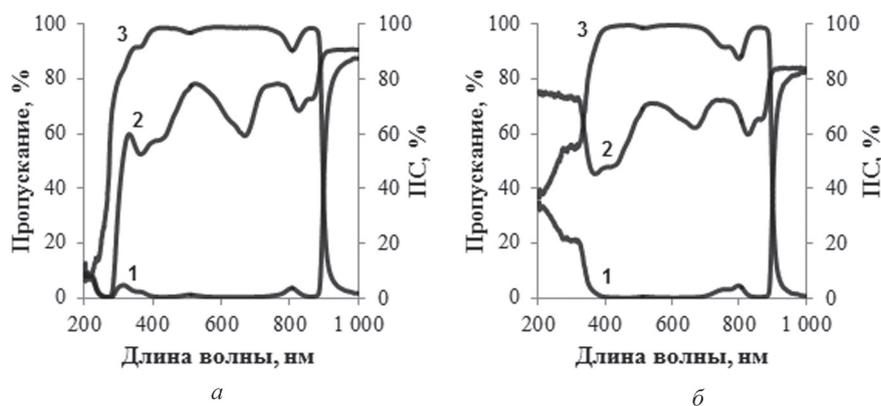


Рис. 1. Спектральная зависимость минимального (1) и максимального (2) пропускания и ПС (3) йодной ПВС-пленки, содержащей 0,19 масс. % красителя IR-806: а – до облучения, б – после облучения

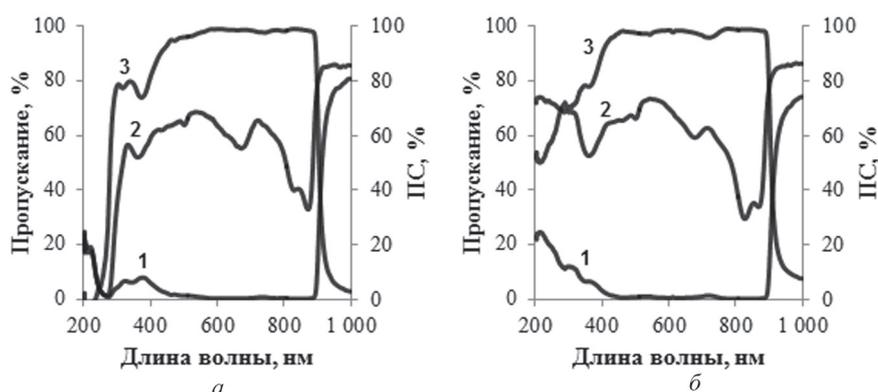


Рис. 2. Спектральная зависимость минимального (1) и максимального (2) пропускания и ПС (3) йодной ПВХ-пленки, содержащей по 0,1 масс. % красителей IR-806 и хризофенина: а – до облучения, б – после облучения

63,0–77,3 % (при сохранении заданных величин ПС  $\geq 90$  %) в расширенном спектральном диапазоне – 450–880 нм (рис. 2, а).

Таким образом, используя добавки красителей хризофенина и IR-806, можно расширить спектральный диапазон действия йодных ПВХ-пленок от 350 до 880 нм с сохранением их высокой поляризующей способности – более 91,6 %.

Для проверки светостойкости полученные образцы, модифицированные красителями IR-806 и хризофенином, подвергались облучению лампой Osram 300W Ultra-Vitalux (интенсивность излучения 11 мВт/см<sup>2</sup>). Концентрации красителей во всех образцах составляли по 0,1 масс. %, а время облучения – 100 ч (таблица).

#### Спектрально-поляризационные характеристики йодных ПВХ-пленок, модифицированных красителями хризофенином и IR-806

$\lambda$ , нм	IR-806-KI				IR-806-хризофенин-KI			
	до облучения		после облучения		до облучения		после облучения	
	$T_{\max}$ , %	ПС <sub>расч.</sub> , %	$T_{\max}$ , %	ПС <sub>расч.</sub> , %	$T_{\max}$ , %	ПС <sub>расч.</sub> , %	$T_{\max}$ , %	ПС <sub>расч.</sub> , %
Ближняя УФ-область (300–400 нм)								
350	57,5	84,9	57,9	74,6	55,0	91,6	50,6	81,1
375	57,5	77,7	55,1	82,6	53,4	93,2	45,5	93,3
390	63,1	80,3	59,4	89,4	56,1	96,6	47,4	97,3
Видимая область (400–740 нм)								
400	67,6	83,7	62,1	92,8	57,0	97,8	47,7	98,3
500	77,6	95,7	72,5	97,9	75,8	97,0	66,3	99,0
600	69,2	98,6	70,8	98,9	69,3	98,9	68,0	99,6
700	69,2	98,6	71,7	94,9	69,5	98,8	68,1	97,8
Ближняя ИК-область (740–1400 нм)								
780	75,9	95,6	75,8	86,1	77,8	95,5	71,3	90,9
800	74,1	91,7	72,6	82,3	74,9	91,2	67,4	87,4
825	67,6	94,8	65,3	93,6	68,5	93,8	59,8	95,5
850	69,2	98,3	67,5	98,2	72,4	98,2	64,7	98,8
865	67,6	98,2	67,1	98,2	72,8	98,6	65,1	98,8
880	72,4	97,5	71,9	97,7	77,3	97,7	69,2	98,4

Введение красителя IR-806 в ПВХ-композицию повышает устойчивость пленок к воздействию света: ПС сохраняет высокие значения 94,9–98,9 % для видимой и ближней ИК-областей спектра. Йодные ПВХ-пленки с добавкой смеси красителей хризофенина и IR-806 также достаточно устойчивы к облучению – ПС остается на уровне 97,7–99,6 % в видимом и ближнем ИК-спектральных диапазонах (таблица, рис. 1, б и 2, б).

**Заключение.** Йодные поливинилспиртовые пленки, окрашенные смесями красителей хризофенина и IR-806, эффективно поляризуют свет в расширенном спектральном диапазоне 350–880 нм (ПС составляет 91–99 %) и они устойчивы при облучении светом, имитирующим солнечный, в течение 100 ч.

### Список использованной литературы

1. Влияние одноосного ориентирования йодсодержащих поливинилспиртовых пленок на их оптические характеристики / Т. Г. Космачева [и др.] // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. хім. навук. – 2002. – № 3. – С. 120–123.
2. Агабеков, В. Е. Модификация композиций для йодных поляризаторов дихроичными красителями с целью расширения их спектрального диапазона / В. Е. Агабеков, Н. А. Иванова, Т. Г. Космачева // Матер. III-й Междунар. конф. по химии и хим. технологии. 16–20 сент. 2013 г. Ереван, Армения / редкол. Н. Б. Князян [и др.]. – Ереван: Институт общей и неорганической химии НАН РА, 2013. – С. 385–387.
3. Агабеков, В. Е. Пленочные поляризаторы для жидкокристаллических устройств отображения информации / В. Е. Агабеков, Н. Г. Арико, Н. А. Иванова // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. хім. навук. – 2002. – № 4. – С. 98–112.
4. Oishi, Y. Formation of Poly(vinyl alcohol)-Iodine Complex in Water Swollen Films on Extension / Y. Oishi, K. Miyasaka // Polym. J. – 1987. – Vol. 19, N 3. – P. 331–336.
5. Kojima, Y. Sorption and permeation of iodine in water-swollen poly(vinyl alcohol) membranes and iodine complex formation / Y. Kojima, K.-I. Furunata, K. Miyasaka // J. Appl. Polym. Sci. – 1985. – Vol. 30, N 4. – P. 1617–1628.
6. Влияние ПАВ и окислителей на оптическую анизотропию и механические свойства поливинилспиртовых пленок / К. С. Космачев [и др.] // Сб. мат. междунар. науч.-практ. конф.-семинара «Волокна и пленки-2011», г. Могилев. – Могилев, 2011. – С. 115–119.
7. Dirix, Y. Optical properties of oriented polymer/dye polarizers / Y. Dirix, T. Tervoort, C. Bastiaansen // Macromolecules. – 1995. – Vol. 28. – P. 486–491.
8. Ахроматические поляризаторы на основе йодсодержащих ПВС-композиций / Т. Г. Космачева [и др.] // Полимерные композиты и трибология (ПОЛИКОМТРИБ-2013): тез. докл. Междунар. науч.-техн. конф. г. Гомель. – Гомель, 2013. С. 240.

Поступило в редакцию 30.03.2015

## БИОЛОГИЯ

УДК 616.006.02.009.097

Е. А. ПЕТРОВА<sup>1</sup>, Т. И. ТЕРПИНСКАЯ<sup>1</sup>, М. В. АРТЕМЬЕВ<sup>2</sup>, академик В. С. УЛАЩИК<sup>1</sup>ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ НАНОЧАСТИЦЫ СЕЛЕНИДА КАДМИЯ  
КАК ФЛУОРЕСЦЕНТНЫЕ КЛЕТОЧНЫЕ МАРКЕРЫ<sup>1</sup>Институт физиологии НАН Беларуси, Минск, Беларусь  
helena\_iseu@mail.ru; terpinskayat@mail.ru; biblio@fizio.bas-net.by<sup>2</sup>НИИ физико-химических проблем БГУ, Минск, Беларусь  
m\_artemyev@yahoo.com

Исследованы цитотоксичность и поглощение клетками флуоресцентных полупроводниковых наночастиц CdSe/ZnS с различным типом оболочки. Поглощение флуоресцентных полупроводниковых наночастиц клетками в условиях *in vitro* зависит от конструкции наночастицы (состава оболочки и, в меньшей степени, от размера ядра), типа клеток и степени их дифференцировки. Цитотоксичность флуоресцентных полупроводниковых наночастиц селенида кадмия обусловлена структурой их оболочки. Показана возможность неспецифической маркировки клеток *in vitro* с использованием наночастиц с покрытиями из цистеина, меркаптоундекановой кислоты и тиогликолиевой кислоты. Функционализация покрытых карбоксиметилдекстраном флуоресцентных полупроводниковых наночастиц фибронектином обеспечивает усиление их связывания с целевыми клетками опухолей *in vitro*. Наночастицы с оболочкой из цистеина могут служить для визуализации клеток в лимфоузлах *in vivo* при внутрибрюшинном введении.

*Ключевые слова:* полупроводниковые нанокристаллы, флуоресцентные маркеры, поглощение клетками, цитотоксичность.

E. A. PETROVA<sup>1</sup>, T. I. TERPINSKAYA<sup>1</sup>, M. V. ARTEMYEV<sup>2</sup>, V. S. ULASHCHYK<sup>1</sup>

## SEMICONDUCTOR NANOPARTICLES OF CADMIUM SELENIDE AS FLUORESCENT CELL MARKER

<sup>1</sup>Institute of Physiology of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
helena\_iseu@mail.ru; terpinskayat@mail.ru; biblio@fizio.bas-net.by<sup>2</sup>Institute for Physico-Chemical Problems of Belarusian State University  
m\_artemyev@yahoo.com

Cytotoxicity and the cellular uptake of different-coated fluorescent semiconductor nanoparticles CdSe/ZnS were studied. The cellular uptake of fluorescent semiconductor nanoparticles *in vitro* depends on the nanoparticle construction (coating composition and to a lesser extent on the core size), the type of cells, and the stage of cell differentiation. Cytotoxicity of fluorescent semiconductor nanoparticles is determined by the coating composition. Non-specific labeling of cells was demonstrated *in vitro* using fluorescent semiconductor nanoparticles coated with cysteine, and mercaptoundecanoic and thioglycolic acids. Fibronectin-modified fluorescent semiconductor nanoparticles with carboxymethyl dextran-shell bind by target tumor cells *in vitro*. Nanoparticles coated with cysteine are suitable for cell visualization in lymph nodes after intraperitoneal injection.

*Keywords:* semiconductor nanocrystals, fluorescent markers, cellular uptake, cytotoxicity.

**Введение.** Современная биология и медицина характеризуются интенсивным развитием клеточных технологий, что обуславливает интерес к поиску новых клеточных маркеров и методов, позволяющих визуализировать клетки и клеточные структуры. Наиболее распространенными в настоящее время клеточными маркерами являются органические красители, основным недостатком которых является быстрое выгорание. Это ограничивает время проведения исследований, что особенно существенно при приготовлении и анализе препаратов для микроскопии. Кроме того, каждый краситель характеризуется свойственным ему довольно узким пиком возбуждения, что не позволяет осуществлять одновременный многоцветный анализ клеток, маркированных различными красителями.

Вместе с тем к настоящему времени разработан ряд флуорофоров, значительно превосходящих органические красители по яркости и длительности свечения. Среди них – флуоресцентные полупроводниковые наночастицы, получившие в научной литературе название «квантовых точек (КТ)». По яркости и фотостабильности они во много раз превышают традиционные флуорофоры: покрытые гидрофильной оболочкой наночастицы CdSe/ZnS в 20 раз ярче и в 100 раз стабильнее, чем родамин 6G, и не теряют интенсивности флуоресценции после 14 ч экспозиции на свету [1]. Широкая полоса возбуждения и узкие пики флуоресценции (зависящие от состава и размера ядра полупроводниковых наночастиц) [2] предоставляют возможности для одновременного многоцветного анализа не только методами проточной цитометрии, но также и флуоресцентной микроскопии. Дополнительные преимущества дает возможность модификации поверхности наночастиц для обеспечения избирательного взаимодействия с биологическими объектами и поведения в биологических средах. Все это обуславливает перспективность использования полупроводниковых наночастиц как флуоресцентных зондов для маркировки клеток.

Наиболее актуальной задачей в этой области является исследование взаимодействия флуоресцентных наночастиц с живыми клетками и разработка наноконструкций, удовлетворяющих требованиям прижизненных маркеров – биосовместимостью, а также способностью проникать в клетку или стабильно связываться с клеточной мембраной. В сообщении представлены результаты исследования полупроводниковых наночастиц на основе селенида кадмия как флуоресцентных меток для прижизненной маркировки клеток. Изучено поглощение наночастиц различными типами клеток, влияние наночастиц на жизнеспособность, оценена возможность использования наночастиц с различными типами покрытий для маркировки клеток *in vitro* и *in vivo*.

**Материалы и методы исследования.** *Экспериментальные животные.* Мыши линии Af: самцы и самки весом 18–25 г и нелинейные крысы разведения вивария Института физиологии Национальной академии наук Беларуси.

*Клетки.* Клетки мышинных перевиваемых опухолей асцитной карциномы Эрлиха (АКЭ) и гепатомы 22а (Г22а) получали из асцитической жидкости животных на 7–20 день роста опухоли. Клетки отмывали от асцитической жидкости в растворе Хенкса центрифугированием в течение 10 мин при 1500 об/мин.

*Культуры мезенхимальных стволовых клеток мыши.* Мезенхимальные стволовые клетки (МСК) получали из красного костного мозга или жировой ткани и культивировали согласно [3]. Для эксперимента использовали МСК 1–4 пассажей.

*Лейкоциты периферической крови человека.* Использовали периферическую кровь, стабилизированную К<sub>2</sub>-ЭДТА. Эритроциты лизировали с помощью раствора хлорида аммония, а лейкоциты дважды отмывали в фосфатно-солевом буфере. Полученную фракцию суспендировали в физиологическом рабочем растворе.

*Наночастицы.* Полупроводниковые наночастицы селенида кадмия с эпитаксиальной пленкой из сульфида цинка толщиной 2–4 монослоя (CdSe/ZnS) были синтезированы согласно методу [4]. В работе использовались нанокристаллы с максимумами испускания в пределах от 540 до 610 нм. Для достижения гидрофильности кристаллическую структуру CdSe/ZnS покрывали оболочкой из молекул бифункциональных тиолов (цистеина (Ц), цистеамина (ЦА), меркаптоундекановой кислоты (МУК), тиогликолиевой кислоты), полиэтиленгликолей (ПЭГ), карбоксиметилдекстрана (КМД), а также их сочетаний. В ряде случаев наночастицы были дополнительно стабилизированы бычьим сывороточным альбумином (БСА). Ядра наночастиц были синтезированы в Институте физико-химических проблем БГУ, оболочки – в Институте химии новых материалов НАН Беларуси. При комбинировании ядер различного размера и оболочек различного состава было синтезировано и протестировано 27 типов наночастиц.

Основными методами исследований являлись флуоресцентная микроскопия (микроскоп Планар МикроМБ и Оптон ИСМ405) и проточная цитометрия (цитофлуориметр BD FACS Canto II).

Полученные результаты обрабатывали непараметрическими методами статистики, отличия считали достоверными при  $p < 0,05$ .

**Результаты и их обсуждение.** *Цитотоксичность наночастиц.* Все наночастицы были исследованы на цитотоксичность в скрининговых исследованиях с использованием различных типов

клеток – клеток экспериментальных опухолей животных (асцитная карцинома Эрлиха, гепатома 22а); клеток иммортальных опухолевых линий (рак легкого человека А549, глиома крыс С6); нормальных клеток (мезенхимальные стволовые клетки жировой ткани и костного мозга, лейкоциты периферической крови человека, клетки селезенки, лимфатических узлов, перитонеальной полости и костного мозга мыши).

Практически все типы наночастиц в той или иной степени влияют на жизнеспособность и функции клеток. Гибель клеток в присутствии наночастиц происходила как по механизму некроза, так и по механизму апоптоза. Например, один из полиэтиленгликолей (1-меркаптоундек-11-гексаэтиленгликоль–ОН) в составе оболочки наночастиц обуславливал их выраженное токсическое действие. При концентрации 0,025 мг/мл такие наночастицы вызывали апоптоз, а при концентрациях выше 0,025 мг/мл – некроз клеток. Остальные, менее токсичные наночастицы, вызывали повреждения клеток при концентрациях свыше 0,1 мг/мл. Наночастицы, показавшие высокую цитотоксичность, были исключены из дальнейших исследований.

В экспериментах не выявлено зависимости цитотоксичности наночастиц, покрытых МУК или цистеином и сохраняющих коллоидную стабильность в растворе, от размера ядра наночастиц (табл. 1).

Т а б л и ц а 1. Снижение жизнеспособности лейкоцитов перитонеального смыва мыши при 5-часовой инкубации с различными типами наночастиц (Ме (25–75 %))

Размер ядра, нм	Максимум флуоресценции ядра, нм	Оболочка наночастицы	
		МУК	Цистеин
1,7	546	30 % (7–33 %)*	12 % (6–22 %)*
2,4	551	35 % (25–67 %)*	13 % (5–18 %)*
2,8	586	34 % (19–51 %)*	12 % (3–23 %)*

П р и м е ч а н и е. \* – отличия достоверны по сравнению с контролем,  $p < 0,05$ .

*Поглощение наночастиц клетками.* Поглощение наночастиц клетками, как и следовало ожидать, зависело от всех параметров системы: структуры наночастиц (состава оболочки и размера ядра наночастицы), клеток (типа клеток, степени дифференцировки), среды и времени инкубации.

При исследовании поглощения клетками наночастиц с различным типом оболочки показано проникновение в клетки наночастиц с покрытием из цистеина, меркаптоундекановой кислоты, и в случаях сохранения коллоидной стабильности суспензий – цистеинамина. Не поглощались или очень слабо поглощались клетками наночастицы с покрытиями, в состав которых входил карбоксилированный декстран и полиэтиленгликоль. Ряд образцов наночастиц с покрытиями на основе полиэтиленгликоля (МУК : ПЭГ в соотношении 1 : 9 и 9 : 1, Ц : МУК в соотношении 4 : 1, ЦА : тиопропанол в соотношении 1 : 1, биотин-БСА-фолиевая кислота, альгиновая кислота) не поглощались клетками экспериментальных опухолей и фагоцитами.

В большинстве случаев наночастицы поглощали клетки, способные к фагоцитозу – макрофаги перитонеальной полости, клетки селезенки, костного мозга, лимфатических узлов, а также мезенхимальные стволовые клетки, полученные из жировой ткани или костного мозга мыши. Последние, хотя и не являются профессиональными фагоцитами, также могут проявлять фагоцитарную активность [5]. Не было выявлено значительных различий в поглощении КТ фагоцитами различного тканевого происхождения. В то же время не способные к фагоцитозу клетки экспериментальных опухолей в ряде случаев поглощали наночастицы с оболочкой из бифункциональных тиолов (покрытые цистеином, меркаптоундекановой кислотой и тиогликолевой кислотой) (рис. 1).

Среди лейкоцитов периферической крови также наиболее активно поглощали наночастицы клетки, способные к фагоцитозу – моноциты и гранулоциты. Лимфоциты связывали наночастицы в меньшей степени. Данные по поглощению тиол-функционализированных флуоресцентных нанокристаллов лейкоцитами представлены в табл. 2.

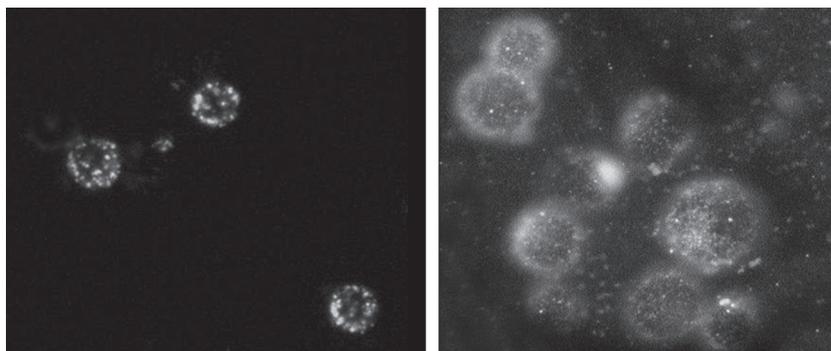


Рис. 1. Поглощение фагоцитирующими клетками перитонеальной полости мыши (слева) и клетками АКЭ (справа) наночастиц, покрытых цистеином

Т а б л и ц а 2. Поглощение лейкоцитами наночастиц с различным типом покрытия (Me (25–75 %))

Тип клеток	Содержание клеток, поглотивших наночастицы, (%)		Достоверность отличий (уровень значимости)
	Цистеин	КМД	
Активированные перитонеальные макрофаги мыши	62 (53,4–75,2)	21 (7–21,8)	$p < 0,05$
Нейтрофилы периферической крови человека	92,3 (88,8–97,5)	2,6 (1,4–6,1)	$p < 0,05$
Моноциты периферической крови человека	92,8 (81–99)	2,7 (1,9–5,1)	$p < 0,05$
Лимфоциты периферической крови человека	13,3 (3,6–31,7)	0,1 (0–0,2)	$p < 0,05$

Фагоцитирующие клетки периферической крови начинали поглощать наночастицы, покрытые КМД, только через 3 ч инкубации, в то время как наночастицы, покрытые только тиолами, поглощались уже в первые 15 мин.

При сравнении поглощения наночастиц с различным размером ядра, покрытых цистеином или меркаптоундекановой кислотой, показано, что наиболее эффективно поглощались наночастицы с наименьшим размером ядра (с максимумом флуоресценции  $\lambda = 546$  нм). КТ ( $\lambda = 546$  нм), покрытые цистеином, поглощались не только фагоцитами, но и опухолевыми клетками, в то время как наночастицы с большим размером ядра поглощались в основном фагоцитами и не окрашивали опухолевые клетки. Однако если покрытие не обеспечивает коллоидной стабильности суспензий наночастиц в среде инкубации, то происходит быстрая агрегация наночастиц, что подавляет их поглощение клетками. Ввиду того, что некоторые партии наночастиц, модифицированных тиолами, показывали низкую стабильность при хранении, наночастицы использовали в первые 24–48 ч после синтеза.

Так как поглощение является активным процессом, то на него могут оказывать влияние физиологические процессы и изменения, происходящие в клетках. На модели мезенхимальных стволовых клеток (МСК) была показана зависимость поглощения наночастиц от степени дифференцировки клеток. При инкубации с наночастицами, покрытыми цистеином, в течение 24 ч, недифференцированные МСК накапливали их в цитоплазматических везикулах. Окраска клеточных ядер красителем Hoechst 33342 позволила продемонстрировать, что везикулы с КТ располагаются вокруг ядер в недифференцированных клетках (рис. 2). При этом не выявлено апоптотических изменений ядер (конденсация хроматина, апоптотические тельца) клеток, поглотивших КТ. При дифференцировке в адипоциты клетки утрачивали способность к поглощению КТ. Проникновение наночастиц в клетки было характерно для участков колонии, не затронутых дифференцировкой, в то время как клетки, морфологически не отличимые от незрелых МСК, но находящиеся среди зрелых адипоцитов (и впоследствии дифференцированные в адипоциты), не окрашивались наночастицами. Это свидетельствует о том, что клетки уже на начальных стадиях дифференцировки утрачивают способность к поглощению изучаемых наночастиц.

Значительное влияние на свойства наночастиц оказывает состав среды. Так, инкубация в присутствии бычьего сывороточного альбумина или сыворотки (как сыворотки крови, так и эмбриональной телячьей сыворотки) снижала как поглощение наночастиц, так и их токсичность

в отношении клеток. Данные одного из репрезентативных экспериментов показывают снижение поглощения клетками АКЭ наночастиц, покрытых цистеамином, в 3 раза (с  $69,2 \pm 1,6$  до  $22,7 \pm 3,6$  % клеток, поглотивших наночастицы) и снижение токсичности в 2 раза ( $10,5 \pm 1,6$  против  $5,2 \pm 1,0$  % погибших клеток) при добавлении 10 % телячьей сыворотки в среду инкубации.

В то время как неспецифическое поглощение наночастиц обеспечивает окрашивание различных типов клеток, специфическое (целевое, или таргетное) связывание требует отсутствия неизбирательного проникновения в клетки, а также отсутствия захвата фагоцитами. Таким образом, препятствием при создании таргетных наноструктур является их неспецифическое поглощение, в первую очередь, фагоцитирующими клетками. В экспериментах *in vitro* на моделях фагоцитирующих клеток различного типа нами было показано, что для снижения неспецифического поглощения может служить покрытие из карбоксиметилдекстрана (КМД). КМД-покрытые наночастицы сохраняли коллоидную стабильность в водных суспензиях, а также в сбалансированных средах (раствор Эрла, ДМЕМ, раствор Хенкса, фосфатно-солевой буфер). КМД ингибировал неспецифическое поглощение наночастиц клетками. Так, в течение 3 ч инкубации КМД-КТ

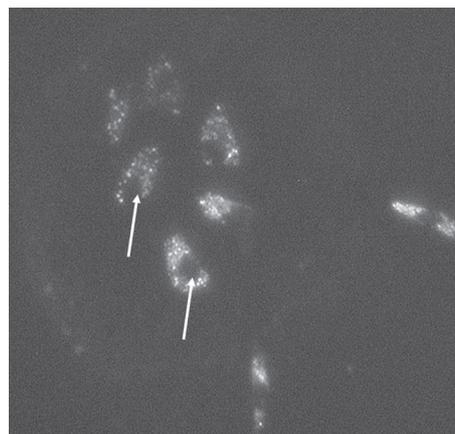


Рис. 2. Распределение цистеин-покрытых наночастиц в недифференцированных мезенхимальных стромальных клетках мыши. Стрелками показана локализация ядер клеток

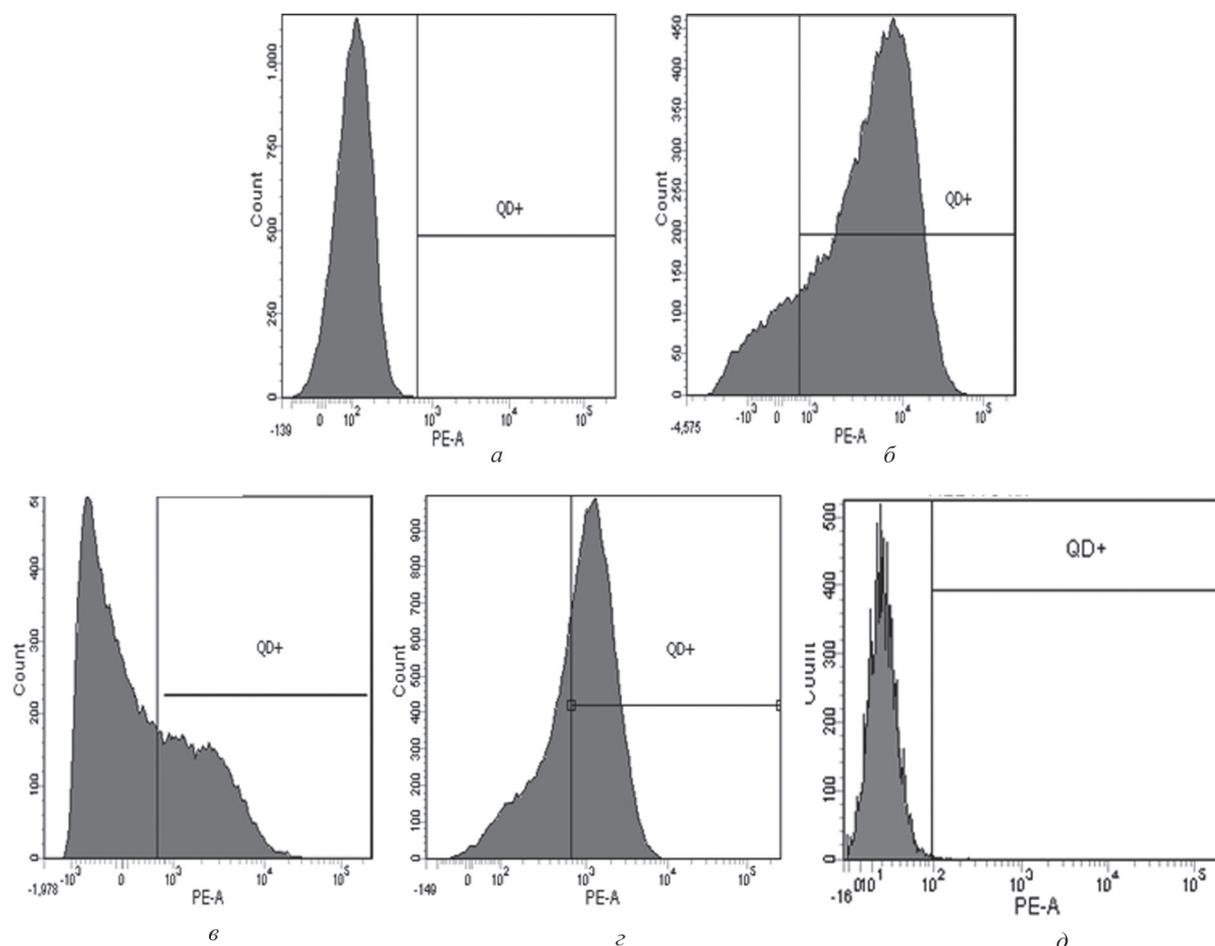


Рис. 3. Окрашивание клеток Г22а фибронектин-конъюгированными КТ при различных условиях: а – неокрашенный контроль, б – в растворе Хенкса, в – после обработки трипсином, г – в присутствии ЭДТА, д – контроль при инкубации с наночастицами, покрытыми КМД; по оси абсцисс – интенсивность флуоресценции окрашенных наночастицами клеток, по ординат – количество клеток

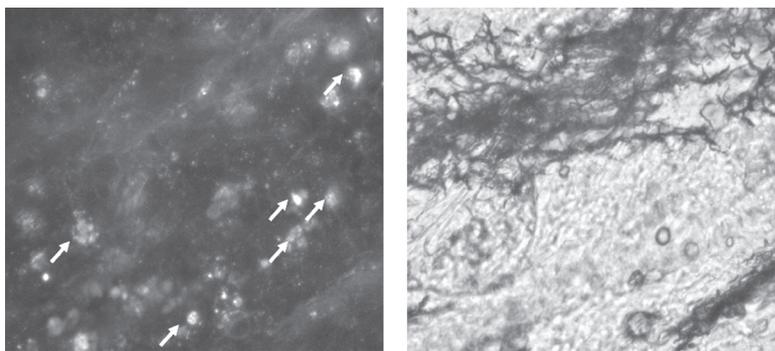


Рис. 4. Лимфатический узел мыши. Флуоресценция меченых наночастицами фагоцитов (указаны стрелками), мигрировавших из перитонеальной полости – люминесцентная микроскопия (слева) и проходящий свет (справа)

слабо поглощались как активированными перитонеальными макрофагами мыши, так и клетками периферической крови человека (табл. 2).

Наночастицы с оболочкой, снижающей неспецифическое поглощение фагоцитирующими клетками, могут быть использованы как основа для дальнейшей функционализации с целью придания им таргетности. Это призвано обеспечить связывание с заданными клеточными или субклеточными мишенями в организме. Опухолевые клетки несут на мембране рецепторы к белкам внеклеточного матрикса, в том числе к фибронектину (ФН) [6]. На клеточной модели экспериментальных асцитных опухолей мышей показана маркировка опухолевых клеток наночастицами с покрытием из КМД, функционализированными молекулами фибронектина.

В растворе Хенкса ФН-КТ окрашивали 71,3 (54,4–81,7) % клеток Г22а и были локализованы на цитоплазматической мембране в виде кластеров. Трипсин, расщепляющий рецепторы адгезии на мембране клеток, в 1,5–2 раза снижал количество окрашенных клеток, при этом интенсивность их флуоресценции (отражающая концентрацию КТ на поверхности клетки) падала в 3 раза (с 7 до 2,3 тыс. отн. ед.). Инкубация клеток с наночастицами в 0,9 %-ном растворе хлорида натрия обеспечивала яркость окрашивания на уровне 5,5 тыс. отн. ед., а присутствие ЭДТА еще больше снижало интенсивность свечения (более чем в 5 раз, с 7 до 1,3 тыс. отн. ед.), но не изменяло процентное содержание окрашенных клеток (рис. 3). Вероятно, данный результат обусловлен зависимостью процесса связывания фибронектина от ионов кальция, которые хелатируются ЭДТА [7].

Таким образом, покрытие кабркосиметилдекстраном обеспечивает возможность дальнейшей функционализации наночастиц таргетирующими молекулами, в частности, фибронектином.

Была также оценена возможность использовать флуоресцентные наночастицы для визуализации клеток и тканей *in vivo*.

В опытах *in vitro* частицы с покрытием из цистеина были наименее токсичны, однако при внутривенном введении животному в дозе 5 мг/кг (в объеме 0,1 мл) и выше проявляли острую токсичность – животные погибали в течение 1–2 мин, что, возможно, было обусловлено агрегацией КТ в крови и эмболизацией сосудов, так как *in vitro* наблюдалось оседание и агрегация КТ на клеточном дебрисе. При внутривенном введении аналогичных доз острой токсичности не зарегистрировано, не наблюдали изменений в поведении и внешнем виде животных. В клетках перитонеального смыва и брыжеечных лимфатических узлов через 24 ч после внутривенного введения наночастиц присутствовала ярко флуоресцирующая зернистость, свидетельствующая о поглощении и возможности обнаружения флуоресцентной метки (рис. 4).

**Заключение.** Полученные результаты позволяют заключить, что из изученных нами флуоресцентных маркеров пригодными для методов *in vitro* являются гидрофильные флуоресцентные полупроводниковые наночастицы CdSe/ZnS с поверхностной оболочкой из цистеина, меркаптоундекановой или тиогликолевой кислоты. Лучшее и наиболее стабильное проникновение в различные типы клеток и низкую цитотоксичность показали наночастицы с оболочкой из цистеина. Ввиду нестабильности коллоидных растворов тиол-покрытых наночастиц при длительном хранении, их рекомендуется использовать в течение 24–48 ч после синтеза оболочек.

Поглощение флуоресцентных полупроводниковых наночастиц клетками в условиях *in vitro* зависит от конструкции наночастицы (состава полимерной оболочки и, в меньшей степени, от размера ядра), типа клеток и степени их дифференцировки. Цитотоксичность наночастиц определяется типом оболочки и не зависит от размера ядра. Наиболее стабильно наночастицы поглощаются клетками, способными к фагоцитозу (моноцитами, нейтрофилами, макрофагами, а также мезенхимальными стволовыми клетками). Адипогенная дифференцировка мезенхимальных стволовых клеток снижает их способность к поглощению наночастиц. Функционализация покрытых карбоксиметилдекстраном флуоресцентных полупроводниковых наночастиц фибронектином значительно повышает связывание с целевыми опухолевыми клетками *in vitro*. Наночастицы с оболочкой из цистеина могут служить для визуализации клеток в лимфатических узлах *in vivo*, но путь их введения ограничен внутрибрюшинным из-за острой токсичности при внутривенном введении.

### Список использованной литературы

1. Biological applications of quantum dots / T. Jamieson [et al.] // *Biomaterials*. – 2007. – Vol. 28. – P. 4717–4732.
2. (CdSe)ZnS Core-Shell Quantum Dots: Synthesis and Characterization of a Size Series of Highly Luminescent Nanocrystallites / B. O. Dabbousi [et al.] // *J. Phys. Chem. B*. – 1997. – Vol. 101. – P. 9463–9475
3. Витальная маркировка мезенхимальных стволовых клеток квантовыми точками на основе селенида кадмия / Е. А. Петрова [и др.] // *Лабораторная диагностика*. – 2012. – № 2. – С. 106–113.
4. Murray, C. B. Synthesis and characterization of nearly monodisperse CdE (E = sulfur, selenium, tellurium) semiconductor nanocrystallites / C. B. Murray, D. J. Norris, M. G. Bawendi // *J. Am. Chem. Soc.* – 1993. – Vol. 115. – P. 8706–8709.
5. Antigen-presenting property of mesenchymal stem cells occurs during a narrow window at low levels of interferon / J. L. Chan [et al.] // *Blood*. – 2004. – Vol. 107. – P. 4817–4824.
6. Han, S. Fibronectin stimulates non-small cell lung carcinoma cell growth through activation of Akt/mammalian target of rapamycin/S6 kinase and inactivation of LKB1/AMP-activated protein kinase signal pathways / S. Han, F. R. Khuri, J. Roman // *Cancer Research*. – 2006. – Vol. 66, N 1. – P. 315–323.
7. Amphlett, G. W. The binding of calcium to human fibronectin / G. W. Amphlett, M. E. Hrinca // *Biochemical and Biophysical Research Communications*. – 1983. – Vol. 111, Iss. 3. – P. 1045–1053.

Поступило в редакцию 22.07.2015

УДК 577.29; 577.15

С. М. САВИНА, член-корреспондент Н. В. ШАЛЫГО

### ПОТЕНЦИРОВАНИЕ АНТИОКСИДАНТНОЙ СИСТЕМЫ В ТРАНСГЕННЫХ РАСТЕНИЯХ ТАБАКА С ПОВЫШЕННОЙ ЭКСПРЕССИЕЙ СУПЕРОКСИДДИСМУТАЗЫ

Институт биофизики и клеточной инженерии НАН Беларуси, Минск, Беларусь  
svetlanapavluchkova@yandex.ru; shalygo@ibp.org.by

Трансформация растений табака (*Nicotiana tabacum* L.) генами *Mn-SOD* и *Fe-SOD* арабидопсиса (*Arabidopsis thaliana* L.) приводит к потенцированию антиоксидантной системы в клеточных компартментах, что выражается в возрастании не только активности СОД за счет ее дополнительного количества, но и в увеличении активности компонентов защитной системы, участвующих в детоксикации пероксида водорода.

*Ключевые слова:* трансгенные растения, супероксиддисмутаза, антиоксидантные ферменты, активные формы кислорода, антиоксиданты, *Nicotiana tabacum*.

S. M. SAVINA, N. V. SHALYGO

### POTENTIATION OF THE ANTIOXIDANT SYSTEM IN TRANSGENIC TOBACCO PLANTS WITH THE OVEREXPRESSION OF SUPEROXIDE DISMUTASE

Institute Biophysics and Cell Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
svetlanapavluchkova@yandex.ru; shalygo@ibp.org.by

The genetic transformation of *Nicotiana tabacum* L. plants with *Mn-SOD* and *Fe-SOD* *Arabidopsis thaliana* L. genes leads to the potentiation of the antioxidant system in cellular compartments, which is manifested not only in a SOD activity increase by its additional amount, but also in an increase of protective components activity involved in hydrogen peroxide detoxification.

*Keywords:* transgenic plants, superoxide dismutase, antioxidant enzymes, reactive oxygen species, antioxidants, *Nicotiana tabacum*.

**Введение.** В условиях действия стрессовых факторов в клетках растений накапливаются активные формы кислорода (АФК), которые индуцируют развитие окислительных реакций, приводящих к повреждению клеточных мембран и негативно сказывающихся на растительном организме в целом. Уровень АФК регулируется защитной антиоксидантной системой, компонентами которой являются низкомолекулярные антиоксиданты и антиоксидантные ферменты [1]. В литературе имеются сведения о том, что трансформация растений генами, кодирующими антиоксидантные ферменты, снижает повреждающее действие АФК при стрессе. Показано, что трансгенные растения табака с повышенной экспрессией генов, ответственных за синтез аскорбатпероксидазы (АПР), разрушающей пероксид водорода в хлоропластах и в цитозоле, обладали повышенной устойчивостью к окислительному стрессу, вызванному фотосенсибилизаторами и низкой температурой [2]. Растения с повышенной экспрессией генов, кодирующих супероксиддисмутазу (СОД) – прооксидантный фермент, имеющий ряд изоформ (Cu/Zn-СОД, Mn-СОД и Fe-СОД [3]) и участвующий в детоксикации супероксидного анион-радикала с образованием пероксида водорода, характеризовались повышенной устойчивостью к действию стрессоров по сравнению с диким типом (ДТ). Так, растения табака, арабидопсиса и картофеля, трансформированные хлоропластной и цитозольной изоформами Cu/Zn-СОД, а также растения кукурузы и тополя с повышенной экспрессией митохондриальной Mn-СОД имели более высокую

устойчивость к параквату, свету высокой интенсивности, метилвиологену, озону, солевому стрессу и тяжелым металлам [4–10]. Однако ряд важных аспектов функционирования антиоксидантной системы в трансгенных по СОД растениях, таких как изменение активности изоформ СОД, не затронутых трансформацией, модификация активности других антиоксидантных ферментов и уровня низкомолекулярных антиоксидантов в таких трансформантах остаются малоизученными. Целью настоящей работы стал сопоставительный анализ антиоксидантного статуса растений табака, трансформированных геном митохондриальной СОД (*Mn-SOD*) и хлоропластной СОД (*Fe-SOD*) арабидопсиса, и растений ДТ, включающий определение активности основных антиоксидантных ферментов – СОД, каталазы (КАТ), АПР, глутатионредуктазы (ГР), а также содержания низкомолекулярных антиоксидантов (аскорбата, глутатиона и фенольных соединений).

**Материалы и методы исследования.** В работе использовали 4-й лист 45-дневных проростков табака (*Nicotiana tabacum* L.), трансформированных геном *Mn-SOD* и *Fe-SOD* арабидопсиса (*Arabidopsis thaliana* L.) с лидерной последовательностью для транспортировки Mn-СОД в митохондрии и Fe-СОД в хлоропласты. Семена трансформантов были любезно предоставлены профессором Б. Гриммом (Берлинский университет им. А. Гумбольдта, Германия).

Растения ДТ и трансформанты выращивали в пластмассовых емкостях в грунте «Восторг» («Карио», Беларусь), используя люминесцентные лампы белого света Philips TL-D 36W/765 в режиме 14 ч света (интенсивность  $160 \text{ мкмоль квантов} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ) и 10 ч темноты при температуре  $25 \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$  и относительной влажности воздуха 50–60 %.

Определение общей активности СОД и АПР, а также их отдельных изоформ проводили с помощью нативного гель-электрофореза, как описано в [11; 12]. Общую активность КАТ и ГР регистрировали спектрофотометрическим методом, изложенным в [11]. Содержание восстановленного (GSH) и окисленного глутатиона (GSSG) измеряли с использованием спектрофлуориметрического метода [13], для количественного определения общего и восстановленного аскорбата применяли спектрофотометрический метод [14]. Суммарное содержание фенольных соединений в экстракте

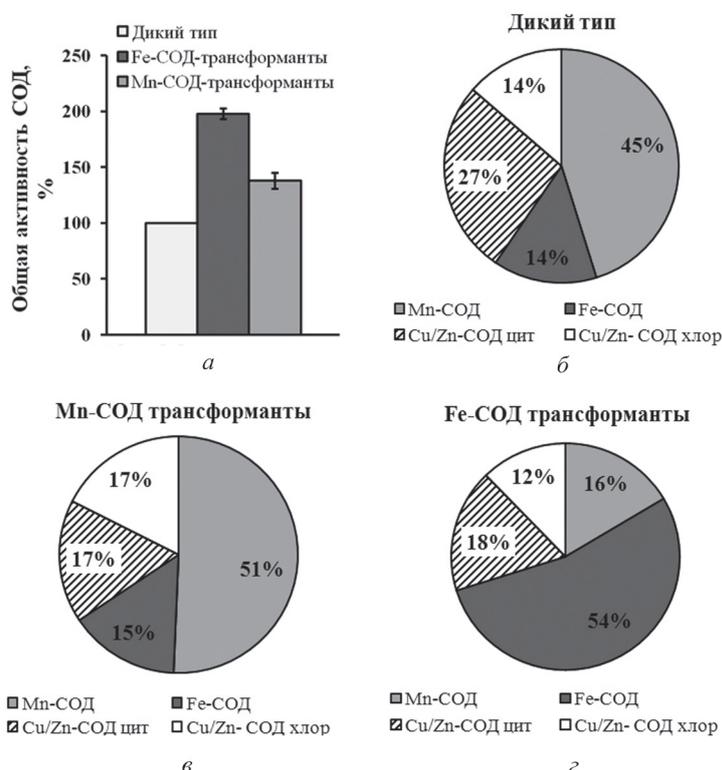


Рис. 1. Общая активность СОД и активности отдельных изоформ СОД в четвертом листе растений табака: а – общая активность СОД в Fe-СОД и Mn-СОД трансформантах в % по отношению к дикому типу; б, в и з – активности отдельных изоформ СОД в диком типе, Mn-СОД- и Fe-СОД-трансформантах соответственно; Cu/Zn-СОД цит и Cu/Zn-СОД хлор – цитозольная и хлоропластная Cu/Zn-СОД соответственно

листьев определяли с использованием спектрофотометрического метода [15]. Количество пероксида водорода оценивали по [16].

В сообщении представлены результаты трех опытов, проведенных в 3-кратной биологической повторности. Статистическую обработку данных проводили в программе Microsoft Excel 2007.

**Результаты и их обсуждение.** Общая активность СОД в Mn-СОД- и Fe-СОД-трансформантах была в 1,4 и в 2,0 раза выше по сравнению с ДТ соответственно (рис. 1, а), что обусловлено присутствием в трансгенных растениях табака Mn-СОД и Fe-СОД арабидопсиса. На это указывают полученные нами ранее данные по составу изоформ СОД в растениях ДТ и в трансформантах [11]. Было установлено, что СОД в ДТ представлена пятью изоформами: одной митохондриальной Mn-СОД, одной хлоропластной Fe-СОД, одной цитозольной и двумя хлоропластными Cu/Zn-СОД. В Fe-СОД- и Mn-СОД-трансформантах табака регистрировались дополнительные изоформы СОД – Fe-СОД и Mn-СОД соответственно, принадлежащие арабидопсису.

Анализ активности отдельных изоформ СОД показал, что в ДТ на долю митохондриальной Mn-СОД приходится 45 % от общей активности фермента. При этом активность цитозольной Cu/Zn-СОД составляла 27 %, активность хлоропластной Fe-СОД и хлоропластной Cu/Zn-СОД была одинаковой и составила 14 % (рис. 1, б). В Mn-СОД-трансформантах активность Mn-СОД возросла в 1,5 раза и составила 50 % от общей активности фермента. На долю хлоропластной Fe-СОД, цитозольной и хлоропластной Cu/Zn-СОД приходилось 15, 17 и 18 % соответственно (рис. 1, в). Из представленных данных видно, что снизилась активность цитозольной Cu/Zn-СОД. Активность Fe-СОД в Fe-СОД-трансформантах была в 7 раз выше, чем в ДТ за счет возрастания доли Fe-СОД, которая составила 54 % от общей активности фермента (рис. 1, г). Кроме того, в таких трансформантах было зафиксировано снижение активности других изоформ СОД – митохондриальной Mn-СОД, цитозольной и хлоропластной Cu/Zn-СОД до 16, 18 и 12 % от общей активности фермента соответственно (рис. 1, г).

Установлено, что в трансгенных по СОД растениях происходило возрастание общей активности АПР. Так, в Fe-СОД-трансформантах активность фермента возрастала на 27 %, а в Mn-СОД-трансформантах – на 16 % по сравнению с ДТ (рис. 2, а). Анализ отдельных изоформ АПР позволил установить, что в растениях ДТ активность цитозольной изоформы АПР превышала активность хлоропластной изоформы фермента в 2 раза (табл. 1). В Mn-СОД-трансформантах активность обеих изоформ фермента повышалась в равной степени, в то время как в Fe-СОД-трансформантах повышение активности АПР было связано с возрастанием активности преимущественно хлоропластной изоформы АПР (табл. 1). Следует отметить, что активация СОД и АПР регистрировалась ранее в трансгенных растениях томата с повышенной экспрессией *Fe-SOD* [17]. Авторы показали, что трансформация растений томата с использованием гена *Fe-SOD1* арабидопсиса при транспортировке продукта в хлоропласт приводит не только к активации СОД

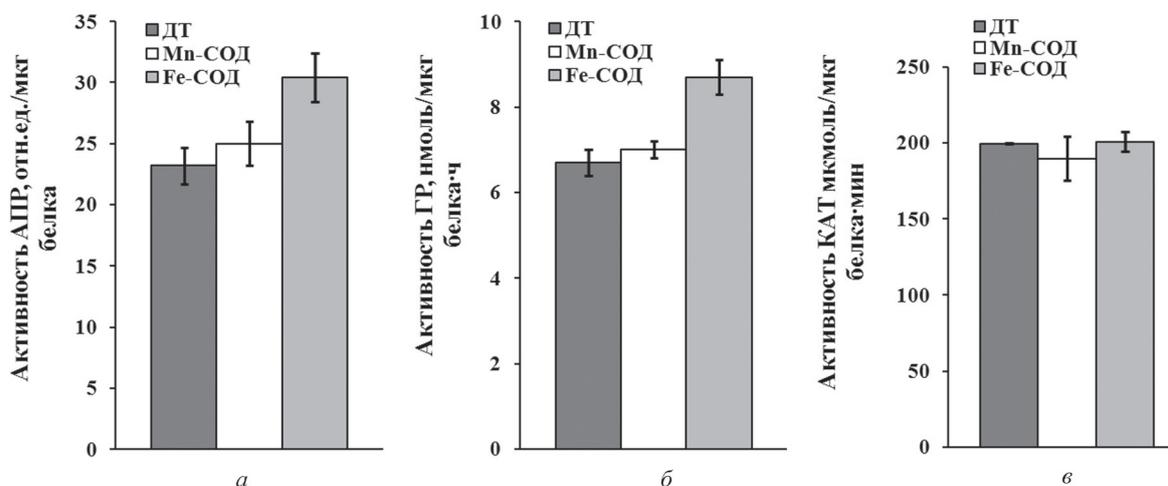


Рис. 2. Общая активность АПР (а), ГР (б) и КАТ (в) в четвертом листе растений табака дикого типа (ДТ), а также Mn-СОД- и Fe-СОД-трансформантов (Mn-СОД и Fe-СОД соответственно)

и АПР, но и вызывает изменения в ультраструктурной организации пластид в клетках фотосинтезирующих тканей растений, что может существенно влиять на происходящие в пластидах метаболические процессы [17].

Т а б л и ц а 1. Активность изоформ АПР в четвертом листе трансгенных по Mn-SOD и по Fe-SOD растениях табака и ДТ

Вариант	Цитозольная АПР, отн. ед. (% к ДТ)	Хлоропластная АПР, отн. ед. (% к ДТ)
ДТ	15,7 ± 0,3 (100)	7,5 ± 1,2 (100)
Mn-SOD	16,6 ± 0,2 (106)	8,4 ± 1,6 (112)
Fe-SOD	18,5 ± 0,7 (118)	11,9 ± 1,3 (157)

В трансгенных по СОД растениях табака зафиксирована повышенная активность ГР, фермента, восстанавливающего GSH из GSSG. Общая активность ГР в трансгенных по Mn-SOD растениях превышала дикий тип на 30 %, а в трансгенных по Fe-SOD растениях – на 4 % (рис. 2, в).

Изменение общей активности КАТ – фермента, разрушающего пероксид водорода в пероксиосомах и в митохондриях [18], в трансгенных по Mn-SOD и по Fe-SOD растениях практически не наблюдалось (рис. 2, з).

Трансгенные растения и растения ДТ отличались по уровню аскорбата и водорастворимых фенольных соединений. В частности, содержание общего и восстановленного аскорбата в Mn-SOD-трансформантах было на 30 и 45 % выше, чем в ДТ соответственно (рис. 3, а). В Fe-SOD-трансформантах общее содержание аскорбата оказалось соизмеримо с показателем, зарегистрированным в ДТ, однако уровень восстановленной формы аскорбата был ниже ДТ на 53 % (рис. 3, а). Пониженный уровень восстановленного аскорбата коррелирует с высоким уровнем активности АПР, для которой он является субстратом. Практически неизменный уровень общего аскорбата в таких растениях на фоне высокой активности АПР указывает на то, что пул восстановленного аскорбата пополняется из его окисленной формы, а не за счет синтеза *de novo*. Наибольшим содержанием водорастворимых фенольных соединений характеризовались Mn-SOD-трансформанты (рис. 3, в). В таких растениях уровень фенолов был выше, чем в ДТ и Fe-SOD-трансформантах на 40 и 27 % соответственно (рис. 3, в). Достоверных различий в содержании общего глутатиона, а также в количестве его восстановленной и окисленной формы в обоих типах трансформантов и в ДТ зафиксировано не было (рис. 3, б).

Полученные результаты свидетельствуют о том, что трансформация растений табака генами СОД (*Mn-SOD* или *Fe-SOD* арабидопсиса) изменяет антиоксидантный статус клеток, а именно, активирует (потенцирует) антиоксидантную систему не только за счет возрастания количества СОД, но и за счет увеличения активности отдельных компонентов антиоксидантной системы,

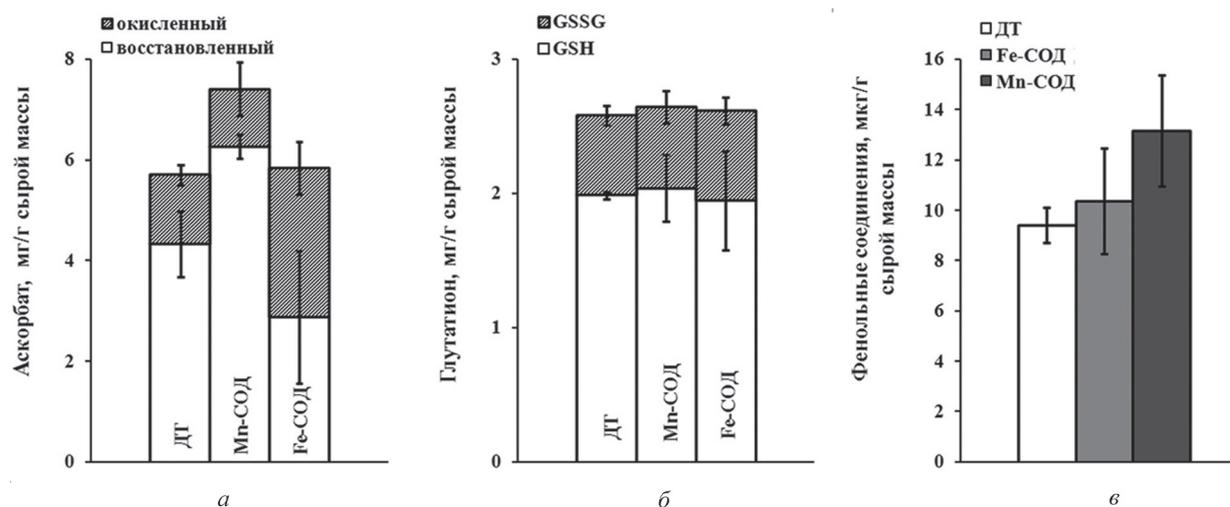


Рис. 3. Содержание аскорбата (а), глутатиона (б) и водорастворимых фенольных соединений (в) в четвертом листе растений табака дикого типа (ДТ), а также Mn-SOD- и Fe-SOD-трансформантов (Mn-SOD и Fe-SOD соответственно)

участвующих в детоксикации пероксида водорода. Это подтверждают и результаты анализа  $H_2O_2$  в трансгенных растениях и в растениях ДТ. Так, в Fe-СОД-трансформантах и, особенно, в Mn-СОД-трансформантах содержание  $H_2O_2$  было ниже контроля (табл. 2).

Т а б л и ц а 2. Содержание  $H_2O_2$  в четвертом листе трансгенных по Mn-СОД и Fe-СОД растений табака и растений ДТ

Вариант	Содержание $H_2O_2$ , нмоль/г сырой массы (% к ДТ)
ДТ	$0,51 \pm 0,07$ (100)
Mn-СОД	$0,41 \pm 0,08$ (80)
Fe-СОД	$0,48 \pm 0,05$ (94)

Особо следует остановиться на активности СОД, преобразующей супероксидный анион-радикал в  $H_2O_2$ , и системе детоксикации пероксида водорода в клеточных компартментах. Ранее нами было установлено, что вся Mn-СОД арабидопсиса локализована в митохондриях Mn-СОД-трансформантов табака, в то время как 90 % Fe-СОД арабидопсиса в Fe-СОД-трансформантах табака оказалась локализованной в цитозоле, на хлоропласты приходилось только 10 % Fe-СОД арабидопсиса [19]. В Fe-СОД-трансформантах нами была зарегистрирована высокая активность АПР. При этом наиболее высокая активность АПР регистрировалась в цитозоле. Активность хлоропластной АПР по абсолютным значениям была ниже, чем цитозольной, однако наибольшая степень активации относительно ДТ приходилась именно на хлоропластную АПР (табл. 1). Это может быть обусловлено тем, что в цитозоле кроме АПР имеются другие ферменты, разрушающие пероксид водорода [20]. В митохондриях пероксид водорода разрушается с участием КАТ. Однако мы не обнаружили достоверного возрастания общей активности КАТ в трансформантах с повышенной экспрессией *Mn-SOD*. Возможно, это связано с тем, что в отличие от пероксидаз, которые активируются при достаточно низком уровне  $H_2O_2$ , КАТ активируется только при его высоких концентрациях. В то же время в Mn-СОД-трансформантах регистрировалась повышенная активность цитозольной и хлоропластной АПР, высокий уровень аскорбата и фенольных соединений, что свидетельствует о потенцировании системы детоксикации  $H_2O_2$  в цитозоле и в хлоропластах таких растений. Полученные данные позволяют сделать вывод о том, что в основе повышенной устойчивости трансгенных по СОД растений к стрессовым факторам лежит активация антиоксидантной защитной системы в клеточных компартментах, вызванная трансгенозом.

**Заключение.** Таким образом, показано, что трансформация растений табака генами *Mn-SOD* и *Fe-SOD* арабидопсиса приводит к потенцированию антиоксидантной системы в клеточных компартментах, что выражается в возрастании не только активности СОД за счет ее дополнительного количества, но и в увеличении активности компонентов защитной системы, участвующих в детоксикации пероксида водорода.

### Список использованной литературы

1. Шальго, Н. В. Функционирование защитной системы растительной клетки в условиях окислительного стресса / Н. В. Шальго // Годневские чтения «Фотобиология растений и фотосинтез». – Минск: Право и экономика, 2015.
2. Козел, Н. В. Аскорбат-глутатионовый цикл в растениях табака с повышенной экспрессией аскорбатпероксидазы при абиотическом стрессе / Н. В. Козел, В. П. Доманский // Вестн. Фонда фундаментальных исследований. – 2012. – № 1(59). – С. 89–100.
3. Бараненко, В. В. Супероксиддисмутаза в клетках растений / В. В. Бараненко // Цитология. – 2006. – Т. 48, № 6. – С. 465–473.
4. Increased resistance to oxidative stress in transgenic plants that overexpress chloroplastic Cu/Zn superoxide dismutase / A. Sen Gupta [et al.] // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. – 1993. – Vol. 90. – P. 1629–1633.
5. Enhanced oxidative stress defence in transgenic potato plants expressing tomato Cu/Zn-superoxide dismutase / A. Perl [et al.] // Theor. Appl. Genet. – 1993. – Vol. 85. – P. 568–576.
6. Трансформанты табака с геном Fe-СОД1 как модель для изучения формирования алюмоустойчивости / И. Г. Широких [и др.] // Агрехимия. – 2015. – № 2. – С. 79–85.
7. Expression of SOD and APX genes positively regulates secondary cell wall biosynthesis and promotes plant growth and yield in Arabidopsis under salt stress / A. Shafi [et al.] // Plant Mol. Biol. – 2015. – Vol. 87, Iss. 6. – P. 615–631.

8. Enhanced salt tolerance of transgenic polar plants expressing manganese superoxide dismutase from *Tamarix Androssowii* / Y. C. Wang [et al.] // Mol. Bio. Rep. – 2010. – Vol. 35. – P. 1119–1124.
9. Kingston-Smith, A. Overexpression Mn-superoxide dismutase in maize leaves leads to increased monodehydroascorbate reductase, dehydroascorbate reductase and glutathione reductase activities / A. Kingston-Smith, Ch. Foyer // J. Exp. Bot. – 2000. – Vol. 51, Iss. 352. – P. 1867–1877.
10. Overproduction of *Arabidopsis thaliana* FeSOD confers oxidative stress tolerance to transgenic maize / F. Van Breusegem [et al.] // Plant Cell Physiol. – 1999. – Vol. 40. – P. 515–523.
11. Павлючкова, С. М. Функционирование антиоксидантной системы в растениях табака (*Nicotiana tabacum*), трансформированных смысловым геном супероксиддисмутазы, при низкотемпературном стрессе / С. М. Павлючкова, Н. В. Шалыго // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. біял. навук. – 2012. – № 2. – С. 91–95.
12. Mittler, R. Detection of ascorbate peroxidase activity in native gels by inhibition of the ascorbate-dependent reduction of nitroblue tetrazolium / R. Mittler, B. Zilinskas // Anal. Biochem. – 1993. – Vol. 212. – P. 540–546.
13. Спектрофлуориметрический метод определения окисленного и восстановленного глутатиона в растениях / Н. В. Шалыго [и др.] // Физиол. и биохим. культ. раст. – 2007. – Т. 39, № 3. – С. 264–270.
14. Law, M. Y. Glutathione and ascorbic acid in spinach (*Spinacia oleracea*) chloroplasts. The effect of hydrogen peroxide and of Paraquat / M. Y. Law, S.A. Charles, B. Halliwell // Biochem. J. – 1983. – Vol. 210. – P. 899–903.
15. Запрометов, М. Н. Основы биохимии фенольных соединений / М. Н. Запрометов. – М.: Высш. шк., 1974. – 214 с.
16. A highly sensitive fluorescent micro-assay of H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> release from activated human leukocytes using a dihydroxyphenoxazine derivative / J. G. Mohanty [et al.] // J. Immunol. Methods. – 1997. – Vol. 202, Iss. 2. – P. 133–141.
17. Структурная организация хлоропластов растений томата *Solanum lycopersicum*, трансформированных геном Fe-зависимой супероксиддисмутазы / Е. К. Серенко [и др.] // Биол. мембраны. – 2011. – Т. 28, № 3. – С. 215–223.
18. Catalase function in plants: a focus on *Arabidopsis* mutants as stress-mimic models / A. Mhamdi [et al.] // J. Exp. Bot. – 2010. – Vol. 61, Iss. 15. – P. 4197–4220.
19. Павлючкова, С. М. Внутриклеточная локализация супероксиддисмутазы в трансгенных по Fe-SOD и по Mn-SOD растениях табака / С. М. Павлючкова, Н. В. Шалыго // Молекулярные, мембранные и клеточные основы функционирования биосистем: сб. ст. XI съезда Белорус. обществ. объедин. фотобиол. и биофиз., Минск, 17–20 июня 2014 г.: в 2 т. / Ин-т биофиз. и клет. инж. НАН Беларуси, Белорус. гос. ун-т, Белорус. обществ. объедин. фотобиол. и биофиз.; редкол.: И. Д. Волоотовский [и др.]. – Минск: Изд. центр БГУ, 2014. – Т. 2. – С. 119–121.
20. Колупаев, Ю. Е. Антиоксидантная система растений: участие в клеточной сигнализации и адаптации к действию стрессоров / Ю. Е. Колупаев, Ю. В. Карпец, А. И. Обозный // Вісн. харків. Нац. аграр. ун-ту. Сер. біологія. – 2011. – Вип. 1, № 22. – С. 6–34.

Поступило в редакцию 05.08.2015

## МЕДИЦИНА

УДК 616.65

Н. Ф. ПАВЛОВА<sup>1</sup>, А. А. ТОЛПЕКО<sup>2</sup>, С. В. МАНЬКОВСКАЯ<sup>1</sup>,  
член-корреспондент И. В. ЗАЛУЦКИЙ<sup>1</sup>

**АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОСТАТСПЕЦИФИЧЕСКОГО  
АНТИГЕНА ДЛЯ ОЦЕНКИ РИСКА РАЗВИТИЯ РАКА ПРОСТАТЫ  
ПРИ ПРОВЕДЕНИИ СЛУЧАЙ-КОНТРОЛЬ ИССЛЕДОВАНИЙ**

<sup>1</sup>Институт физиологии НАН Беларуси, Минск, Беларусь  
pavlova@fizio.bas-net.by; mankovskaya@fizio.bas-net.by; biblio@fizio.bas-net.by  
<sup>2</sup>Минский городской клинический онкологический диспансер, Минск, Беларусь  
esikat@mail.ru

В результате проведенного анкетирования и на основании результатов лабораторных исследований 674 сотрудников НАН Беларуси выделена группа риска, куда вошли мужчины, уровень ПСА общий в сыворотке крови которых превышал значение 4,0 нг/мл, а соотношение ПСА свободный/ПСА общий было меньше 15 %. Установлена несомненная причинная связь недостаточной физической нагрузки в жизни сотрудников НАН Беларуси, употребление алкоголя, курение, наследственная предрасположенность и возможное развития рака простаты.

*Ключевые слова:* рак простаты, простатспецифический антиген, факторы риска.

N. F. PAULAVA<sup>1</sup>, A. A. TOLPEKO<sup>2</sup>, S. V. MANKOVSKAYA<sup>1</sup>, I. V. ZALUTSKI<sup>1</sup>

**ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF PROSTATE-SPECIFIC ANTIGEN USE FOR PROSTATE CANCER  
RISK EVALUATION UNDER CASE-CONTROL INVESTIGATION**

<sup>1</sup>Institute of Physiology of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
pavlova@fizio.bas-net.by; mankovskaya@fizio.bas-net.by; biblio@fizio.bas-net.by  
<sup>2</sup>Minsk City Clinical Oncologic Dispensary, Minsk, Belarus  
esikat@mail.ru

674 men of the National Academy of Sciences of Belarus were recruited in effort to be inspected both for evaluation of prostate-specific antigen (PSA) in serum blood and for filling a questionnaire. The group of a prostate cancer risk was selected among examined persons, who had a PSA level >4.0 ng/ml, and the PSA free/PSA total level was <15 %. We found a significant causation between lower physical activity, alcohol consumption, cigarette smoking, and prostate cancer risk.

*Keywords:* prostate cancer, prostate specific antigen, risk factors.

**Введение.** В настоящее время рак простаты (РП) является наиболее часто диагностируемым злокачественным новообразованием у мужчин среднего и пожилого возраста. Ежегодно в мире выявляется более 200000 новых случаев данного заболевания, из них около 20 % имеют летальный исход. Во многих странах Европы РП занимает второе место в структуре злокачественных новообразований, а в Швеции и США – первое место [1]. Самый низкий уровень РП наблюдается на Дальнем Востоке и Индийском субконтиненте – 1,1 на 100000 мужчин (на примере Китая). В Японии РП заболевают в 7 раз реже, чем в США и Европе, что связано, в первую очередь, с особенностями питания жителей этой страны, например, с употреблением с самого раннего детства в больших количествах сои и продуктов из нее, содержащих природные фитоэстрогены и биофлавоноиды [2]. В России на 100000 заболевают 10–15 человек, что составляет 16 % от всех онкозаболеваний у мужчин [2]. За последние 20 лет в Республике Беларусь заболеваемость РП выросла в 6 раз и в структуре онкопатологии мужчин рак данной этиологии выходит на первое

место, оставляя позади рак легкого [3; 4]. Такой рост показателей заболеваемости в значительной мере определен старением населения страны, а также усилением влияния экологических и других факторов риска, выявление и снижение влияния которых остается ведущей проблемой первичной профилактики РП [4].

Несмотря на проводимые программы скрининга РП, постоянно совершенствующиеся методы диагностики и многочисленные методики лечения, проблема рака остается актуальной. Современная скрининговая программа, представляющая собой массовое обследование мужчин определенной возрастной группы, не считающих себя больными, для выявления скрыто протекающих форм РП или факторов риска РП, основывается на исследовании уровня простатспецифического антигена (ПСА) в крови – белка, продуцируемого эпителиальными клетками простаты.

Европейское рандомизированное исследование скрининга РП на основе ПСА продемонстрировало значительное снижение риска выявления метастатического рака, а также снижение риска смерти от РП на 20–27 %. Опубликованные в 2010 г. данные Гётеборгского скринингового исследования, в котором участвовали 20000 мужчин, показали, что за 14 лет наблюдения среди индивидуумов, подвергнутых скринингу на основе ПСА, риск смерти от РП снизился на 44 % по сравнению с группой контроля [4]. К сожалению, в настоящее время в медицинской литературе активно обсуждается, во-первых, целесообразность проведения скрининга РП на основе ПСА, в силу наличия данных, что его проведение не способно улучшить показатели излечиваемости и выживаемости, приводит к гипердиагностике, так как наличие РП предполагается у лиц, не страдающих этим заболеванием. А, во-вторых, диагностическая специфичность ПСА-теста, так как уровень ПСА в крови повышается не только при злокачественных заболеваниях простаты, но и при простатите, абсцессах, доброкачественной гиперплазии и др. [5; 6]. Более того, непатологическими причинами повышенного содержания ПСА в сыворотке крови могут быть индивидуально больший объем простаты у пациента, эякуляция, проведение урологических мероприятий, травмирующих предстательную железу, поездка на велосипеде, мотоцикле или скутере, а также возраст. В связи с этим для повышения диагностической значимости ПСА-теста рядом исследователей предлагается определение различных форм антигена и соотношения между ними. Установлено, что ПСА циркулирует в крови как в свободном, так и связанном состоянии. Основная часть ПСА (от 55 до 95 %) находится в комплексе с альфа-1-антихимотрипсином и альфа-2-макроглобулином, оставшаяся часть представлена биологически неактивным, свободным ПСА (ПСА св.) [7].

Результаты проведенных исследований свидетельствуют о том, что определение свободной и общей формы ПСА в сыворотке крови обладает высокой диагностической значимостью, особенно при дифференциальной диагностике РП. Дело в том, что при РП более высокая энзиматическая активность белка приводит к его повышенному связыванию с ингибиторами, что сопровождается падением концентрации свободного ПСА. Кроме того, показано, что в ряде случаев даже при уровне общего ПСА (ПСА общ.) в пределах нормы определение процентного содержания свободного ПСА может привести к ранней диагностике РП. Это особенно важно для мужчин молодого возраста и существенно позволяет увеличить вероятность их излечения. Соотношение ПСА св./ПСА общ. выше 25 % в подавляющем большинстве случаев связано с доброкачественными процессами. При соотношении ниже 10 % – прогноз чаще неблагоприятный. Catalona и соавт. в своих работах показал, что у мужчин с соотношением ниже 10 % в 56 % случаев при проведении биопсии подтверждается наличие РП. Более того, при соотношении ПСА св./ПСА общ. выше, чем 15 % приблизительно 75 % мужчин имеют шанс на благоприятный прогноз течения заболевания после радикальной простатэктомии, по сравнению с 30 % мужчин, у которых это соотношение было ниже [8].

В связи с этим целью нашего исследования было изучение сопутствующих состояний и индивидуальных особенностей мужчин, которые в кооперации с данными, отражающими уровень в крови различных фракций ПСА, могли бы помочь выделить группы риска развития РП.

**Материалы и методы исследования.** В многопрофильной диагностической лаборатории «Академлаб» обследовано 674 сотрудника НАН Беларуси и 54 пациента Минского городского клинического онкологического диспансера (МГКОД) с первично выявленным РП (средний воз-

раст  $62,1 \pm 5,94$  года). Всем мужчинам проводился забор венозной крови. Перед процедурой предлагалось анкетирование и взятие информированного согласия на участие в исследовании. Пациентам с установленным диагнозом РП после анкетирования и забора крови проводилось хирургическое вмешательство в объеме радикальной позадилонной простатэктомии по стандартной методике Walsh, диагноз подтверждался морфологически.

Уровни ПСА св. и ПСА общ. оценивали иммуноферментным методом с использованием коммерческих наборов VitaLab (Франция). Статистическая обработка данных проводилась с помощью пакета SPSS 19.0. По результатам статистической обработки многие данные были отклонены от нормального распределения, отчего понятия «среднее» и «стандартное отклонение» не имели смысла.

**Результаты и их обсуждение.** Одним из этапов проделанной работы являлось проведение именного анкетирования, в рамках которого каждый мужчина, участвующий в исследовании, вписывал в бланк анкеты ответы на вопросы, позволяющие выявить факторы риска, являющиеся индикаторами, статистически отражающими шансы заболеть РП. При составлении анкеты мы учитывали 4 группы факторов: факторы образа жизни (курение, злоупотребление алкоголем, наличие адекватной физической нагрузки, особенности питания), биологические факторы (возраст, место рождения и расовая принадлежность, место проживания), факторы окружающей среды (место работы, характер трудовой деятельности (преимущественно умственный труд, легкий или тяжелый физический труд), профессиональные вредности (химические (органические, неорганические соединения, поступающие в воздух рабочих помещений в виде аэрозолей, газов, паров и др.), биологические (возбудители инфекционных заболеваний, продукты микробиологического синтеза и др.), физические (шум, вибрация, ультразвук, ионизирующее, ультрафиолетовое, инфракрасное излучения, электромагнитные поля и др.)), наследственные факторы (наличие положительного семейного анамнеза, который является одним из самых сильных эпидемиологических факторов риска для родственников первой степени родства [9]).

Проведенное анкетирование, подкрепленное результатами лабораторных исследований, позволило выделить группу риска, куда вошли 6,5 % обследованных мужчин, уровень ПСА общ. в сыворотке крови которых превышал значение 4,0 нг/мл, а соотношение ПСА св./ПСА общ. было меньше 15 %. Средний возраст мужчин из указанной группы составил  $65,7 \pm 7,4$  лет, что практически соответствовало среднему возрасту пациентов МГКОД, вошедших в контрольную группу.

Согласно анкетным данным, 68,7 % мужчин группы риска на момент проведения исследования были заняты умственным трудом. На втором месте стоит легкий физический труд, им заняты 20,8 % мужчин, на третьем – средний по тяжести физический труд – 10,4 %, остальные занимаются тяжелым физическим трудом. Наличие физических факторов риска на рабочем месте отмечал 21 мужчина, как правило, это электромагнитное излучение и шум, трое сотрудников акцентировали внимание на химические факторы и 1 – на биологические. Анализ характера труда контрольной группы мужчин показал следующее: умственным трудом заняты 44,4 % пациентов, трудовая деятельность 25,9 % пациентов связана с физическим трудом средней тяжести, 14,8 % – с физическим трудом легкой тяжести и 5,6 % пациентов указали на тяжелый физический труд, 9,3 % пациентов не смогли дать оценку своей трудовой деятельности.

Снижение двигательной активности, отсутствие адекватной физической нагрузки (только 8 человек из группы риска занимаются физкультурой три и более дней в неделю, 44,4 % контрольной группы не занимаются спортом вообще) способствовало тому, что у 8 мужчин группы риска наблюдалось ожирение различной степени (ИМТ > 30), у 28 – избыточный вес (ИМТ находится в пределах 25–30). Многочисленными исследованиями последних лет доказано, что риск умереть от РП у мужчин, страдающих ожирением на момент выявления у них этого заболевания, выше в два раза, чем у мужчин с нормальным весом. Исследования по наличию связи между ИМТ и летальным исходом от РП показало, что у мужчин с ИМТ от 25 до 30 смертность от РП встречалась в 1,5 раза чаще, а при ИМТ > 30 – смертность возросла уже в 1,6 раза [10; 11].

Многолетние исследования и наблюдения ученых доказывают, что у мужчин возраста 40–65 лет, имеющих стаж курения 20–40 лет, шансы заболеть РП вдвое больше, чем у мужчин, которые

никогда не были злостными курильщиками. У курящих мужчин этого возраста, страдающих аденомой простаты, шансы заболеть РП выше [12]. В группе риска на момент исследования не курили 40,8 % человек, бросили курить – 22,4 %, часто курят – 16,3 %. Соответствующее распределение и в контрольной группе (46,3, 24,1 и 18,5 % соответственно).

Согласно литературным данным, мужчины, рацион которых состоит преимущественно из мяса и животных жиров, более подвержены риску развития РП. Употребление масла и сыра могут повысить риск на 35–45 %. И, наоборот, у мужчин, регулярно потребляющих много фруктов и овощей, рыбу риск заболеть РП ниже [13]. Согласно данным анкетирования, мужчины группы риска употребляют мясо в 63 % случаев, что соответствует частоте встречаемости данного фактора риска в контрольной группе мужчин, более того, жареные продукты питания используют в своем рационе 73,3 % мужчин группы риска и 72,2 % мужчин контрольной группы. Как в контрольной, так и в группе риска мужчины отмечали редкое употребление алкоголя.

По мнению ряда исследователей, от 5 до 10 % случаев РП являются результатом наследственных генетических факторов. Случаи заболевания по мужской линии повышают риск развития рака данной локализации, при этом риск находится в обратной зависимости от возраста заболевшего. Так, исследования американских ученых из института Джона Хопкинса показали, что если отец или брат среднестатистического мужчины имел РП, то у этого мужчины риск вдвое выше, чем у среднего американца (у которого он составляет около 13 %). В зависимости от числа болевших родственников и возраста, когда они заболели, этот риск может достичь 50 %. Риск развития РП может быть повышен и в семьях с отягощенным анамнезом рака молочной железы, рака яичников у родственников первой линии (матери, сестры). В подобных случаях связь объясняется наследственной формой мутаций в генах BRCA1/BRCA2. Согласно данным анкеты, РП у родственников мужчин контрольной группы встречался в 11,1 % случаев и в 9 % случаев группы риска.

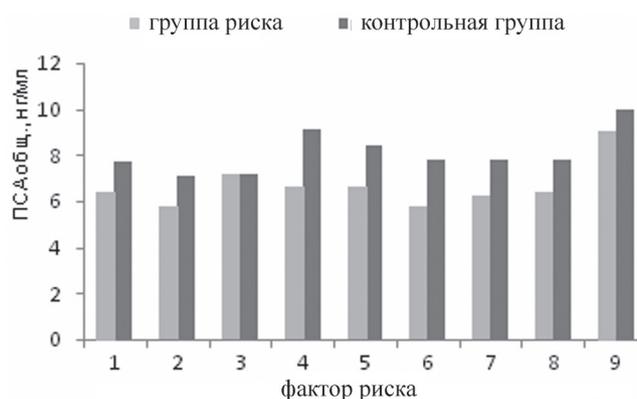
Сравнение медианы значений ПСА общ. у мужчин контрольной группы и группы риска при анализе различных факторов риска представлены на рисунке.

Как видно из этого рисунка, оценить изолированный эффект одного из факторов риска без учета влияния других факторов невозможно. Однако несомненна причинная связь недостаточной физической нагрузки в жизни сотрудников НАН Беларуси, употребление алкоголя, курение, наследственная предрасположенность и возможного развития РП.

**Заключение.** Таким образом, проведенное исследование показало острую необходимость в проведении среди сотрудников НАН Беларуси профилактических, разъяснительных мероприятий, направленных на снижение риска развития данной патологии, а именно: изменение рациона их питания, ограничение употребления жиров животного происхождения и соразмерное введение в рацион источника каротиноидов (овощей и фруктов), избавление от вредных привычек (курения и злоупотребления алкоголем), нормализация веса с помощью сбалансированного питания и физических нагрузок, а также проведение ежегодного профилактического скрининга для мужчин старше 40 лет.

### Список использованной литературы

1. Lifestyle behaviors, obesity, and perceived health among men with and without a diagnosis of prostate cancer: A population-based, cross-sectional study / L. G. Rogers [et al.] // BMC Public health. – 2008. – Vol. 22. – P. 8–23.



Медиана значений ПСА общ. в крови мужчин контрольной группы и группы риска развития в зависимости от влияния факторов риска (1 – профессиональные вредности (физические факторы), 2 – характер труда (умственный труд), 3 – отсутствие физической нагрузки, 4 – курение, 5 – алкоголь, 6 – чрезмерное употребление мяса, 7 – рыба в рационе питания, 8 – жареные продукты, 9 – наследственность) на уровень

2. *Гиновкер, А. Г.* Рак предстательной железы / А. Г. Гиновкер // *Вестн. СурГУ. Медицина.* – 2011. – № 9. – С. 76–87.
3. Прогноз числа ежегодных случаев злокачественных новообразований в Республике Беларусь и областях до 2030 года: статистический сборник / И. В. Залуцкий [и др.] // *Статистический сборник.* – Минск, 2011. – 40 с.
4. Первый опыт скрининга рака предстательной железы в Республике Беларусь / С. А. Красный [и др.] // *Сибирский онколог. журн.* – 2013. – № 3. – С. 66–69.
5. Insulin-Like Growth Factor (IGF) family and prostate cancer / C. Gennigens [et al.] // *Critical Reviews in Oncology/Hematology.* – 2006. – Vol. 58. – P. 124–145.
6. Рак предстательной железы: некоторые аспекты эпидемиологии, этиологии и канцерогенеза / С. Х. Аль-Щукри [и др.] // *Урологические ведомости.* – 2012. – № 1, т. 1. – С. 23–25.
7. *Имянитов, Е. Н.* Эпидемиология и биология рака простаты / Е. Н. Имянитов // *Практическая онкология.* – 2008. – Т. 9, № 2. – С. 68–74.
8. High levels of circulating insulin-like growth factor-I increase prostate cancer risk: a prospective study in a population-based nonscreened cohort / Par Stattin [et al.] // *J. of clinical oncology.* – 2004. – N 15. – P. 3104–3112.
9. Рак предстательной железы и наследственные синдромы / Н. Ф. Белев [и др.] // *Злокачественные опухоли.* – 2014. – № 3. – С. 97–102.
10. Energy balance, physical activity, and cancer risk / A. M. Fair [et al.] // *Methods Mol Biol.* – 2009. – Vol. 472. – P. 57–88.
11. Impact of Diet, Body Mass Index, and Physical Activity on Cancer Survival / E. Kampman [et al.] // *Curr. Nutr. Rep.* – 2012. – Vol. 7. – P. 30–36.
12. Smoking as a risk factor for prostate cancer: a meta-analysis of 24 prospective cohort studies / M. Huncharek [et al.] // *Am. J. Public Health.* – 2010. – Vol. 100, N 4. – P. 693–701.
13. The diet as a cause of human prostate cancer / W. G. Nelson [et al.] // *Cancer Treat. Res.* – 2014. – Vol. 159. – P. 51–68.

*Поступило в редакцию 27.05.2015*

УДК 616.62-006.6-089-036.868 (476)

М. П. СМАЛЬ<sup>1</sup>, А. И. РОЛЕВИЧ<sup>2</sup>, Т. И. НАБЕБИНА<sup>2</sup>, член-корреспондент С. А. КРАСНЫЙ<sup>2</sup>,  
Р. И. ГОНЧАРОВА<sup>1</sup>

## МЕТИЛИРОВАНИЕ ГЕНА *RUNX3* КАК ФАКТОР ПРОГНОЗА ПРИ РАКЕ МОЧЕВОГО ПУЗЫРЯ БЕЗ МЫШЕЧНОЙ ИНВАЗИИ

<sup>1</sup>Институт генетики и цитологии НАН Беларуси, Минск, Беларусь

*M.Smal@igc.by; R.Goncharova@igc.by*

<sup>2</sup>РНПЦ онкологии и медицинской радиологии им. Н. Н. Александрова, Лесной, Беларусь

*alexander.rolevich@gmail.com; nabebina.t@yandex.by; SergeyKrasny@tut.by*

Проведен анализ статуса метилирования гена *RUNX3* в проспективной группе из 262 пациентов, страдающих раком мочевого пузыря (РМП). В отличие от нормального уротелия, в опухолевых клетках мочевого пузыря наблюдалась высокая частота гиперметиляции промоторной области гена *RUNX3*, равная 63 %. Выявлена статистически значимая ассоциация эпигенетических нарушений исследуемого гена с агрессивным опухолевым фенотипом: высокой степенью распространения, низкой степенью дифференцировки и большими размерами опухоли. Установлено, что гиперметиляция гена *RUNX3* являлась независимым фактором риска в отношении прогрессирования и онкоспецифической выживаемости в группе пациентов с РМП без мышечной инвазии.

*Ключевые слова:* рак мочевого пузыря, ген *RUNX3*, гиперметиляция, прогностическое значение.

*M. P. SMAL<sup>1</sup>, A. I. ROLEVICH<sup>2</sup>, T. I. NABEBINA<sup>2</sup>, S. A. KRASNY<sup>2</sup>, R. I. GONCHAROVA<sup>1</sup>*

## *RUNX3* GENE METHYLATION AS A PROGNOSTIC FACTOR IN NON-MUSCLE-INVASIVE BLADDER CANCER

<sup>1</sup>Institute of Genetics and Cytology of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

*M.Smal@igc.by; R.Goncharova@igc.by*

<sup>2</sup>N. N. Alexandrov National Cancer Center of Belarus, Lesnoy, Belarus

*alexander.rolevich@gmail.com; nabebina.t@yandex.by; SergeyKrasny@tut.by*

The analysis of the *RUNX3* gene methylation status was conducted in the prospective group of 262 bladder cancer patients. In comparison to normal urothelium, a high frequency (63 %) of *RUNX3* promoter hypermethylation was observed in tumor tissues. A statistically significant association of *RUNX3* epigenetic abnormalities with a more aggressive tumor phenotype – an advanced tumor stage and grade, as well as a large tumor size – was found. We have shown that *RUNX3* hypermethylation is an independent risk factor for progression and cancer-specific survival in the group of patients with non-muscle invasive bladder cancer.

*Keywords:* bladder cancer, *RUNX3* gene, hypermethylation, prognostic significance.

**Введение.** Рак мочевого пузыря (РМП) представляет собой гетерогенную группу злокачественных новообразований, подавляющее большинство из которых составляют переходноклеточные карциномы. Более половины всех выявляемых опухолей мочевого пузыря локализируются в пределах слизистого (Ta, CIS) или подслизистого (T1) слоя и относятся к РМП без мышечной инвазии (РМП БМИ). Несмотря на относительно благоприятный прогноз для пациентов с РМП БМИ, 50–80 % опухолей рецидивируют и 10–25 % прогрессируют в мышечно-инвазивный рак (МИ РМП) ( $\geq T2$ ), характеризующийся высоким уровнем смертности [1].

Применяемые в настоящее время клинико-патологические параметры для оценки прогноза клинического течения РМП не позволяют с точностью определять биологическое поведение опухолей и предсказывать рецидивирование, прогрессирование и метастазирование РМП. В связи с этим возникает необходимость поиска дополнительных прогностических маркеров. Наиболее перспективными из них могут являться мутации в протоонкогенах и генах-супрессорах опухолей, а также паттерны метилирования промоторных областей специфичных для РМП генов. Ра-

нее нами выявлена высокая частота соматических мутаций генов *FGFR3* и *TP53*, ассоциированная с РМП БМИ и МИ РМП соответственно [2; 3].

В последнее время большое внимание уделяется не только структурным нарушениям генов, но и эпигенетическим изменениям, к которым относят метилирование ДНК, посттрансляционную модификацию гистонов и замалчивание генов микро-РНК. Было показано, что аномальное метилирование вносит вклад в развитие различных типов злокачественных новообразований, в том числе и РМП [4]. Подобно другим типам рака, опухолевые клетки мочевого пузыря характеризуются глобальным гипометилированием и сайт-специфическим гиперметилированием CpG-островков в промоторных областях генов [5]. Последнее событие является одним из установленных механизмов сайленсинга генов-супрессоров опухолевого роста посредством инактивации транскрипции и часто ассоциировано с агрессивным опухолевым фенотипом и неблагоприятным исходом заболевания [6].

Для РМП показано аномальное метилирование и сниженная экспрессия ряда генов, включая *RUNX3*, *RASSF1A*, *p16*, *RARβ* и *E-cadherin* [7]. *RUNX3* – один из трех Runt-домен-содержащих транскрипционных факторов (*RUNX1*, *RUNX2* и *RUNX3*), являющихся ключевыми регуляторами экспрессии ряда генов и задействованных в таких важных процессах, как гематопоз, остеогенез и нейрогенез [8]. Полагают, что *RUNX3* действует как онкосупрессор, поскольку активирует экспрессию антионкогенного пути ARF-p21 и участвует в индукции апоптоза [9].

Рядом авторов выявлена высокая частота гиперметилирования гена *RUNX3* при РМП, статистически значимо ассоциированная с высокой степенью распространения, низкой степенью дифференцировки, наличием рецидивов и прогрессии [5; 10–12]. Однако несмотря на то что полученные данные свидетельствуют о возможности использования *RUNX3* в качестве потенциального маркера неблагоприятного течения заболевания, результаты ретроспективных исследований требуют валидации в проспективных выборках пациентов. Таким образом, целью настоящей работы явилось изучение статуса метилирования гена *RUNX3* в проспективной группе белорусских пациентов, страдающих РМП, и оценка его прогностического значения.

**Материалы и методы исследования.** В исследование включены 24 донора без онкопатологии (16 мужчин и 8 женщин) в возрасте от 27 до 79 лет (медиана – 63,5 лет) и 262 пациента с гистологически подтвержденным диагнозом РМП. Образцы опухолевого материала отобраны проспективно в период с 2010 по 2014 г. в РНПЦ онкологии и медицинской радиологии им. Н. Н. Александрова. Возраст пациентов (208 мужчин и 54 женщины) находился в диапазоне от 31 до 93 лет (медиана – 67 лет). Все случаи РМП классифицированы по системе TNM (2002). Степень дифференцировки опухолевой ткани определялась гистологически в соответствии с классификациями ВОЗ 1973 и 2004 гг. Клинико-анамнестические данные пациентов представлены в табл. 1.

Геномную ДНК выделяли из образцов мочи здоровых доноров ( $n = 21$ ), тканевых проб мочевого пузыря от индивидуумов с неподтвержденным диагнозом РМП ( $n = 3$ ) и свежего опухолевого материала пациентов с уротелиальной карциномой ( $n = 262$ ) посредством ферментативной обработки протеиназой К и последующей фенол-хлороформной экстракции. Для этого образцы тканей мочевого пузыря гомогенизировали, а образцы мочи в объеме 30–50 мл центрифугировали при 3000 об/мин в течение 20 мин, после чего осадок промывали дважды буфером, содержащим 10мМ Tris-HCl, 1мМ ЭДТА и 100мМ NaCl.

Бисульфитную модификацию ДНК проводили с использованием набора EZ DNA Methylation-Gold Kit (Zymo Research) в соответствии с рекомендациями производителя. Статус метилирования гена *RUNX3* определяли с помощью метил-специфической ПЦР с праймерами, предложенными Kim и соавт. [10]. Реакционная смесь общим объемом 15 мкл содержала 100 нг бисульфит-конвертированной ДНК, 1х ПЦР буфер, 0,2 мкМ каждого праймера, 1,5 мМ MgCl<sub>2</sub>, 0,2 мМ dNTPs, 0,3 единицы активности Taq полимеразы (Праймтех) и ДМСО в конечной концентрации 5 %. После 15-минутной инкубации при 95 °С проводили 40 циклов амплификации (денатурация при 99 °С – 1 с, отжиг при 70 °С, 69 °С и 61 °С – 10 с для выявления неконвертированной, метилированной и неметилированной ДНК соответственно, элонгация при 72 °С – 10 с) в термоциклере C1000 Thermal cycler (Bio-Rad). Конечную элонгацию осуществляли в течение

Т а б л и ц а 1. Характеристика группы исследования и статус метилирования гена *RUNX3* в зависимости от клинических параметров

Характеристика	Класс	Общее количество, <i>n</i>	Метилирование <i>RUNX3</i> , <i>n</i> (%)	<i>p</i>
Пол	Мужской	208	134 (64,4)	0,34
	Женский	54	31 (57,4)	
Возраст	До 60 лет	59	30 (50,8)	0,028
	60 лет и более	203	135 (66,5)	
Категория Т	Ta	42	19 (45,2)	0,003
	T1	132	80 (60,6)	
	T ≥ 2	88	66 (75,0)	
Наличие метастазов	Да	20	14 (70,0)	0,66
	Нет	226	141 (62,4)	
Размер опухоли	До 3 см	112	61 (54,5)	0,015
	3 см и более	149	103 (69,1)	
Степень дифференцировки (ВОЗ 1973)	G1	88	41 (46,6)	<0,001
	G2	114	80 (70,2)	
	G3	57	43 (75,4)	
Степень дифференцировки (ВОЗ 2004)	ПУОНЗП / Low grade	151	82 (54,3)	<0,001
	High grade	108	81 (75,0)	
Мультифокальность опухоли	Одиночная опухоль	101	59 (58,4)	0,26
	Множественная опухоль	159	104 (65,4)	
Статус курения	Не курит	75	48 (64,0)	0,94
	Курил ранее	74	47 (63,5)	
	Курит	104	64 (61,5)	

П р и м е ч а н и е. ПУОНЗП – папиллярная уротелиальная опухоль с низким злокачественным потенциалом.

2 мин при 72 °С. В качестве положительного контроля метилирования была использована *in vitro* метилированная ДНК, полученная посредством обработки CpG-метилтрансферазой (Thermo Scientific). Анализ продуктов метил-специфической ПЦР проводили в 8 %-ном полиакриламидном геле при напряжении 130 В. Результаты электрофореза визуализировали с помощью бромистого этидия.

Статистическую обработку данных проводили с использованием пакета прикладных программ SPSS Statistics 17.0. Статистическую значимость различий между исследуемыми группами анализировали с помощью критерия  $\chi^2$  и *U*-теста Манна–Уитни. Безрецидивную выживаемость, выживаемость до прогрессирования и скорректированную (онкоспецифическую) выживаемость определяли по методу Каплана–Мейера, значимость различий между показателями выживаемости оценивали при помощи log-rank теста. Влияние потенциальных факторов риска на отдаленные результаты лечения оценивали с помощью моно- и мультивариантного регрессионного анализа пропорциональных рисков Кокса. В мультивариантный анализ были включены переменные, статистическая значимость которых была меньше 0,1 в моновариантном анализе. Различия считались статистически значимыми при  $p < 0,05$ .

**Результаты и их обсуждение.** Метилирование гена *RUNX3* в контрольной группе и у пациентов с РМП. Для определения специфичности гиперметилирования гена *RUNX3* к РМП нами изучена эпигенетическая изменчивость этого гена как в контрольной группе из 24 индивидуумов без онкопатологии, так и в группе из 262 пациентов с РМП. Ни в одном образце контрольной группы не выявлено гиперметилирование промоторной области *RUNX3*. Подобно нашим результатам, в ряде работ сообщалось об отсутствии метилирования *RUNX3* в нормальных тканях мочевого пузыря, предстательной железы, легких и молочной железы [5; 13].

В то же время в 165 образцах (63,0 %) опухолевого материала наблюдались эпигенетические изменения исследуемого гена. Согласно литературным данным, частота гиперметилирования этого гена при РМП варьирует в пределах от 28,1 до 73 % [5; 12] в зависимости от состава включенных в исследование опухолей.

Нами выявлена статистически значимая ассоциация аномального метилирования гена *RUNX3* с увеличением возраста пациентов ( $p = 0,017$ , тест Манна–Уитни). Wolff и соавт. [14], наблюдавшие такую же зависимость, предложили использовать статус метилирования *RUNX3* как критерий оценки возраста уротелиальной карциномы, поскольку в нормальных тканях данные эпигенетические изменения отсутствуют.

В настоящем исследовании гиперметилирование *RUNX3* статистически значимо чаще наблюдалось в мышечно-инвазивных опухолях (75,0 %) по сравнению с немышечно-инвазивными (56,9 %) ( $p = 0,004$ ). При этом наименьшая частота эпигенетических нарушений *RUNX3*, равная 45 %, отмечалась при категории Та (табл. 1). Кроме того, выявлена строгая корреляция между статусом метилирования исследуемого гена и степенью дифференцировки опухоли: при G1 частота гиперметилирования составила приблизительно 47 %, при G2 – 70 % и при G3 – 75 %. По частоте эпигенетических изменений в промоторной области *RUNX3* обнаружены статистически значимые различия между low-grade (54,3 %) и high-grade (75,0 %) уротелиальными карциномами. Кроме того, гиперметилирование *RUNX3* значительно чаще наблюдалось в опухолях больших размеров (табл. 1). Более высокая частота метилирования гена *RUNX3* отмечалась в метастатических опухолях по сравнению с неметастатическими, однако эта зависимость не достигла уровня статистической значимости. Корреляции между эпигенетическими изменениями исследуемого гена и такими характеристиками, как пол, статус курения и мультифокальность опухоли, обнаружено не было (табл. 1).

Таким образом, полученные результаты указывают на тесную связь гиперметилирования гена *RUNX3* с агрессивными низкодифференцированными мышечно-инвазивными опухолями больших размеров, что согласуется с данными других авторов [5; 10; 11; 14; 15].

**Прогностическое значение статуса метилирования гена *RUNX3* при РМП.** Определение роли статуса метилирования гена *RUNX3* в предсказании прогноза проводилось на выборке из 230 пациентов, 32 пациента выбыли из-под наблюдения. Длительность наблюдения колебалась от 32 до 60 мес., медиана наблюдения составила 46 мес. В течение этого периода у 43 из 150 пациентов с РМП БМИ (28,7 %) выявлены рецидивы, в 6 % (9 из 150) случаев зарегистрировано прогрессирование в мышечно-инвазивную форму, 69 пациентов умерли, в том числе 34 – от РМП.

При наличии гиперметилирования исследуемого гена наблюдалось снижение 3-летней безрецидивной выживаемости до 68,8 % (ДИ 58,8–78,8 %) по сравнению с таковой при отсутствии гиперметилирования (80,2 %, ДИ 70,0–90,4 %), однако это снижение не достигло уровня статистической значимости ( $p = 0,19$ ).

Установлены статистически значимые различия в выживаемости до прогрессирования в зависимости от статуса метилирования гена *RUNX3* ( $p = 0,045$ ) (рис. 1). У пациентов с эпигенетическими изменениями *RUNX3* прогрессирование отмечалось в 9,3 % (8 из 86) случаев, тогда как

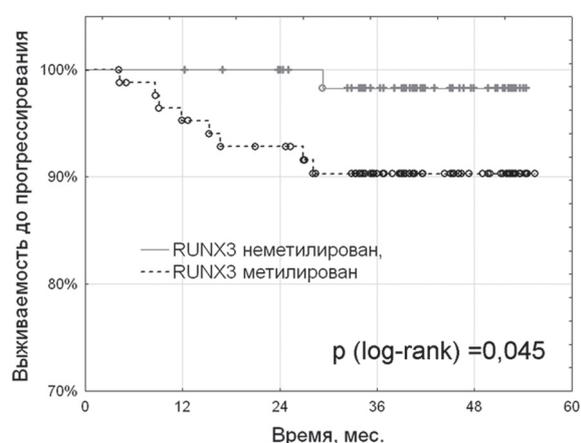


Рис. 1. Выживаемость до прогрессирования в зависимости от статуса метилирования гена *RUNX3*

у пациентов с неметилированным геном – в 1,6 % (1 из 64) наблюдений. В мультивариантном регрессионном анализе пропорциональных рисков Кокса единственными независимыми факторами риска прогрессирования РМП БМИ являлись наличие рецидивной опухоли (ОР 6,4; 95 % ДИ 1,53–27,04;  $p = 0,011$ ) и статус метилирования гена *RUNX3* (ОР 9,1; 95 % ДИ 1,06–78,35;  $p = 0,044$ ) (табл. 2).

В отношении онкоспецифической выживаемости не выявлено прогностическое значение эпигенетической изменчивости гена *RUNX3* в общей группе пациентов, однако наблюдалось некоторое повышение уровня смертности в случае эпигенетических нарушений. Так, 3-летняя скорректированная выживаемость пациентов с мети-

Т а б л и ц а 2. Результаты моно- и многофакторного анализа выживаемости до прогрессирования

Показатель	Монофакторный анализ		Многофакторный анализ	
	ОР	<i>p</i>	ОР	<i>p</i>
Пол	2,87 (ДИ 0,36–22,98)	0,32		
Возраст, непрерывный показатель	1,07 (ДИ 0,99–1,14)	0,079	1,07 (ДИ 0,99–1,17)	0,11
Рецидивная опухоль против первичной	6,42 (ДИ 1,6–25,67)	0,009	6,42 (ДИ 1,53–27,04)	0,011
Единичная опухоль против мультифокальной	0,51 (ДИ 0,11–2,47)	0,4		
Размер, непрерывный показатель	0,5 (ДИ 0,24–1,05)	0,066	0,52 (ДИ 0,25–1,1)	0,086
T1 против Та	1,2 (ДИ 0,25–5,77)	0,82		
G	1,0	0,38		
G2 против G1	2,39 (ДИ 0,57–10,02)	0,23		
G3 против G1	3,68 (ДИ 0,38–35,43)	0,26		
Статус метилирования гена <i>RUNX3</i>	6,36 (ДИ 0,8–50,83)	0,08	9,13 (ДИ 1,06–78,35)	0,044

лированным *RUNX3* составила 82,2 % (ДИ 75,5–88,9 %), а при отсутствии гиперметилирования – 90,2 % (ДИ 83,7–96,7 %) ( $p = 0,15$ ). При раздельном анализе пациентов с РМП БМИ и МИ РМП обнаружено, что эпигенетические изменения исследуемого гена статистически значимо ассоциированы с более низкой скорректированной выживаемостью в группе с мышечно-инвазивными опухолями ( $p = 0,048$ ) (рис. 2), в то время как при МИ РМП статистически значимых различий в онкоспецифической выживаемости не выявлено ( $p = 0,62$ ). Как и в случае выживаемости до прогрессирования, многофакторный регрессионный анализ Кокса показал, что гиперметилирование гена *RUNX3* оказывает независимое влияние на онкоспецифическую выживаемость пациентов с РМП БМИ (ОР 9,4; 95 % ДИ 1,14–77,95;  $p = 0,037$ ) совместно с наличием рецидивной опухоли (ОР 3,97; 95 % ДИ 1,04–15,16;  $p = 0,044$ ).

В литературе имеются противоречивые данные относительно роли эпигенетической изменчивости гена *RUNX3* в предсказании отдаленных результатов лечения. Согласно данным ряда исследований, аномальное метилирование гена *RUNX3* статистически значимо ассоциировано с рецидивированием [5; 11; 12] и прогрессированием РМП БМИ [5; 10; 11], а также сниженной онкоспецифической выживаемостью [10]. Однако в работах других авторов прогностическое значение гиперметилирования *RUNX3* не выявлено [15]. В нашем исследовании обнаружено, что аномальное метилирование гена *RUNX3* оказывает независимое влияние на снижение выживаемости до прогрессирования и скорректированной выживаемости в проспективной группе пациентов с РМП БМИ.

**Заключение.** В настоящем исследовании выявлена высокая частота специфичных для РМП эпигенетических изменений гена *RUNX3*, равная 63 %. Гиперметилирование промоторной области исследуемого гена статистически значимо чаще наблюдалось у пациентов старшей возрастной группы и было ассоциировано с низкодифференцированными мышечно-инвазивными опухолями больших размеров. При РМП БМИ частота гиперметилирования *RUNX3* составила 57 %, тогда как при МИ РМП этот показатель был равен 75 %. Анализ прогностического значения статуса метилирования гена *RUNX3* показал, что эпигенетические изменения исследуемого гена являются независимыми факторами риска в отношении прогрессирования и онкоспецифической выживаемости пациентов с РМП БМИ. Определение эпигенетической изменчивости *RUNX3* позволит выявить группу пациентов с неблагоприятным прогнозом заболевания. Кроме того, использование статуса метилирования гена *RUNX3* может быть перспективным в терапии РМП ввиду обратимости эпигенетических нарушений под действием ингибиторов метилирования и возможности восстановления функции гена.

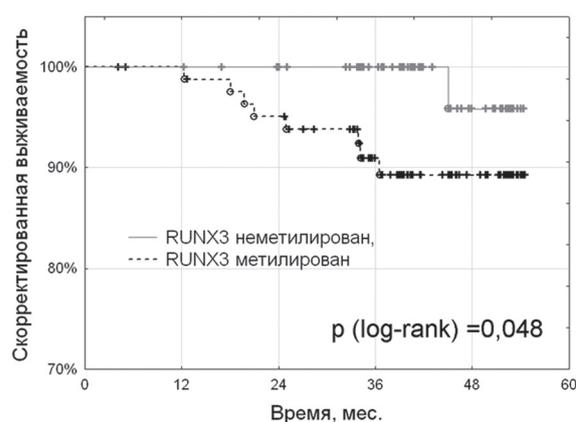


Рис. 2. Скорректированная выживаемость в группе пациентов с РМП БМИ в зависимости от статуса метилирования гена *RUNX3*

## Список использованной литературы

1. Bladder cancer / F. de Braud [et al.] // *Crit. Rev. Oncol. Hematol.* – 2002. – Vol. 41, N 1. – P. 89–106.
2. Мутационный статус гена FGFR3 в проспективной когорте пациентов, страдающих раком мочевого пузыря / М. П. Смаль [и др.] // *Докл. НАН Беларуси.* – 2013. – Т. 57, № 1. – С. 96–101.
3. FGFR3 and TP53 mutations in a prospective cohort of Belarusian bladder cancer patients / M. P. Smal [et al.] // *Exp. Oncol.* – 2014. – Vol. 36, N 4. – P. 246–251.
4. *Kandimalla, R.* DNA methylation-based biomarkers in bladder cancer / R. Kandimalla, A. A. van Tilborg, E. C. Zwarthoff // *Nat. Rev. Urol.* – 2013. – Vol. 10, N 6. – P. 327–335.
5. RUNX3 inactivation by point mutations and aberrant DNA methylation in bladder tumors / W. J. Kim [et al.] // *Cancer Res.* – 2005. – Vol. 65, N 20. – P. 9347–9354.
6. Comprehensive genome methylation analysis in bladder cancer: identification and validation of novel methylated genes and application of these as urinary tumor markers / T. Reinert [et al.] // *Clin. Cancer Res.* – 2011. – Vol. 17, N 17. – P. 5582–5592.
7. *Kim, Y. K.* Epigenetic markers as promising prognosticators for bladder cancer / Y. K. Kim, W. J. Kim // *Int. J. Urol.* – 2009. – Vol. 16, N 1. – P. 17–22.
8. *Levanon, D.* Structure and regulated expression of mammalian RUNX genes / D. Levanon, Y. Groner // *Oncogene.* – 2004. – Vol. 23, N 24. – P. 4211–4219.
9. Runx3 inactivation is a crucial early event in the development of lung adenocarcinoma / Y. S. Lee [et al.] // *Cancer Cell.* – 2013. – Vol. 24, N 5. – P. 603–616.
10. Methylation of the RUNX3 promoter as a potential prognostic marker for bladder tumor / E. J. Kim [et al.] // *J. Urol.* – 2008. – Vol. 180, N 3. – P. 1141–1145.
11. RUNX3 methylation as a predictor for disease progression in patients with non-muscle-invasive bladder cancer / C. Yan [et al.] // *J. Surg. Oncol.* – 2012. – Vol. 105, N 4. – P. 425–430.
12. Prognostic significance of methylation profiles in urothelial carcinomas of the bladder / H. J. Park [et al.] // *Korean J. Pathol.* – 2010. – Vol. 44. – P. 623–630.
13. DNA methylation-associated inactivation of TGFbeta-related genes DRM/Gremlin, RUNX3, and HPP1 in human cancers / M. Suzuki [et al.] // *Br. J. Cancer.* – 2005. – Vol. 93, N 9. – P. 1029–1037.
14. RUNX3 methylation reveals that bladder tumors are older in patients with a history of smoking / E. M. Wolff [et al.] // *Cancer Res.* – 2008. – Vol. 68, N 15. – P. 6208–6214.
15. Methylation of tumor suppressor genes in a novel panel predicts clinical outcome in paraffin-embedded bladder tumors / R. Garcia-Baquero [et al.] // *Tumour Biol.* – 2014. – Vol. 35, N 6. – P. 5777–5786.

Поступило в редакцию 10.06.2015

УДК 616.37-002-006.66-076

В. А. КИРИЛЛОВ<sup>1</sup>, К. А. ЛУГОВЕЦ<sup>2</sup>, О. А. ЕРОХИНА<sup>3</sup>, Л. Б. КЛЮКИНА<sup>3</sup>

**ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЦИТОЛОГИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ  
ХРОНИЧЕСКОГО ПАНКРЕАТИТА И АДЕНОКАРЦИНОМЫ  
ПОДЖЕЛУДОЧНОЙ ЖЕЛЕЗЫ С ПОМОЩЬЮ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ**

(Представлено членом-корреспондентом И. В. Залуцким)

<sup>1</sup>Белорусский государственный медицинский университет, Минск, Беларусь  
kirillov@bsmu.by

<sup>2</sup>Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова  
Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь  
Lug92@mail.ru

<sup>3</sup>Республиканский научно-практический центр онкологии и медицинской радиологии им Н. Н. Александрова,  
Минск, Беларусь  
eoxanadoc@rambler.ru

Методом кариометрии выявлены количественные закономерности патологических изменений ядер клеток протокового эпителия поджелудочной железы при аденокарциноме и хроническом панкреатите. Разработана экспертная система для дифференциальной диагностики этих заболеваний, в основе которой лежит совокупность граничных значений количественных параметров ядер в группах сравнения и их весовые коэффициенты. Показана 100 %-ная эффективность экспертной системы в дооперационной диагностике аденокарциномы и хронического панкреатита и ее существенный вклад в уточнение диагноза в случаях цитологического заключения «подозрение на рак».

*Ключевые слова:* аденокарцинома, хронический панкреатит, кариометрия, экспертная система, диагностика.

V. A. KIRILLOV<sup>1</sup>, K. A. LUHAVETS<sup>2</sup>, O. A. EROKHINA<sup>3</sup>, L. B. KLIUKINA<sup>3</sup>

**ENHANCEMENT OF THE EFFICIENCY OF CYTOLOGICAL DIAGNOSIS OF CHRONIC PANCREATITIS  
AND PANCREATIC ADENOCARCINOMA BY AN EXPERT SYSTEM**

<sup>1</sup>Belarusian State Medical University, Minsk, Belarus  
kirillov@bsmu.by

<sup>2</sup>International State Environmental Institute named A. D. Sakharov by Belarusian State University, Minsk, Belarus  
Lug92@mail.ru

<sup>3</sup>N. N. Alexandrov National Cancer Centre of Belarus, Minsk, Belarus  
eoxanadoc@rambler.ru

Using the karyometry method, quantitative regularities of pathological changes in nuclei of cells of ductal epithelium of pancreas in adenocarcinoma and chronic pancreatitis were revealed. The expert system for diagnosis of these diseases on the basis of a set of threshold values of quantitative parameters of nuclei in the comparison groups and their weight coefficients has been created. The efficiency of the expert system in the preoperative diagnosis of adenocarcinoma and chronic pancreatitis was 100 % and its substantial contribution to the clarification of the diagnosis in the cases with the cytologic conclusion as «suspicion of cancer» was estimated.

*Keywords:* adenocarcinoma, chronic pancreatitis, karyometry, expert system, diagnosis.

**Введение.** Одним из основных методов диагностики характера очаговых поражений поджелудочной железы является тонкоигольная аспирационная биопсия с последующим цитологическим исследованием мазка аспирата. Сложности дифференциальной цитологической диагностики хронического панкреатита и аденокарциномы поджелудочной железы обусловлены совпадением основных дифференциально-диагностических признаков атипии в клеточных элементах, их неявной выраженностью и разной частотой встречаемости в цитограммах [1–3]. Все это крайне затрудняет аналитическую оценку врача-цитолога при постановке диагноза на дооперацион-

ном этапе. Точность тонкоигольной аспирационной биопсии в диагностике злокачественного характера очаговых поражений поджелудочной железы составляет чуть более 70 % [2; 4; 5]. Дооперационная диагностика важна для определения адекватного объема оперативного вмешательства. Так, в случае рака делают радикальную операцию – панкреатодуоденальную резекцию в различных модификациях [4; 5]. При хроническом панкреатите в основном проводят лекарственную терапию, а в редких случаях выполняют паллиативные операции для улучшения качества жизни пациента и направленные, прежде всего, на устранение болевого синдрома [6]. Одним из подходов к решению проблемы оценки характера опухолевого поражения поджелудочной железы может служить преобразование качественных признаков патологических изменений клеток в количественную форму с помощью компьютерной морфометрии. При этом наиболее перспективным представляется подход, основанный на создании экспертных систем на базе совокупности количественных параметров специализированных клеток и их весовых коэффициентов [7–10].

Целью работы являлась разработка экспертной системы на базе совокупности кариометрических параметров клеток протокового эпителия поджелудочной железы для дооперационной диагностики основных нозологических форм заболевания поджелудочной железы – аденокарциномы и хронического панкреатита.

**Материалы и методы исследования.** Объектом исследования служил цитологический материал поджелудочной железы, полученный путем тонкоигольной аспирации у пациентов в возрасте от 30 до 90 лет, находящихся на лечении в РНПЦ онкологии и медицинской радиологии им. Н. Н. Александрова. Фиксация и окрашивание цитологических препаратов проводились по Паппенгейму. Изучались цитологические препараты с гистологическим заключением «аденокарцинома» и «хронический панкреатит». Для построения экспертной системы отбирали по 10 случаев от пациентов с диагнозом аденокарцинома и хронический панкреатит, а для проведения клинических испытаний – 28 и 14 соответственно. Кроме того, было протестировано 16 случаев с цитологическим диагнозом подозрение на рак.

Кариометрию протоковых клеток поджелудочной железы осуществляли с помощью компьютерного анализатора изображений на базе светового микроскопа Leica DMLB, цифровой камеры Leica DC 200 (Wetzlar, Germany) и собственной компьютерной программы Contour. После оконтуривания объекта программа определяла его площадь и периметр. В каждом препарате обсчитывалось в среднем по 130 ядер клеток протокового эпителия. Общий размер выборки составил 7540 ядер.

Преобразование исходных кариометрических данных в количественные параметры проводили путем оценки среднего и дисперсии, построения гистограмм и регрессионного анализа. Гистограммы распределения площади ядер протоковых клеток строились с шагом  $70 \text{ мкм}^2$ . При оценке достоверности различий по форме распределений использовали  $\lambda$ -критерий (Колмогорова–Смирнова). Регрессионный анализ осуществляли с помощью собственной компьютерной программы «Парабола» [10; 11]. Программа в автоматическом режиме строила диаграмму рассеяния зависимости периметра от площади ядер. Скопление экспериментальных точек описывалось регрессионной кривой второго порядка, представляющей собой обращенную вершиной вверх параболу (корреляционное отношение  $R > 0,98$ ). Программа рассчитывала уравнение параболы  $P = -a(S - b)^2 + c$ , по которому определяли значения коэффициентов  $a$  и  $b$ , свободного члена  $c$ , площадь  $A_S$  под отрезком параболы от минимального  $S_{\min}$  до максимального  $S_{\max}$  значения площади ядер и площадь  $A_D$  под куполом параболы между точками пересечения кривой с осью абсцисс. После введения исходных кариометрических данных в программу расчет величин  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $A_S$  и  $A_D$  проводился в автоматическом режиме. Индивидуальные значения параметров параболы определяли для каждого пациента по 130 экспериментальным точкам на диаграммах рассеяния.

Среднестатистические значения всех параметров рассчитывались по 10 случаям.

Расчет весового коэффициента каждого количественного параметра, входящего в совокупность диагностических решающих критериев, осуществляли по выведенной нами формуле [7; 10]

$$k_i = \frac{A_i + Sn_i + Sp_i}{\sum_{j=1}^n (A_j + Sn_j + Sp_j)} \cdot 100, \quad (1)$$

где  $k_i$  – весовой коэффициент  $i$ -го параметра;  $A$  – точность;  $Sn$  – чувствительность;  $Sp$  – специфичность;  $n$  – число параметров, входящих в систему.

Диагностический индекс рассчитывали по сумме значений весовых коэффициентов параметров, попавших в диапазон экспертной системы для диагностики аденокарциномы, с помощью выведенной нами формулы [8; 10]

$$D = \sum_{i=1}^n k_i p_i, \quad (2)$$

где  $k_i$  – весовой коэффициент  $i$ -го параметра, а  $p_i = 1$ , если значение параметра находится в диапазоне значений системы, и  $p_i = 0$ , если значение параметра не входит в диапазон значений системы.

**Результаты и их обсуждение.** Кариометрическое исследование протоковых клеток железистого эпителия аспирационного материала поджелудочной железы пациентов, у которых по результатам гистологической диагностики были верифицированы аденокарцинома и хронический панкреатит, показало, что индивидуальные значения площади и периметра клеточных ядер колебались в широком диапазоне. Так, при раке индивидуальные значения площади  $S$  ядер находились в интервале от 28,1 до 536,0 мкм<sup>2</sup>, а периметра  $P$  – от 22,3 до 86,2 мкм. При хроническом панкреатите индивидуальные значения площади ядер попадали в диапазон 24,3–204,1 мкм<sup>2</sup>, а периметра – 18,5–51,6 мкм.

Индивидуальные значения средней площади  $S_{cp}$  и среднего периметра  $P_{cp}$  ядер также варьировали в достаточно широком диапазоне. Так, при аденокарциноме диапазон колебания средней площади ядер составлял от  $88,7 \pm 31,9$  до  $203,6 \pm 81,1$  мкм<sup>2</sup> (среднестатистическое значение по 10 случаям составляло  $127,2 \pm 38,4$  мкм<sup>2</sup>), а среднего периметра – от  $35,1 \pm 6,2$  до  $53,3 \pm 9,8$  мкм ( $41,7 \pm 6,0$  мкм). При хроническом панкреатите средняя площадь варьировала от  $58,3 \pm 25,6$  до  $99,6 \pm 16,6$  мкм<sup>2</sup> ( $79,8 \pm 15,6$  мкм<sup>2</sup>), а средний периметр – от  $27,9 \pm 5,9$  до  $37,9 \pm 6,3$  мкм ( $33,4 \pm 3,3$ ). Диапазоны колебаний индивидуальных средних значений этих двух параметров перекрывались в группах сравнения, т. е. в диапазоне  $(88,7 \pm 31,9)$ – $(99,6 \pm 16,6)$  мкм<sup>2</sup> и  $(35,1 \pm 6,2)$ – $(37,9 \pm 6,3)$  мкм для площади и периметра соответственно, наблюдалась зона перекрытия. Зона неопределенности от общего диапазона колебаний индивидуальных средних значений в группах сравнения для площади ядер составляла 7,5 %, а для периметра – 11,0 %. Среднестатистические значения средней площади и периметра ядер при аденокарциноме по сравнению с хроническим панкреатитом были примерно в 1,6 и 1,2 раза больше соответственно. Различия в размере клеточных ядер в группах сравнения связаны, вероятно, с более высокой плоидностью ядер раковых клеток по сравнению с ядрами клеток при хроническом панкреатите.

Наличие стандартного отклонения у средней площади  $S_{cp}$  и периметра  $P_{cp}$  имело ряд серьезных недостатков. Во-первых, снижалась достоверность отличия этих параметров в группах сравнения. Во-вторых, затруднялось определение четких граничных значений этих параметров, по которым случай можно отнести к одной из двух патологий. И, в-третьих, значительно уменьшалась информативность средней площади и периметра как диагностических параметров в оценке характера заболеваний. Так, наши расчеты показали, что такие показатели информативности, как чувствительность, специфичность и точность как средней площади, так и периметра ядер протоковых клеток в дифференциальной диагностике аденокарциномы и хронического панкреатита составляли 20, 0 и 10 % соответственно.

Поэтому в дальнейших исследованиях использовали параметры, которые не имели стандартного отклонения. Такие количественные параметры получали с помощью математического преобразования исходной базы кариометрических данных путем оценки дисперсии средних значений параметров, построения гистограмм и регрессионного анализа.

Дисперсия, являясь интегральным параметром, служит численным выражением гетерогенности популяции клеточных ядер по размерам. Оценка дисперсии площади  $\sigma_s^2$  и периметра  $\sigma_p^2$

ядер протоковых клеток выявила, что средние величины данных показателей при аденокарциноме и при хроническом панкреатите составляли  $2033,4 \text{ мкм}^4$  и  $536,2 \text{ мкм}^2$  соответственно. Четырехкратное превышение этого показателя в группах сравнения указывало на более выраженную степень гетерогенности клеточных ядер по размерам при раке по сравнению с хроническим панкреатитом. При этом индивидуальные значения  $\sigma_s^2$  при аденокарциноме и хроническом панкреатите находились в интервале  $670,9\text{--}6579,7 \text{ мкм}^4$  и  $121,4\text{--}1144,4 \text{ мкм}^4$  соответственно. В диапазоне  $670,9\text{--}1144,4 \text{ мкм}^4$  наблюдалась зона перекрытия (неопределенности), которая составляла 7,3 % от общего диапазона колебаний индивидуальных значений дисперсии площади ядер в группах сравнения. Индивидуальные значения  $\sigma_p^2$  при раке колебались от 18,9 до 95,9  $\text{мкм}^2$ , а для хронического панкреатита – от 6,9 до 43,6  $\text{мкм}^2$ . Зона перекрытия составляла 18,9–43,6  $\text{мкм}^2$  (27,8 %). Как следует из этих данных, к аденокарциноме достоверно относились случаи у которых  $\sigma_s^2$  больше 1144,4  $\text{мкм}^4$ , а к хроническому панкреатиту случаи с  $\sigma_s^2$  меньше 670,9  $\text{мкм}^4$ . По значениям дисперсии периметра к аденокарциноме –  $\sigma_p^2$  больше 43,6  $\text{мкм}^2$ , а к хроническому панкреатиту –  $\sigma_p^2$  меньше 18,9  $\text{мкм}^2$ .

Построение однопараметрических гистограмм какого-либо количественного параметра позволяет провести сравнительный анализ субпопуляций объекта с его определенными пошаговыми значениями. Так, анализ гистограмм площади ядер протоковых клеток показал, что для аденокарциномы отмечался куполообразный характер распределения, а для хронического панкреатита была характерна экспоненциальноподобная зависимость (рис. 1). Аналогичное различие в характере распределения на гистограммах площади клеточных ядер специализированных клеток отмечалось ранее для групп злокачественной и доброкачественной патологии щитовидной и молочной железы [7; 10]. Распределение площади ядер по величине свидетельствует о том, что при раке центр тяжести гистограмм смещается в сторону больших величин. Выявленные различия в характере распределения площади ядер на гистограммах можно выразить в числовой форме, как отношение доли ядер во 2-м и 1-м классах  $F_{II} / F_I$  и числе классов  $N$ . Данное отношение при злокачественном заболевании было больше 1, а число классов варьировало от 3 до 5. При хроническом панкреатите  $F_{II} / F_I$  было меньше 1, а  $N$  колебалось от 2 до 3. Выявленные различия на гистограммах площади указывают на более выраженный полиморфизм ядер протоковых клеток при злокачественной опухоли по сравнению с воспалительным процессом. Таким образом, к аденокарциноме достоверно относились случаи, у которых  $F_{II} / F_I$  было больше 1, а  $N$  было больше 3. К хроническому панкреатиту – случаи, когда  $F_{II} / F_I$  было меньше 1, а  $N$  меньше 3.

Распределение экспериментальных точек на двухпараметрических диаграммах рассеяния позволяет более детально проанализировать распределение экспериментальных точек в группах сравнения. Так, построение диаграмм рассеяния зависимости периметра от площади ядер протоковых клеток позволило выявить, что скопления экспериментальных точек, характеризующих аденокарциному и хронический панкреатит, в значительной степени перекрывались между собой. Совокупность экспериментальных точек как при аденокарциноме, так и при хроническом панкреатите хорошо описывалась параболой (рис. 2). Регрессионные кривые, описывающие эти скопления, в значительной степени различались при раке и хроническом панкреатите как по внешнему виду, так и по значениям коэффициентов  $a$  и  $b$  и свободного члена  $c$ , а также по значениям площади  $A_S$  под отрезком параболы от минимального  $S_{\min}$  до максимального  $S_{\max}$  значения площади ядер и площади  $A_D$  под куполом параболы между точками пересечения кривой с осью абсцисс (рис. 2). Так, среднестатистические значения квадратного коэффициента  $a$  по абсолютному значению при аденокарциноме были меньше примерно в 2,6 раза, чем при хроническом панкреатите. В то же время линейный коэффициент  $b$ , свободный член  $c$ , а также площадь  $A_S$

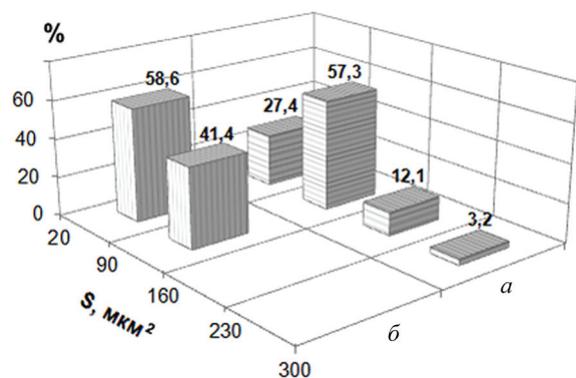


Рис. 1. Типичный вид гистограмм площади ( $S$ ) ядер клеток протокового эпителия при аденокарциноме ( $a$ ) и хроническом панкреатите ( $b$ )

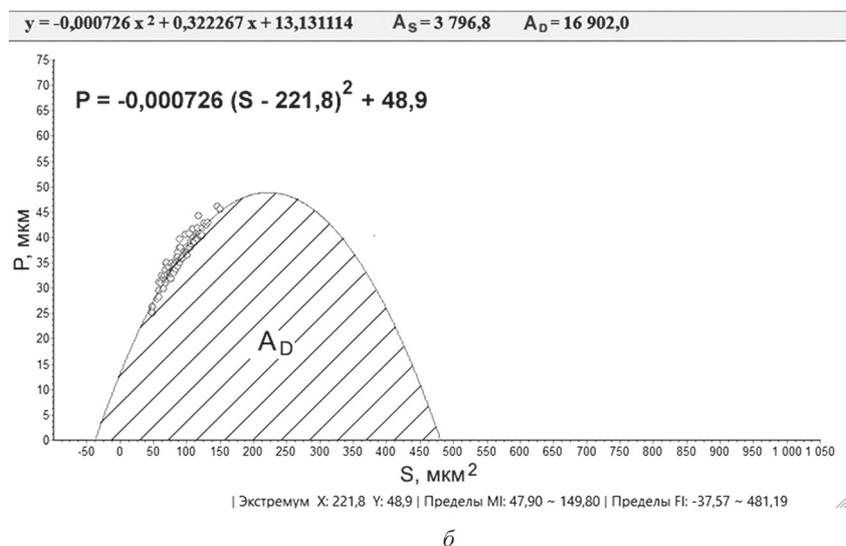
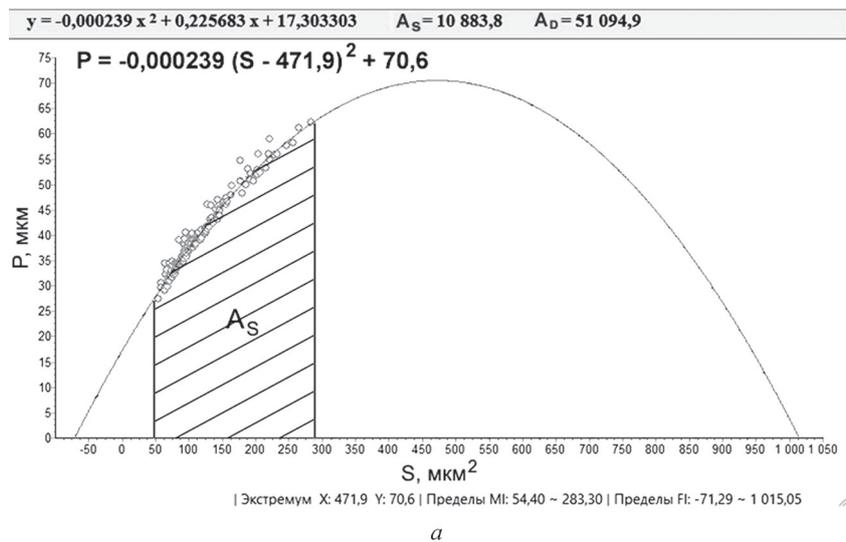


Рис. 2. Типичный вид параболы к скоплению экспериментальных точек на диаграмме рассеяния зависимости периметра от площади ядер клеток протокового эпителия поджелудочной железы при аденокарциноме (*a*) и хроническом панкреатите (*б*). Приведены уравнения параболы и схематическое изображение площади  $A_S$  под отрезком параболы и площади  $A_D$  под куполом параболы

и площадь  $A_D$  при раке были соответственно в 2,0, 1,4, 3,1 и 2,9 раза больше по сравнению с воспалительным процессом. Поскольку кривые регрессии представляли собой параболу, квадратный коэффициент  $a$  характеризовал крутизну ветвей параболы, а линейный коэффициент  $b$  и свободный член  $c$  – координаты вершины. Поэтому смещение координат вершины вправо и вверх, а также уменьшение крутизны ветвей параболы указывало на более высокий полиморфизм ядер популяции протоковых клеток при раке по сравнению с воспалительным процессом. Площади  $A_S$  и  $A_D$  также характеризовали гетерогенность популяции протоковых клеток по размерам ядер. Значения этих параметров возрастали с увеличением разницы между максимальным и минимальным значением площади ядер. Анализ индивидуальных значений параметров параболы показал, что коэффициент  $a$  для рака находился в интервале от  $-4,3 \cdot 10^{-4}$  до  $-1,0 \cdot 10^{-4}$ , а для хронического панкреатита – от  $-11,4 \cdot 10^{-4}$  до  $-3,4 \cdot 10^{-4}$ . В диапазоне от  $-4,3 \cdot 10^{-4}$  до  $-3,4 \cdot 10^{-4}$  находилась зона перекрытия значений этого параметра в группах злокачественного и доброкачественного поражения (8,7 %). Диапазон колебаний коэффициента  $b$  для рака составлял от 327,8 до 860,3, а для воспалительного процесса – 183,0–348,4. В интервале 327,8–348,4 в группах сравнения наблюдалась зона перекрытия значений  $b$  (3,0 %). Значения свободного члена  $c$  для аденокарциномы колебались от 59,3 до 96,2, а для хронического панкреатита – от 47,1 до

59,0. В интервале 59,1–59,3 находилась зона разрыва, которой в отличие от зоны перекрытия придавали отрицательное значение (–0,6 %). Индивидуальные значения  $A_S$  при раке колебались в диапазоне от 5766,1 до 29415,4, при воспалительном процессе – от 2081,7 до 6546,5 усл. ед. Зона перекрытия – 5766,1–6546,5 усл. ед. (2,9 %). Индивидуальные значения  $A_D$  при аденокарциноме находились в интервале от 29873,5 до 127092,0, а при хроническом панкреатите от 13087,9 до 31940,2 усл. ед. Зона перекрытия составляла 29873,5–31940,2 усл. ед. (1,8 %). Исходя из вышеприведенных данных, к аденокарциноме относились случаи с индивидуальными значениями  $a > -3,4 \cdot 10^{-4}$ ,  $b > 348,4$ ,  $c \geq 59,3$ ,  $A_S > 6546,5$  усл. ед. и  $A_D > 31940,2$  усл. ед. К хроническому панкреатиту – случаи, когда  $a < -4,3 \cdot 10^{-4}$ ,  $b < 327,8$ ,  $c \leq 59,0$ ,  $A_S < 5766,1$  усл. ед. и  $A_D < 29873,5$  усл. ед. Параметры параболы использовались ранее в качестве количественных характеристик специализированных клеток при злокачественной и доброкачественной патологии щитовидной и молочной желез [7; 10].

Выявленные закономерности патологических изменений протоковых клеток при аденокарциноме и хроническом панкреатите были объединены в совокупность диагностических решающих критериев (табл. 1). Эта совокупность представляла собой комплект граничных значений 9 количественных параметров клеточных ядер в группах сравнения, полученных в результате преобразования исходной базы данных путем расчета дисперсии средних величин, построения гистограмм и регрессионного анализа. Граничные значения количественных параметров определяли с учетом диапазона колебаний значений однородных количественных параметров в группах сравнения и зоны неопределенности (перекрытия или разрыва). Этот набор включал дисперсию площади ядер  $\sigma^2_{s^2}$ , дисперсию периметра ядер  $\sigma^2_p$ , отношение частот  $F_{II} / F_I$  на гистограмме площади ядер, число классов  $N$  на гистограмме площади ядер, квадратный коэффициент  $a$  уравнения параболы, линейный коэффициент  $b$  уравнения параболы, свободный член  $c$  уравнения параболы, площадь  $A_S$  под отрезком параболы и площадь  $A_D$  под куполом параболы.

Т а б л и ц а 1. Совокупность граничных значений количественных параметров ядер клеток протокового эпителия при хроническом панкреатите и аденокарциноме поджелудочной железы

Патология	Параметр								
	дисперсия площади $\sigma^2_{s^2}$ , мкм <sup>4</sup>	дисперсия периметра $\sigma^2_p$ , мкм <sup>2</sup>	гистограмма S		парабола				
			Отношение частот, $F_{II} / F_I$	Число классов, $N$	$a \cdot 10^{-4}$	$b$	$c$	$A_S$ , усл. ед.	$A_D$ , усл. ед.
Аденокарцинома	>1144,4	>43,6	>1	>3	>-3,4	>348,4	$\geq 59,3$	>6546,5	>31940,2
Хронический панкреатит	<670,9	<18,9	<1	<3	<-4,3	<327,8	$\leq 59,0$	<5766,1	<29873,5

Значимость каждого из приведенных в табл. 1 количественных параметров в диагностике аденокарциномы определяли с помощью формулы (1) [7; 10]. Входящие в формулу величины чувствительности, специфичности и точности рассчитывались по известным формулам. Для их расчета значения всех девяти параметров образцов аденокарциномы и хронического панкреатита, отобранных для построения экспертной системы, сравнивали с граничными значениями соответствующих параметров совокупности диагностических решающих критериев для аденокарциномы (табл. 1). Как видно из табл. 2, максимальное значение весового коэффициента 13,1 % было у одного параметра – свободного члена  $c$  уравнения параболы, который имел 100 %-ную точность, чувствительность и специфичность. Зона неопределенности у этого параметра представляла собой зону разрыва в отличие от остальных параметров, значения которых перекрывались в группах сравнения. Сумма всех весовых коэффициентов количественных параметров равнялась 100 %.

Наличие весового коэффициента у каждого параметра позволяло проводить дифференциальную диагностику аденокарциномы и хронического панкреатита в количественной форме по величине диагностического индекса  $D$  [7; 8; 10]. Для этого была создана экспертная система, которая включала в себя двумерную эталонную  $S$ -матрицу и одномерную исследовательскую  $X$ -матрицу (рис. 3). Один столбец  $S$ -матрица заполнялся граничными значениями количественных параме-

Т а б л и ц а 2. Чувствительность ( $S_n$ ), специфичность ( $S_p$ ), точность ( $A$ ), зона неопределенности ( $\Delta$ ) и весовой коэффициент ( $k$ ) количественных параметров ядер клеток протокового эпителия поджелудочной железы

Параметр	Показатель информативности, %			$\Delta$ , %	$k$ , %
	$S_n$	$S_p$	$A$		
$\sigma_s^2$ , мкм <sup>4</sup>	60,0	100,0	80,0	7,3	10,5
$\sigma_p^2$ , мкм <sup>2</sup>	50,0	100,0	75,0	27,8	9,7
$F_{II} / F_I$	80,0	70,0	75,0	20,0	9,7
$N$	60,0	100,0	80,0	25,0	10,5
$a$	80,0	100,0	90,0	8,7	11,8
$b$	80,0	100,0	90,0	3,0	11,8
$c$	100,0	100,0	100,0	-0,6	13,1
$A_S$ , усл. ед.	70,0	100,0	85,0	2,9	11,1
$A_D$ , усл. ед.	80,0	100,0	90,0	1,8	11,8
Итого					100

Количественные параметры	S-матрица		X-матрица Значение параметра исследуемого образца	D = 90,3%
	Весовой коэффициент $k$ , %	Пороговое значение		
Дисперсия площади ядер $\sigma_s^2$ , мкм <sup>4</sup>	10,5	> 1144,4	1796,4	10,5
Дисперсия периметра ядер $\sigma_p^2$ , мкм <sup>2</sup>	9,7	> 43,6	43,3	0,0
Отношение частот $F_{II}/F_I$ на гистограмме площади ядер	9,7	> 1	9,0	9,7
Число классов $N$ на гистограмме площади ядер	10,5	> 3	4,0	10,5
Коэффициент $a$	11,8	> $-3,4 \times 10^{-4}$	$-2,01 \times 10^{-4}$	11,8
Коэффициент $b$	11,8	> 348,4	523,6	11,8
Свободный член $c$	13,1	$\geq 59,3$	74,0	13,1
Площадь $A_S$ , усл. ед.	11,1	> 6546,5	9992,2	11,1
Площадь $A_D$ , усл. ед.	11,8	> 31940,2	59883,1	11,8

Рис. 3. Экспертная система на базе совокупности граничных значений количественных параметров ядер протоковых клеток, состоящая из двумерной эталонной S-матрицы и одномерной исследовательской X-матрицы. Принцип расчета диагностического индекса для пациента Ф. с гистологическим диагнозом аденокарцинома

тров для аденокарциномы (табл. 1), а другой – соответствующими им весовыми коэффициентами (табл. 2). X-матрица являлась исследовательской матрицей, и ее единственный столбец заполнялся количественными параметрами анализируемого образца с неустановленным диагнозом. D определялся по сумме значений весовых коэффициентов параметров, попавших в заданный диапазон при сравнении параметров исследуемого препарата с граничными значениями параметров эталонной S-матрицы (2). Тестирование экспертной системы проводилось на 20 образцах (по 10 случаев с гистологическим диагнозом аденокарцинома и хронический панкреатит), которые использовались для создания экспертной системы. Результаты тестирования позволили определить пороговые значения диагностического индекса, которые при аденокарциноме колебались в интервале от 34,7 до 100 %, а при хроническом панкреатите – от 0 до 9,7 %. При попадании величины D исследуемого препарата в диапазон 34,7–100 % диагностировали рак, при

0–9,7 % диагностировали воспалительный процесс. Зона неопределенности находилась в диапазоне 9,7–34,7 % (25 %).

Для клинических испытаний экспертной системы были отобраны три ретроспективных группы. Использовали образцы, не задействованные в построении экспертной системы. Одна группа состояла из 42 пациентов, которым в категорической форме был установлен цитологический и гистологический диагноз аденокарцинома (28 случаев) и хронический панкреатит (14 случаев). Тестирование показало, что величина диагностического индекса, рассчитанная с помощью экспертной системы, для всех 28 случаев с диагнозом аденокарцинома находилась в диапазоне 34,7–100 %. При этом для 28 образцов с диагнозом аденокарцинома в 7 случаях  $D = 100$  %, 8 – 90,3 %, 2 – 78,5 %, 1 – 70,1 %, 2 – 68,7 %, 2 – 58,2 %, 2 – 54,1 %, 2 – 48,5 %, 1 – 46,4 % и 1 – 34,7 %. Для 14 образцов хронического панкреатита, диагностический индекс также во всех 14 случаях попадал в диапазон пороговых для хронического панкреатита 0–9,7 %. В 10 случаях  $D = 0$  %, а в 4 – 9,7 %. Другими словами, диагноз, верифицированный экспертной системой, совпадал с цитологическим и гистологическим заключением во всех 42 случаях, т. е. чувствительность, специфичность и точность диагностики с помощью экспертной системы составляли 100 %. Эти эксперименты свидетельствуют об адекватности разработанной экспертной системы в дифференциальной диагностике хронического панкреатита и аденокарциномы поджелудочной железы на дооперационном этапе.

Другая группа включала 14 пациентов, которым был поставлен цитологический диагноз подозрение на рак, а гистологический – аденокарцинома. Клинические испытания показали, что величина  $D$ , рассчитанная экспертной системой, в 7 случаях попадала в диапазон аденокарциномы 34,7–100 %, 3 – в зону неопределенности 9,7–34,7 % и 4 – в зону хронического панкреатита 0–9,7 %. При этом в 1 случае  $D = 90,3$  %, 1 – 79,8 %, 1 – 59,2 %, 1 – 58,2 %, 2 – 48,5 %, 1 – 34,9 %, 1 – 33,9 %, 2 – 11,1 %, 4 – 0,0 %, т. е. в половине случаев диагноз, верифицированный экспертной системой, совпадал с гистологическим заключением. Это указывало на то, что применение экспертной системы в случаях цитологического заключения «подозрение на рак» позволяет увеличить эффективность диагностики на 50 % по сравнению с традиционным цитологическим методом.

Третью группу составляли 2 пациента, у которых в цитологическом заключении значилось подозрение на рак, но гистологическое исследование не подтвердило злокачественный характер очагового поражения. Испытания с помощью экспертной системы показали, что в одном случае величина  $D = 11,1$  %, т. е. попадала в зону неопределенности, а в другом при  $D = 0,0$  % находилась в зоне значений для хронического панкреатита. Иначе говоря, экспертная система также не подтвердила наличие рака у этих двух пациентов, что указывает на высокую эффективность разработанной экспертной системы в затруднительных случаях.

В научной литературе широко дискутируется вопрос о правомочности панкреатодуоденальной резекции при дооперационном цитологическом диагнозе «подозрение на рак». При этом ряд специалистов высказываются в пользу резекции поджелудочной железы при подозрении на опухоль. Так, в [4] приведены результаты обследования 52 пациентов, которым была выполнена панкреатодуоденальная резекция по поводу подозрения на малигнизацию. Послеоперационное гистологическое исследование показало, что у половины пациентов диагностирован рак. Другая группа исследователей выявила, что у 12 % пациентов, которым была выполнена резекция поджелудочной железы по поводу хронического панкреатита, при гистологическом исследовании был выявлен рак [12]. Такую активную тактику хирургического лечения при невозможности исключить рак на дооперационном этапе эти исследователи аргументируют тем, что никакие современные методы до- и интраоперационной диагностики, включая тонкоигольную аспирационную биопсию, не дают достоверных результатов. Поэтому разработанная нами экспертная система, которая позволяет повысить эффективность дооперационной диагностики рака при подозрении на малигнизацию, весьма актуальна для обоснования необходимости проведения резекции поджелудочной железы. Ранее нами было показано, что аналогичные экспертные системы позволяли проводить дифференциальную диагностику злокачественных и доброкачественных заболеваний щитовидной железы в затруднительных случаях [13].

**Заключение.** Таким образом, создана экспертная система, в основе которой лежит совокупность граничных значений количественных параметров, отражающих закономерности патологических изменений ядер клеток протокового эпителия поджелудочной железы при аденокарциноме и хроническом панкреатите, и их весовые коэффициенты. Клинические испытания показали 100 %-ную эффективность экспертной системы в дооперационной диагностике аденокарциномы и хронического панкреатита и ее существенный вклад в уточнении диагноза в случаях цитологического заключения «подозрение на рак». Разработанная экспертная система является важным шагом к автоматизации процесса постановки диагноза на дооперационном этапе.

### Список использованной литературы

1. *Orell, S. R.* Fine needle aspiration cytology / S. R. Orell, G. F. Sterrett, D. Whitaker. – 5th ed. – Elsevier, 2005. – P. 320–333.
2. *Beger, H. G.* Diseases of the Pancreas / H. G. Beger, S. Matsuno, J. L. Cameron. – Berlin: Heidelberg; New York: Springer, 2008. – 949 p.
3. *Шапиро, Н. А.* Цитологическая диагностика опухолей печени, желчного пузыря и поджелудочной железы / Н. А. Шапиро, Ю. К. Батороев, В. В. Дворниченко. – М.: Репроцентр, 2012. – 256 с.
4. *Путов, Н. В.* Рак поджелудочной железы / Н. В. Путов, Н. Н. Артемьева, Н. Ю. Коханенко. – СПб.: Питер, 2005. – 396 с.
5. *Кубышкин, В. А.* Рак поджелудочной железы / В. А. Кубышкин, В. А. Вишневский. – М.: Медпрактика-М, 2003. – 386 с.
6. *Маев, И. В.* Хронический панкреатит / И. В. Маев, А. Н. Казюлин, Ю. А. Кучерявый. – М.: Медицина, 2004. – 502 с.
7. Thyroid carcinoma diagnosis based on a set of karyometric parameters of follicular cells / V. Kirillov [et al.] // *Cancer*. – 2001. – Vol. 92. – P. 1818–1827.
8. Morphometric analysis of the degree of aggregation of follicular cells in the diagnosis of malignant thyroid tumors / V. Kirillov [et al.] // *Anal. Quant. Cytol. Histol.* – 2003. – Vol. 25. – P. 159–168.
9. Quantitative change in thyroid lymphoid cells as marker of malignancy / V. Kirillov [et al.] // *Anal. Quant. Cytol. Histol.* – 2005. – Vol. 27. – P. 101–110.
10. *Kirillov, V.* Technology of building an expert system based on a set of quantitative features of tumor cell nuclear for diagnosing breast cancer / V. Kirillov // *Diagn. Cytopathol.* – 2013. – Vol. 41, N 6. – P. 475–484.
11. *Kirillov, V. A.* Regression analysis of the initial karyometric data on tumor cells in ductal carcinoma and fibroadenoma of the mammary gland / V. A. Kirillov, L. Akimova // *Anal. Quant. Cytol. Histol.* – 2010. – Vol. 32. – P. 102–105.
12. *Зегер, Г. Б.* Терапевтическая дилемма при очаговых поражениях поджелудочной железы – воспалительные или опухолевые? / Г. Б. Зегер // *Хирургия поджелудочной железы на рубеже веков: Тез. докл. Российско-Германского симпозиума*. – М., 2000. – С. 161–162.
13. *Kirillov, V.* Differential diagnosis of follicular tumor by expert systems based on a set of quantitative features of thyrocyte nuclei and aggregates / V. Kirillov, O. Emeljanova // *Anal. Quant. Cytol. Histol.* – 2012. – Vol. 34, N 2. – P. 86–95.

Поступило в редакцию 14.09.2015

## НАУКИ О ЗЕМЛЕ

УДК 550.46:550.2

Член-корреспондент А. В. КУДЕЛЬСКИЙ

## О ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ КОНЦЕПЦИИ ГЕНЕЗИСА ВОДЫ

*Институт природопользования НАН Беларуси, Минск, Беларусь  
kudelsky@nature.basnet.by*

Основу геологической концепции происхождения воды на Земле составляют представления о ее внутренних, планетарных источниках. Первичная («ювенильная») вода могла быть только химически связанной в твердом протопланетном веществе и выделяться в виде субмолекулярных частиц и молекулярной воды в условиях высоких температур (450–1500 °С) и давлений (0,3–≤120 ГПа) преимущественно в подастеносферной мантии, собственно астеносфере и выше, в коромантийном слое. Первичные поверхностные водопоявления (протоокеан) отличались высокой минерализацией, однако служили источником пресных вод вследствие естественной дистилляции – испарения с их поверхности и конденсации в условиях остывающей планеты. Поступление воды на Землю в составе вещества астероидов и комет рассматривается как дополнительное и менее значимое по массе.

*Ключевые слова:* протопланетное вещество, генезис воды, протоокеан, испарение – конденсация, пресные воды.

A. V. KUDELSKY

## ABOUT THE GEOLOGICAL CONCEPT OF THE ORIGIN OF WATER

*Institute for Nature Management of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
kudelsky@nature.basnet.by*

The heart of the geological concept of the terrestrial water origin is based on the idea of internal planetary water resources. Initial («juvenile») water could only be chemically bounded to a solid protoplanetary substance and released as sub-molecular and molecular particles of water at high temperatures (450–1500 °C) and pressures (0.3–≤120 GPa) mainly in upper mantle, asthenosphere and be higher in the crust-mantle layer. The primary surface waters (protoocean) were characterized by high mineralization but they were the sources of fresh water due to natural distillation by means of evaporation from their surface and condensation in the cooling conditions of the planet. The water delivery to the Earth in the composition of asteroid and comet substances is considered as an additional and less significant water supply.

*Keywords:* protoplanetary substance, origin of water, protoocean, evaporation – condensation, fresh waters.

**Введение.** Проблема воды (и гидросферы вообще) стоит в основе более общих проблем формирования и эволюции Земли как планетарного образования, ее структуры и вещественного состава (петрология, геохимия, гидрогеология). От состояния наших представлений о генезисе и физико-химическом облике воды зависит, кроме того, уровень развития многих естественно-научных направлений и разработок и, в том числе, в области поисков, разведки и эксплуатации практически всех видов полезных ископаемых, используемых человечеством, – от собственно воды и специфических природных водных растворов (поликомпонентные рассолы, минеральные воды и др.), рудных и нерудных ископаемых до энергоносителей различного облика и происхождения (радиоактивные вещества, нефть и газ, термальные воды и др.).

**Общая информация по проблеме.** Исследованиями последних десятилетий с использованием межпланетных станций и высокоточной аналитической аппаратуры установлено повсеместное присутствие воды в космическом пространстве, основное вещество которого представлено межзвездными молекулярными облаками и облаками межзвездной пыли. Первые состоят из во-

дорода (~70 % по массе), гелия (~28 %), других элементов и простейших молекулярных соединений типа CH, CN, NH<sub>3</sub> и др. (~2 %). Межзвездную пыль составляют углеродные и силикатные частицы (размером ~0,1 мкм), замерзшие газы и водяной лед.

Согласно современным представлениям, Солнечная система сформировалась из большого вращающегося облака межзвездной пыли и газа – солнечной туманности. Газовая составляющая туманности была представлена водородом и гелием, образовавшимися вскоре после Большого взрыва, имевшего место 13,7 млрд лет назад, а также более тяжелыми элементами, выброшенными сверхновыми. Около 4,5 млрд лет назад вращение туманности, по-видимому, под воздействием ударной волны от ближайшей сверхновой или в процессе вращения самой туманности, начало ускоряться и под влиянием углового момента вращения, гравитации и инерционных сил сформировался протопланетный диск, с плоскостью перпендикулярной оси вращения. При отсутствии значительного углового момента вещество в центре туманности подверглось гравитационному сжатию, температура и давление в нем возросли настолько, что стал возможен процесс термоядерного синтеза гелия из водорода: появилась новая звезда – Солнце. Во внешней же части солнечной туманности под действием гравитации в местах возмущения плотности происходило укрупнение пылевидных частиц, формирование планетезималий и протопланет. Их вещественный состав и пространственная структура собственно солнечной планетарной системы определялись энергетикой образовавшегося Солнца [1].

Сформировавшиеся таким образом планеты Солнечной системы можно разделить на две группы: внутреннюю, представленную небольшими планетами с относительно высокой плотностью вещества – Меркурий, Венера, Земля и Марс, сложенными каменным и металлическим веществом, и внешнюю – Юпитер, Сатурн, Нептун и Уран – состоящими из более массивных, но менее плотных газово-жидких тел с каменными ядрами.

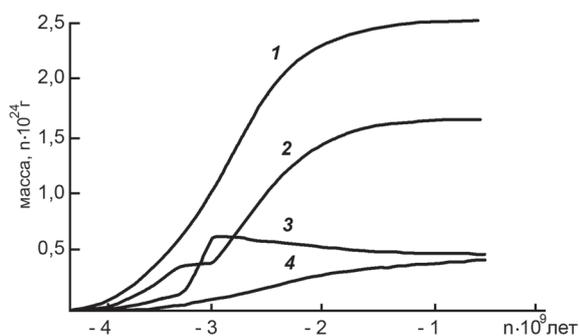
Основная масса воды в Солнечной системе связана с планетами-гигантами внешнего пояса и их крупными спутниками, отличающимися высоким содержанием (до 50 %) воды.

Водой принято обычно считать вещество состава H<sub>2</sub>O, однако в геологических образованиях Земли существуют и другие соединения водорода с кислородом, которые являются неотъемлемой частью воды или ее предшественниками и не могут быть исключены из общего понятия воды. К подобным структурным образованиям следует отнести ионы гидроксида OH<sup>-</sup> и гидроксония H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>, гидроперекисный радикал HOO<sup>-</sup>, перексид водорода H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, экситон H<sub>2</sub>O<sup>-</sup> (возбужденная молекула воды), гидратированный электрон  $\bar{e}_{aq}$  (в сочетании с H<sub>2</sub>O и H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>), положительно заряженная молекула воды (H<sub>2</sub>O)<sup>+</sup>.

Первичная («ювенильная») вода изначально могла быть только химически связанной в твердом веществе протопланетного облака, которое, согласно современным представлениям, может быть идентифицировано как хондритное. Хондриты представляют собой смесь силикатной (хондры, до 80 %), железной, сульфидной (троилитной), хромитной, углистой и фосфидной фаз, возникших путем агломерации в космическом вакууме холодного конденсированного вещества [2]. По А. П. Виноградову, содержание связанной воды в метеоритах в среднем составляет 0,5 % веса, при экстремальных содержаниях до 11,7–12,9 %. Позднее было установлено, что в углистых хондритах содержание воды может достигать 13,31–19,89 % (метеорит Оргей). Возможны метеориты и чисто ледяные, состоящие, правда, не только из водных льдов, но и из льдов аммиачных, углекислотных, метановых, этановых и циановодородных.

В соответствии с современными представлениями, ледяные кометы поступают из околосолнечного гипотетического облака Оорта [3], внешняя граница которого определяет гравитационную границу Солнечной системы – сферу Хилла, размер которой оценивается в 2 световых года. Полагают, что падение ледяных ядер космических тел может приводить к существенному росту запасов воды на Земле. Однако выполненными Е. С. Гавриленко и В. Ф. Дерпгольцем [4] оценками «астероидного» приращения земной гидросферы показано, что оно не столь значительно, чтобы принимать его в качестве основного источника воды на планете (в 1,5 тысячи раз меньше массы современного Мирового океана и в 2,5 тысячи раз меньше объема современной гидросферы Земли).

Помимо первичной воды, аккумулярованной в твердом веществе планеты, и воды, поступающей из межпланетного пространства с метеоритами, космической пылью и кометным веще-



Изменения со временем масс воды в поверхностной гидросфере и земной коре (по О. Г. Сорохтину): 1 – суммарная масса воды, дегазированной из мантии; 2 – масса воды в поверхностной гидросфере; 3 – масса связанной воды в океанической коре; 4 – масса связанной воды в континентальной коре

состоянии в веществе протопланетного облака, изначально составившего весь объем планеты и ее *внутренний* источник воды. Все остальные источники рассматриваются как несопоставимо менее значительные и дополнительные. Выделение воды из геологического субстрата Земли в свободное состояние происходило (и происходит) постепенно (рисунок) под влиянием и в процессе тепловой эволюции этого субстрата.

**Вода и геофлюиды земной коры и верхней мантии.** Генезис и физико-химическое состояние глубинной воды как планетарного образования определяется составом и термобарическим состоянием (РТ-состояние) твердого и твердопластичного вещества земных недр.

**Структура Земли.** В соответствии с сейсмологическими и петрологическими исследованиями [5], в строении Земли выделяется несколько геосфер: *земная кора, мантия и ядро. Земная кора* – слой «А» (табл. 1) твердой оболочки Земли средней мощностью примерно 33–35 км. *Мантия* – слой планетарного вещества, составляющего 83 % объема Земли и 67 % ее массы, с нижней границей на глубине 2900 км. Делится на *верхнюю* (слой «В» с нижней границей на глубине около 410 км), *среднюю* (слой «С» с глубинами залегания 410–1000 км) и *нижнюю* (слой «D» с глубинами 1000–2900 км) мантию. В геосфере «В» на глубинах 100–300 км прослеживается слой с пониженными плотностью, скоростями продольных и поперечных волн и вязкостью, называемый *астеносферой* (волновод Гутенберга). Выше лежащая часть слоя «В» вместе с земной корой называется *литосферой*. *Ядро* составлено внешним псевдожидким слоем «Е» (2900–4980 км), переходным слоем «F» (4980–5120 км) и внутренней твердой сферой «G» (5120–6370 км).

Т а б л и ц а 1. Физические характеристики геосфер

Зона	Глубина, км	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Давление, ГПа	Температура, °С
A	0–33	3,32	1	
B	33–410	3,64	14	900–1200
C	410–1000	4,68	39	1370–1970
D'	1000–2700			1970–2700
D''	2700–2900	5,69–9,4	137	2900
E	2900–4980	11,5	317	
F	4980–5120			
G	5120–6370	17,2	364	3900

Приведенные геофизические границы достаточно условны, геосферы «А», «В», «С» (и даже «D») взаимно проникают друг в друга под воздействием преимущественно субдукционных погружений (слабы и отдельные блоки, blobs) и конвективно-диффузионных потоков вещества и энергии (термохимическая конвекция, плюмы и суперплюмы) перманентно перестраивающейся материальной системы мантии Земли.

ством, вода может возникать также в ионосфере Земли под воздействием космического излучения. На высоте полярных сияний (до 1100 км) и ниже посредством спектрального анализа в атмосфере Земли идентифицированы радикалы O<sub>2</sub><sup>+</sup>, атомы Н, О, ионы О<sup>-</sup> и О<sup>2+</sup>, что подтверждает потенциальную возможность образования молекул воды через ряд промежуточных реакций.

Первичная (ювенильная) вода может также формироваться (и формируется) в многочисленных реакциях окисления (например, горение метана CH<sub>4</sub> + 2O<sub>2</sub> = 2H<sub>2</sub>O + CO<sub>2</sub>).

С учетом сравнительного анализа продуктивности перечисленных источников воды, в геологии с высокой степенью вероятности принимается, что гидросфера Земли образована преимущественно из первичной воды, содержащейся в связанном

*Мантийное вещество и магматизм.* Первичный недифференцированный субстрат верхней мантии ассоциируется с пиrolитом (гипотетическое вещество мантии), соответствующим смеси  $\frac{1}{4}$  базальта и  $\frac{3}{4}$  перидотита. Гипотетически минеральный состав пиrolита представляется [6] смесью оливина  $(\text{Mg,Fe})_2\text{SiO}_4$  (57 %), ромбического пироксена  $(\text{Mg,Fe})\text{SiO}_2$  (17 %), моноклинного пироксена  $(\text{Ca,Mg,Fe})_2\text{Si}_2\text{O}_5$ – $\text{NaAlSi}_2\text{O}_6$  (12 %) и граната  $(\text{Mg,Fe,Ca})_3(\text{Al,Cr})_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$  (14 %). Плавление пиrolита с последующим вертикальным перемещением базальтовых магм и связанных с ними трансмагматических восстановленных флюидов на основе  $\text{H}_2$ ,  $\text{C}$ ,  $\text{CH}_4$ , трансформирующихся при подъеме в сложные газо-водные флюидальные системы ( $\text{H}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CH}_4$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{SiO}_2$ , галогены и другие летучие) при варьирующих РТ-условиях, представляет собой важнейший механизм дифференциации и дегазации мантийного вещества. В результате формируются физико-химические неоднородности в мантийном субстрате, осуществляется вынос легколетучих дифференциатов, а также  $\text{CaO}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{K}_2\text{O}$  и множества других из низов верхней мантии и накопление их в подкоровом субстрате верхней мантии (волновод Гутенберга, или астеносфера) и в литосфере. Дифференциация мантийного вещества имеет место в районах РТ-нестабильности верхней мантии и, как следствие, высокой тектонической активности, провоцирующей формирование магматических расплавов, вулканических извержений и весьма разнообразных поствулканических процессов и явлений. С общей дифференциацией и дегазацией мантийного вещества связывается становление литосферы, формирование массы и состава атмосферы и гидросферы.

*Количество и источники воды в мантии.* В соответствии с представлениями [2; 7], мантия является важнейшим источником воды на поверхности Земли. Допуская, что содержание воды в породах мантии (0,21–0,48 %) соизмеримо с ее содержанием в каменных метеоритах (около 0,5 %), А. П. Виноградов определяет количество  $\text{H}_2\text{O}$  в мантийном веществе (вес  $4 \cdot 10^{27}$  г) величиной  $2 \cdot 10^{25}$  г. По мнению Ф. А. Макаренко (цит. по [4]), в верхней и нижней мантии содержится  $3 \cdot 10^{25}$  г воды, причем с верхней 400-километровой частью мантии связано столько же воды, сколько ее содержится в остальной 2500-километровой толще.

Приняв массу воды в мантии равной  $3 \cdot 10^{25}$  г, а количество воды в гидросфере  $1,5 \cdot 10^{24}$  г, можно определить обводненность первичного вещества мантии, участвовавшего в формировании земной коры и гидросферы (~5 %).

Существуют другие оценки количества воды в мантии. И. Д. Рябчиков [8] определяет концентрацию воды в деплетированной мантии (т. е. потерявшей некоторое количество расплава в геологическом прошлом) равной 0,014–0,034 масс. %, что с учетом принятой им массы мантийного материала  $4,068 \cdot 10^{24}$  г (по А. А. Беусу) составляет  $0,57 \cdot 10^{21}$ – $1,38 \cdot 10^{21}$  г. При этом есть все основания полагать безводными (вернее, только потенциально водосодержащими, имея в виду наличие водорода и кислорода) всю мантию ниже (глубже) изотермы 1500 °С (тепловая граница устойчивости  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{H}_3\text{O}^+$  и др.), а также крупные блоки недифференцированного или слабо дифференцированного мантийного вещества зоны «В» ниже и выше волновода Гутенберга (астеносферы), не затронутые процессами глубинного тектогенеза (примитивная, неактивированная мантия).

*Физико-химическое состояние воды.* Как упомянуто выше, в зоне диссоциированных вод при температурах более 1500 °С вода как молекулярное образование не существует (табл. 2) из-за доминирования процесса диссоциации. Выше изотермы 1500 °С, соответствующей максимальной температуре базальтовой магмы, можно говорить о преимущественно ионном состоянии воды.

В соответствии с [9], формирование молекулярной воды связано с окислением водорода трансмантийных флюидов при его взаимодействии с кислородсодержащими породами (силикаты и др.). В гидрофизической зоне мономерных молекул воды ( $T = 700$ – $1100$  °С;  $5 < P < 10$  ГПа) вода не имеет водородных связей (величина энтропии 22,8–21,0), что свидетельствует о ее близкогообразном флюидальном состоянии, обеспечивающем перенос ионов с положительной энергией гидратации ( $\text{Al}^{3+}$ ,  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Li}^+$ ,  $\text{CO}_3^{2-}$ ,  $\text{HCO}_3^-$ ,  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Sr}^{2+}$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ ,  $\text{F}^-$  и др.) в форме гидридов, двойных хлоридов, комплексных соединений и полимеров, например, кремния, при их неограниченной смесимости в плотном (~1,72 г/см<sup>3</sup>) флюиде (табл. 2). Представляется очевидным, что только в докритической области (менее 374–450 °С) состояние воды соответствует жидкоподобному, в надкритических условиях ( $374 < T < 700$  °С и  $P > 0,25$ – $0,3$  ГПа) – состоянию относитель-

Т а б л и ц а 2. Свойства воды в различных гидрофизических зонах\*

Свойства воды	Зона твердых вод со структурой льда	Зона жидких структурированных вод	Зона уплотненного флюида с сиботаксической структурой	Зона мономерных молекул воды	Зона диссоциированных вод
	Температура (°C) и давление (ГПа)				
Показатель	$T < 0$	$0 < T < 450$ ; $P < 0,3$	$T = 450-700$ ; $0,3 < P < 5$	$T = 700-1100$ ; $5 < P < 10$	$T > 1100$ ; $10 < P \leq 120$
Диэлектрическая проницаемость	88,2	81–20	20–12,5	12,5–5	5–1,25
Энтропия, кал/г · град	10–9	28–23,2	23,2–22,8	22,8–21,0	–
Плотность, г/см <sup>3</sup>	1–0,9	1,5–1,0	1,0–0,3	1,72	–
Вязкость, мПа · с	3,0	1,79–0,076	0,076–0,057	0,057–0,055	–
Диссоциация	$3,8 \cdot 10^{-22}$	$10^{-9}-10^{-13}$	$10^{-7}-10^{-9}$	$10^{-4}-10^{-7}$	$10^{-2}$

П р и м е ч а н и е. \* – по данным (Ильин, 1972) с доп. автора.

но высокодиссоциированной ( $1,2 \cdot 10^{-10}-1,9 \cdot 10^{-9}$ ) жидкости со свойствами активного химического реагента и, в меньшей мере, растворителя, способного, тем не менее, обеспечить перемещение значительного количества вещества в составе флюидалной фазы. В надкритических условиях литосферы возможны существенно жидкоподобные, газоподобные и промежуточные между ними состояния воды. Подобному флюидалному состоянию свойственны неограниченная смесимость воды, газов, разнообразных минеральных соединений, элементов и ионных ассоциаций, а также фазовая неустойчивость при даже незначительных вариациях в системе P-V-T. Генетически близкими семейству ювенильных вод представляются метаморфогенные водно-газовые флюиды и реституционные постметаморфические водные растворы.

**Гидросфера Земли.** О первых 500–600 млн лет истории Земли можно судить в основном гипотетически. В соответствии с теоретическими расчетами А. Е. Рингвуда [10], оформилась концепция существования в этот период расплавленной верхней оболочки протопланетного вещества Земли мощностью 400–700 км. Последующее остывание и кристаллизация вещества этой оболочки привели к формированию протолитовой коры (3,6 млрд лет) и астеносферы, а в конце архея и раннем протерозое (2,6 млрд лет) – фрагментов материковой коры, атмосферы и гидросферы. Появление воды в составе глубинного геофлюида, представленного преимущественно водородом, окисляющимся до  $H_2O$  в силикатных образованиях первичной коры, и «калиевый взрыв» с последующей гранитизацией континентальной коры на границе архея и протерозоя (4,0–3,6 млрд лет), по-видимому, были синхронны и взаимообусловлены [1]. С рубежа примерно 4,0 млрд лет, когда температура поверхности планеты снизилась до 100 °C и ниже появились условия для образования поверхностных вод и протоокеана. Согласно оценкам И. Д. Рябчикова [11], на формирование поверхностных водоемов было израсходовано до 70–75 % содержания в мантии ювенильных вод, оставшихся в ней после гидратации породообразующих минералов (серпентизация и др.) на ранних этапах развития Земли.

Максимальная дегидратация мантийного вещества с выходом ювенильных вод ( $1,25 \cdot 10^{15}$  г/год) имела место в начале протерозоя (2,5 млрд лет назад), постепенно снижаясь она достигла  $0,25 \cdot 10^{15}$  г/год в современную эпоху [12].

По мере перемещения надкритических геофлюидов из подастеносферной мантии, астеносферы и коромантийного слоя в области относительно пониженных температур подобные флюиды перманентно расслаиваются с появлением ассоциированной воды, разрушением ранее созданных группировок летучих и, как следствие, выпадением ряда из них. Приобретая черты активного химического реагента и растворителя, вода способна перемещать значительное количество растворенного вещества и на всех этапах расслоения флюидов и перманентного роста объемов водных ассоциантов оставаться высокоминерализованной жидкостью – своеобразным жидкофазным «реститом» из сферы процессов метаморфизма горных пород. Об этом свидетельствуют не только данные декрипитации газовой-жидких включений в минералах горных пород различных фаций метаморфизма [13; 14], но и повсеместное присутствие высокоминерализованных (до и более 300 г/л) вод и рассолов в кристаллическом фундаменте древних платформ вне

областей галогенеза [15–17]. Сведения о составе эндогенных соленых вод и рассолов в фундаменте древних платформ и современных терм Срединно-океанических рифтов [18] позволяют выделить некоторые специфические черты их геохимического облика. Среди важнейших из них: высокая минерализация (до и более 300 г/дм<sup>3</sup>), хлоридный натриевый (редко кальциевый) состав, высокие содержания калия ( $r_{Na^+}/r_{K^+} < 200$ ), закисного железа, относительно низкие pH (<6,0–6,5) и преимущественно восстановленные рассолорастворенные газы.

Оценивая приведенные выше материалы с позиции теории гидрогеологии и проблем формирования подземных вод, представляются бесспорными данные о высокой «солевой» нагрузке надкритических флюидов. Поэтому встречающиеся иногда попытки рассматривать верхнюю мантию как потенциальный возобновляемый источник пресной воды [19] являются необоснованными. Пресноводная составляющая подземной гидросферы обязана своим происхождением только (и только!) инфильтрации пресных поверхностных вод, формирующихся в процессе испарения с земной поверхности и водных бассейнов (океаны, моря, реки, болота) (табл. 3), атмосферного переноса парообразной воды, ее конденсации и выпадения в виде гидрометеоров. Других сколько-нибудь значимых естественных источников пресной воды не существует.

Т а б л и ц а 3. Поверхностная и приповерхностная пресноводная гидросфера Земли (по М. И. Львовичу [20])

Часть гидросферы	Объем (с округлением), тыс км <sup>3</sup>
Океан	1370000
Подземные воды	60000
В том числе зоны активного водообмена	4000
Полярные ледники	24000
Поверхностные воды суши	280
Реки	1,2
Почвенная влага	80
Пары атмосферы	14
Вся гидросфера	1454000

**Заключение.** Таким образом, основу геологической концепции происхождения воды на Земле составляют представления о ее внутренних, планетарных, источниках. Принимается достаточно вероятным, что на первых этапах становления планеты в результате плавления и дегазации верхней мантии на поверхность Земли могли поступать три фракции мантийного материала: *базальтовая магма*, «растворенные» в ней *вода* и *паро-газовые ассоциации* множества элементов и соединений (H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>, CO, CH<sub>4</sub>, H<sub>2</sub>S, HCl, HF, He, Ne, Ar, Kr, Xe и некоторые др.). Все они составили первичную атмосферу Земли, из вещества которой формировалась гидросфера и протоокеан, причем ранние конденсированные воды на Земле были кислыми и высокоминерализованными. В анионной части первичных водных растворов и вод первичного протоокеана доминировал Cl, присутствовали F, Br, I и многочисленная группа металлов. Пресные воды и пресноводная гидросфера Земли с присущей им низкой минерализацией, набором анионов и катионов появляются позднее вследствие процессов естественной дистилляции – испарения с поверхности первичных водоемов и конденсации в благоприятных условиях остывающей планеты.

Поступление воды на Землю в составе астероидов и комет в геологии рассматривается как дополнительное и менее значимое по массе.

### Список использованной литературы

1. Ларин, В. Н. Гипотеза изначальной гидридной Земли / В. Н. Ларин. – М.: «Недра», 1980. – 216 с.
2. Виноградов, А. П. Метеориты и земная кора / А. П. Виноградов // Изв. АН СССР. Сер. «Геология». – 1959. – № 10. – С. 5–27.
3. Oort, Jan. The structure of the cloud of comets surrounding the Solar System and a hypothesis concerning its origin / Jan Oort // Bull. Astron. Inst. Neth. – 1950 – Vol. 11. – P. 91–110.
4. Гавриленко, Е. С. Глубинная гидросфера Земли / Е. С. Гавриленко, В. Ф. Дерпгольд. – Киев: «Наукова думка», 1971. – 272 с.

5. Булен, К. Сейсмология и внутреннее строение Земли / К. Булен. – М.: Иностр. лит., 1958. – С. 97–127.
6. Akaogi, M. Mineral physics pertinent to the constitution of the mantle and core / M. Akaogi // J. Phys. Earth. – 1995. – Vol. 43. – P. 457–478.
7. Kulp, J. L. Origin of the hydrosphere / J. L. Kulp // Bull. Geol. Soc. Am. – 1951. – Vol. 62. – P. 326–329.
8. Рябчиков, И. Д. Водные растворы в верхней мантии и проблемы дегазации Земли / И. Д. Рябчиков // Подземные воды и эволюция литосферы. Мат. Всесоюзной конф. – М.: Наука, 1985. – Т. I. – С. 176–186.
9. Ильин, В. А. Состояние и свойства воды в глубоких горизонтах земной коры / В. А. Ильин // Изв. вузов. Геол. и разведка. – 1972. – № 10. – С. 77–82.
10. Рингвуд, А. Е. Состав и происхождение Земли / А. Е. Рингвуд. – М.: «Наука», 1981. – 113 с.
11. Рябчиков, И. Д. Флюидный режим мантии Земли / И. Д. Рябчиков // Вестн. ОГГГН РАН. – 1999. – № 3 (9). – С. 141–153.
12. Сорохтин, О. Г. Теория развития Земли: происхождение, развитие и трагическое будущее / О. Г. Сорохтин, Дж. В. Чилингар, О. Н. Сорохтин. – М.; Ижевск: ИКИ, 2010. – 752 с.
13. Touret, J. Fluid inclusions in high grade metamorphic rocks / J. Touret // Short Course in Fluid Inclusions: Application to Petrology / ed. by L. S. Hollister and M. L. Crawford. – Canada, 1981. – P. 182–208.
14. Кроуфорд, М. Л. Природа метаморфических флюидов по данным изучения флюидных включений / М. Л. Кроуфорд, Л. С. Холлистер // Взаимодействие флюид–порода при метаморфизме. – М.: Мир, 1989. – С. 9–48.
15. Соленые воды и рассолы Балтийского щита / А. И. Коротков [и др.] // Докл. АН СССР. – 1978. – Т. 238, № 9. – С. 951–954.
16. Вовк, И. Ф. Рассолы кристаллического фундамента щитов / И. Ф. Вовк. – Киев, 1982. – 164 с.
17. Кудельский, А. В. Высокоминерализованные воды и рассолы в верхнепротерозойских отложениях и кристаллическом фундаменте древних платформ (на примере Восточно-Европейской платформы и территории Беларуси) / А. В. Кудельский // Литосфера. – 2005. – № 2(23). – С. 9–21.
18. Кононов, В. И. Геохимия термальных вод областей современного вулканизма / В. И. Кононов. – М.: Недра, 1983. – 214 с.
19. Грачев, А. Ф. Рифтовые зоны Земли / А. Ф. Грачев. – М.: Недра, 1987. – 285 с.
20. Львович, М. И. Вода и жизнь / М. И. Львович. – М.: «Мысль», 1986. – 254 с.

Поступило в редакцию 27.05.2015

**ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ**

УДК 533.73+57.037

*М. Л. ЛЕВИН, А. А. МАХАНЁК***ВЛИЯНИЕ ВОЗРАСТА НА ТЕПЛОВОЕ СОСТОЯНИЕ ПАЦИЕНТА  
ПРИ ОБЩЕЙ ГАЗОВОЙ КРИОТЕРАПИИ***(Представлено академиком О. Г. Пенязьковым)**Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси, Минск, Беларусь  
marklvn@belhard.com; amakh@tut.by*

Старение человека влечет изменение ряда физиологических, антропометрических и теплофизических показателей, в частности, уровня основного обмена и тканевого кровотока, толщины подкожной жировой прослойки, а также влагосодержания и теплопроводности кожи. Данная работа посвящена оценке влияния возрастного фактора на тепловое состояние пациента при общей газовой криотерапии. Установлено, что имеет место очень сильная зависимость величины изменения температуры поверхности кожи разных компартментов у 70-летних пациентов по сравнению с 20-летними, обусловленная уменьшением теплопроводности кожи с возрастом.

*Ключевые слова:* общая газовая криотерапия, тепловая задача, теплоперенос, теплопроводность кожи, возраст пациента.

*M. L. LEVIN, A. A. MAKHANIUK***EFFECT OF AGE ON THE PATIENT'S THERMAL STATE USING WHOLE BODY GAS CRYOTHERAPY***A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
marklvn@belhard.com; amakh@tut.by*

Human aging causes changes in a number of physiological, anthropometric, and thermal performances, in particular in the level of basal metabolism and tissue blood flow, subcutaneous fat thickness, as well as moisture content and heat conduction of the skin. This work is devoted to assessing the impact of the age factor on the patient's thermal state using whole body gas cryotherapy. It has been established that there is a very strong dependence of the changes in the skin surface temperature of different compartments of 70-year old patients compared with 20-year old ones due to a decrease in skin heat conduction with age.

*Keywords:* whole body gas cryotherapy, heat problem, heat transfer, skin heat conduction, age of patient.

**Введение.** Общая газовая криотерапия (ОГКТ) применяется для оздоровления, лечения и повышения работоспособности пациентов разных возрастов. С возрастом у человека происходит ряд изменений, потенциально способных повлиять на тепловое состояние пациента во время ОГКТ и эффект применения данной процедуры. Так, влияние возраста может проявиться в силу зависимости от него уровня основного обмена, а также имеющейся статистической связи между возрастом и количеством жировой ткани у человека [1]. Рост, масса и полнота человека обуславливают площадь теплообменной поверхности, что также немаловажно для ОГКТ. В настоящее время существующие протоколы применения ОГКТ возрастным фактором не учитывают. Целью данного исследования являлась оценка влияния данного фактора на температуру кожных покровов пациента при ОГКТ.

**Постановка тепловой задачи.** Тело человека представляется в виде множества цилиндров, состоящих из четырех слоев биоткани: ядра, мышечного слоя, слоя подкожной жировой клетчатки и кожи (в компартментах головы вместо мышечного слоя задается слой кости). Ядро со-

ставляют мягкие ткани в компартментах «голова», «лоб», «лицо», «грудная клетка» и «живот», или кость в случае конечностей (компартменты «плечо», «предплечье», «кисть», «бедро», «голень», «ступня»). Характерные размеры компартментов и их слоев (субкомпартментов) для «стандартного человека» определены в [2; 3] и обеспечивают реалистичное описание массы, объема, теплосодержания и теплообмена такого человека в рамках модели с сосредоточенными параметрами [4; 5]. В основу антропометрической модели положена модифицированная нами модель Гордона [6]. Отличия связаны с детализацией некоторых компартментов, а также в реализации пересчета толщин слоев при отклонении массы и роста пациента от значений, характерных для «стандартного» человека:

- длина торса, бедра и голени вычисляются пропорционально росту человека с коэффициентом пропорциональности из [5, табл. 1];
- пропорции длин компартментов грудная клетка и живот такие же, как и в модели Гордона;
- радиусы слоев для предплечья и локтевой части руки, а также бедра и голени корректируются так, чтобы их объемы соотносились как в [6];
- при варьировании массы пропорционально изменяются массы, объемы и внешние радиусы всех слоев, исключая голову;
- толщина кожного покрова для разных участков такая же, как в [6] и не зависит от возраста и комплекции человека.

Постановка тепловой задачи для  $k$ -го слоя  $j$ -го компартмента имеет вид

$$(\rho C_p)_{jk} \frac{\partial T_{jk}}{\partial t} = \nabla(\lambda_{jk} \nabla T_{jk}) + Q_{jk}; \quad (1)$$

$$T_{jk}|_{\Gamma_{jk}} = T_{j,k-1}|_{\Gamma_{jk}}; \quad \lambda_{jk} \nabla T_{jk}|_{\Gamma_{jk}} = \lambda_{j,k-1} \nabla T_{j,k-1}|_{\Gamma_{jk}}, \quad k=1, 2, 3; \quad (2)$$

$$-\lambda_{jk} \nabla T_{jk}|_{\Gamma_{j4}} = \alpha_j (T_{jk}|_{\Gamma_{j4}} - T_{env}); \quad (3)$$

$$T_{jk}(t=0) = T_{jk}^0. \quad (4)$$

Слагаемое  $Q_{jk}$  в уравнении энергии (1) учитывает мощность внутренних источников и стоков тепла, в частности, внутритканевый конвективный (перфузионный) теплообмен  $Q_{conv,jk} = C_b M_{jk} W_{jk} (T_b - T_{jk})$  [7], интенсивность метаболической теплопродукции  $Q_{met,jk} = Q_{met,bas} p^{(T_{jk} - T_{bas,jk})/T_{ref}}$ , где  $p = 2$ ,  $T_{ref} = 10$  °C [6] (для головного мозга  $p = 3$  [8]). Другие детали постановки тепловой задачи (в том числе выражения, описывающие  $Q_{jk}$  в разных компартментах), а также многочисленные геометрические и теплофизические параметры и источники, из которых они были взяты, приведены в [4; 9]. Отметим выражения, явным образом учитывающие влияние возраста пациента на соответствующий параметр модели. Так, зависимость массовой доли жира от возраста описывается формулой [10]

$$f = 0,01[1,2BMI + 0,23Y - 5,4(2g + 1)], \quad (5)$$

где  $BMI = M / H^2$  – приведенный индекс массы (масса  $M$  тела выражена в кг, а рост  $H$  – в см);  $Y$  – возраст человека, лет;  $g = 1$  в случае мужчины и  $g = 0$  для женщины.

При моделировании зависимости удельного метаболического теплообразования от возраста (учитываемого параметром  $Q_{jk}$ ) исходим из соотношения

$$Q_{met,bas} = Q_{m,bas} Q_{met,bas}^*(Y) / Q_{met,bas}^*(Y_0), \quad (6)$$

где  $Y_0$  – характерный возраст, принятый нами равным 30 лет, параметр  $Q_{m,bas}$  зависит от типа биоткани, а  $Q_{met,bas}^*(Y) = 84,78 - 1,99Y + 0,0405Y^2 - 3,0071 \cdot 10^{-3} Y^3$  Вт [2; 11].

Изменение кровотока в ходе нагрева описывается терморегуляционной моделью Столвика [12]. Согласно этой модели, расширение и сужение кровеносных сосудов в слоях кожи зависят от знака средней температуры кожи всего тела, гипоталамической температуры головы (центральной части) и локальной температуры каждого участка кожи. Учет возраста в базисных кровотоках для каждого субкомпартмента осуществляется подобно [5]

$$W_{b,jk} = W'_{b,jk} \frac{CO_{bas}(Y)}{CO_{bas}(Y_0)}, \quad (7)$$

где  $W'_{b,jk}$  – значения перфузии в каждом субкомпарimente, относящиеся к «стандартному» человеку;  $CO_{bas}$  – величина сердечного выброса в термонейтральных условиях. Зависимость величины сердечного выброса от возраста описывается выражением [2]

$$CO_{bas} = (240,691 - 2,716Y + 0,0157Y^2)BSA, \quad (8)$$

в котором  $BSA$  – площадь поверхности кожи.

Учет изменения интенсивности кровотока в биоткани при ее нагреве/охлаждении осуществляется в параметре  $W'_{b,jk}$  согласно модели Столвика–Харди [12]. Теплофизические свойства биоткани (плотность  $\rho$ , теплоемкость  $C_p$ , теплопроводность  $\lambda$ ) в пределах одного слоя полагаются однородными и независимыми от температуры.

В рамках нашего варианта антропометрической модели Гордона предусмотрено переопределение геометрических характеристик компариментов и отдельных слоев на произвольные значения роста, массы человека и толщины подкожной жировой прослойки. Массы слоев всех компариментов, кроме головы и шеи, изменяются пропорционально различию заданной массы и роста относительно массы и роста так называемого стандартного человека. При увеличении внешних радиусов слоев мышечной биоткани уменьшается толщина подкожной жировой прослойки. Аналогично, пересчет внешних радиусов слоев мышц, жира и кожи при изменении массы подкожного жира (заданной в относительных единицах) производится за счет соответствующего изменения массы мышц. Массовая доля жира для не спортсменов вычисляется по формуле (5). Для спортсменов она определяется исходя из заданной массовой доли мышечной ткани, массы тела и роста.

Выражения (1)–(4) описывают непрерывность поля температур и тепловых потоков на границе слоев биоткани (ядро–мышца, мышца–жировой слой, жировой слой–кожа), теплообмен кожи с окружающим ее газовым хладагентом и начальное условие. Определяется начальное распределение температур из решения аналогичной задачи для нескольких этапов:

1) определение установочных (базисных) температур, необходимых для применения терморегуляционной модели Столвика [12; 13]. Эти температуры характерны для конкретного человека с его специфическими антропометрическими и возрастными данными. Решается стационарная тепловая задача с начальной температурой тела, равной 37 °С;

2) пребывание обнаженного пациента при комнатной температуре 22 °С в течение 15 мин;

3) адаптация пациента к низкой температуре в предкамере криосауны при –60 °С на протяжении 30 с (третий этап);

4) нахождение пациента в основной процедурной камере при –110 °С в течение 3 мин (режим проведения ОГКТ в криокамере Cryospace), или другие сочетания температуры газового хладагента  $T_e$  и продолжительности холодовой процедуры.

Коэффициенты теплоотдачи вычислялись по справочным данным [14] для условий естественной конвекции. Предварительно производилась оценка величин чисел Рэлея  $Ra$  и в случае, когда  $Ra > 10^9$  числа Нуссельта  $Nu$  (и коэффициенты теплоотдачи  $\alpha$ ) определялись для турбулентного режима течения газового хладагента. Эффективный коэффициент теплоотдачи, входящий в граничное условие (3), учитывает как конвективную, так и радиационную составляющую.

Сформулированная выше тепловая задача позволяет получить распределение температур как в теле человека, так и по поверхности отдельных частей его тела с учетом основных механизмов терморегуляции (дрожания, тепла метаболизма и др.).

Влияние возраста в нашей физико-математической модели ОГКТ учитывается в трех отношениях: через влияние возраста на интенсивность основного обмена и тканевого кровотока согласно (6)–(8), через увеличение с возрастом массовой доли подкожной жировой клетчатки по (5) и через снижение с возрастом теплопроводности кожи от 0 до 60 % у 70-летних пациентов по сравнению с 20-летними согласно линейной модели:  $\lambda(Y) = \lambda(Y_0)C_\lambda(Y)$ , в которой возрастная поправка в теплопроводность кожи

$$C_{\lambda}(Y) = \frac{50 + \varepsilon_C(70 - Y)}{50 + \varepsilon_C(70 - Y_0)}, \quad (9)$$

а параметр  $\varepsilon_C = \lambda(20) / \lambda(70) - 1$  отражает относительное уменьшение коэффициента теплопроводности кожи у пожилых пациентов (возрастом 70 лет) по сравнению с молодыми (возрастом 20 лет). При моделировании влияния возраста на толщину подкожной жировой клетчатки полагали, что 4 % жира у мужчин и 12 % жира у женщин связано с внутренними органами, т. е. результат, даваемый (5), уменьшали на эти величины.

**Результаты и их обсуждение.** Количественное значение параметра  $\varepsilon_C$  не известно. Для его оценки были использованы собственные экспериментальные данные, полученные на спортсменах высокой квалификации двух возрастных групп со средним возрастом 21 год и 69 лет. Модельные данные по спортсменам (мужчины) приведены в таблице. Они получены при задании доли мышечной массы 55 % для молодых спортсменов и 40 % – для высоковозрастных спортсменов, что, по нашим оценкам, примерно соответствует результатам, полученным с помощью биоимпедансного анализатора состава тела MC-180 японской фирмы Tanita [15], с учетом некоторого завышения этим прибором доли мышечной массы. Формула (5) при этом не использовалась.

**Расчетные антропометрические характеристики спортсменов**

Параметр	Молодые (21 год)	Высоковозрастные (69 лет)
Рост, см	185	175
Масса тела, кг	85,7	92,3
Площадь поверхности кожи, м <sup>2</sup>	2,083	2,143
Масса мягких тканей ядра, кг (% от массы тела)	22,97 (26,8)	23,39 (25,3)
Масса костей, кг (% от массы тела)	10,40 (12,1)	13,74 (14,9)
Масса мышц, кг (% от массы тела)	45,91 (53,6)	36,56 (39,6)
Масса подкожной жировой клетчатки, кг (% от массы тела)	2,26 (2,6)	15,34 (15,5)
Масса кожи, кг (% от массы тела)	4,17 (4,9)	4,29 (4,7)

Измеренные средние по поверхности кожи компартмента «живот» значения температур у молодых и высоковозрастных спортсменов на момент окончания ОГКТ составляли 18,94 и 14,90 °С соответственно.

Сформулированная выше тепловая задача решалась при варьировании параметра  $\varepsilon_C$  в диапазоне 0–0,6. Результат ее решения демонстрирует рис. 1. Для обеспечения наилучшего приближения расчетных температур к экспериментальным коэффициент теплоотдачи от поверхности кожи был уменьшен на 10 % по сравнению с расчетными значениями, получаемыми по справочным данным [14].

Отклонение расчетных температур от измеренных составило примерно 0,2 °С, а отличие в расчетных температурах 4,01 °С при значении параметра  $\varepsilon_C$ , равном 0,55. Столь значительное различие в теплопроводностях кожи спортсменов молодого и старшего возраста может быть обусловлено не только возрастным фактором, но и различием в фактической толщине слоя кожи и величине базового кровотока, неоднородностью теплофизических свойств кожи по ее толщине, несовершенством антропометрической и тепловой модели. Также возможно отличие фактических толщин подкожной жировой клетчатки от вычисленных из модельных представлений и нелинейность влияния возраста на теплопроводность кожи. Все это ведет к огрублению нашей оценки относительного изменения эффективной теплопроводности кожи с возрастом. По этой причине моделирование теплового состояния не спортсменов и относительного вклада трех рассматриваемых механизмов возрастного влияния на тепловое состояние пациента после ОГКТ осуществлялось при двух значениях параметра  $\varepsilon_C$ : 0,25 и 0,5. Количественно этот вклад показан на рис. 2. Методика искусственного

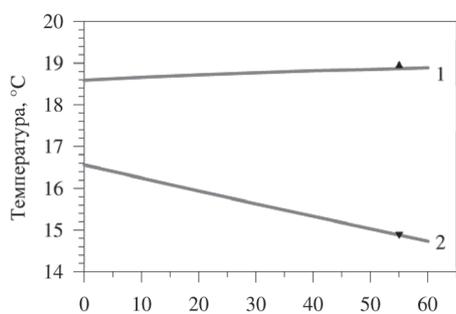


Рис. 1. Влияние величины относительного различия в теплопроводности кожи у спортсменов со средним возрастом 21 год (1) и 69 лет (2) на температуру поверхности кожи компартмента «живот»

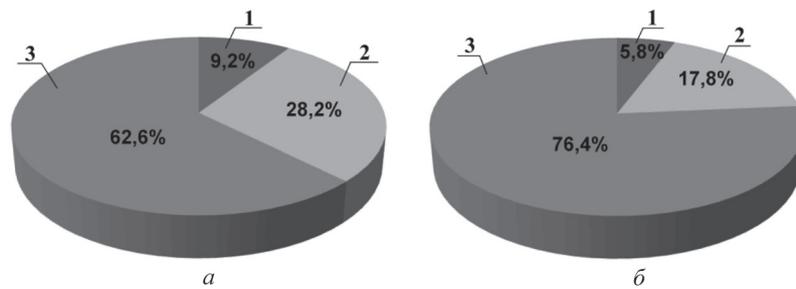


Рис. 2. Относительный вклад в возрастное различие температуры поверхности кожи не спортсменов с телосложением  $180 \times 80$  при различии в теплопроводности кожи 20- и 70-летних пациентов 25 % (а) и 50 % (б): 1 – изменение с возрастом только интенсивности основного обмена и кровотока, 2 – возрастное изменение только доли жира соответственно (5), 3 – изменение с возрастом лишь теплопроводности кожи согласно (9)

вычленения каждого из рассматриваемых механизмов возрастного влияния на тепловое состояние пациента была следующей. Решение тепловой задачи (1)–(4) осуществлялось в четырех вариантах: 1 – с учетом зависимости от возраста метаболизма, кровотока, толщины подкожного жира и теплопроводности кожи, 2 – аналогично 1, но при постоянной теплопроводности кожи, соответствующей возрасту  $Y_0 = 30$  лет, 3 – с учетом зависимости от возраста только толщины подкожного жирового слоя, 4 – аналогично 3, но с учетом также влияния возраста на теплопроводность кожи согласно модели (9) при заданном значении параметра  $\varepsilon_C$ . Эффект (различия в температурах поверхности кожи компартмента «живот» пациентов возрастом 20 и 70 лет), полученный в варианте 3, вычитался из эффектов, получаемых в вариантах 2 и 4, так как невозможно абстрагироваться от антропометрических характеристик, а они обусловлены, в том числе, и возрастом пациентов.

Можно констатировать, что в широком диапазоне возможных относительных возрастных изменений теплопроводности кожи именно этот механизм дает основной вклад в различие температур поверхности кожи молодых и пожилых пациентов. Величина вклада других механизмов влияния возраста на тепловое состояние пациента зависит от величины параметра  $\varepsilon_C$ , но всегда эффект от возрастного изменения толщины подкожной жировой клетчатки значительно сильнее, нежели от снижения с возрастом интенсивности основного обмена.

Режимы проведения ОГКТ на сегодняшний день устанавливаются исходя из опыта разработчиков криотерапевтического оборудования, либо проводящих эту процедуру специалистов-медиков. В зависимости от вида криотерапевтической установки и психофизиологической подготовленности пациента они могут различаться весьма значительно. В любом случае отсутствуют какие-либо обобщения этих режимов и рекомендации относительно оптимальных сочетаний продолжительности холодового воздействия и температуры газового хладагента в зависимости от телосложения и других индивидуальных особенностей пациентов. Судя по отмеченному выше эффекту существенного влияния возраста человека на температуру поверхности его кожи после ОГКТ целесообразно рассмотрение влияния возрастного фактора на тепловое состояние пациента в широком диапазоне сочетаний основных режимных параметров: продолжительности данной процедуры и температуры газового хладагента. Результат такого рассмотрения представлен на рис. 3 для молодых (20 лет) и пожилых (70 лет) пациентов с телосложением  $180 \times 80$ .

Моделирование выполнено при задании величины параметра  $\varepsilon_C = 0,5$ . Отметим линейную зависимость вычисленной температуры поверхности кожи компартмента «живот» от продолжительности процедуры и очень слабую нелинейность зависимости этого параметра от температуры газового хладагента. У пожилых пациентов наблюдается более низкая температура поверхности кожного покрова по сравнению с молодыми. Разница температур поверхности кожи между молодыми и пожилыми пациентами усиливается по мере понижения температуры в криокамере и не зависит от продолжительности холодового воздействия. При рассмотренных режимах для пациента с телосложением  $180 \times 80$  отрицательные температуры на поверхности кожи живота обнаруживаются лишь у 70-летних пациентов при температуре газового хладагента ниже минус  $150^\circ\text{C}$  и продолжительности ОГКТ 4 мин.

Различия в температурах кожных покровов пациентов сходной комплекции, но разного возраста усиливаются по мере снижения температуры газового хладагента и продолжительности

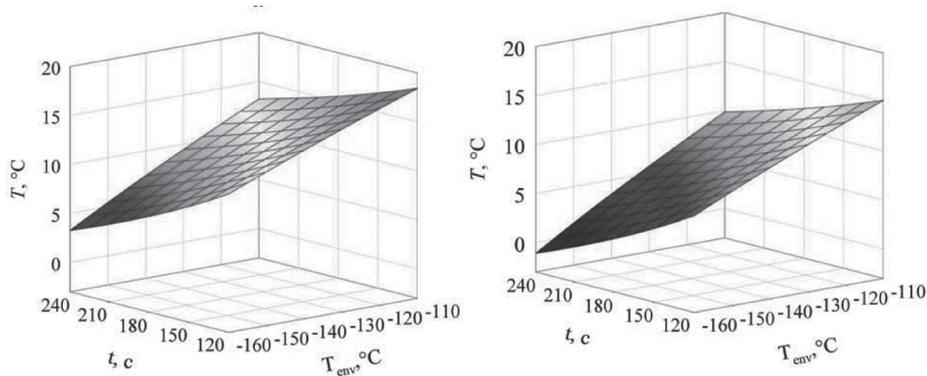


Рис. 3. Температура поверхности кожи компартмента «живот» пациентов возрастом 20 (а) и 70 (б) лет с телосложением  $180 \times 80$  при разных сочетаниях продолжительности ОГКТ ( $t$ ) и температуры газового хладагента ( $T_{env}$ )

ОГКТ. Из этой закономерности следует, что при формировании протокола проведения ОГКТ для обеспечения безопасности данной процедуры следует оговаривать предельный возраст пациентов, либо ориентироваться на самых старших по возрасту пациентов в заданной возрастной группе. Наиболее рациональным представляется выбор сочетаний продолжительность ОГКТ–температура в криокамере для нескольких возрастных групп, например, для диапазона возрастов 20–30, 30–40 лет и т. д. с ориентацией на верхнюю границу возраста в каждой группе.

Более низкая температура кожных покровов пациентов старшего возраста при одинаковых с более молодыми пациентами сочетаниях роста и массы тела вовсе не означает, что и положительный (лечебный) эффект холодового воздействия на людей старшего возраста будет более выражен. На сегодняшний день физиологические и другие механизмы лечебного воздействия ОГКТ не известны. Они могут быть обусловлены не только низкой температурой кожи, но и огромными потоками теплоты, отводимой от тела пациента в криокамере во время процедуры ОГКТ. Рис. 4 демонстрирует зависимость величин средних температур кожного покрова и тепловых потоков от возраста пациентов трех комплекций:  $160 \times 60$ ,  $180 \times 80$  и  $200 \times 100$ . Расчет выполнен при  $\epsilon_c = 0,5$ . Как видно из рис. 4, с возрастом величина теплового потока уменьшается, и это уменьшение у 70-летних пациентов по сравнению с 20-летними составляет 3,5 % для рассмотренных комплекций.

При одинаковых телосложениях более выраженный холодовый стресс (согласно нашей модели ОГКТ) должны испытывать молодые пациенты, так как при одинаковых роста-массовых характеристиках (комплексиях) меньшему возрасту соответствует и меньшая толщина подкожной жировой прослойки, а величина теплового потока через кожу молодых пациентов оказывается выше, чем у более пожилых пациентов.

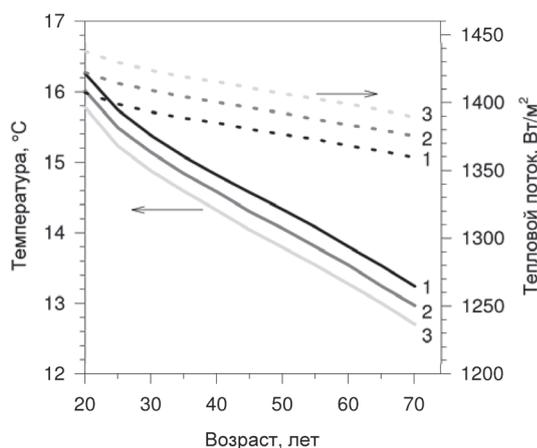


Рис. 4. Влияние возраста на среднюю температуру поверхности кожи и величину теплового потока от кожи при комплекциях пациента  $160 \times 60$  (1),  $180 \times 80$  (2) и  $200 \times 100$  (3)

Возрастной фактор, по результатам нашего исследования, оказывает значительное влияние на достигаемую величину охлаждения кожных покровов пациента. Однако этот факт не означает наличие более сильного эффекта от применения ОГКТ у пожилых пациентов по сравнению с молодыми, так как величина теплового потока отводимого от кожи таких пациентов меньше, чем у более молодых. По этой причине является целесообразным проведение анализа эффективности процедуры ОГКТ в сравнении лечебного эффекта в разных возрастных группах. В связи с тем, что более выраженное понижение температуры кожных покровов у пожилых людей сопровождается некоторым уменьшением величины теплотеря (по сравнению с более молодыми пациентами такой же комплекции), еще большую актуальность приобретает вопрос о механизмах лечебно-

го эффекта. В частности, какой из теплофизических факторов с точки зрения повышения эффективности данной холодной терапии является значимым: более низкая температура кожи или более высокий тепловой поток.

Уменьшение теплопроводности кожи с возрастом обусловлено главным образом уменьшением влагосодержания в коже. Но влагосодержание, конечно, зависит не только от возраста. Его величина может быть обусловлена уровнем физической нагрузки, если такая нагрузка предшествовала процедуре ОГКТ, а также влиянием психофизических факторов (волнение, переживание, боязнь и т. п.). Приведенные оценки влияния возрастного фактора на тепловое состояние пациентов после ОГКТ не дают ответ на вопрос хорошо или плохо с точки зрения лечебного эффекта иметь более высокую теплопроводность кожи, но показывают, что при моделировании теплового состояния пациента во время и после ОГКТ необходим учет зависимости данного параметра от возраста.

Второй по влиятельности на температуру кожного покрова фактор – толщина подкожного жирового слоя. Если толщина кожи в одинаковых местах у разных людей примерно одинакова, то толщина подкожной жировой клетчатки и создаваемого ею теплового сопротивления может варьировать в очень широких пределах от пациента к пациенту, еще больше усиливая при этом влиятельность возрастного фактора при уменьшении толщины подкожного жира, или, наоборот, ослабляя эффект возрастного снижения теплопроводности кожи в случае ожирения.

**Заключение.** Вычислительный эксперимент показал, что наблюдается очень сильная зависимость величины изменения температуры поверхности кожи разных компартментов у 70-летних пациентов по сравнению с 20-летними. Обнаруженный эффект качественно и количественно подтвержден экспериментальными результатами собственного термографического мониторинга теплового состояния 20-летних и 70-летних спортсменов. Установлено, что при одинаковых телосложениях более выраженный холодный стресс испытывают более молодые пациенты, так как с уменьшением возраста, согласно результатам нашего вычислительного эксперимента, величина теплового потока, отводимого от поверхности кожного покрова пациента, возрастает.

### Список использованной литературы

1. *Gehan, E. A.* Estimation of Human Body Surface Areas from Height and Weight / E. A. Gehan, S. L. George // *Cancer Chemotherapy Reports.* – 1970. – Vol. 54. – P. 225–235.
2. *Arkin, H.* Model of thermoregulation in the human body. Part III: Model behavior and comparison to experimental results of exercising, heat / H. Arkin, A. Shitzer // *EEC-150. Depth. of Mechanical Engineering Technion.* – Haifa, Israel, 1984. – P. 1–36.
3. *Stolwijk, J. A. J.* A mathematical model of physiological temperature regulation in man / J. A. J. Stolwijk // *NASA CR-1855. Yale University school of medicine.* – Washington, 1971. – 77 p.
4. *Charny, C. K.* A whole body thermal model of man during hyperthermia tissues / C. K. Charny, M. J. Hagmann, R. L. Levin // *IEEE Trans. on Biomed. Eng.* – 1987. – Vol. BME-34. – P. 375–386.
5. *Gordon, R. G.* A Mathematical model for the human temperature regulatory system – transient cold exposure response / R. G. Gordon, R. B. Roemer, S. M. Horvath // *IEEE Trans. on Biomed. Engng.* – 1976. – Vol. BME-23. – P. 434–444.
6. *Маханёк, А. А.* Теплофизические аспекты общей газовой криотерапии / А. А. Маханёк, М. Л. Левин, В. Л. Драгун // *Вестці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук.* – 2011. – № 3. – С. 59–71.
7. *Pennes, H. H.* Analysis of tissue and arterial blood temperature in the resting human forearm / H. H. Pennes // *J. Appl. Physiol.* – 1948. – Vol. 1. – P. 93.
8. *Xu, X.* A mathematical model for human brain cooling during cold-water near-drowning / X. Xu, G. Giesbrecht // *J. Appl. Physiol.* – 1999. – Vol. 86. – P. 265–272.
9. *Левин, М. Л.* Влияние некоторых факторов теплообмена при общей криотерапии на температуру кожных покровов / М. Л. Левин, А. А. Маханёк, В. Л. Драгун // *II научно-практическая конф. «Криотерапия в России», Санкт-Петербург, 14 мая 2009.* – СПб., 2009. – С. 80–103.
10. *Deurenberg, P.* Body mass index as a measure of body fatness: age- and sex-specific prediction formulas / P. Deurenberg, J. A. Weststrate, J. C. Seidell // *Br. J. Nutr.* – 1991. – Vol. 65. – P. 105–114.
11. *Arkin, H.* Model of thermoregulation in the human body. Part I: The heat transfer model (The “passive” model) / H. Arkin, A. Shitzer // *EEC-148. Depth. of Mechanical Engineering Technion.* – Haifa, Israel, 1984. – P. 1–63.
12. *Stolwijk, J. A. J.* Temperature regulation in man – A theoretical study / J. A. J. Stolwijk, J. D. Hardy // *Pflugers Arch.* – 1966. – Vol. 291. – P. 129–162.
13. *Stolwijk, J. A. J.* Mathematical models of thermal regulation / J. A. J. Stolwijk // *Thermal characteristics of tumors: applications in detection and treatment / ed. R. K. Jain, P. M. Gullino. Annals of the New York Academy of Sciences.* – 1980. – Vol. 335. – P. 98–106.
14. *Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент: справ. / под ред. В. А. Григорьева и В. М. Зорина.* – М.: Энергоиздат, 1982. – С. 177–178.
15. *Термографический мониторинг при локальной и общей газовой криотерапии / М. Л. Левин [и др.]; Препринт № 4. Институт тепло- и массообмена.* – Минск, 2014. – 61 с.

Поступило в редакцию 26.08.2015

**СОЦИАЛЬНО-ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ***Акадэмік У. В. ГНІЛАМЁДАЎ***ЛІТАРАТУРА І СУЧАСНАСЦЬ***Цэнтр даследаванняў беларускай культуры, мовы і літаратуры НАН Беларусі, Мінск, Беларусь*

Данное сообщение – это взгляд литературоведа и писателя на положение дел и тенденции развития современной белорусской литературы. Анализируются направления и особенности этого развития, связь с классическим наследием, расширение познавательно-тематической сферы и художественных поисков, соответствие литературного творчества современным задачам и требованиям.

*Ключевые слова:* человек, литература, современность, мировосприятие, менталитет, проблематика.

*V. V. GNILOMYODOV***LITERATURE AND TODAY'S CULTURE***Center for the Belarusian Culture, Language and Literature Researches of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

This communication is a view of a specialist in study of literature and a writer on the state-of-the art and tendencies of development of modern Belarusian literature. Analysis is made of the directions and features of this development, the connection with classical literary heritage, the extension of cognitive and thematic scope and artistic searches, the adequacy of literary activity to modern tasks and demands.

*Keywords:* people, literature, modern, attitude, mentality, problematics.

Разважаць пра сучасную літаратуру – справа складаная і адказная. Не лёгка сучасніку ўбачыць і акрэсліць рэальныя абрысы сучаснасці, ацаніць мастацкія дасягненні, усвядоміць іх ролю і месца ў працэсе развіцця літаратуры. Тым больш што ў нашым жыцці многае змянілася самым нечаканым і карэнным чынам, у тым ліку і становішча пісьменніка, умовы яго творчай дзейнасці, заангажаванасць грамадствам. Сёння часта чуюцца галасы накіраваныя таго, што «аўтар памёр», «літаратурны працэс абмялеў і знік», «літаратура скончылася». Ці так гэта? Вядома, усё цяжэ, змяняецца, але патрэба ў літаратуры не адпала і яна не знікла, не парвала са сваімі асноватворнымі традыцыямі. Маральнай асаблівасцю нашай літаратуры было тое, што яна заўсёды судакраналася з народным лёсам, з усім тым, з чым гэты лёс быў звязаны. Яна страсна сцвярджала гуманістычную ідэю каштоўнасці чалавека як жывой, крэатыўнай істоты, адлюстроўвала нацыянальную ідэнтычнасць народа, матэрыяльны і духоўны ўклад жыцця, мову і традыцыі, характар і распаўсюджаныя тыпы асобы.

Літаратура – наша люстра і наша памяць. Яна стане яшчэ бліжэй і даражэй нам, калі мы пранікнем у яе сацыяльна-эстэтычную прыроду, зразумеем гістарычныя асаблівасці. Нягледзячы на тое, што «літаратурацэнтрызм» у многім стаў атрыбутам мінулага, літаратура была і застаецца летапісам жыцця і адначасова чалавеказнаўствам, незаменным сродкам пазнання чалавека ў яго сувязях з навакольным светам, з працэсам фарміравання, станаўлення нацыі. Беларуская літаратура ва ўсе часы імкнулася пранікнуць у субстанцыю народнага жыцця, выявіць

карэнні і асновы грамадскага, чалавечага быцця, даць вобраз часу. Літаратурная спадчына – гэта наша мастацкае і духоўнае багацце. А. Разанаў наступным чынам выказаўся пра літаратурную спадчыну: «Спадчына не ў мінулым, а з мінулага: яна – вектар, які паказвае дарогу, яна – аблічча ўчалавечанага часу» [1, с. 42]. Сказана правільна: літаратура – гэта «ўчалавечаны час».

За савецкім часам у літаратурным ужытку існавалі так званыя абоймы – кароткі пералік найбольш вядомых пісьменнікаў, паэтаў, драматургаў, якія часцей за ўсё згадваліся ў выступленнях крытыкаў і калялітаратурных размовах. У 2014 г. выйшла з друку заключная частка акадэмічнай «Гісторыі беларускай літаратуры XX стагоддзя» – том 4, кніга 3. У ёй ідзе размова пра шэраг (некалькі дзясяткаў) пісьменнікаў, многія з якіх прадуктыўна працуюць і сёння, але, трэба сказаць, што такіх велічыняў, як М. Танк, І. Шамякін, В. Быкаў, сярод іх, на жаль, няма. Зменшыўся маштаб пісьменніцкай асобы і, адпаведна, маштаб творчасці, хаця літаратура і не звужае сваёй тэматыкі, па-ранейшаму імкнецца трымаць у полі зроку важнейшыя праблемы жыцця, шукаць новыя, сучасныя падыходы да іх асэнсавання.

Што ёсць, тое ёсць. Творы сучасных беларускіх пісьменнікаў, такіх як В. Зуёнак, В. Казько, А. Вярцінскі, А. Федарэнка, А. Разанаў, Л. Левановіч, Ю. Станкевіч, М. Мятліцкі, У. Саламаха, А. Бадак, Б. Пятровіч, В. Шніп, Т. Сівец, Н. Касцючэнка, М. Пазнякоў і многіх іншых, дапамагаюць літаратуры ў пошуках праўдзівага, адэкватнага слова, садзейнічаюць у выкараненні заста-рэлага грэху сервільнасці. У лепшых творах абмяркоўваюцца пытанні прызначэння чалавека, яго ўзаемадачынненняў з прыродай, грамадствам, зямлёй, космасам. Літаратура імкнецца зразумець, што аб'ядноўвае ў адно цэлае, скажам, кветку пралескі, бляск зоркі і лёс чалавека.

Наш час – час усталявання капіталістычных адносін у грамадстве – прывучае чалавека да жыццёвай, дзелавой актыўнасці, намагаецца загартаваць яго ў пустыні індывідуальнай барацьбы за існаванне. У 1990-я гады перамагае ўстаноўка на асабістую рызыку і адказнасць, цэнніца дзелавітасць. У Беларусі марудна, але ідзе фарміраванне грамадзянскай супольнасці. Умацоўваецца вера людзей у самарух самога жыцця, у тое, што ўсё ўрэшце ідзе да лепшага, што людзі разумнеюць, набіраюцца досведу, што іх згуртоўваюць агульначалавечыя каштоўнасці.

Трэба мець на ўвазе таксама, што сёння размываюцца межы паміж сур'ёзнай літаратурай, вытрыманай у класічных традыцыях, і літаратурай масавай, разлічанай на не надта патрабавальнага чытача. Адна і другая карыстаюцца пэўным попытам.

Пісьменнікі ўсімі даступнымі ім сродкамі, атрыманым творчым вынікам, працягваюць уплываць на сучасніка, фарміраваць яго светапогляд, этычныя ўяўленні, нацыянальную свядомасць, узбагачаць духоўнасць. Пашыраецца пазнавальная сфера пісьменніцкага даследавання, павялічваецца кола тэм. Літаратура заклапочана спасціжэннем гістарычнага досведу чалавека, духоўнай і сацыяльнай прыроды, зацікаўлена яго рэальным становішчам і перспектывамі. Доўжыцца тэндэнцыя, звязаная з развіццём асабовага, аўтарскага пачатку ў пісьменніцкай творчасці, што відаць, напрыклад, у такога вопытнага мастака, як А. Савіцкі. Герой яго рамана «Пісьмо ў рай» (2003) – пісьменнік Алесь Смоліч. Ён ужо немалады, мае немалы жыццёвы досвед, на жаль, большай часткай драматычны і трагічны. Прайшоў вайну (пачынаючы з партызанкі), зведаў голад, бачыў смерць, пакуты, быў паранены. Прайшоў час, «перабудова», «галоснасць» абва-стрылі ў ім пачуццё справядлівасці, якое вяртае яго да нявысветленага лёсу роднага бацькі, што трапіў пад рэпрэсіі і загінуў у Гулагу. Аўтар звяртаецца да фактаў уласнай біяграфіі, сямейнай памяці, да таго, пра што да гэтага даводзілася маўчаць. У яго героі А. Смолічы якраз выразна прасочваецца абуджэнне і развіццё пачуцця асобы. Ён, ужо на новым узроўні свядомасці, перажывае маральны ўздым, становіцца сапраўднай асобай, чалавекам-грамадзянінам, паслядоўным і настойлівым, актыўным у пошуках праўды і справядлівасці. Маральны пафас твора ўзмацняе цікавасць да яго з боку чытача.

Нездарма літаратуру, як мы ўжо казалі, называюць чалавеказнаўствам. Сёння яна ўважлівей, чым учора, узіраецца ў чалавечае жыццё, сферу грамадскай свядомасці, індывідуальныя лёсы і характары. Назіраецца агульны нахіл да шчырасці, верагоднасці, праўдзівасці і дакументалізму. Дакументальны пачатак у розных формах яго эстэтычнага ўвасаблення атрымаў вельмі выразнае гучанне ў нашай літаратуры і мастацтве. Павялічылася ўдзельная вага факта ў сучаснай прозе, у пошуках пісьменнікаў, актывізуецца мемуарная плынь. Мастацкая форма даволі часта набліжаецца да публіцыстыкі, эсэ, рэпартажу, а часам нават да навуковага даследавання.

Разнастайны фактычны матэрыял праходзіць праз прызму прафесійнай пісьменніцкай свядомасці, уважліва аналізуецца, адбіраецца, кампазіцыйна арганізуецца, усебакова асэнсоўваецца. Пошук фактаў становіцца пошукам новых дакументальных і мастацка-дакументальных выяўленчых сродкаў, новых жанраў. Усё гэта абумоўлівае поспехі дакументальнага слова.

Дакументальныя жанры багатыя на разнастайныя адценні. Сюды ўваходзяць дзённікавыя, публіцыстычныя, нарысавыя кнігі, гісторыка-мемуарныя творы, навукова-дакладная літаратура.

Сёння літаратура намаганнямі многіх пакаленняў пісьменнікаў паглыбляе памяць і ўяўленне пра вайну, паказваючы яе ва ўсёй праўдзівасці перажытага і выпакутаванага народам, пазбягаючы іранічных інтанацый, фальшы.

Важнае пытанне сучаснага літаратурнага працэсу – прадмет і метады мастацкага пазнання і адлюстравання жыцця. І. Бродскі ў сваёй Нобелеўскай лекцыі казаў пра «тры метады пазнання: аналітычны, інтуітыўны і метады, якім карысталіся біблейскія прарокі, – праз адкрывенне. Адрозненне паэзіі ад іншых форм літаратуры ў тым, што яна карыстаецца адразу ўсімі трыма (схіляючыся пераважна да другога і трэцяга)...» [2, с. 6]. Гэта сказана пра паэзію, аднак пералічаныя метады пазнання прыдатныя, думаецца, і да ўсіх родаў і жанраў мастацкай літаратуры.

Пазнанне чалавека было і застаецца галоўным яе прадметам. Больш за тое, сёння цікавасць да чалавечых глыбін асобы выходзіць у літаратуры, як і ва ўсім мастацтве, на першы план. Не заўсёды ёсць патрэба рэзка размяжоўваць літаратуру па тэмах і звязваць з гэтым мастацкія крытэрыі літаратурнай творчасці. Не варта, скажам, «народны характар» звужаць пераважна да паняцця «характару селяніна», бо ў складванні гэтага характару прымала ўдзел не толькі сялянства, але ўвесь народ, усё грамадства.

Некаторыя сцвярджаюць, што літаратура «сказала пра чалавека ўсё, што яна магла пра чалавека сказаць. Літаратура незлічона абгаварыла яго цела і фізічныя патрэбы, яна наўсцяж абмеркавала ўсе трымценні душы і памкненні духа і нават вывернула вонкі вантробы чалавека, каб вынюхаць самы гнюсны смурод з яго фізіялагічных нетраў. Усё! Нідзе нічога нязведанага ад чалавека не засталася, каб можна было спадзявацца на з'яўшчыны працяг. У гэтым сэнсе літаратура скончылася з той самай прычыны, што і эпоха геаграфічных адкрыццяў» [3, с. 158].

Не! Літаратура не скончылася, геаграфічныя адкрыцці не скончыліся, і пазнанне чалавека не скончылася, працягваецца. Насуперак падобным выказванням сёння ўсё часцей і настойлівей гучыць думка адкрывальнікаў генома чалавека пра тое, што эвалюцыя чалавека не спынілася і што чалавек не выкарыстоўвае ўсё свае магчымасці. Напрыклад, Алімпійскія гульні паказваюць яшчэ непазнаныя і неасэнсаваныя магчымасці нашага фізічнага развіцця, якія па часе павялічваюцца. Павялічваецца не толькі фізічны патэнцыял, але павялічваюцца і здольнасці нашага мозга.

«Столькі праводзілася эксперыментаў, і, здаецца, чалавек столькі ведае не толькі пра свет прыроды, але і пра свет свайго цела. Аднак засталіся рэчы, якімі яшчэ можна здзівіць нават спакушанага знаўцу біялагічнай прыроды чалавека» [4, с. 6], – узрушана канстатуе журналістка С. Шыян.

Не стаіць на месцы, развіваецца, не толькі біялагічная прырода чалавека, але і яго сацыяльнае, грамадскае аблічча. Чалавек у большай ступені, чым раней, стаў цікавым для сябе, ён стаў заўважаць «другога», іншага, аказаўся здольным на ўчынак, асмельваецца думаць па-свойму – усё гэта ідэйныя вынікі ХХ стагоддзя. Літаратура наша назапасіла багаты мастацкі матэрыял, досвед пісьменнікаў значна пашырыўся. І чым болей здабыта крупіц мастацкіх адкрыццяў, тым настойлівей патрэба ў новым мастацкім сінтэзе, у смелым ахопе рэчаіснасці, ва ўменні за сціплым фактам убачыць патаемныя, заповітныя глыбіні быцця.

Справе павінна дапамагчы крытыка, якая сёння таксама шмат шукае, эксперыментуе. Крытыка вучыцца бачыць у мастацкім тэксце, як таго патрабаваў М. Бахцін, складаную сістэму сувязей, рухомае і зменлівае адзінства, якое можна раскладаць на састаўныя часткі, разнімаць і аналізаваць, тлумачыць, але да дна вычарпаць немагчыма, таму што яго сутнасць – шматзначнасць. Тэма твора ці аб'ект адлюстравання пачалі губляць каштоўнасцю сілу. Увага крытыкі павярнулася да «краевугольных словаў», антыноміяў матываў, да паэтычнага сінтаксісу, постаці апавядальніка, індывідуальнасці інтанацыі, законаў рытму, узбагачэння жанравага канона. Кры-

тыка заклапочана перш за ўсё тым, каб устанавіць «код» твора – як камунікатыўнага акта, які становіцца ўсё складаней у XXI стагоддзі, ускрыць як мага больш сэнсавых слаёў яго полісемантычнага адзінства. Абазначаюцца апазіцыі ў структуры твора: высокае–нізкае, чорнае–белае, дзень–ноч, агонь–вада, вяршыня–глыбіня, добрае–дрэннае, свет–дом, жыццё–смерць. Падлічваецца, колькі разоў сустракаюцца ў творы прыметнікі сіні, зялёны, чырвоны, шэры – такім чынам устанаўліваецца каляровая гама. Складаецца пералік дзеясловаў, які фіксуе асноўныя сэнсы твора і акрэслівае кругагляд аўтарскага мыслення і г. д. Аднак падобная крытычная інтэрпрэтацыя не тычыцца пытання аб каштоўнасці твора. Частотны слоўнік ці бінарныя апазіцыі, тапонімы ці аксюмароны аднолькава адлюстроўваюць колькасную будову як моцных, так і слабых кніг, таму што застаюцца аб'ектамі да эстэтычных абертонаў сэнсаў.

Пазнанне каштоўнасці твора – важнейшая задача крытыкі. Найсучаснейшыя тэорыі не могуць замяніць непасрэднага перажывання мастацкай каштоўнасці. Гэта духоўная энергія крытыкі, з якой ствараецца прастора і напружанне літаратурна-крытычнага тэксту, як раманіст, паэт ці драматург ствараюць свае творы з перажывання агульначалавечых каштоўнасцей. Ва ўстанаўленні каштоўнасці ўдзельнічаюць усе якасці асобы: сіла інтэлекту, жыццёвы вопыт, маральныя прынцыпы, эстэтычная чуласць, культурная памяць, інтуіцыя.

Вядома, што чалавецтва развіваецца ад роду да індывіда, але значэнне родавага ад гэтага не змяншаецца. Асоба бярэ ў спадчыну ад роду досвед, жыццёвыя прынцыпы, ідэалы. Гісторыя, гістарычны час належаць усім пакаленням, якія захоўваюць свае антрапалагічныя і этнавызначальныя рысы, радавод народа, нацыянальны культурны код. «Архаічная культура, – лічыць А. Геніс, – не ведае канфікта бацькоў і дзяцей, таму што кожнае пакаленне атрымлівае ў спадчыну адказы на ўсе экзістэнцыяльныя пытанні. Усе ведаюць: сэнс жыцця ў тым, каб проста быць на сваім месцы ў сусвеце, удзельнічаючы ў касмічнай гульні жыцця і смерці... Усе сілы скіраваныя на тое, каб у супрацоўніцтве з прыродай забяспечыць уласнае ўзнаўленне» [5, с. 206]. Культура беларусаў, безумоўна, утрымлівае ў сабе архаічныя рысы, якія знайшлі адлюстраванне і ў літаратуры. Аднак час унёс сюды, у культуру і менталітэт беларусаў, істотныя змены.

XXI стагоддзе мала чым падобнае да XX. Змяніліся, сталі больш прагматычнымі адносіны паміж людзьмі, якія апынуліся ва ўмовах сацыяльнай адзіноты і вымушаны весці індывідуальнае змаганне за існаванне. Чалавек аднак павінен заставацца чалавекам, здольным на дабрату, чалавечнасць, пошукі адказу на пытанне пра сэнс свайго існавання. Літаратура выступае як захавальніца і стваральніца духоўных каштоўнасцей, якія выступаюць адначасова як крыніца чалавечых патрэб і як норма быцця. Параметры жыццёвых, духоўных каштоўнасцей літаратура мадэлюе на матэрыяле сямейнага, грамадскага, дзяржаўнага жыцця. Яна прасвечвае кожны атам гэтага матэрыялу, не прызнаючы забаронных зон. Сёння, калі шмат што істотна змянілася, гэтых зон, здаецца, і наогул няма. Не ўсё, на жаль, змянілася ў лепшы бок. У многім страцілі сілу рычагі маральнага рэгулявання. Філософы і сацыёлагі гавораць пра «пераломную сітуацыю» ў маральнай сферы. Сталася так, што сёння ад чалавека ў першую чаргу патрабуецца запас ведаў, дзелавітасць, прабіўная сіла характару, а духоўныя, маральныя якасці адыходзяць на задні план.

Савецкая ідэалогія арыентавала грамадства на выхаванне безнацыянальнага homo sovieticus, але пацярпела на гэтым шляху паразу. На гэтым аднак выпрабаванні для беларушчыны не спыніліся. Выразна акрэсліліся абрысы сусветнага глабалізму. Людзі з болем задумваюцца над станам сучаснага свету, над узаемасувяззю вынікаў і прычын, складанасцю і шматмернасцю чалавечага вопыту. На «мяжы» часоў, сёння гэта асабліва адчуваецца, незвычайна востра паўстае пытанне аб захаванні і ўмацаванні духоўных і маральных каштоўнасцей чалавека – чалавечай годнасці, дабрата, сумленнасці, павагі... Сучаснасць ускладнілася ў самой сваёй жыццёвай сутнасці, чалавецтва апынулася перад праблемай захавання навакольнага асяроддзя, зберажэння гістарычнай памяці і ўсіх каштоўнасцей, створаных народамі. Тым не менш беларуская нацыянальная свядомасць, нацыянальны менталітэт прасякнуты жыццесцвярджалым пачаткам. Гісторыя навучыла беларусаў прыстасоўвацца да розных жыццёвых сітуацый. Жыццё паказала, што беларускі народ здольны адказаць на выклікі сучаснасці. «У нас, – лічыць адзін з лідараў партыі «БХД» А. Шэін, – яшчэ захоўваецца ўнікальная гістарычная магчымасць закласці правільны нацыянальны фундамент. Мы – маладая, не да канца сфарміраваная нацыя, у якой да

гэтага часу не аформлены нацыянальны тыпаж. Мы ўсё яшчэ спрачаемся, якой павінна быць нацыянальная сімволіка (чырвона-зялёная ці бела-чырвона-белая), якім павінен быць нацыянальны гімн («Мы – беларусы» ці «Магутны Божа»), як павінны называцца ў будучым мы самі (беларусы ці літвіны). А гэта значыць, што працэс фарміравання нацыі яшчэ працягваецца, на фарміраванне аблічча нашай краіны актыўна ўплываюць правільныя і памылковыя ідэі, прынцыпы, канцэпцыі» [6, с. 17].

Нацыянальная свядомасць, культура, мастацтва, літаратура, нягледзячы на не заўсёды спрыяльныя ўмовы, на сусветны наступ глабалізму, застаюцца запатрабаванымі і працягваюць развівацца. Беларусы як народ, нацыя, заўсёды шмат бралі ў іншых народаў, бралі веды, ідэі, словы, запазычвалі дасягненні цывілізацыі. У сваю чаргу, здабыткам іншых народаў і культур стала творчасць Сімяона Полацкага, Адама Міцкевіча, Элізы Ажэшкі, Станіслава Манюшкі...

Даўно ўжо набыў практычны характар працэс уваходжання Беларусі ў еўразійскую інтэграцыю. Гэта можна разглядаць як новую фазу росту этнасу. Сучасны беларус – гэта перш за ўсё «еўрапеец», чалавек, які адчувае сябе прадстаўніком еўрапейскай цывілізацыі, ведае гісторыю Еўропы і яе культуру, характарызуецца высокім інтэлектам і духоўнымі запатрабаваннямі.

Сёння беларусы, як нацыя палітычная, дзяржаваўтваральная, усё больш разлічваюць на свае ўласныя, унутраныя сілы, цярабяць дарогу ў будучыню. Аднак нацыянальная свядомасць, яе стан і развіццё маюць патрэбу ў абароне і дапамозе. Гэта, магчыма, перш за ўсё тычыць пытання мовы, у тым ліку яе ўнутранага стану. Сёння беларуская мова павінна ўзбагачаць сваю лексіку, і не толькі за кошт новатвораў і запазычанняў, але і за кошт абласных дыялектаў, а таксама ўзнаўляць забытыя словы і выразы. «Ул. Караткевіч, – згадвае яго І. Штэйнер, – са шкадаваннем адзначаў, што сучасная беларуская мова і сёння запінаецца на паняццях старадаўняй метафізікі і таго, што складала навуку магіі, астралогіі, дэманалогіі і інш. Ён лічыў, што прыйшла пара беларускай мове згадаць многія старыя юрыдычныя, філасофскія, наогул кніжныя словы, зрабіць усё магчымае і немагчымае для ўвасаблення глыбокіх думак і ідэй...» [7, с. 51].

Сучасная літаратура – у руху, у спаборніцтве пісьменнікаў і твораў, у пошуках. Без сістэмы каштоўнасцей, без згуртоўваючых, інтэгруючых ідэй грамадства існаваць не можа. Тут і павінна сказаць сваё слова літаратура. Даць канкрэтны прагноз яе стану на заўтра, прадказаць тэматыку, тэндэнцыі і напрамкі немагчыма, але ясна адно: развіццё літаратуры не спыніцца, нават калі б нехта захацеў яго спыніць. Патрэба ў мастацка-эстэтычным пазнанні і творчасці такая ж неадольная, як само жыццё. Правільна, з уласцівай яму афарыстычнасцю, сказаў сучасны паэт Мікола Мятліцкі: «Без літаратуры няма нацыі, няма народа, няма дзяржавы...».

Сёння мы апынуліся ў новых гістарычных умовах ХХІ стагоддзя, і значэнне літаратуры ўзрастае, ніколькі не губляючы сваёй актуальнасці. Яна – наш нацыянальны пашпарт, па якім нас пазнаюць у свеце, яна мае адначасова нацыянальнае і агульначалавечае значэнне. Яна прасякнута вітальнаю сілаю, выступае на баку жыцця, чалавека, яго правоў і каштоўнасцей.

Практыка паказвае, што толькі тое застаецца ў гісторыі, у людскай памяці, што атрымлівае пацверджанне ў літаратуры.

### Спіс выкарыстанай літаратуры

1. *Разанаў, А.* Сума магчымасцяў: зномы / А. Разанаў. – Мінск: Выдавецтва «І. П. Логвінаў», 2009. – 185 с.
2. *Бродский, И.* Нобелевская лекция / И. Бродский // Книжное обозрение. – 1988. – 10 июня. – С. 6.
3. *Акудовіч, В.* Архіпелаг Беларусь: кніга дыялогаў / В. Акудовіч. – Мінск: Выдавецтва «Галіяфы», 2010. – 188 с.
4. *Шыян, С.* Зазірнуць у нанамір і сутыкнуцца з двахаблічным Янусам / С. Шыян // Настаўн. газ. – 2014. – 25 кастр. – С. 6.
5. *Генис, А.* Вавилонская башня: искусство настоящего времени / А. Генис // Иностранная литература. – 1996. – № 9. – С. 189–223 с.
6. *Шейн, А.* Христианство и беларуская нацыянальная ідея / А. Шейн // Беларусь прывыше всего!: о национальной беларуской идее. – Смоленск, 2011. – С. 5–42.
7. *Штэйнер, І.* Уводзіны ў невымоўнае: філасофія паэзіі Алеся Разанава / І. Штэйнер. – Мінск: «Выдавецкі дом «Звязда», 2013. – 349 с.

Паступіла ў рэдакцыю 27.04.2015

УДК 94(476)“13/15”

*А. И. ГРУША*

## ПРОИСХОЖДЕНИЕ И УТВЕРЖДЕНИЕ ДОКУМЕНТА В ВЕЛИКОМ КНЯЖЕСТВЕ ЛИТОВСКОМ В КОНЦЕ XIV – ПЕРВОЙ ТРЕТИ XVI в.

*Центральная научная библиотека им. Я. Коласа НАН Беларуси, Минск, Беларусь  
pirus@tut.by*

Цель исследования – выяснить происхождение и последствия утверждения документа на ранних этапах его бытования в Великом Княжестве Литовском. Сделаны следующие выводы. Появление и утверждение документа было связано с развитием глобальных социальных процессов: секуляризацией и прагматизацией общественного сознания и культуры, а также возникновением новых культурных ценностей. Документ был вовлечен во множество сложных коммуникативных практик – мирских, религиозных, не только письменных, но и устных. Утверждение документа изменило состав общества, структуру власти, управления и суда, методы осуществления властью ее основных функций, материальную среду пользователя документа, сформировало особый вид общественного сознания и культуры, в которой документ являлся одним из главных средств коммуникации.

*Ключевые слова:* документ, ритуал, Великое Княжество Литовское, акты, книги, писцы, канцелярии, архивы, устная традиция.

*A. I. HRUŠA*

## ORIGIN AND THE STATEMENT OF A DOCUMENT IN THE GRAND DUCHY OF LITHUANIA AT THE END OF XIV – FIRST THIRD OF XVI CENTURIES

*Yakub Kolas Central Science Library of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
pirus@tut.by*

The aim of the research is to find out the origin and to obtain the results of statement of a document at the early stages of its existing in the Grand Duchy of Lithuania. The following conclusions are made. The occurrence and statement of a document were related with the development of global social processes: laicization and pragmatism of social consciousness and culture, and also with the originating of new cultural values. A document was involved in many complex communicative practices – secular, religious, not only written, but also oral ones. A document statement changed the society structure, the frame of the authority, governance and court, the methods of realisation by the authority its basic functions, the material environment of a user of a document, formed a special kind of social consciousness and culture in which the document was one of the main communication tools.

*Keywords:* document, ritual, Grand Duchy of Lithuania, registers, clerks, chanceries, archives, oral tradition.

**Введение.** Цель исследования – выяснить происхождение и последствия утверждения документа на ранних этапах его бытования в Великом Княжестве Литовском (ВКЛ). Документом мы называем такую письменную запись, которая участвовала в процедурах утверждения и обоснования правового акта. При изучении документа использован социокультурный подход. Этот подход предполагает повышенное внимание к некогда значимым институтам и ценностям общества ВКЛ, формам коммуникации населения этого государства. Поставлены следующие задачи. Каковы были предпосылки, условия и причины появления документа? Что представлял из себя «протодокумент»? Какие институты оказали решающее содействие в продвижении и распространении документа? В какой области она проявила себя раньше и более выразительно? В каких направлениях шёл процесс распространения и утверждения документальных практик? Какая форма документа была основополагающей? К каким изменениям в обществе привело появление

документа? В каких формах происходило сосуществование документа и устной традиции? Эти цель и задачи поставлены в историографии впервые. Решив указанные задачи, мы предполагаем выяснить не только формы и нюансы освоения такой новой информационной технологии и такого нового правового средства, как документ в отдельно взятом регионе Центральной и Восточной Европы, но также и формы протекания в этом регионе некоторых глобальных процессов, в частности, процесса секуляризации. Источником для исследования послужили более 3000 письменных актов, изданных в изучаемый период, среди которых неопубликованные документы, хранящиеся в архивах и библиотеках Варшавы, Кракова, Вильнюса, других городов. В исследовании использовались результаты и отдельные данные работ Э. Банёниса, Ю. Бардаха, Н. Г. Бережкова, И. Валиконите, Л. Каралюса, М. Космана, М. Крома, К. Петкевича, Р. Рагаускене, С. Роуэлла, С. Шибковского и других исследователей.

**Предпосылки появления документа.** Предшественником документа был религиозный ритуал – некогда мощное орудие принуждения, контроля и регулирования общественных отношений, в частности, такие его виды, как присяга и свидетельство Божьей правды. Одним из ключевых моментов ритуала является приглашение к участию в договоре в качестве его гаранта высших сверхъестественных сил [1, с. 28–53]. В результате секуляризации и прагматизации общественного сознания и культуры, приведших к изменению ценностных ориентаций общества, этот ритуал как главная процедура утверждения договора исчез.

Секуляризация нашла выражение в трансформации такого основополагающего для ВКЛ исторического феномена, как старина. Её базовое представление – представление о Боге как создателе вселенной, земли и всего сущего на земле, нерушимости установленных Богом порядков. Общий принцип старины заключался в том, что существующий порядок являлся устойчивым и нерушимым и он не мог быть изменён. Составляющим компонентом этого феномена была память старины. Носителями данной памяти являлись «старцы» – люди пожилого возраста. Её особенность заключалась в том, что она была односторонней как по цели, так и по характеру. Она удерживала то, что сохранялось неизменным и должна была подтвердить то, что существовало теперь [2, с. 216–237]. Подчеркнём связь старины с религией. В западноевропейской историографии исследуется феномен «*metogia*» как форма отношений живых и мёртвых, способ утверждения их сообщества, форма мышления и деятельности [3; 4]. Западноевропейская «*metogia*» соответствовала восточнохристианской «памяти по душе». Но был и ещё один аналог, который существовал как до принятия христианства, так и параллельно с ним – религиозный культ предков. Свой основной религиозный потенциал старина исчерпала к середине XVI в. Но признаки её глобального упадка можно наблюдать на протяжении двух предыдущих столетий. Этот упадок наиболее чётко проявил себя в отношении к власти (перешедшей от Бога к светскому правителю), к религии (это касается литовцев – их крещение), к древнейшему виду землевладения – отчине (это касается прежде всего литовцев – отчину стало возможно отчуждать), к земле, на которую распространялась власть великого князя как правителя (эту землю великий князь стал раздавать в пожалование князьям, панам и боярам), и крестьянам (которых великий князь стал жаловать в личное подданство), к общему порядку (он стал изменяться вследствие многочисленных пожалований великого князя), к памяти старцев и судебной присяге (они стали заменяться документом).

**Центры и группы продвижения документа.** Главными, решающими силами продвижения документальной письменности были христианская церковь и государственная власть. Для христианской церкви письменность имела институтообразующее значение. Авторитет Священного писания, канонического права, записанного слова был неотделим от христианской религии. Письмо являлось орудием веры. С деятельностью церкви было связано появление записей о церковных вкладах на страницах наместных Евангелий [5].

Государственная власть рациональна по своей природе. Она наиболее восприимчива к принятию новых способов и средств поддержания аппарата принуждения и сохранения собственного авторитета. Эта власть в период её функционирования в конце XIV – первой трети XVI в. наиболее чётко выразила свою приверженность рациональным нововведениям. Великий князь Витовт (1392–1430) развил бурную деятельность по укреплению личной власти и повышению её

авторитета. Он произвёл преобразования в области центрального и местного управления. Этот правитель упразднил в регионах суверенные и полусуверенные княжения и назначал туда наместников, внедрял должностную систему управления. Все эти перемены происходили вопреки действиям старины. Мощное напряжение в обществе, которое Витовт создал своей властью и активностью, разрушением старины могло быть частично снято авторитетом щедрого правителя. При этом правителе были приняты меры по реорганизации системы вознаграждения военно-служилого класса. В объект выслуги превратилась земля с крестьянами. Одним из новшеств, введённых Витовтом, стал документ, фиксирующий пожалования великого князя.

Важно следующее. Целый ряд новшеств (отчуждение земли и др.) квалифицировался не просто как «добрые» и «вольные» права, но и как «христианские» права. Данную квалификацию прав необходимо рассматривать в культурном смысле. То, что на «латинском Западе» воспринималось как совокупность вполне светских институтов и практик, недавними язычниками литовцами и православными ВКЛ мыслилось в категориях христианской культуры. Новые гражданские и имущественные права отождествлялись с христианством, являлись органической частью христианской религии, воплощали её. Новшеством, имеющим в известной степени религиозную ценность, был и документ.

В продвижении документа была и ещё одна сила: твёрдое убеждение в том, что существующий порядок вещей должен быть именно таким, а не иным. Эта сила была воплощена в идее документальной письменности. Носителем этой идеи был великий князь Витовт. Указанными носителями являлись также духовные учреждения и подданные: русины, поляки, общины литовских городов. Они принесли эту идею из других стран, а также из регионов ВКЛ и не стеснялись в реализации инициативы производства документальной письменности.

**Условия и причины появления документа.** Состав «добрых», «вольных» и «христианских» прав, пришедших из Польши в ВКЛ на рубеже XIV и XV вв., позволяет выяснить направление, в котором происходила трансформация ценностных ориентаций, формирование состава новых приоритетных ценностей. В представлениях подданных о том, что являлось желательным, правильным, полезным, стали приоритетными материальное благосостояние, статус, положение и власть, основанные на этом благосостоянии. Этот приоритет сделал восприятие данных ценностей более обострённым, ввёл их в ранг «реальных», сделал указанные ценности престижными. Стали реализовываться цели, которые определялись преимущественно материальными интересами. Результаты их реализации увеличили имущественную и социальную дистанцию между разными представителями общества.

Выражение готовности к выполнению присяги, свидетельству Божьей правды, дачи показаний свидетелей стало превращаться в тактический приём ведения судебных прений. Отношение к этим процедурам претерпели изменения. К ним возникло недоверие. Это недоверие привело к необходимости регулирования данных процедур. Они усложнились [6]. В ряде случаев потерялся весь смысл их выполнения. Судьям, которые полагались на память старины, приходилось неоднократно менять решение по одному и тому же делу, что дискредитировало устные показания, суд, подрывало их авторитет. Кризис ритуала и памяти старины требовал замещения их таким рациональным средством регулирования правовых отношений, которое бы обладало высоким кредитом доверия. Так документ вступил в свою историческую роль.

**Утверждение документа.** В период правления Витовта правовую письменность продвигали государство, церковь и костёл. Приобщение подданных к документальной письменности имело многоплановый контекст: технический, религиозный, культурный. Документ был практичен, освящён христианской традицией, его использование поощрялось. Правовая письменность идейно подпитывалась из мощных источников – от носителей письменных традиций из числа русинов и бывших иностранцев. При Витовте был сделан решительный рывок в использовании письменного инструментария. Но всё же использование документальных акций носило альтернативный, подчас желательный, но не обязательный характер. Документ рассматривался как установление христианства, но это установление находило эквивалентную замену в освящённых христианской верой и адаптированных к ней старых обрядах. Указанный документ действовал в тех областях жизни, которые были новы для общества: в отношениях, связанных с выдачей и получением великокняжеских выслуг, в отношениях между обществом и костёлом.

При великом князе Казимире (1440–1492) великокняжеский документ приобрёл массовый характер, утвердилось издание письменных приговоров суда и частноправовых документов. Первейшее назначение документа стало заключаться в том, чтобы быть орудием обоснования прав. В период правления Казимира инициатива издания документа стала нередко принадлежать агентам великого князя – его судьям, а также подданным. В обществе формировалось то, что можно определить как письменное сознание, письменная культура – совокупность особо прочных ценностей, норм и моделей поведения индивида и общества, особых устойчивых представлений о значении и роли документа в регулировании правовых отношений. Ведение документации стало желательной, в ряде случаев обязательной операцией для осуществления правового акта. Рациональные средства закрепления договора восторжествовали над религиозными. Документ стал обладать статусом важного и необходимого реквизита правового акта, существенного инструмента правовой памяти.

При великих князьях Александре (1492–1506) и Жигимонте I Старом (1506–1548) документ превратился в необходимый и обязательный атрибут судебных и административных операций, связанных с отчуждением имущества и доказательством прав на него в суде. Он стал важным инструментом управления и суда, атрибутом власти, правовой системы, нормой деятельности государства и жизни подданных. Существование документальной письменности стало значимой частью общественного сознания.

Сказанное лишь отчасти касается крестьянского сословия. Документ не стал полноправным достоянием его представителей. Ограничение имущественных прав крестьян, касавшихся распоряжения земельным имуществом, их традиционализм послужили помехой для глубокого проникновения документальных практик в крестьянскую среду.

**Актовые книги.** Кроме документов с печатью существовал ещё один вид письменных материалов правового характера – книги. Доминантная функция книги – создать удобство не только в хранении, но также и в использовании большого объёма письменной информации, её сохранении. Использование книг для осуществления документальных процедур может свидетельствовать, во-первых, о массовом характере издания документов, во-вторых, о растущей их востребованности, в-третьих, о поиске наиболее оптимальных форм их хранения.

Записи книги, независимо от того, были ли они вторичными или первичными, служили средством усиления памяти. Отличие письменной памяти от устной заключалось в том, что её хранителем были не религиозные силы, не общество, а представитель светской власти.

Специфика книг как носителей правовой информации заключалась в том, что именно они, а не «выписки» из них были главным местом хранения этой информации. Выпис из этих книг являлся производным явлением по отношению к данным книгам. Сам факт использования книг выражал общую тенденцию сохранять правовую информацию при властях, независимо от того, для кого она в первую очередь предназначалась: для властей или подданных. В этом заключалось принципиальное отличие книг от документов на отдельном носителе, которые могли передаваться на руки их получателей без сохранения всякой письменной информации об этих документах. С книгами явился новый способ удостоверения документа – посредством его записи в книги.

Книги имели один общий признак. Они были лишены специальных удостоверительных знаков, наподобие тех, которыми обладал документ на отдельном носителе: печать, подпись. Записи этих книг «удостоверяло» нахождение книг при должностном лице, учреждении, регулярное упоминание данного лица как судьи в записях указанных книг. Факт хранения судебных книг в личных архивах должностных лиц подтверждал тесную связь книг с этим лицом, учреждением, их деятельностью. Всякое удаление записи книги от самой книги, от должностного лица, учреждения требовало использования по отношению к указанной записи других способов удостоверения. Выпис, сделанный на основе записи книги, удостоверялся печатью. Этот факт вскрывает условия функционирования книги и документа с печатью. Печать употреблялась тогда, когда происходил «разрыв» в пространстве и во времени юридического автора документа с самим документом. Персональная связь должностного лица с книгой, связь книги с учреждением не требовала какого-то специального удостоверения.

**Писцы и канцелярии.** Умножение видов и разновидностей правовой письменности, превращение письменных практик в систематические, развитие письменного делопроизводства открыли область профессионального труда по производству документов, вызвали к деятельности специалистов и учреждения, связанные с этим производством. Писец был главным технологом письменности, ключевой фигурой в издании документа. Старейшая группа писцов происходила из среды духовенства и состояла из священников и дьяков, преимущественно последних. Если первоначально церковные дьяки служили пером Богу, то в дальнейшем они стали участвовать в решении мирских задач светской власти и её подданных. Этот факт взаимодействия церкви и мирян чётко обозначил новое явление в жизни общества. Письменность преодолела религиозную сферу, вышла из области, подведомственной церкви, произошло её вторжение в область светских практик.

Если говорить о государственном уровне организации работы по изданию документов, то надо различать следующие типы этой организации. Правитель мог издавать документы, не располагая специальным учреждением по их подготовке и даже не имея в своём аппарате управления отдельных специалистов для выполнения данного вида работы. Её могли выполнять специально привлечённые для этого лица, в том числе со стороны контрагента. Правитель мог располагать отдельными специалистами, выполнявшими время от времени указанный вид работы. Следует отличать этот тип организации от такого её типа, как учреждение – канцелярии. Последняя подразумевает наличие группы постоянно действующих должностных лиц, профессионалов, объединённых решением общих задач и действующих по принципу разделения труда и субординации. Не стоит преувеличивать значение внешних отношений правителя в возникновении канцелярии. Необходимость подготовки большого объёма корреспонденции и большого количества межгосударственных договоров не вела к появлению указанного учреждения. Стационарная канцелярия возникла тогда, когда правитель стал нуждаться в систематическом утверждении договорных отношений при помощи документов с самыми многочисленными и активными контрагентами – подданными. Возникновение великокняжеской канцелярии относится ко времени правления Витовта.

Профессионализация дела писца проявилась в двух главных формах. Во-первых, возникли и стали стабильно функционировать учреждения, должностные лица и профессиональные группы, специализировавшиеся в деле подготовки письменного документа. Во-вторых, ядро задействованных в подготовке правовых документов писцов покинуло среду духовенства. Это ядро стали формировать писцы из числа мирян. Данные изменения в составе писцов чётко проявили себя во второй половине XV в. Перераспределение основного состава писцов в сторону увеличения в этом составе мирян дало возможность последним больше посвящать себя работе над документом, приобретать квалификацию и опыт, совершенствоваться, и в конце концов, эффективно использовать их.

**Архивы.** Предел древности самых ранних документов архивов – время правления польского короля Владислава-Ягайлы, великих князей Скиргайлы (1387–1392) и Витовта – указывает на период, когда документ стал приобретать значение важного средства регулирования правовых отношений. Факты, которые изложены ниже, свидетельствуют о том, какое большое значение имел документ в последующие после смерти Витовта сто лет. Сторона договора, приобретающая земельное имущество, получала вместе с этим имуществом и документы на него, и делала она это во избежание возможных претензий на него в будущем со стороны прежних владельцев. Обладатели архивов изыскивали безопасные в плане сохранности и удобные для использования документов места для средоточия этих архивов. Ни в одной из практик, связанных с хранением и использованием архивов, нельзя обнаружить признаков легкомысленного и нерадивого к ним отношения. Создаётся впечатление, что символический характер выбора места хранения архивов был больше подчинён практическим задачам – сберечь документ. В функционировании архивов наиболее выразительно проявилось отношение к документу как авторитетному инструменту решения правовых вопросов [7].

**Документ и устная традиция.** Традиция сохраняла определённую устойчивость. Эта устойчивость находила выражение в приоритетном значении традиции перед документом. Приоритет

традиции перед документом обнаружил себя в представлении об устных показаниях как первоочередном виде доказательства. Традиция была настолько сильна, что она переносила на явления письменной культуры свои формы. На документы распространялась значимость их издателей. Документ имел силу не сам по себе, а потому, что он был издан предшественниками. Письменность вступала в непосредственный контакт с традицией, находилась с ней в сложном и тесном взаимодействии. Документ и традиция могли составлять определённый симбиоз. Документ закреплял давно существовавший порядок – старину. Документ разрушал старину, но одновременно он консервировал зафиксированные в нём новые правоотношения, создавая новую старину. Ещё одна форма взаимодействия документа и традиции – одновременное использование письменных и бесписьменных способов обоснования прав. Традиция воздействовала на документ, делая его своим объектом. В старину превращалась практика издания документов.

Проникновение документа не было стремительным. Традиция медленно сдавала свои позиции. На каком-то этапе между документом и традицией устанавливался определённый баланс отношений. Этот баланс, в частности, делал лёгким с «формальной» точки зрения способ восстановления утраченных документов. Издать новый документ на владения, взамен утраченных документов, великий князь мог по показаниям тех, кому были известны эти документы. Баланс отношений между документом и традицией делал устные показания основанием для подтверждения достоверности документа. Главная функция свидетелей, указанных в документах, заключалась в том, чтобы подтвердить эту достоверность. Документ уступал место традиции. Фактическое существование определённого порядка на протяжении длительного времени блокировало действие документа.

И всё же процесс продвижения письменной документации был уверенным и необратимым. Документ превратился в обязательную часть административных и судебных акций. С момента издания документ начинал действовать помимо воли издателя. Он руководил этим издателем, получателем, всеми, кого затрагивал запечатлённый в нём договор.

**Заключение.** Предпосылкой появления документа были секуляризация и прагматизация общественного сознания и отношений. Их выражением были отход от принципов, воззрений и норм базового института Средневековья – старины, снижение уровня её переживания. Со стариной утратил своё значение религиозный ритуал, в частности, такие его отдельные виды, как присяга и свидетельство Божьей правды, которые поддерживала старина. Главная миссия документа заключалась в том, чтобы занять место религиозного ритуала как средства легализации правоотношений. Продвижение документа было отражением и одновременно стимулом глобального утверждения такого порядка организации власти, суда и управления, центром которого была светская власть, средства, произведённые и предложенные ей. Одним из таких средств была документальная письменность.

Протодокумент предстал в виде записей о церковных вкладах в наместительных книгах Евангелия. Эти записи удостоверяли религиозно-правовой договор, действовавший в сложной системе коммуникативных связей.

Приверженцем и проводником идеи письменного слова были государство, церковь и костёл. Исключительное положение в обществе этих институтов, способность их решительного воздействия и влияния на него делали их главными центрами продвижения данного слова. Письменная документация была атрибутом нововведённых «христианских прав», деятельности «христианского господаря», знаком, языком и рычагом власти этого правителя.

Документальная письменность проявила себя раньше и выразительней в области нетипичных и непривычных отношений, там, где отсутствовало господство традиции – пожалований земель, в контактах с костёлом.

Процесс распространения и утверждения документальных практик шёл в двух направлениях: расширение круга операций, подлежащих документированию; превращение документальных акций из альтернативных в желательные и обязательные. Указанные операции расширялись в следующей последовательности: раздача земель правителем, ведение судебных процессов, заключение частных договоров между светскими лицами.

Письменная документация существовала в двух формах. Старейшая и основополагающая форма была представлена документом на отдельном носителе, а не актовой книгой, как в Польше.

Актовые книги лишь частично раскрыли их потенциал в качестве полифункционального средства документальных процедур. В то же время практика ведения актовых книг выразила усиливавшуюся потребность властей осуществлять их функции посредством записанного слова.

Документальная письменность внесла капитальные изменения в систему власти, суда и управления. Став неотделимой частью этой системы, она превратилась в средство организации общества и контроля над ним, изменила способы властвования над обществом и управления им. Документ стал орудием поддержания института власти. Появление письменной документации привело к трансформации форм, средств и способов сохранения и передачи информации. Возникли архивы письменной документации. Эта документация стала частью общественного сознания, создала новые модели поведения людей, изменила материальную среду повседневной жизни. Увеличившийся спрос на различные виды и формы документальной письменности, рост её авторитета и повышение культурного статуса, утверждение документальных практик и процедур призвали к жизни новые виды деятельности, профессиональную группу – писцов.

Продвижение документа, его функционирование происходило в условиях сохранявшейся традиции. Документ и традиция балансировали, взаимодействовали между собой, взаимовлияли друг на друга. Документ и общественные установления, привнесённые им, жили и развивались в том числе потому, что они находили опору в таком традиционном институте, как старина.

### Список использованной литературы

1. Груша, А. І. М'яноўная грамата князя Васіля Нарымонтавіча і фарміраванне пісьмовай культуры ў прававой сферы Вялікага княства Літоўскага ў апошняй трэці XIV – першай трэці XV ст. / А. І. Груша. – Мінск: РІВШ, 2010. – 96 с.
2. Груша, А. Улада непорушнасці і памяці: «Старина» і яе трансфармацыя ў XV – першай трэці XVI ст. / А. Груша // СОЦІУМ. Альманах сацыяльнай історыі / НАН Украіны, Інститут історыі Украіны, Сектор сацыяльнай історыі. – Київ, 2013. – Вип. 10. – С. 216–245.
3. Oexle, O. G. Memoria i przekaz memoratywny we wczesnym średniowieczu / O. G. Oexle // Społeczeństwo średniowiecza. Mentalność – grupy społeczne – formy życia / O. G. Oexle. – Toruń: Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, 2000. – S. 45–73.
4. Oexle, O. G. Obcowanie żywych i umarłych. Rozważania o pojęciu «memoria» / O. G. Oexle // Społeczeństwo średniowiecza. Mentalność – grupy społeczne – formy życia / O. G. Oexle. – Toruń: Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, 2000. – S. 13–44.
5. Груша, А. І. Вкладные записи XIV в. в книгах Евангелия: акты или протоакты? / А. И. Груша // Русский Книжник: [Сборник Российской государственной библиотеки] / РГБ; Научно-исслед. отдел книги и чтения; науч. ред. и сост. А. В. Кузьмин. – М.: «Пашков дом», 2015. – С. 32–63.
6. Груша, А. І. Недоверие – не из-за него ли появился письменный акт? / А. И. Груша // Studia Slavica et Balcanica Petropolitana. – 2010. – № 1. – С. 131–156.
7. Груша, А. І. «Хранить вечно». Архивы Великого княжества Литовского конца XIV – первой трети XVI в. / А. И. Груша // Исторический вестн. – 2014. – Т. 6. – С. 6–53.

Поступило в редакцию 27.05.2015

УДК 811.161.3'374'0 + 811.16'374

I. U. GALUZA

## СЛОЎНІК ЖЫВОЙ БЕЛАРУСКАЙ МОВЫ Ў 20-я ГАДЫ ХХ ст.: КАНЦЭПЦЫЯ ЎКЛАДАННЯ І КРЫНІЦЫ ЛЕКСІЧНЫХ МАТЭРЫЯЛАЎ

*Цэнтр даследаванняў беларускай культуры, мовы і літаратуры НАН Беларусі, Мінск, Беларусь  
irenka.galouzo@gmail.com*

Данное сообщение посвящено проблеме составления словаря живого белорусского языка в 20-е годы ХХ в. в сравнении с наиболее значимыми российскими, польскими, чешскими, сербскими и украинскими словарями. Особое внимание в сообщении обращено на концепцию создания академического словаря, в котором народная основа не была отделена от литературной, на территориальные (2-я половина XIX – начало ХХ вв.) и хронологические границы сбора лингвистических материалов (вся этнографическая Беларусь), а также на особенности организации лексикографической работы: издание «Инструкции», опора на работу непрофессиональных лексикографов, издание областных словарей и т. д. Подробно рассмотрены источники словарных материалов – народные, литературные и технические.

*Ключевые слова:* лексикология, лексикография, диалектография, словари, словарь живого языка, областные словари, инструкция, картотека, терминологическая лексика.

I. U. HALUZA

## DICTIONARY OF THE LIVING BELARUSIAN LANGUAGE IN THE 20s OF XX CENTURY: THE CONCEPT OF COMPILING A DICTIONARY AND LEXICAL MATERIAL SOURCES

*Center for the Belarusian Culture, Language and Literature Researches of the National Academy of Sciences of Belarus,  
Minsk, Belarus  
irenka.galouzo@gmail.com*

This article is devoted to compiling a dictionary of the living Belarusian language in the 20s of the twentieth century in comparison with the most important Russian, Polish, Czech, Serbian and Ukrainian dictionaries. Special attention is drawn to the concept of compiling an academic dictionary, in which people's fundamentals have not been separated from the literary, to the territorial (2nd half of XIX – early XX centuries) and to the chronological boundaries of collecting linguistic materials (all ethnographic Belarus), as well as to the features of the organization of lexicographical work: the publication «Instructions», the support on the work of non-professional lexicographers, the edition of regional dictionaries and so on. The sources of vocabulary materials – folk, literary and technical are discussed in detail.

*Keywords:* lexicology, lexicography, dialektography, dictionaries, dictionary of the living language, instruction, card index, terminological vocabulary.

**Уводзіны.** У 20-я гады ХХ ст. перад беларускім народам паўстала неабходнасць за кароткі час сцвердзіць сябе як самастойную нацыю, у якой грамадскае, палітычнае, навуковае і культурнае жыццё можа паўнаватрасна функцыянаваць на роднай мове. Галоўная задача была пастаўлена перад айчыннымі моваведамі, якім за вельмі абмежаваны час трэба было стварыць *акадэмічны слоўнік беларускай мовы*, г. зн. распрацаваць тэарэтыка-метадалагічныя асновы яго ўкладання, сабраць і аформіць корпус адзінак для рээстравай часткі, даць практычны вынік для карыстання насельніцтвам. На жаль, ні праект укладання слоўніка, складзены ў 1929 г. М. Байковым [1, с. 67], ні разгледжаны ў 1930 г. першы аркуш будучага слоўніка на літару А [1, с. 67], ні сабраныя больш за 700 тысяч слоў жывой беларускай мовы [1, с. 65–66] не захаваліся. Пра тэарэтычныя і метадалагічныя напрацоўкі беларускіх лінгвістаў можна меркаваць, аналізуючы «Інструкцыю для збірання народнага слоўнікава-тэрміналагічнага матэрыялу ў беларускай

мове<sup>1</sup>» [2], даклад С. Некрашэвіча «Да пытання аб укладанні слоўніка жывой беларускай мовы» [3], інструкцыю М. Каспяровіча «Як сабраць і ўкласці слоўнік мовы свайго раёну» [4], рэцэнзію на Праект укладання слоўніка Я. Карскага [5], парады і заўвагі па збіранні матэрыялаў М. Байкова [6–9], заўвагі Я. Лёсіка адносна асобных катэгорый слоў [10], а таксама прапановы мовазнаўцаў адносна складзеных тэрміналогій па розных галінах навукі [11; 12] і інш.

**Перадумовы стварэння.** Асабліваці тагачасных устаноў айчынных моваведаў па зборы і выбарцы слоўнікавага матэрыялу, па прынцыпах яго апрацоўкі былі прадиктаваны ўзроўнем развіцця лексікалогіі, лексікаграфіі і ўвогуле беларускага мовазнаўства на пачатку 1920-х гадоў. Кола гэтых праблем складала:

1) *адсутнасць значнай колькасці падрыхтаваных спецыялістаў*, сярод якіх можна было размеркаваць разнастайныя заданні па ўкладанні слоўніка: Беларускі дзяржаўны ўніверсітэт пачаў рыхтаваць маладыя кадры толькі з 1921 г., а першапачатковы склад Навукова-Тэрміналагічнай камісіі быў роўны 14 навукоўцам [13, с. 135];

2) *нераспрацаванасць уласнай лексікаграфічнай традыцыі*, г. зн. *адсутнасць слоўнікаў пэўнага тыпу з выкарыстаннем беларускай мовы як метамовы пры раскрыцці значэння лексем*: на момант дзейнасці Камісіі па ўкладанні слоўніка жывой беларускай мовы (з 1925 г.) тлумачальны тып слоўніка быў прадстаўлены слоўнікамі І. Насовіча, Я. Ціхінскага, М. Федароўскага, перакладны тып – слоўнікамі М. Байкова і С. Некрашэвіча, М. Гарэцкага, С. Мядзведскага і інш., са слоўнікаў спецыяльнай лексікі былі шэсць надрукаваных і некалькі падрыхтаваных да друку выпускаў «Беларускай навуковай тэрміналогіі»;

3) *адсутнасць поўнага лексічнага корпуса беларускай мовы*: усе тагачасныя слоўнікі, «нават разам узятая, яшчэ далёка ня могуць выявіць усяго лексічнага й фразэалягічнага багацця беларускай мовы<sup>2</sup>» [3, с. 164];

4) *нязначная колькасць высакаякаснай перакладной літаратуры, мастацкіх твораў, перыядычных выданняў, спецыяльнай навуковай літаратуры на беларускай мове*, што разам паўплывала на *несфарміраванасць тэрміналагічнага апарату і корпуса абстрактнай лексікі беларускай мовы*.

Для пераадолення згаданых цяжкасцей былі прапанаваны грунтоўна распрацаваныя тэарэтыка-метадалагічныя прынцыпы, што акрэслівалі канцэпцыю ўкладання слоўніка і крыніцы выбаркі лексічнага матэрыялу.

**Канцэпцыя ўкладання слоўніка жывой беларускай мовы.** Пры стварэнні слоўніка нацыянальнай мовы самым важным і галоўным пытаннем, ад якога залежыць уся далейшая праца, з'яўляецца *пытанне канцэпцыі ўкладання слоўніка*. Як заўважае руская даследчыца А. Істрына, для акадэмічнага слоўніка ёсць два шляхі: першы з іх – «прызнаць крыніцай Слоўніка пісьмовую мову», другі – «прызнаць мову пісьменнікаў толькі падмогай пры вызначэнні значэнняў слоў і іх ужывання; а крыніцай слоўніка зрабіць жывую ... мову» [14, с. 413]. У нацыянальным мовазнаўстве ў перыяд яго станаўлення адзінства поглядаў на выбар крыніцы моўнага забеспячэння адсутнічала. Я. Карскі прапаноўваў ісці першым шляхам, практычна ўвасобленым С. Ліндэ і Й. Юнгманам, і пачаць складаць гістарычны слоўнік і слоўнік жывой беларускай мовы. Але ідэя па ўгрунтаванні слоўніка на лексіцы гістарычных помнікаў і, адпаведна, выкарыстанне асноўных сіл абмежаванай колькасці навукоўцаў на перагляд старажытных помнікаў літаратуры ў той час, калі беларуская мова была пільна запатрабавана ў жывым працэсе навучання, для складання афіцыйных дакументаў, друкавання перыёдыкі і твораў мастацкага і навуковага жанру, была непрымальнай для айчынных моваведаў.

Беларускія мовазнаўцы абралі другі, еўрапейскі, шлях – па стварэнні слоўніка жывой беларускай мовы, у якім народная аснова не будзе адзелена ад літаратурнай. Практычна гэта азначала, што перавага аддавалася збіранню, апрацоўцы і аналізу матэрыялаў народных гаворак і складанню рэстравай часткі на аснове атрыманых матэрыялаў. Як зазначае Я. Лёсік, «жыццё і сьвежасць літаратурнае мовы можна захаваць толькі ў тым выпадку, калі нязьменна трымацца народных крыніц, народных формаў мовы» [10, с. 194]. Да таго ж сабраныя ў народнай мове словы маглі як паспрыць удасканаленню тэрміналагічных сістэм, так і паскорыць працэс

<sup>1</sup> Назвы захоўваюць запіс арыгінала.

<sup>2</sup> Спасылкі захоўваюць запіс арыгінала.

засвойвання беларускай мовы тымі, хто яе не ведае ці ведае ў недастатковай меры, бо спрадвечна беларускія словы часцей за ўсё пры называнні пэўнай рэчы маюць унутраную матывацыю.

Такім чынам, на пачатку разгортвання лексікаграфічнай працы беларускімі філолагамі быў адхілены шматвяковы вопыт польскіх і рускіх акадэмічных мовазнаўцаў. Апошнія, як вядома, да сярэдзіны XIX ст. выкарыстоўвалі рэестравую частку найбольш аўтарытэтных французскіх ці нямецкіх выданняў і давалі да іх (або стваралі) уласнамоўныя адпаведнікі. У наступным усе далейшыя слоўнікі будаваліся на аснове раней створаных, напрыклад, Слоўнік пад рэд. Я. Грота – на лексічным складзе Слоўніка 1847 г., які быў, у сваю чаргу, сфарміраваны з алфавітнага слоўніка 1822 г. і Слоўніка П. Сокалава. Абласныя словы ўключаліся ў рэестр акадэмічных рускіх слоўнікаў толькі тады, калі папаўнялі недахоп у літаратурнай мове (Слоўнік 1847 г.), ці мелі шырокае распаўсюджанне або сустракаліся ў пісьменніку ці выражалі паняцце, для якога не было слоўнага выражэння ў літаратурнай мове (Слоўнік пад рэд. Я. Грота). Відавочна, была адхілена і канцэпцыя У. Леніна, які хацеў стварыць у 1921–1923 гг. так званы «Народны слоўнік» па ўзоры «Малога Ляруса» або «Энцыклапедычнага слоўніка» Ф. Паўленкава [15, с. 19], г. зн. агульнадаступны энцыклапедычны слоўнік-даведнік, з вялікай колькасцю ілюстрацый, з мэтай разгортвання працы па самаадукацыі новага чытача, які толькі нядаўна засвоіў граматы.

Разам з тым беларусаведамі быў улічаны вопыт складання лексікона «Сербскага слоўніка» В. Караджыча і «Слоўніка жывой велікарускай мовы» У. Даля – выданняў, што абапіраліся, у першую чаргу, на гаворкі. Як падкрэсліваў У. Даль, «жывая народная мова, якая захавала ў жыццёвай свежасці дух, што надае мове трываласць, моц, яснасць, цэласнасць і прыгажосць, павінна паслужыць крыніцай і скарбніцай, для развіцця адукаванай рускай мовы, замест сучаснай мовы нашай, скажонкі» [16, с. XXII].

*Тэрыторыя ахопу і храналагічныя межы збірання лінгвістычных матэрыялаў.* Згодна з канцэпцыяй укладання слоўніка на аснове жывой беларускай мовы айчынныя лінгвісты ўдакладнілі храналагічныя межы – другая палова XIX і пачатак XX ст., або «слоўнае багацце беларускае літаратурнае мовы, пачынаючы ад поэмы «Энэіда» [1, с. 63]. Такое абмежаванне зыходзіла з сутнасці канцэпцыі слоўніка: 1) ён адлюстроўвае жывую беларускую мову, г. зн. «тыя словы і звароты, якія зараз жывуць у народнай або ў літаратурнай мове» [3, с. 170], 2) стан мовы падчас ранейшых перыядаў яе існавання павінен быць адлюстраваны ў гістарычным слоўніку, выданне якога з’яўляецца «бліжэйшай задачай беларускай навукі» [3, с. 171].

Названыя прынцыпы сведчаць пра тое, што беларускія лінгвісты не пайшлі па шляху запазычання ідэй укладання найбуйнейшых і найбольш вядомых на той час слоўнікаў, якія складаліся пад кіраўніцтвам А. Шахматава, А. Вастокава, С. Ліндэ, Я. Карловіча і давалі шырокую панараму гістарычнага развіцця мовы, у рознай ступені адлюстроўваючы дыялектную лексіку. Напрыклад, «Слоўнік» С. Ліндэ ахоплівае лексіку з XVI ст., для «Віленскага» і «Варшаўскага» слоўнікаў, што амаль цалкам уключаюць рэестр слоўніка С. Ліндэ, дадаткова рабілася выбарка з тэкстаў сярэднявечных, не разгледжаных С. Ліндэ [17, с. 77]. Ян Карловіч для слоўніка гаворак, першы том якога выйшаў у 1900 г., рабіў выпісы з друкаваных і рукапісных выданняў да 1896 г.: «слоўнік храналагічна ахоплівае галоўным чынам XIX стагоддзе (перадусім яго другую палову), хоць зрэдку занатоўвае таксама слоўнікавы склад даўнейшых стагоддзяў, нават сярэднявечныя» [18, с. 96].

Тэрытарыяльныя межы адлюстравання слоўнікавага матэрыялу супадалі з межамі этнаграфічнай Беларусі, вызначанымі на карце Я. Карскага [3, с. 170]. Адзначалася, што пры збіранні матэрыялаў на тэрыторыі Заходняй Беларусі могуць паўстаць перашкоды, але ж «слоўнік мовы ўсяго народу гэта не такая кніга, што пішацца кожны год», і «каб ён быў агульны для ўсяго народу, павінен адбіць і ўсе яго гутаркі» [3, с. 170]. Падкрэслім, што як «Віленскі», так і «Варшаўскі» слоўнікі ўключаюць шмат крэсовай лексікі [17, с. 73], у слоўніку Я. Карловіча «дамінуе... крэсовая лексіка, што паходзіць з абшару этнічна няпольскага» [18, с. 95–96]. Значыць, беларускія даследчыкі, як і польскія, не прытрымліваліся дзяржаўных меж пры разглядзе моўных з’яў. Аднак беларусазнаўцы планавалі паслядоўнае і мэтанакіраванае ўключэнне лексікі з указаных земляў, у адрозненне ад несістэмнага ўключэння польскімі калегамі на падставе асобных, выдадзеных раней слоўнікаў.

*Асаблівасці арганізацыі лексікаграфічнай працы.* Такая грандыёзная задума патрабавала для свайго вырашэння вялікай колькасці абазнаных у слоўнікавай справе навукоўцаў. Як заўважыў М. Байкоў, «да пачатку збору слоў з народнай мовы, было ясна, што габінэтным шляхам, без дапамогі шырокіх колаў грамадзянства, зарганізаваных у краязнаўчыя гурткі і таварыствы, развязаць гэтае пытаньне немагчыма» [8, с. 47]. Улічваючы рост асветы і адукацыі, імкненне кожнага грамадзяніна паўдзельнічаць у культурным будаўніцтве краіны, беларускія мовазнаўцы вырашылі задзейнічаць у справе стварэння слоўніка нацыянальнай мовы «ўсе здольныя актыўныя сілы беларускага грамадзянства» [3, с. 186].

У першую чаргу навукоўцы звярнуліся да мясцовай інтэлігенцыі, студэнтаў і настаўнікаў, бо яны добра валодаюць мовай свайго раёна ці вёскі, ведаюць мясцовых жыхароў і маюць дастатковы адукацыйны ўзровень для такой працы. Да таго ж дзейнічала сістэма аплаты за кожнае картка-слова, што «пабуджала настаўнікаў, вучняў, краязнаўцаў запісваць словы свае мясцовасці і дасылаць іх у ІБК» [1, с. 65].

Асобная група спецыялістаў у гэты ж час стварала картатэку слоў з твораў беларускіх пісьменнікаў, зборнікаў фальклорных матэрыялаў і слоўнікаў. Для гэтага была выдадзена «Інструкцыя да запісу слоў на карткі з літаратурных твораў». Каардынацыяй працы спецыялістаў і аматараў на месцах займалася Слоўнікавая камісія, члены якой добра ведалі народную і літаратурную мову.

На пачатак 1926 г. колькасць апрацаваных картка-слоў з літаратурнай мовы складала 40 тысяч адзінак, а з народнай мовы – каля 75 тысяч [1, с. 64–65]. Падчас Першага ўсебеларускага з'езду ў лістападзе 1926 г. паведамлялася, што «Камісія ... за год свае дзейнасці паспяла сабраць з народнае мовы і выпісаць з літаратурных крыніц 300 тысяч карткаў слоў» [1, с. 65].

У 1927 г., калі паступіла больш за 130 тыс. слоў з розных месцаў Беларусі (з якіх многія паўтараліся, а многія былі запісаны неадпаведным чынам), Слоўнікавая камісія абмежавала задачу карэспандэнтаў запісам лексем, не зарэгістраваных «Беларуска-расійскім слоўнікам» М. Байкова і С. Некрашэвіча, і ў 1927–1928 гг. быў арганізаваны збор дадаткаў да гэтага слоўніка. У выніку за год было даслана больш за 1500 новых лексем [8, с. 55] і каля «20000 выпраўленьняў да паасобных слоў з боку іх вымовы, націску, роду і інш.» [8, с. 56]. У параўнанні з мінулым годам такі прыток матэрыялаў быў незадавальняючым, слоўніковыя матэрыялы ад непрафесійных збіральнікаў у канцы 1927 г. амаль не прыходзілі.

Тады Камісія для актывізацыі зацікаўленасці гэтай справай выпрацавала інструкцыю для збірання слоў з мовы свайго раёна і ўкладання такіх слоўнікаў [1]. З серыі задуманых краёвых слоўнікаў як непасрэдных складнікаў слоўніка жывой беларускай мовы надрукаваны былі толькі два – «Віцебскі краёвы слоўнік» М. Каспяровіча (1927) і «Краёвы слоўнік Чэрвеншчыны» М. Шатэрніка (1929). Слоўнікі Мазыршчыны і Калініншчыны былі амаль да канца апрацаваны Камісіяй: у лістападзе 1928 г. слоўнік Мазыршчыны паступіў для рэдакцыі ў Слоўнікавую Камісію, а слоўнік Калініншчыны толькі часткова быў падрыхтаваны на канец 1928 г. У працолах Камісіі адзначаецца, што пачалі ўкладацца слоўнікі Аршаншчыны, Магілёўшчыны, Міншчыны і Смаленшчыны, але справа не была даведзена да канца.

Напрыканцы 1927 г. Камісіяй было сістэматызавана больш за 400 тысяч картка-слоў «з разгаворнае і літаратурнае мовы» [1, с. 66], а да 15.06.1928 г. было апрацавана яшчэ 305381 картка-слоў [1, с. 67]. Такім чынам, за тры гады напружанай лексікаграфічнай працы прафесіяналаў і аматараў было падрыхтавана больш за 700 тысяч лексічных адзінак для ўкладання акадэмічнага слоўніка жывой беларускай мовы.

*Метадычнае забеспячэнне лексікаграфічнай працы. Інструкцыя.* Для прыцягнення ўсіх зацікаўленых асоб да стварэння слоўніка нацыянальнай мовы было вырашана надрукаваць на старонках часопіса «Наш край» у 1925 г. «Інструкцыю па ўкладанні слоўніка жывой беларускай мовы» С. Некрашэвіча, якая колькасцю каля 9 тыс. асобнікаў была разаслана па Беларусі ў краязнаўчыя арганізацыі.

Гэта Інструкцыя вырашала вельмі шмат задач, галоўныя з іх – інфармацыйныя і метадычныя, у прыватнасці: 1) грамадству паведамлялася пра галоўнае заданне, пастаўленае перад Слоўнікавай камісіяй і кожным жыхаром Беларусі, – стварэнне акадэмічнага слоўніка жывой беларускай

мовы, 2) асвятляліся асноўныя пытанні адносна складу слоўніка, яго крыніц, будовы слоўнікавага артыкула, арганізацыі працы і г. д., каб у будучым паспяхова перайсці да вырашэння дробных пытанняў, 3) выклікалася палеміка і раскрыццё дыскусій у друку адносна спрэчных пытанняў па ўключэнні ў слоўнік запазычаных слоў, наватвораў і пад. Інакш кажучы, Інструкцыя з'яўлялася зборам метадычных парад па фіксацыі і адборы лексікі з розных куткоў Беларусі.

Адзначым, што спосаб збірання матэрыялаў пры дапамозе праграм быў адхілены С. Некрашэвічам па дзвюх прычынах: 1) увага ў праграме пераважна намінацыўным субстантыўным сродкам мовы – назоўнікам («звычайна даюцца толькі назвы прадметаў і не адмячаецца якасць, дзеянне і да т. п.» [3, с. 174]); 2) пытанні праграмы не могуць ахапіць разнастайнай дзейнасці чалавека, таму часта адказы на пытанні праграмы ўяўляюць сабой «мала цікавы або часта і ня зусім зразумелы матэрыял» [3, с. 174]. «Інструкцыя» раіла выкарыстоўваць метады суцэльнага запісу лексем, г. зн. шляхам ужывання асноўнага, або загаловачнага, слова ў сінтаксічных канструкцыях і сказах.

«Інструкцыя» была надрукавана ў часопісе «Наш край», які з'яўляўся галоўным друкаваным органам Цэнтральнага бюро краязнаўства, а значыць, усіх краязнаўчых арганізацый, таму менавіта праз яго даводзіліся канкрэтныя задачы да краязнаўчых таварыстваў і гурткоў і ажыццяўляўся кантроль выкананай працы па ўсіх раёнах этнаграфічнай Беларусі. Так, увесь час на старонках часопіса асвятляліся вынікі працы па колькасці сабраных лексічных матэрыялаў па кожным раёне: напрыклад, паведамлялася, што «на мясцох за 1926 г. у Камісіі маецца ў агульных лічбінах 70000 картак-слоў», «а яшчэ да 50000 картак-слоў... сабрана мясцовамі краязнаўчымі арганізацыямі для ўкладання краёвых слоўнікаў», найбольш даследаванымі раёнамі на той час былі Койданаўскі, Старобінскі і Краснапольскі [9, с. 38]; у 1925–1928 гг. «агульны лік асоб, якія запісвалі на мясцох народныя словы, даходзіць да 2500 чалавек» [8, с. 52], «з усіх 118000 картак-слоў, сабраных на мясцох, можа выйсці больш 10000 незарэгістраваных яшчэ беларускіх слоў» [8, с. 55] і інш.

Акрамя «Інструкцыі» С. Некрашэвіча, у часопісе «Наш край» былі надрукаваны і іншыя інструкцыі, што рэгулявалі працу краязнаўчых арганізацый і аматараў па збіранні слоўнікавых матэрыялаў, а менавіта: «Ад Камісіі для ўкладання слоўніка жывой беларускай мовы» [7], «Аб збіранні народнага слоўнікавага матэрыялу ў беларускай мове ў 1927 г.» [6] і інш.

Такім чынам, у 1920-я гады, ва ўмовах абмежаванай колькасці філолагаў-прафесіяналаў, складанне нацыянальнага слоўніка беларускай мовы ажыццяўлялася сіламі адукаванай часткі насельніцтва ўсёй рэспублікі, праз апублікаванне інструкцый і метадалагічных парад у часопісе «Наш край». Варта адзначыць, што такі калектыўны падыход да падрыхтоўкі лексікона мовы нацыі – з апорай на мясцовую інтэлігенцыю, добраахвотнікаў з розным адукацыйным узроўнем – з боку беларускіх вучоных быў наватарскім: слоўнікі рускай, польскай, сербскай, чэшскай, украінскай моў складаліся намаганнямі вельмі абмежаванай колькасці спецыялістаў.

Падобны да «Інструкцыі» «Зварот да аматараў роднай мовы» Станіслава Мікуцкага быў надрукаваны ў Польшчы ў 1860 г. У ім аўтар пасля выказвання гонару і радасці з нагоды з'яўлення другога выдання слоўніка Ліндэ выступіў са зваротам пра запіс слоўнікавага складу народнай мовы. Практычным вынікам адозвы было з'яўленне ў тым жа годзе двух невялікіх слоўнікаў на старонках часопіса «Варшаўская бібліятэка» – А. Вагі (169 слоўнікавых артыкулаў), Й. Блізінскага і М. Альбінскага (361).

**Крыніцы слоўнікавых матэрыялаў.** Пры складанні акадэмічнага слоўніка нацыянальнай мовы перавага аддавалася найперш матэрыялам, сабраным у палявых умовах. Разам з тым вялася праца і па выпісцы матэрыялаў з пісьмовых крыніц. Матэрыялы пісьмовых крыніц выразна падзяляліся на тры групы: «крыніцы па народнай мове, па літаратурнай мове і па тэхнічнай мове – тэрміналогія ў шырокім сэнсе гэтага слова» [3, с. 171].

*Крыніцы народнай мовы.* Друкаваных крыніц па народнай мове на той час было вельмі мала: С. Некрашэвіч у якасці асноўных публікацый называе запісы А. Сержпутоўскага, Раманава (пазнейшыя па часе), Федароўскага, Кліха і інш. Большасць крыніц былі «мала прыгоднымі», бо ў іх «часта калечылася ня толькі беларуская фонэтыка, морфалёгія, але й сінтакс, а ў некаторых выпадках нават і беларускае слова замянялася адпаведным літаратурным рускім» [3, с. 173]: гэта

запісы рускіх этнографіаў XIX ст., «Беларускія матэрыялы», архівы «Рускага Геаграфічнага таварыства», зборы А. Шлюбскага па Віцебскай губерніі [3, с. 173–174]. Да іх раілася ставіцца крытычна і рабіць з іх выбарачную выпіску, што зусім невыпадкова: фалькларысты і пісьменнікі таго часу выкарыстоўвалі або «гражданку», прытрымліваючыся этымалагічных ці паўэтымалагічных напісанняў, або польскую графіку, якая не магла адлюстраваць фанетычныя рысы беларускай мовы.

Значыць, быў улічаны вопыт складання лексікона «Слоўніка польскіх гаворак» Я. Карловіча, які грунтуецца на разнастайных крыніцах па народнай мове, а менавіта: а) на выданнях XIX ст. і ранейшых рознай тэматыкі і рознага характару, перадусім этнаграфічных, дыялекталагічных і фалькларыстычных, б) 24 рукапісных дыялектных слоўніках вузкамясцовага ці рэгіянальнага характару, в) 22 друкаваных слоўніках, «не лічачы слоўнічкаў, далучаных да апісанняў гаворак ці прац іншага тыпу» [18, с. 95].

*Крыніцы літаратурнай мовы.* У пратаколах Камісіі пазначаецца, што на першым месцы стаіць «занясенне на карткі слоў з літаратурнае мовы, а затым збіранне слоў з народных гутарак» [1, с. 64]. Выпіс беларускіх моўных багаццяў з літаратурнай мовы планавалася весці з наступных крыніц: 1) з твораў беларускіх пісьменнікаў, 2) перыядычных выданняў, 3) кніг навуковага і папулярнага зместу, 4) падручнікаў, 5) слоўнікаў, 6) іншых кніг і выданняў, напісаных часткова або цалкам па-беларуску [3, с. 171], г. зн. да разгляду прымаліся ўсе выданні, у якіх можна было б знайсці беларускае слова.

Прыгадаем, што фарміраванне абагульняльнай картатэкі было запланавана пачынаць з «папярэдняй слоўнікавай працы» [3, с. 172]. Да розных слоўнікаў, улічваючы іх якасць і ахопленую тэрыторыю даследавання, ставіліся розныя патрабаванні. Напрыклад, рэестравы склад слоўнікаў І. Насовіча, П. Шпілеўскага і Федароўскага павінен быў быць поўнаасцю ўключаны ў акадэмічны слоўнік, а рэестр слоўнікаў У. Дабравольскага, Ціхінскага і інш. – часткова, пасля рэдакцыйнага прагляду. З рускіх, польскіх і ўкраінскіх краёвых слоўнікаў, у якіх, безумоўна, фіксаваліся і беларускія словы, раілася выпісваць толькі асобныя лексемы, бо гэтыя слоўнікі ўтрымлівалі вялікі корпус агульнаславянскай лексікі або «агульных слоў» [3, с. 172], якія беларускія мовазнаўцы не хацелі ўключаць у будучы слоўнік.

Адначасова складалася і картатэка з мастацкіх твораў найбольш знакамітых і друкуемых аўтараў. С. Некрашэвіч у сваёй «Інструкцыі» падзяляў усіх пісьменнікаў на тых, якія абапіраюцца на народную мову ў сваёй творчасці, «унікаюць ва ўсе падрабязгі складу сваёй мовы», узбагачаючы як «краёвымі словамі і фразеалёгічнымі зваротамі» [3, с. 166], і тых, якія або «псуюць» літаратурную мову, уносячы «многа чужога, для беларускай мовы неўласцівага» [3, с. 169], або перагрувашчваюць свае творы рэгіяналізмамі, што рабіла іх творы малазразумелымі для большай часткі чытацкай аўдыторыі. Язэп Лёсік падкрэсліваў, што «сапраўдны poeta, сапраўдны пісьменьнік ня можа пісаць сваім мясцовым дыялектам (гутаркай, гаворкай), бо ён хоча, каб яго чыталі ды разумелі найбольш шырокія кругі грамадзянства» [10, с. 194]. Да першай групы аўтараў адносіліся «Я. Купала, Як. Колас, З. Бядуля, М. Багдановіч, А. Гарун, Ф. Багушэвіч, Ц. Гартны, М. Гарэцкі і інш.» [1, с. 66]. Адзначым, што такі падзел аўтараў мастацкіх твораў на дзве групы – лексіка аўтараў першай групы ўносілася поўнаасцю, а другой толькі выбарачна – быў уведзены ў свой час А. Шахматавым.

Паказальны той факт, што руская фундаментальная картатэка пачала стварацца з 1886 г. Толькі намаганнямі Я. Грота і А. Шахматава сталі складацца вялікія картатэкі пісьменнікаў і ўключацца ў рэестр слоўнікаў, такім чынам аб'ядноўваючы «стыхію кніжнасці» (мова мастацкіх твораў, справядства, навукі, багаслоўя) і «стыхію размоўнасці» (размоўная, гутарковая, жаргонная і прафесійная мова) [19, с. 247]. Вялікая картатэка лексем народнай мовы была багата распрацавана толькі У. Далем. Далейшае збіранне і апрацоўка народных матэрыялаў у рускай мове праходзіла вельмі марудна: як зазначае А. Н. Весялоўскі (пры складанні слоўніка Я. Грота) «справа ... патрабавала збірання слоўнікавых дадзеных – падрыхтоўчай працы, якая патрабуе мноства рук і працаўнікоў і матэрыяльных сродкаў, якіх у Аддзялення пакуль няма» [19, с. 209].

Варта заўважыць, што ўсе слоўнікі польскай мовы грунтаваліся на вопыце папярэдніх адна- і двухмоўных, спецыялізаваных лексікаграфічных даведнікаў, амаль цалкам уключаючы змест

раней выдадзеных: аб'ём слоўніка С. Ліндэ складае каля 60 тысяч рэстравых лексем, аб'ём «Віленскага слоўніка» – каля 110 тысяч, а «Варшаўскага» – каля 280 тысяч. Да таго, С. Ліндэ для падмацавання рэстравых слоў цытатамі зрабіў выбарку з твораў больш чым 400 пісьменнікаў [17, с. 72].

Мова газет і іншых перыядычных выданняў практычна не разглядалася ў якасці крыніцы для поўнага слоўніка жывой беларускай мовы, бо артыкулы, нататкі і падобнае пісаліся людзьмі, якія «сваю асвѣту атрымалі не на народнай глебе» [3, с. 169], таму ў іх мове было вельмі шмат не характэрных для беларускай мовы зваротаў, канструкцый, а таксама русізмаў і паланізмаў: як пісаў Я. Лёсік, «наша кніжная мова, мова школьных падручнікаў, популярных народных кніг і асабліва мова штадзѣнных газет, агулам кажучы, мала падобна да сапраўднай жывой беларускай ... мовы ды прыпадобнілася да адзежы з чужога пляча» [10, с. 193].

*Крыніцы тэхнічнай мовы.* Апошняя крыніца напаўнення будучага акадэмічнага слоўніка жывой беларускай мовы – «тэхнічная мова» – на той час яшчэ была вельмі слаба распрацавана. Некаторыя створаныя за пяць год тэрміналагічныя слоўнікі былі надрукаваны і праходзілі адаптацыю ў штодзѣннай працы, але ж большасць слоўнікаў яшчэ не мела практычнага ўжытку. У сувязі з гэтым С. Некрашэвіч падкрэсліў, што шмат са створанага акажацца «штучным, няпрыгодным, неўласцівым да беларускай мовы» [3, с. 175]. Гэту думку пацвярджаюць, напрыклад, заўвагі А. Смоліча адносна тэрміналагічных сродкаў па геаметрыі і сельскай гаспадарцы [12], Аглядальніка – адносна беларускай навуковай тэрміналогіі па тэорыі літаратурнага мастацтва [17]. Таму «мёртвыя словы» [3, с. 175] раілася не ўносіць у слоўнік жывой мовы. Безумоўна, кампетэнтныя камісіі павінны былі ўключыць частку тэрміналагічнай лексікі ў слоўнік, «каб ён задаволіў і навуковыя і практычныя патрэбы» [3, с. 175]. Але ва ўмовах, калі яшчэ не выкрышталізавалася кола тэрмінаў па кожнай галіне навукі, калі працавала шмат камісій, тэрміналогіі маглі быць прадстаўлены суб'ектыўна, у розных суадносінах як па колькасці, так і па якасці створаных найменняў.

Заўважым, што значны пласт тэрміналагічнай лексікі ўтрымліваецца ў «Віленскім слоўніку» (1861), але дакладна распрацаваных крытэрыяў па ўключэнні тэрмінасістэм у агульны слоўнік не было выпрацавана.

**Вывады.** Праз адсутнасць уласных напрацовак у галіне складання слоўнікаў беларускія моваведы ў 20-я гады XX ст., натуральна, звярнуліся да лексікаграфічнай практыкі славянскіх калег. У выніку была абрана канцэпцыя ўкладання слоўніка жывой беларускай мовы на народнай аснове, з дакладнымі часавымі (2-я палова XIX – пачатак XX ст.) і прасторавымі (тэрыторыя этнаграфічнай Беларусі) абмежаваннямі.

Для ажыццяўлення такой грандыёзнай задумы ва ўмовах невялікай колькасці спецыялістаў ва ўсе раёны Беларусі была разаслана «Інструкцыя» С. Некрашэвіча, а таксама ў верасні 1925 г. яна была надрукавана ў часопісе «Наш край» з мэтай прыцягнення аматараў да справы збірання слоўнікавых матэрыялаў і кіравання іх працай. На чале былі Камісія па ўкладанні слоўніка жывой беларускай мовы і Слоўнікавая камісія, якія галоўную ўвагу накіравалі на збор, апрацоўку і аналіз слоўных матэрыялаў, што збіраліся непасрэдна ў той час у палявых умовах.

Пры напаўненні акадэмічнага слоўніка беларускай мовы перавага аддавалася матэрыялам народнай мовы, пры гэтым большая частка друкаваных крыніц на народнай мове адхілялася праз вялікі ўплыў на іх рускай або польскай мовы. Адначасова беларусазнаўцы пачалі складаць картатэку лексем з мастацкіх твораў і папярэдніх слоўнікаў; мова перыядыкі адхілялася поўнасцю. Нядаўна выпрацаваная і яшчэ не ўведзеная ў шырокі ўжытак тэрміналагічная лексіка ўносілася часткова, для задавальнення практычных патрэб грамадства; дакладныя крытэрыі яе фіксацыі не былі ўказаны.

Такім чынам, у 20-я гады XX ст. беларускія мовазнаўцы, не маючы грунтоўнай лексікаграфічнай базы і дастатковага корпуса лексем для ўкладання акадэмічнага слоўніка, выпрацавалі як тэарэтыка-метадалагічныя асновы для далейшай працы, так і атрымалі вельмі значныя за пяць год вынікі сваёй дзейнасці: 2 выдадзеныя краёвыя слоўнікі (Віцебшчыны і Чэрвеньшчыны), 6 амаль падрыхтаваных (Мазыршчыны, Калініншчыны, Аршаншчыны, Магілёўшчыны, Меншчыны і Смаленшчыны), больш за 700 тысяч картак з апрацаваным матэрыялам, Праект слоўніка на першы аркуш літары А.

## Спіс выкарыстанай літаратуры

1. Праца камісіі для ўкладання слоўніка жывое беларускае мовы БАН // Наш край. – 1930. – № 3. – С. 63–67.
2. Інструкцыя для збірання народнага слоўнікава-тэрміналогічнага матар'ялу ў беларускай мове // Наш край. – 1925. – № 1. – С. 49–53.
3. Некрашэвіч, С. Да пытання аб укладанні слоўніка жывой беларускай мовы / С. Некрашэвіч // Польша. – 1925. – № 5. – С. 164–186.
4. Каспяровіч, М. Як сабраць і ўкласці слоўнік мовы свайго раёну / М. Каспяровіч // Наш край. – 1928. – № 1. – С. 32–46.
5. Карскі, Я. Ф. [Рэцэнзія] / Я. Ф. Карскі // Известия по русскому языку и словесности. – Т. II, кн. 2. – Л.: АН СССР, 1929. – С. 745–746. – Рэц. на праект: Праект укладання слоўніка жывой беларускай мовы. – Мн.: БАН, 1929. – 16 с.
6. Байкоў, М. Аб збіранні народнага слоўнікавага матар'ялу ў беларускай мове ў 1927 г. / М. Байкоў // Наш край. – 1927. – № 3. – С. 55–57.
7. Байкоў, М. Ад Камісіі для ўкладання слоўніка жывой беларускай мовы / М. Байкоў // Наш край. – 1926. – № 10–11. – С. 61–62.
8. Байкоў, М. Слоўнікавая праца на мясцох у БССР за тры гады (1925–1928) / М. Байкоў // Наш край. – 1928. – № 12. – С. 47–56.
9. Байкоў, М. Што зроблена ў справе збірання слоўнікавага матар'ялу на мясцох за 1926 год? / М. Байкоў // Наш край. – 1927. – № 1. – С. 36–39.
10. Лёсік, Я. Некаторыя ўвагі да беларускае літаратурнае мовы / Я. Лёсік // Польша. – 1924. – № 2. – С. 192–205.
11. Аглядальнік. Некаторыя ўвагі на беларускую літаратурную тэрміналогію / Аглядальнік // Польша. – 1923. – № 7–8. – С. 80–85. – Рэц. на кн.: БНТ. – Вып. 2. – Менск: Інбелкульт, 1923. – 74 с.
12. Смоліч А. [Рэцэнзія] / А. Смоліч // Польша. – 1922. – № 1. – С. 85–86. – Рэц. на кн.: Беларуская навуковая тэрміналогія // Вестник Народного комиссариата просвещения. – № 2. – С. 10.
13. Запрудскі, С. М. Беларуская мовазнаўства і развіццё беларускай літаратурнай мовы: 1920–1930-я гады / С. М. Запрудскі. – Мінск: БДУ, 2013. – 367 с.
14. Истрина, Е. С. А. А. Шахматов как редактор словаря русского языка / Е. С. Истрина // Известия Академии наук СССР, Отделение литературы и языка. – 1946. – Вып. 5, Т. 5. – С. 405–417.
15. Левашов, Е. А. Ленин и словари / Е. А. Левашов, В. П. Петушков. – Ленинград: Наука, 1975. – 109 с.
16. Даль, В. И. Толковый словарь живого великорусского языка: В 4 т. / В. И. Даль. – М.: Русский язык – Медиа, 2003. – Т. 1: А–З. – 699 с.
17. Piotrowski, T. Zrozumieć leksykografię / T. Piotrowski. – Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2001. – 244 с.
18. Karaś, H. Polska leksykografia gwarowa / H. Karaś. – Warszawa: Wydano nakładem Wydziału Polonistyki Uniwersytetu Warszawskiego, 2011. – 432 s.
19. История русской лексикографии / отв. ред. Ф. П. Сороколетов. – С-Пб.: Наука – Санкт-Петербургская фирма, 2001. – 611 с.

Паступіла ў рэдакцыю 06.04.2015

**АГРАРНЫЕ НАУКИ**

УДК 631.461.5:631.559:633.22

*Академик В. В. ЛАПА, Н. А. МИХАЙЛОВСКАЯ***ФЕРМЕНТАТИВНАЯ АКТИВНОСТЬ ДЕРНОВО-ПОДЗОЛИСТЫХ ПОЧВ  
ПРИ РАЗНЫХ УРОВНЯХ ПРИМЕНЕНИЯ УДОБРЕНИЙ***Институт почвоведения и агрохимии, Минск, Беларусь  
brissagro@biz.by; bionfl@yandex.ru*

В сообщении показано, что данные по активности гидролитических и окислительных ферментов можно использовать для биохимической оценки интенсивности минерализации в циклах С и N и гумификации в цикле С и по их соотношению устанавливать наиболее вероятные тренды изменения плодородия дерново-подзолистых почв при разных уровнях применения удобрений.

*Ключевые слова:* дерново-подзолистые почвы, система удобрения, ферментативная активность, минерализация, гумификация.

*V. V. LAPA, N. A. MIHAILOVSKAYA***ENZYME ACTIVITIES OF LUVISOL SOILS UNDER DIFFERENT LEVELS OF FERTILIZATION***Institute for soil science and agrochemistry of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
brissagro@biz.by; bionfl@yandex.ru*

Announcement has shown that the data of hydrolytic and oxidation enzyme activities may be used for biochemical estimation of the intensity of organic substances mineralization in C- and N-cycles and humification in C-cycle in Luvisol soils. The ratio between mineralization and humification intensities indicates more probable trends of soil fertility status changes under different levels of fertilizer application.

*Keywords:* luvisol soils, fertilizer system, soil enzyme activities, mineralization, humification.

**Введение.** Экологический менеджмент почвенных ресурсов – одна из глобальных задач современной аграрной науки, тесно связанная с исследованием биологического статуса почв. Для сохранения и поддержания плодородия почв необходима диагностика трендов его изменения при разной интенсивности антропогенной нагрузки. В первую очередь это касается применения удобрений, оказывающих влияние на агрохимические, агрофизические и биологические свойства почв и являющихся значимым фактором регулирования плодородия почв.

Ключевым атрибутом качества и плодородия почвы, несомненно, является содержание органического вещества. Однако этот показатель изменяется медленно и его статистически достоверные изменения регистрируются по истечении довольно длительного периода [1], что затрудняет раннюю диагностику направленности изменения плодородия под действием антропогенных факторов, в том числе удобрений.

Исходя из того, что при выборе индикаторов качества почвы целесообразно базироваться на их связях с органическим веществом почвы [2; 3], для ранней диагностики тенденций изменения плодородия наиболее адекватным критерием является ферментативная активность почв.

Выбор биохимических показателей для диагностики обусловлен их тесной корреляцией с органическим веществом почвы [4], а также тем, что реакция активности ферментов на антропогенную нагрузку отмечается на 1–2 года раньше, по сравнению с содержанием органического

вещества. Это позволяет использовать биохимические показатели для ранней диагностики нежелательных экологических тенденций [5].

Почвенные ферменты играют ключевую роль в процессах формирования плодородия. Биохимические исследования позволяют устанавливать интенсивность ключевых процессов формирования плодородия, так как основу микробного метаболизма составляет работа ферментов, которые катализируют все биохимические реакции и осуществляют круговорот элементов питания в почве [3; 6–8].

Ферментативная активность почвы складывается из активности внеклеточных и внутриклеточных ферментов. Внутриклеточные ферменты ассоциированы с живыми клетками микроорганизмов. Внеклеточные (экстрацеллюлярные или абиотические) ферменты выделяются живыми клетками или поступают в почву после их отмирания, эти ферменты быстро адсорбируются минеральными (глинистыми минералами) и органическими (гуминовыми и нуклеиновыми кислотами, полисахаридами) компонентами почвы [9; 10], аккумулируются в почве, составляя ферментный пул (запас) почвы.

Внеклеточные ферменты составляют значительную часть ферментного пула, каталитические свойства почвы в основном обусловлены действием внеклеточных ферментов микробного происхождения [4; 11]. Стабилизированные за счет прочных связей с минеральными и органическими компонентами почвы, внеклеточные ферменты устойчивы к протеолизу, защищены от инактивации, длительно сохраняют активность и функционируют при неблагоприятных условиях дефицита влаги и элементов питания, когда микробная деятельность обычно угнетена.

Аргументами в пользу ферментативной диагностики являются строгая субстратная специфичность ферментов [3], более высокая стабильность энзиматических параметров [5; 6] и относительная простота измерения по сравнению с другими показателями биологической активности. Методы определения активности ферментов стандартизированы [12; 13], что позволяет получать более сопоставимые данные.

Цель исследований – установить влияние длительного применения удобрений на активность ключевых биохимических процессов в циклах основных биогенных элементов, углерода и азота, в дерново-подзолистых супесчаной и легкосуглинистой почвах и применить показатели ферментативной активности для диагностики трендов изменения плодородия.

**Материалы и методы исследований.** Биохимические исследования проведены в двух длительных стационарных опытах на дерново-подзолистой легкосуглинистой почве («Щемяслица», Минский р-н) и на дерново-подзолистой супесчаной почве («Экспериментальная база им. А. В. Суворова», Узденский р-н).

Схема стационарного опыта на дерново-подзолистой легкосуглинистой почве включала одностороннее применение трех доз азота  $N_{18}$ ,  $N_{36}$  и  $N_{54}$ , а также их внесение на двух уровнях фосфорно-калийного питания –  $P_{30}K_{66}$  и  $P_{60}K_{132}$ . В схеме опыта предусмотрены два варианта дробного внесения азотных удобрений –  $*N_{54}P_{60}K_{132}$  и  $*N_{72}P_{60}K_{132}$ . Органические удобрения внесены общим фоном – 8 т/га севооборотной площади. Севооборот зернотравяной: пелюшко-овсяная смесь – озимая тритикале с подсевом клевера – клевер луговой первого г. п. – клевер луговой второго г. п. – яровая пшеница. Схема опыта содержала 17 вариантов удобрений в 4-кратной повторности. Общий размер делянки 69 м<sup>2</sup> (11,5 × 6 м). Учетная площадь делянки 43 м<sup>2</sup> (9,55 × 4,5 м).

Схема стационарного опыта на дерново-подзолистой супесчаной почве включала три уровня применения фосфорных и калийных удобрений –  $P_{20}K_{40}$ ,  $P_{40}K_{80}$ ,  $P_{70}K_{120}$  и три уровня азотных удобрений –  $N_{36}$ ,  $N_{60}$  и  $*N_{84}$  (дробное внесение) на фоне 8 т/га навоза КРС. Севооборот зернотравяной: горохо-овсяная смесь – ячмень – озимая рожь + клевер – клевер – озимая тритикале. Опыт включает 15 вариантов в 4-кратной повторности. Общий размер делянки 45 м<sup>2</sup> (5 × 9 м), учетная площадь – 32 м<sup>2</sup> (4 × 8 м). Под горохо-овсяную смесь внесен навоз КРС, 40 т/га.

Ферментативная диагностика почвы в полевых опытах проведена по гидролитическим (инвертаза и уреазы) и окислительным (полифенолоксидаза и пероксидаза) ферментам. Активность ферментов определяли в воздушно-сухих почвенных образцах. Для определения активности инвертазы применяли колориметрический метод Т. А. Щербаковой с использованием сахарозы в качестве ферментного субстрата; для определения количества редуцирующих сахаров, образующихся в результате энзиматической реакции, использована динитросалициловая кислота [14].

Уреазную активность почвы определяли по методу Т. А. Щербаковой, ферментным субстратом служила мочеви́на [12]. Для определения активности почвенных оксидаз, полифенолоксидазы и пероксидазы, использован колориметрический метод Л. А. Карягиной, Н. А. Михайловской с применением гидрохинона в качестве ферментного субстрата, активность ферментов устанавливали по количеству бензохинона, образовавшегося в результате ферментативной реакции [15].

**Результаты и их обсуждение.** Почвенные ферменты катализируют разнонаправленные процессы, поэтому для объективной характеристики биологического состояния почвы невозможно выбрать один биохимический показатель [1]. В почвах обнаружены представители всех шести известных современной энзимологии классов ферментов, однако наиболее значимую роль играют 2 класса – гидролитические и окислительные ферменты, выполняющие критические функции – минерализацию и гумификацию органических веществ [3].

Гидролитические ферменты обеспечивают ускоренное протекание сложных многостадийных процессов минерализации разнообразных по химическому составу органических соединений и высвобождение элементов питания [11; 17]. Однако по значимости можно выделить ключевые гидролитические ферменты, связанные с разложением наиболее распространенных в почве форм нахождения основных биогенных элементов, углерода и азота.

Преобладающие формы органического углерода в почвах – поли- и олигосахариды [18], их минерализация – самый масштабный деструкционный процесс [3]. В связи с этим интенсивность минерализации в цикле С целесообразно оценивать по гидролитической деградации поли- и олигосахаридов с учетом того, что наиболее объективную оценку интенсивности процесса дает определение активности ферментов завершающих стадий гидролиза, когда в почву непосредственно поступают конечные продукты – моносахариды [16]. Выбор инвертазной активности в качестве диагностического показателя обусловлен ее критической ролью в высвобождении низкомолекулярных сахаров, глюкозы и фруктозы, которые являются основным источником энергии для микроорганизмов.

Известно, что в почвах наиболее широко распространены амидные формы органического азота [18]. В цикле азота универсальным деградационным процессом является аммонификация, в результате которой азот органических соединений становится доступным для растений. На завершающих стадиях аммонификации, обеспечивающих образование аммония, действуют амидогидролазы, к которым относятся уреазы. Активность минерализации в цикле N целесообразно определять по активности уреаз, играющих критическую роль в высвобождении неорганического азота, который непосредственно ассимилируется растениями и микроорганизмами.

Второй по значимости деструкционный процесс в цикле углерода – разложение лигнинов [3]. Наряду с белками, лигнины являются основными поставщиками структурных единиц для гумификации [19]. Одновременно с минерализацией лигнинов растительных остатков протекают биохимические процессы гумификации [3; 8; 20; 21]. По современным представлениям катализаторами гумификации разлагающегося органического вещества считаются микробные оксидазы – фенолоксидазы и пероксидазы, а их активность служит показателем интенсивности процессов гумификации [3; 8; 19; 20; 22; 23]. Эти ферменты – важнейшие составляющие цикла углерода в почве, они катализируют окисление ароматических соединений до хинонов, которые вступают в реакции конденсации с аминокислотами и пептидами с образованием гуминовых кислот [19–21; 23]. Основанием для предложения пероксидаз и полифенолоксидаз в качестве диагностических показателей служит их критическая роль в процессах гумификации, а также их тесная положительная корреляция с содержанием гумуса, преобладающую часть которого составляют инертные гумифицированные вещества [22; 23].

В длительном стационарном опыте на дерново-подзолистой легкосуглинистой почве проведена ферментативная диагностика по выше перечисленным показателям. Для удобства интерпретации показатели ферментативной активности, выраженные в разных единицах измерения, представлены в относительных величинах (% в скобках) по отношению к контролю (100 %) по методике [24].

По средним данным за 2011–2012 гг. отмечена умеренная активность гидролаз и оксидаз при внесении 8 т/га навоза, применение минеральных удобрений на фоне навоза вызывало более су-

ществленное повышение ферментативной активности. Наиболее интенсивно протекала минерализации в цикле С: при одностороннем внесении возрастающих доз азота  $N_{18-36-54}$  инвертазная активность повышена на 19–38 %, при внесении полного минерального удобрения  $N_{18-36-54}P_{30}K_{60}$  – на 42–51 %, при удвоении доз фосфора и калия в полном минеральном удобрении  $N_{18-36-54}P_{60}K_{132}$  – на 71–104 % по сравнению с контролем. На вариантах с дробным внесением азота,  $*N_{54}P_{60}K_{132}$  и  $*N_{72}P_{60}K_{132}$ , по сравнению с  $N_{18-36-54}P_{60}K_{132}$  поддерживался более сберегающий уровень минерализации в цикле С, инвертазная активность была повышена на 50 и 65 % соответственно по отношению к контролю (табл. 1).

Т а б л и ц а 1. Ферментативная активность дерново-подзолистой легкосуглинистой почвы при разных уровнях применения удобрений («Щемьслица», 2011–2012 гг.)

Вариант	Инвертаза, мг глюкоз/кг (%)	Уреаза, мг $N-NH_4^+$ /кг (%)	Минерализация (%)	ПО	ПФО	Гумификация, %
				мг хинона/кг (%)		
1. Без удобр.	1347 (100)	131 (100)	100	34,1 (100)	33,4 (100)	100
2. Навоз, 8 т/га (фон)	1560 (116)	144 (110)	113	36,9 (108)	35,8 (107)	107
3. $N_{18}$	1612 (119)	150 (115)	117	37,8 (110)	36,5 (109)	109
4. $N_{36}$	1777 (132)	154 (119)	125	38,5 (113)	37,4 (112)	112
5. $N_{54}$	1848 (138)	158 (122)	130	39,8 (116)	39,6 (119)	117
6. $P_{30}K_{66}$	1898 (141)	160 (125)	133	39,5 (115)	42,4 (127)	121
7. $N_{18}P_{30}K_{66}$	1911 (142)	168 (131)	136	41,3 (120)	43,6 (131)	125
8. $N_{36}P_{30}K_{66}$	2014 (150)	178 (139)	144	43,0 (125)	44,0 (132)	128
9. $N_{54}P_{30}K_{66}$	2034 (151)	179 (140)	146	44,4 (129)	45,3 (135)	132
10. $P_{60}K_{132}$	2211(164)	176 (136)	150	45,0 (131)	45,3 (135)	133
11. $N_{18}P_{60}K_{132}$	2303 (171)	190 (148)	159	46,9 (136)	46,6 (139)	137
12. $N_{36}P_{60}K_{132}$	2604 (194)	197 (154)	174	47,8 (140)	48,3 (145)	142
13. $N_{54}P_{60}K_{132}$	2738 (204)	208 (162)	183	48,5 (141)	49,2 (147)	144
14. $*N_{54}P_{60}K_{132}$	2018 (150)	189 (147)	148	45,6 (133)	48,0 (144)	138
15. $*N_{72}P_{60}K_{132}$	2218 (165)	192 (150)	157	46,6 (136)	47,9 (144)	140
НСР <sub>05</sub>	222,4	17,4		4,5	2,8	

П р и м е ч а н и я: \*N – дробное внесение, ПО – пероксидаза, ПФО – полифенолоксидаза.

Минерализация в цикле N протекала менее интенсивно: на блоке опыта с односторонним внесением азота  $N_{18-36-54}$  активность уреазы повышалась на 15–22 %, при внесении полного минерального удобрения  $N_{18-36-54}P_{30}K_{60}$  – на 31–40 %, при удвоении доз фосфора и калия  $N_{18-36-54}P_{60}K_{132}$  – на 48–62 %. При дробном внесении азота на вариантах  $*N_{54}P_{60}K_{132}$  и  $*N_{72}P_{60}K_{132}$  отмечен более умеренный, по сравнению с  $N_{18-36-54}P_{60}K_{132}$ , уровень уреазной активности – 147 % и 150 % соответственно по отношению к контролю (табл. 1).

Внесение органических и минеральных удобрений активизировало процессы гумификации в цикле С: одностороннее внесение азота  $N_{18-36-54}$  повышало пероксидазную активность почвы на 10–16 %, полифенолоксидазную – на 9–19 %, за счет полного минерального удобрения  $N_{18-36-54}P_{30}K_{60}$  – на 20–29 и 31–35 %, при удвоении доз фосфора и калия в полном минеральном удобрении  $N_{18-36-54}P_{60}K_{132}$  – на 36–41 и 39–47 % соответственно. При дробном внесении азота на вариантах  $*N_{54}P_{60}K_{132}$  и  $*N_{72}P_{60}K_{132}$  активность оксидаз повышена на 33 и 36 % соответственно по отношению к контролю (табл. 1).

Ферментативная диагностика показала, что в целом на вариантах применения удобрений более активно протекали минерализационные процессы. Сравнение усредненных показателей активности гидролитических ферментов (минерализация, %) и окислительных ферментов (гумификация, %) показало, что на вариантах удобрений отмечается превышение минерализации над гумификацией: при одностороннем внесении возрастающих доз азота – на 8–13 %, на вариантах

$N_{18-36-54}P_{30}K_{60}$  – на 11–16 % и на вариантах  $N_{18-36-54}P_{60}K_{132}$  – на 22–39 %. Наименьший дисбаланс минерализационных и гумификационных процессов отмечен на двух вариантах с дробным внесением азота по сравнению с  $N_{18-36-54}P_{60}K_{132}$ : на варианте  $*N_{54}P_{60}K_{132}$  минерализация превышала гумификацию на 10 %, на варианте  $*N_{72}P_{60}K_{132}$  – на 17 % при более высокой суммарной дозе азота (табл. 1).

Дробное внесение азотных удобрений экологически более приемлемо и позволяет избежать чрезмерного усиления минерализационных процессов в циклах С и N, поддерживая сберегающий уровень минерализации, вполне достаточный для формирования высокой продуктивности зернотравяного севооборота. Наиболее высокая продуктивность зернотравяного севооборота, 126,2 и 124,5 ц к.ед/га, получена на вариантах с дробным внесением азота  $N_{54}P_{60}K_{132}$  и  $N_{72}P_{60}K_{132}$  при поддержании баланса фосфора и калия в почве. Высокая продуктивность, в пределах 123,8–126,2 ц к.ед/га, получена при внесении  $N_{18}$ ,  $N_{36}$  и  $N_{54}$  на фонах  $P_{60}K_{132}$ , но при этом минерализационные процессы значительно доминировали над гумификационными на 22–39 %. На вариантах  $N_{18-36-54}P_{30}K_{66}$  при дефицитном балансе P и K в почве продуктивность была ниже, в пределах 120,1–123,4 ц к.ед/га; минерализация протекала на 11–16 % активнее гумификации. При одностороннем внесении азотных удобрений продуктивность севооборота составила 113,6–116,3, дисбаланс минерализации и гумификации снижался до 8–13 % (табл. 1).

Прослеживается прямая корреляция ферментативной активности с продуктивностью севооборота:  $R^2$  для инвертазы – 0,63, для уреазы – 0,76, для ПО – 0,69, для ПФО – 0,76.

Таким образом, по критериям сберегающего уровня минерализации в циклах С и N, достижения наименьшего дисбаланса активности минерализации и гумификации, высокой продуктивности севооборота на дерново-подзолистой легкосуглинистой почве наиболее обосновано дробное внесение азота  $N_{54}$  и  $N_{72}$  на фонах  $P_{60}K_{132}$ .

Аналогичные исследования по определению ферментативной активности и относительных биохимических показателей активности минерализационных и гумификационных процессов были проведены в длительном стационарном опыте на дерново-подзолистой супесчаной почве.

Как и на дерново-подзолистой легкосуглинистой почве, отмечена более активная минерализация органических веществ в цикле углерода и менее интенсивная в цикле азота; на всех вариантах удобрений активность минерализационных процессов превышала гумификацию; установлена тесная корреляция ферментативной активности с продуктивностью севооборота (для инвертазы  $R^2 = 0,73$ , для уреазы  $R^2 = 0,61$ , для ПО  $R^2 = 0,62$ , для ПФО  $R^2 = 0,69$ ).

При увеличении доз фосфорных, калийных ( $P_{20}K_{40}$ ,  $P_{40}K_{80}$ ,  $P_{70}K_{120}$ ) и азотных ( $N_{36}$ ,  $N_{60}$ ) удобрений последовательно возрастала активность гидролитических ферментов, инвертазы и уреазы, ответственных за минерализационные процессы, и окислительных ферментов, пероксидазы и полифенолоксидазы, регулирующих гумификацию. Продуктивность зернотравяного севооборота также последовательно повышалась – от 50,4 ц/га к. ед. на контроле, до 64,2–75,0 ц/га к. ед. на вариантах 3–5, до 66,8–77,6 ц/га к. ед. на вариантах 6–8 и до 69,1–79,1 ц/га к. ед. на вариантах 10–12.

В среднем по опыту наибольшая активность минерализации в циклах углерода и азота отмечена на вариантах 10–12 при внесении  $P_{70}K_{120}$  и  $N_{36}$ ,  $N_{60}$  на фонах  $P_{70}K_{120}$  – 120, 137 и 144 %. На этих же вариантах отмечена и наиболее высокая скорость гумификации – 117, 123 и 128 %. По продуктивности естественно выделяются варианты с внесением полного минерального удобрения –  $N_{36}P_{70}K_{120}$  и  $N_{60}P_{70}K_{120}$  – 75,7–77,6 ц/га к. ед., однако на этих вариантах наблюдается и наиболее значимое преобладание процессов минерализации, дисбаланс составил 14 и 16 % соответственно. Для сравнения следует отметить, что на двух других блоках опыта дисбаланс минерализации и гумификация на соответствующих вариантах 4, 5 и 7, 8 составил 11 и 11 % и 12 и 10 % (табл. 2).

Сберегающий уровень минерализации в циклах С и N был отмечен при дробном внесении азотных удобрений. По биохимической оценке на варианте  $*N_{84}P_{40}K_{80}$  активность минерализации достигала 134 %, гумификации – 126 %, дисбаланс между минерализацией и гумификацией составил 8 %. На втором варианте дробного внесения азота  $*N_{84}P_{70}K_{120}$  активность минерализации со-

Т а б л и ц а 2. Ферментативная активность дерново-подзолистой супесчаной почвы при разных уровнях применения удобрений («Э. б. им А. В. Суворова», 2008–2010 гг.)

Вариант	Инвертаза, мг глюкоз/кг (%)	Уреаза, мг N-NH <sub>4</sub> <sup>+</sup> /кг (%)	Минерализация (%)	ПО	ПФО	Гумификация, %
				мг хинона/кг (%)		
1. Без удобр.	1391 (100)	141 (100)	100	35,1 (100)	36,0 (100)	100
2. Навоз, 8 т/га (фон)	1850 (133)	162 (115)	124	41,2 (117)	40,9 (114)	116
3. P <sub>20</sub> K <sub>40</sub>	1560 (112)	148 (105)	109	37,2 (106)	37,4 (104)	105
4. N <sub>36</sub> P <sub>20</sub> K <sub>40</sub>	1761 (127)	163 (116)	122	38,6 (110)	40,3 (112)	111
5. N <sub>60</sub> P <sub>20</sub> K <sub>40</sub>	1860 (134)	169 (120)	127	40,2 (114)	42,3 (118)	116
6. P <sub>40</sub> K <sub>80</sub>	1643 (118)	156 (111)	115	39,6 (113)	40,0 (111)	112
7. N <sub>36</sub> P <sub>40</sub> K <sub>80</sub>	1899 (137)	164 (116)	127	40,6 (116)	40,8 (113)	115
8. N <sub>60</sub> P <sub>40</sub> K <sub>80</sub>	1993 (143)	168 (119)	131	43,7 (125)	41,8 (116)	121
9. *N <sub>84</sub> P <sub>40</sub> K <sub>80</sub>	2054 (148)	168 (119)	134	45,3 (129)	44,4 (123)	126
10. P <sub>70</sub> K <sub>120</sub>	1760 (127)	159 (113)	120	41,0 (117)	42,2 (117)	117
11. N <sub>36</sub> P <sub>70</sub> K <sub>120</sub>	2053 (148)	176 (125)	137	43,4 (124)	43,4 (121)	123
12. N <sub>60</sub> P <sub>70</sub> K <sub>120</sub>	2143 (154)	189 (134)	144	45,7 (130)	45,5 (126)	128
13. *N <sub>84</sub> P <sub>70</sub> K <sub>120</sub>	2018 (145)	180 (128)	137	46,9 (134)	48,8 (136)	135
НСР <sub>05</sub>	154,3	14,0		3,07	2,51	

П р и м е ч а н и я: \*N – дробное внесение, ПО – пероксидаза, ПФО – полифенолоксидаза.

ставила 137 %, а гумификации – 135 %, дисбаланс между минерализацией и гумификацией – 2 %. Несмотря на то что на обоих вариантах с дробным внесением азота получена практически одинаковая продуктивность севооборота – 81,6 и 81,7 ц/га к. ед., наиболее приемлемым с экологических позиций следует признать вариант \*N<sub>84</sub>P<sub>70</sub>K<sub>120</sub>, гарантирующий высокую продуктивность при минимальном дисбалансе между минерализацией и гумификацией – 2 % (табл. 2).

Ферментативная диагностика и биохимическая оценка активности протекания процессов минерализации и гумификации позволяет определять уровни нагрузки по удобрениям, поддерживающие сберегающий уровень минерализации органических веществ, равновесие или минимальный дисбаланс минерализации и гумификации во избежание потерь органического вещества и сохранения плодородия почв.

По критериям сберегающего уровня минерализации в циклах С и N, достижения наименьшего дисбаланса интенсивности минерализации и гумификации, высокой продуктивности севооборота на дерново-подзолистой супесчаной почве наиболее обосновано дробное внесение азота – N<sub>84</sub>P<sub>70</sub>K<sub>120</sub> и N<sub>84</sub>P<sub>40</sub>K<sub>80</sub>.

**Заключение.** Определение активности гидролитических (инвертаза, уреазы) и окислительных (пероксидаза и полифенолоксидаза) ферментов позволяет проводить биохимическую оценку интенсивности минерализационных процессов в циклах С и N и гумификационных в цикле С и по их соотношениям устанавливать наиболее вероятные тренды изменения плодородия почв при разных уровнях применения удобрений.

По данным биохимической оценки для дерново-подзолистых легкосуглинистой и супесчаной почв установлены следующие общие закономерности: более активное протекание минерализационных процессов в цикле углерода по сравнению с циклом азота; последовательное нарастание интенсивности минерализации в циклах С и N и гумификации в цикле С при увеличении доз азотных, фосфорных и калийных удобрений на фоне внесения навоза; повышение продуктивности зернотравяного севооборота; преобладание минерализации над гумификацией на вариантах с удобрениями.

По результатам биохимической оценки на дерново-подзолистой легкосуглинистой почве дисбаланс активности минерализации и гумификации составил от 6 до 39 %, для дерново-под-

золистой супесчаной почвы – от 2 до 16 % в зависимости от уровня применений минеральных удобрений на фоне навоза.

Минимальный дисбаланс активности минерализации и гумификации, а также высокая и устойчивая продуктивность севооборота достигается при дробном внесении азотных удобрений, которое экологически более приемлемо и позволяет избежать чрезмерного усиления минерализации в циклах С и N, обеспечивая сберегающий уровень минерализации, достаточный для формирования высокой продуктивности. На дерново-подзолистой легкосуглинистой почве минимальный дисбаланс (10 и 17 %) и наибольшая продуктивность зернотравяного севооборота (126,2 и 124,5 ц к. ед/га) получены на вариантах  $N_{54}P_{60}K_{132}$  и  $N_{72}P_{60}K_{132}$  с дробным внесением азота и поддержанием баланса фосфора и калия. На дерново-подзолистой супесчаной почве минимальный дисбаланс (2 и 8 %) и наибольшая продуктивность зернотравяного севооборота (81,7 и 81,6 ц к. ед/га) отмечены на вариантах  $N_{84}P_{70}K_{120}$  и  $N_{84}P_{40}K_{80}$  с дробным внесением азота.

### Список использованной литературы

1. *Bandick, A. K.* Field management effects on soil enzyme activities / A. K. Bandick, R. P. Dick // *Soil Biol. Biochem.* – 1999. – Vol. 31. – Iss. 11. – P. 1471–1479.
2. *Masciandaro, G.* Assessing soil quality in different agro-ecosystems through biochemical and chemico-structural properties of humic substances / G. Masciandaro, B. Ceccanti // *Soil and Tillage Research.* – 1999. – Vol. 51. – Iss. 1–2. – P. 129–137.
3. *Звягинцев, Д. Г.* Биология почв / Д. Г. Звягинцев, И. Л. Бабьева, Г. М. Зенова. – М.: МГУ, 2005. – 445 с.
4. *Caldwel, B. A.* Enzyme activities as a component of soil biodiversity: A review / B. A. Caldwell // *Pedobiologia.* – 2005. – Vol. 49, Iss. 6. – P. 637–644.
5. Application of soil enzyme activity test kit in a field experiment / M. Vepsalainen [et al.] // *Soil Biol. Biochem.* – 2001. – Vol. 33. – P. 1665–1672.
6. *Dick, R. P.* Soil enzyme activities as indicators of soil quality / R. P. Dick // *Defining Soil Quality for a Sustainable Environment* / eds. J. W. Doran [et al.]. – Madison: Soil Science Society of America, 1994. – P. 107–124.
7. *Dick, R. P.* A review: long-term effects of agricultural systems on soil biochemical and microbial parameters / R. P. Dick // *Agr. Ecosys. Environ.* – 1992. – N 40. – P. 25–36.
8. *Щербакова, Т. А.* Ферментативная активность почв и трансформация органического вещества / Т. А. Щербакова. – Минск: Наука и техника, 1983. – 221 с.
9. *Boyd, S. A.* Enzyme interactions with clays and clay-organic matter complexes / S. A. Boyd, M. M. Mortland // *Soil Biochemistry.* – New York: Marcel Dekker, 1990. – P. 1–28.
10. *Skujins, J.* History of abiotic soil enzyme research / J. Skujins // *Soil Enzymes* / ed. R. G. Burns. – New York: Academic Press, 1978. – P. 1–49.
11. *Dick, R. P.* Enzymes in the Environment: Activity, Ecology & Applications / R. P. Dick. – Granada, Spain, 1999. – P. 164.
12. *Хазиев, Ф. Х.* Методы почвенной энзимологии / Ф. Х. Хазиев. – М.: Наука, 1990. – 189 с.
13. *Галстян, А. Ш.* Ферментативная активность почв Армении / А. Ш. Галстян. – Ереван: Айастан, 1974. – 260 с.
14. *Щербакова, Т. А.* К методике определения активности инвертазы и амилазы в почве / Т. А. Щербакова // Сб. докладов по ферментам почвы. – Минск, 1968. – С. 453–455.
15. *Карагіна, Л. А.* Визначення актиўнасці поліфенолаксідазы і пераксідазы ў глебе / Л. А. Карагіна, Н. А. Міхайлоўская // *Весці АН БССР. Сер. с/г навук.* – 1986. – № 2. – С. 40–41.
16. *Звягинцев, Д. Г.* Биологическая активность почв и шкалы для оценки некоторых ее показателей / Д. Г. Звягинцев // *Почвоведение.* – 1978. – № 6. – С. 48–52.
17. *Speir, T. W.* Hydrolytic Enzyme Activities to Assess Soil Degradation and Recovery / T. W. Speir, D. J. Ross // *Enzymes in the environments: activity, ecology and applications* / eds. R. G. Burns, R. P. Dick. – 2002. – P. 407–431.
18. *Knicker, H.* Incorporation studies of  $NH_4^+$  during incubation of organic residues by  $^{15}N$ -CPMAS-NMR-spectroscopy / H. Knicker, H. D. Lüdemann, K. Haider // *Eur. J. Soil Sci.* – 1997. – Vol. 48. – P. 431–441.
19. *Александрова, Л. Н.* Органическое вещество почвы и процессы его трансформации / Л. Н. Александрова. – Л.: Наука, 1980. – С. 122–133.
20. *Sariaslani, F. S.* Microbial enzymes for oxidation of organic molecules / F. S. Sariaslani // *Crit. Rev. Biotechnol.* – 1989. – Vol. 9. – P. 171–257.
21. *Schnitzer, M.* Soil organic matter. The next 75 years / M. Schnitzer // *Soil Sci.* – 1991. – Vol. 151. – P. 41–58.
22. *Kirk, T. K.* Enzymatic “combustion”: the microbial degradation of lignin / T. K. Kirk, R. L. Ferrell // *Annu. Rev. Microbiol.* – 1987. – Vol. 41. – P. 465–505.
23. *Martin, J. P.* Comparison of the use of phenolase and peroxidase for the synthesis of model humic acid type polymers / J. P. Martin, K. A. Haider // *Soil Sci. Soc. Amer. J.* – 1980. – Vol. 44, N 5. – P. 983–988.
24. *Ацци, Ж.* Сельскохозяйственная экология / Ж. Ацци. – М.: Ил, 1959. – 479 с.

Поступило в редакцию 13.04.2015